

Higher National School of Hydraulic

The Library

Digital Repository of ENSH



المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة

المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري



The title (العنوان):

Modélisation du coup de béliier dans un réseau ramifié en
refoulement.

The paper document Shelf mark (الشفرة) : 7-0001-14

APA Citation (APA توثيق):

Hocini, Tarek (2014). Modélisation du coup de béliier dans un réseau ramifié en
refoulement[Thèse de magister, ENSH].

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open DSpace software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics. <http://dspace.ensh.dz/jspui/>

المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا للري هو منصة خاصة بتثمين الإنتاج العلمي لأساتذة و
باحثي المدرسة.

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشورا أو غير منشور
(أطروحات، مطبوعات بيداغوجية، مقالات الدوريات، كتب...) و بثه على الخط.

المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحة DSpace و يتم إدارته من طرف مديرية
المكتبة للمدرسة العليا للري.

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE



ENSH n° :.....

**MEMOIRE DE MAGISTER
DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE**

Présenté par :

HOCINI Tarek

Pour obtenir le diplôme de

MAGISTERE DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE

**Spécialité :
Génie de l'eau**

Sujet du mémoire:

**Modélisation du coup de bélier dans un réseau
ramifié en refoulement**

Mémoire présenté et soutenu à Blida le Devant le jury composé de :

Mr.MEDDI Mohamed	Professeur	Président.
Mr.SALAH Boualem	Professeur	Rapporteur.
Mr.MIHOUBI M.Kamel	Professeur	Examineur.
Mr.KHODJET KESBA Omar	Professeur	Examineur.

Année Universitaire : 2013/2014

Remerciement :

Avant tout, je remercie le **bon dieu**, tout puissant, de m'avoir donné la patience et le vouloir d'effectuer ce travail.

À tous ceux qui nous ont appris,
à tous ceux qui nous ont permis d'aboutir,
veuillez trouver ici le témoignage de notre profonde gratitude et notre haute considération.

À **mes parents** qui m'ont inculqué de leur rigueur, mon père pour m'avoir fait aimer les sciences depuis mon plus jeune âge.

À mes proches et mes amis.

À tout le personnel de l'**E.NS.H.**

À mon directeur de thèse,

Monsieur le Professeur B.SALAH.

Je vous remercie d'abord d'avoir accepté de diriger ce travail.

Avoir un encadreur qui associe rigueur, sympathie, bienveillance, disponibilité et grande gentillesse a été un énorme privilège.

Recevez ma très haute considération, mon profond respect ainsi que ma sincère reconnaissance, non seulement pour votre générosité scientifique mais aussi pour vos qualités humaines.

Merci beaucoup, Mr Pr Salah, de croire en moi.

À monsieur le président du jury,

Monsieur le Professeur M.MEDDI, directeur adjoint de la post graduation et de la recherche scientifique à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique (ENSH-Blida),

Pour l'ensemble des moyens qu'il a mis à ma disposition, et pour avoir accepté de me faire l'honneur de présider le jury.

Vous me faites un grand honneur en acceptant d'avoir présidé le jury.

Recevez l'expression de ma reconnaissance pour l'intérêt que vous avez bien voulu porter à mon modeste travail.

Veillez trouver dans cette page l'expression de ma haute considération et de mon respect le plus profond.

Aux Membres de Jury

Monsieur le Professeur M.K.MIHOUBI Maître de conférences, Cl. A et Chef de Département Génie de l'Eau à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique (ENSH-Blida),

Votre présence dans ce jury est un grand honneur. Veuillez trouver ici, l'expression de ma sincère reconnaissance pour le temps que vous avez bien voulu m'accorder.

Soyez assuré encore une fois, de ma gratitude et de toute ma considération.

Monsieur le Professeur KHODJET KESBA Omar Maître de conférences, Cl. A à l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique (ENSH-Blida),

Vous me faites le grand honneur d'accepter de participer au jury de ma soutenance,

C'est pourquoi je tiens absolument à vous remercier de votre disponibilité.

Recevez l'expression de ma profonde gratitude et de ma haute considération

إن الدراسة المعمقة للمراجع حول ظاهرة المطرقة المائية الممتلئة في التغير السريع في تدفق الماء عبر الأنابيب العاملة تحت الضغط الهيدروليكي بشكليته: المتزايد أو المتناقص يؤثر بشكل سلبي على عمل الشبكة الناقلة للمياه مما يؤدي إلى تذبذب عملها و عدم التحكم في القيم سواء المميزة لها أو خصائصها و أحيانا قد يصل إلى تعطل شبكة تزويد المياه نهائيا. مما يسمح لنا بمعرفة الأهمية البالغة لهذه الظاهرة. الملاحظ أن هذه الظاهرة هي نتاج تعديل ظروف التدفق المستمر نتيجة حوادث أو تشغيلات عادية مثل إيقاف المضخات عن العمل, فتح أو غلق صمام مما يؤدي إلى تغيرات كبيرة جدا في الضغط والتدفق مسببة انفجارا أو سحقا للأنابيب الموضوعة على الأرض أو المغمورة داخلها و كذلك الملحقات المتصلة بها. بهدف الفهم والتحكم في هذه الظاهرة و خصائصها سوف نعتمد في دراستنا على طريقة الخصائص لإيجاد القيم المميزة لكل من الضغط والتدفق أثناء حدوثها آخذين بعين الاعتبار حالة الشبكة الحرة والمغمورة و كذلك مقارنين بين ثلاث مواد مكونة للأنابيب : الفولاذ, متعدد كلوريد الفينيل و متعدد الإيثيلين عالي الكثافة.

Résumé :

Les études approfondies de la bibliographie concernant le phénomène du coup de bélier qui est représenté par le changement rapide de l'écoulement dans les conduites en charge et qui se manifeste avec deux formes : croissante et décroissante qui sont néfastes pour le fonctionnement du réseau et sur le contrôle de ce dernier et parfois même vont atteindre la rupture du réseau. Ces études nous permettent de bien estimé la vraie valeur de ce phénomène.

Il est remarqué que ce phénomène est présent lorsque les conditions de l'écoulement permanent sont perturbées par des manœuvres pouvant être accidentelles ou tout à fait habituelles telles que l'arrêt d'une pompe, la fermeture ou l'ouverture d'une vanne. Il se produit alors de grandes variations de pression et de débit pouvant entraîner des implosions voire même des éclatements ou d'écrasement des conduites libres ou enterrées et ses accessoires.

Afin de comprendre et de contrôler ce phénomène néfaste, notre étude a pour objectif : l'utilisation de la méthode des caractéristiques en vue de trouver un modèle pour déterminer les valeurs caractéristiques du coup de bélier dans les réseaux ramifiés, nous prenons en considération le cas des conduites non enterrées et enterrées avec une application à titre comparatif qui sera faite par trois matériaux des conduites : l'acier, le PVC et le PEHD.

Abstract:

An in-depth study of the literature concerning the phenomenon of water hammer which is represented by the rapid change of flow in the pipe support manifests two forms: increase decrease that are harmful to the operation of the water network and sometimes it loses over that network. These studies allow us to properly value the importance of this phenomenon.

It is noted that this phenomenon are presented when the conditions of steady flow is consequence by maneuvers that can be accidental or quite normal such as stopping a pump, the opening or closing of a valve. This produces large variations in pressure and can cause explosion or crushing free or buried pipes and or ether accessories related to it.

To understand and control this phenomenon and its characteristics, in our study we are going to find the specific values during water hammer of pressure and we going to use the method of characteristics to find a model to determine the characteristics of water hammer in branched networks , we taking into consideration the case of free water network and buried, and a comparison between three pipe material: STEEL, PVC and PEHD.

TABLE DES MATIERES

	pages
Introduction Générale	1
Chapitre- 1- APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE	
1.1. Introduction :	3
1.2. Travaux antérieurs :	3
1.2. Conclusion	27
Chapitre-2- ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE	
2.1. Introduction	29
2.2. Rappel sur les Types d'écoulements	29
2.2.1. <i>Ecoulement permanent</i>	29
2.2.3. <i>Ecoulement non uniforme</i>	29
2.2.4. <i>Ecoulement transitoire</i>	29
2.3. Phénomène du coup de bélier	30
2.3.1. <i>Définition</i>	30
2.3.2. <i>Causes du coup de bélier</i>	30
2.3.3. <i>Risques dus aux coups de bélier :</i>	30
a. <i>Cas de surpression :</i>	30
b. <i>Cas de dépression</i>	30
c. <i>Fatigue de la canalisation</i>	31
2.4. Valeur numérique du coup de bélier :	31
2.4.1. <i>Manœuvres rapides.</i>	31
2.4.2. <i>Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement :</i>	31
2.5. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie	32
2.5.1. <i>Cas d'arrêt brusque de la pompe :</i>	32
2.5.2. <i>Cas de fermeture brusque d'une vanne placée à l'aval d'une conduite :</i>	34
2.6. Description des phénomènes physiques :	34
2.6.1. <i>État d'équilibre d'un système hydraulique :</i>	34
2.6.2. <i>Onde élastique et oscillation en masse :</i>	34
2.6.3. <i>Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions :</i>	34
2.6.4. <i>Types d'ondes :</i>	35
2.6.4.1. <i>Ondes linéaires :</i>	35
2.6.4.2. <i>Ondes non linéaires</i>	35
2.7. Equations de Saint Venant	35
2.7.1. <i>Equation de continuité</i>	35
Récapitulation :	36
-Variation de longueur de l'élément liquide	37
- Variation de la masse volumique de l'élément liquide :	37
-Variation de section de l'élément liquide :	37
2.7.2. <i>Equation dynamique</i>	38

2.7.3. Résolution des équations de Saint Venant :	40
2.7.3.1. Principe de la méthode des caractéristiques :	41
2.7.3.2. Les équations aux caractéristiques	41
2.7.3.3. Interprétation des équations aux caractéristiques	43
2.7.3.4. Les équations d'Allievi	44
2.7.3.5. Interprétation des équations d'Allievi	46
2.8. Conclusion	46

Chapitre-3 - COMPORTEMENT MECANIQUE DES CONDUITES ENTERREES

3.1. Introduction :	47
3.2. Les charges extérieures subies par une conduite de section circulaire enterrée :	47
a- Les sollicitations ne varient pas avec la profondeur de pose telles que :	47
b- Les sollicitations qui dépendent de la profondeur de pose telles que :	47
3.3. Les principaux procédés d'exécution :	48
3.4. Les déformations et tassements relatifs à une conduite enterrée et du sol adjacent :	48
3.5. Le plan d'égal tassement :	49
3.6. Les méthodes de calcul de la poussée extérieure du sol :	49
<i>A. La méthode de Marston</i>	50
<i>A.1. Canalisation en tranchée étroite :</i>	50
<i>A.2. Canalisation en tranchée large ou sous remblai infini en surélévation</i>	51
<i>A.3. Canalisation en remblai posée en dépression</i>	53
<i>B. La méthode Voelimy</i>	54
<i>C. La méthode de Guerrin et Daniel</i>	55
<i>D. La méthode de Wetzork et Kitelle</i>	55
<i>E. La méthode de Christensen</i>	55
<i>F. La méthode de Wolfer</i>	55
<i>G. La méthode de Pruska :</i>	55
3.7. Répartition des pressions autour de tuyau :	56
3.8. La mise en équations de déplacement	57
3.9. Conclusion :	59

Chapitre -4- METHODES D'ANALYSE DU COUP DE BELIER

4.1. Généralité :	60
4.2. Introduction :	61
4.3. Méthode arithmétique :	61
4.4. Méthode des schémas aux différences finies :	62
4.4.1. Schémas explicites :	62
4.4.1.1. Méthode explicite de Lax-Wendroff:	63
4.4.1.2. Schéma de Mac Cormack.	63
4.4.1.3. Schéma de Moretti's Lambda.	64
4.4.1.4. Schéma de Gabutti.	66
4.4.1.5. Stabilité :	66
4.4.2. Schémas implicites :	67

4.4.2.1. Méthode implicite aux différences centrées :	67
4.4.3. Discrétisation des opérateurs différentiels	68
4.5. Méthode des éléments finis :	69
4.6. Méthode des caractéristiques :	69
4.7. Méthode graphique de Schnyder-Bergeron :	70
4.7.1. Principe de la méthode	71
4.7.2. Application à un cas général	74
4.7.3. Prise en compte de la perte de charge	76
4.8. Comparaison critique.	76
4.9. Conclusion :	78

**Chapitre -5-
ÉTUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU COUP DE BELIER
DANS LES CONDUITES EN CHARGE**

5.1. Introduction :	79
5.2. Présentation de la propagation des ondes dans un milieu fluide :	79
5.3. Facteurs influençant la valeur de la célérité des ondes de coup de bélier dans l'eau :	80
5.4. Détermination théorique de l'expression générale de la célérité d'onde de coup de bélier :	80
5.5. Calcul de la célérité d'onde dans les conduites non enterrée :	82
5.5.1 .Tuyaux minces :	83
5.5.2 .Tuyaux épais :	83
5.5.3 .Calcul de la célérité d'onde dans les conduites composites	83
5.5.3 .1. Galerie en rocher brut	84
5.5.3 .2. Galerie en rocher revêtue	84
<i>A. Galerie avec deux revêtements</i>	84
<i>B. Galerie avec un seul revêtement.</i>	85
<i>Revêtement en acier :</i>	85
<i>Revêtement en béton :</i>	85
5.5.3.3. Célérité d'onde dans les conduites en béton armé :	85
<i>méthode de l'épaisseur équivalent :</i>	85
<i>Epaisseur équivalente en béton :</i>	86
<i>Epaisseur équivalente en armature :</i>	86
5.6. Calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées :	86
5.6.1. Hypothèse de la raideur du sol	86
5.6.2. Hypothèse de la charge de la précontrainte	87
5.6.3. L'ancrage longitudinal :	88
5.6.4. Commentaire :	89
5.7. Calcul du coefficient de déformabilité « f »	89
5.7.1 Expressions particulières	90
5.8. Célérité d'onde dans les conduites en polyéthylène	91
5.9. Conclusion :	92

**Chapitre -6-
CHEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER
DANS LE RESEAU RAMIFIE**

6.1. Généralités :	93
6.2. L'interaction des ondes de coups de bélier aux points de singularité :	93
6.2.1. <i>L'interaction de l'onde avec un bout fermé d'une conduite :</i>	93
6.2.2. <i>L'interaction de l'onde à un bout ouvert d'une conduite :</i>	93
6.2.3. <i>L'interaction de l'onde à une jonction de deux tronçons :</i>	94
6.2.4. <i>Discussion sur l'interaction de l'onde à une jonction de deux tronçons</i>	98
6.2.5. <i>L'interaction de l'onde incidente à un point de ramification :</i>	100
6.2.5.1. <i>Cas de nœud avec 2 conduites seulement :</i>	103
6.2.5.2. <i>Cas de nœud avec 3 conduites seulement :</i>	104
6.2.6. <i>Discussion sur L'interaction de l'onde à un point de ramification :</i>	104
6.2.7.1. <i>L'interaction de deux ondes à un point de jonction de deux conduites:</i>	104
6.2.7.2. <i>Étude des cas :</i>	107
6.2.8. <i>Cas général d'interaction des ondes synchronisées à un point de ramification :</i>	107
6.3. Synthés :	111
6.3.1. <i>Cas de conduite simple reliant une pompe à un réservoir :</i>	111
6.3.2. <i>Cas de conduite simple comportant un rétrécissement brusque qui relie une pompe à un réservoir:</i>	113
6.3.3. <i>Cas conduite simple comportant un élargissement brusque qui relie une pompe à un réservoir:</i>	114
6.4. CONCLUSION :	117

**chapitre -7-
COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU
RAMIFIE ENTERRE**

7.1. Introduction :	118
7.2. Mise en équations :	119
7.3. Détermination des pressions maximales dues aux coups de bélier :	119
7.3.1. <i>Etude de la réflexion d'une onde en une bifurcation :</i>	119
7.3.2. <i>Etude de l'amortissement de l'onde de choc le long d'un tronçon :</i>	121
7.3.3. <i>Evolution d'une perturbation provenant de l'amont :</i>	122
7.4. Détermination des pressions dues aux coups de bélier avec pertes de charge :	123
7.4.1. <i>Pour un réseau de rang 2 divergent :</i>	123
7.4.2. <i>pour un réseau de rang 3 divergent :</i>	126
7.5. Données Numériques Et Résultats :	129
7.6. Commentaire	130
7.7. Interprétation et validation :	138
7.8. Conclusion :	139
Conclusion Générale	141

Liste des figures

Chapitre-2-

ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

Figure 2.1: Fermeture lente d'une vanne de sectionnement	32
Figure 2.2 : Les quatre étapes d'un cycle de variation de pression.	33
Figure 2.3 : Forces et contraintes radiales dans un tuyau	35
Figure 2.4 : Déplacement d'un élément liquide.	37
Figure 2.5: Théorème des quantités de mouvement	39
Figure 2.6 : Forces exercées sur une tranche liquide.	40
Figure 2.7 : Déplacement d'une onde dans le plan (X, t).	44
Figure 2.8 Superposition des deux ondes F^+ et f^- se propageant dans la conduite avec la vitesse C	47

Chapitre-3 -

COMPORTEMENT MECANIQUE DES CONDUITES ENTERREES

Figure 3.1 : Tassements relatifs d'un tuyau enterré et du sol adjacent	49
Figure 3.2 : Canalisation en tranchée étroite	51
Figure 3.3 : Canalisation en remblai infini.	52
Figure 3.4 : Un tuyau posé sous remblai en dépression	53
Figure 3.5 : la répartition des pressions autour du tuyau	56
Figure 3.6 la répartition des pressions radiales autour d'un tuyau rigide en béton ($d_e=0,74$ m) suivant les résultats des essais de Chapel Hill	56
Figure 3.7 la répartition des pressions radiales autour d'un tuyau flexible en tôle ondulée ($d_e=0,535$ m) suivant les résultats des essais de Chapel Hill	56
Figure 3.8 : Un cylindre sous l'action des pressions.	57

Chapitre -4-

DIFFERENTES METHODES D'ANALYSE DU COUP DE BELIER

figure 4.1 : schéma de discrétisation du domaine.	64
Figure 4.2 : Caractéristiques positive et négative	65
Figure 4.3 : Représentation des deux ondes F et f	73
Figure 4.4 : Représentation graphique de la solution.	75
Figure 4.5 : conduite horizontale sous coup de bélier.	75
Figure 4.6 : Epure de Bergeron pour un cas général	77
Figure 4.7 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens positif).	77
Figure 4.8: Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens négatif).	77

Chapitre -5-

ÉTUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU COUP DE BELIER DANS LES CONDUITES EN CHARGE

Figure 5.1 : déplacement d'une onde non amorti	80
Figure 5.2: coupe schématique d'une galerie en rocher revêtue	84
Figure 5.3 : les forces appliquées sur les conduites enterrées.	86

Figure 5.4: Une conduite ancrée d'un coté.	90
Figure 5.6 : Une conduite ancrée de deux cotés.	90
Figure 5.7 : Une conduite équipée de joint de dilatation.	90

Chapitre -6- CHEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER DANS LE RESEAU RAMIFIÉ

Figure 6.1 : Présentation de l'onde à une jonction de deux tronçons A et B.	94
Figure 6.3: Variation des rapports d'ondes en fonction des caractéristiques des conduites	98
Figure 6.4 : Présentation de l'onde à un point de ramification	100
Figure 6.5 : Présentation de l'interaction de deux ondes à un point de jonction des deux conduites (A et B).	105
Figure 6.6 collision des deux ondes de même signe	107
Figure 6.7 collision des deux ondes avec deux signes opposés	107
Figure 6.8 Présentation des ondes synchronisées à un point de ramification	107
Figure 6.9 : Présentation de la propagation d'une onde d'une pompe vers un réservoir.	111
Figure 6.10 : Présentation de la propagation de l'onde réfléchie du réservoir vers une pompe.	111
Figure 6.11 : Présentation de la propagation d'une onde de surpression due à la réflexion d'onde au niveau du clapet anti-retour.	112
Figure 6.12 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression due à la réflexion d'onde au niveau du réservoir.	112
Figure 6.13 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression due à la réflexion d'onde au niveau du clapet anti-retour.	113
Figure 6.14 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression dans une conduite télescopique reliant une pompe à un réservoir.	113
Figure 6.15 : Évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et du rétrécissement.	115
Figure 6.16 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression dans une conduite télescopique reliant une pompe à un réservoir.	115
Figure 6.17 : Évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et de l'élargissement.	116

Chapitre -7- COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE ENTERRE

Figure 7.1 : Jonction de n conduites	119
Figure 7.2 : Lignes caractéristiques : lieux des ondes.	120
Figure 7.3 : Jonction de trois conduites.	121
Figure 7.4 : Détermination de la perturbation longue d'un tronçon d'une onde provient de l'amont vers l'aval	123
Figure 7.5 : Réseau d'adductions en refoulement.	124
Figure 7.6. : Réseau ramifié de range 3 d'adductions en refoulement.	126

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre -5- ÉTUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU COUP DE BELIER DANS LES CONDUITES EN CHARGE

Tableau N°5.1 : Récapitulation et comparaison des formules de célérité d'onde **90**

Chapitre -6- CHEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER DANS LE RESEAU RAMIFIÉ

Tableau N°6.1 : Variation des rapports d'ondes en fonction des caractéristiques (α) de la conduite. **98**

Chapitre -7- COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE ENTERRE

Tableau N°7.1 : Caractéristiques du réseau de rang2 de la figure 7.5 **130**

Tableau N°7.2 : Caractéristiques du réseau de rang3 de la figure 7.6 **134**

Liste des symboles

SYMBOLE	INDICATION
a	rayon de la conduite
b	largeur de l'excavation de pose de la conduite au niveau de sa génératrice supérieure
C _i	célérité d'onde de propagation dans le tronçon (i).
D	diamètre de la canalisation
e	épaisseur de canalisation
E	module de Young
e _b	épaisseur du béton
E _m	module de YOUNG du métal
e _m	épaisseur du blindage
E _s , E _c	module de YOUNG du sol et du béton
F	paramètre quelconque
F; f	fonctions quelconques
F _{ex}	forces extérieures
Fr	force de frottement
g	accélération gravitationnelle
h	charge hydraulique
H/b	caractéristique géométrique de la tranchée
He	profondeur du plan d'égal tassement
H _m	charge de coup de bélier de Michaud
K	coefficient regroupant tous les effets des forces de frottement qui se développent le long de la surface de glissement considérée
k _e	module d'élasticité de l'eau
K*	module de compressibilité efficace
kc	coefficient de compactage du remblai, directement lié à la flexibilité de la conduite
kf	coefficient de flexibilité de la conduite
L	longueur de la canalisation
O' _i	onde réfléchie qui revient dans le tronçon « i », c'est à dire dans le sens contraire à celui de l'onde créatrice O _i .
O _i	onde créée par un organe de perturbation placé au niveau de la conduite A
O _j	onde qui sera transmise au tronçon j, en gardant le même sens que l'onde créatrice O _i
P	pression
P _a	charge engendré par la raideur du sol
P _b	charge extérieure des terres de remblai
P _r	charge due au remblai sur la conduite
Q;q	débit
r	rayon moyen de la conduite
ré	coefficient de réflexion
S	section du liquide au régime transitoire.
S _i	section du tronçon i
T	temps de fermeture
tr	coefficient de transmission
U	vitesse d'écoulement
u _{0i}	vitesse dans le tronçon (i) en régime permanent
u _i	vitesse d'écoulement dans le tronçon i
v ₀	vitesse initiale d'écoulement.
X	distance parcourue par le front d'onde
Y ₀	pression statique
y _i	caractéristique du tronçon (i)

α	caractéristique de jonction
β	demi-angle de pose de la conduite
γ	poids volumique du matériau du remblai
δ	coefficient correcteur de la valeur « P_r » tenant compte de fonction de l'inclinaison des parois de la tranchée
$\delta c1$	enfoncement de la conduite dans le sol
$\delta c2$	déformation verticale de la conduite
Δp	charge du coup de bélier
Δp_j	coup de bélier calculé par la formule de <i>Joukowsky</i>
$\delta s1$	tassement du terrain de fondation
$\delta s2$	tassement des terres latérales
ΔV	variation de la vitesse d'écoulement
ε	module d'élasticité du fluide
ζ	déformation du matériau
η	rapport entre les modules d'élasticité du métal et du béton
λ'	rapport du tassement différentiel du prisme intérieur vis-à-vis du remblai sur le terrain naturel au tassement de la colonne de remblai
λ, μ	coefficients de Lamé
μ'	coefficient de frottement des terres de remblai contre les terres en place
ν	coefficient de Poisson
ν	viscosité cinématique du fluide
ρ	coup de bélier caractéristique
ρ	masse volumique du liquide
σ	contrainte normale
σ_a, σ_b	sont respectivement les contraintes dans le béton et dans l'armature
τ	contraint du frottement
ν_m	coefficient de POISSON du métal,
$\nu_s; \nu_m, \nu_c$	coefficients de POISSON du sol, de l'anneau en béton et du métal
φ	angle de frottement interne des terres du remblai
ψ	paramètre sans dimensions qui tient compte la section transversale et le frottement de la conduite de <i>Chaudhry</i>

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le coup de bélier se définit comme un cas spécial du régime d'écoulement transitoire et ses conséquences peuvent même s'avérer néfastes du fait de l'amplitude et/ou sa fréquence (fatigue de la canalisation). C'est pourquoi son importance est extrêmement grande d'où la nécessité d'empêcher son apparition sinon atténuer leurs conséquences.

La modification d'un régime d'écoulement permanent dans un réseau d'eau sous pression (par mise en marche, arrêt d'une pompe, fermeture ou ouverture d'un robinet-vanne..., etc.) produit un changement des paramètres caractérisant l'écoulement (la vitesse et la pression). Ce changement, qui est du à une onde de pression, se propage dans tout le réseau avec une célérité engendrant ainsi des variations de pression pouvant être extrêmement brutales : c'est la propagation d'onde de coup de bélier.

Le coup de bélier peut se manifester par une importante surpression ou dépression. Une surpression vient s'ajouter à la pression initiale régnant dans la conduite. Lorsque la pression devient trop forte et sera supérieure à la pression maximale admissible des conduites, il y a un risque de rupture de canalisation et de déboîtement des joints.

Au contraire, si on a une forte dépression et que des pressions négatives apparaissent, il peut y avoir aspiration des joints, détérioration de l'enduit interne des conduites ou encore rupture de canalisation par implosion même si une conduite est conçue pour résister aux fortes pressions et dépressions.

Le coup de bélier a un autre effet, la fatigue des conduites qui est induite par l'alternance de fortes et de faibles pressions (fréquence d'aller-retour des ondes dans le réseau). Car les tuyaux sont conçus généralement pour résister aux fortes pressions statiques, mais pas aux grandes variations de pression. On n'a pas beaucoup d'études concernant cet effet du coup de bélier, en particulier dans les conduites enterrées, qui subissent, en plus des efforts de pressions internes, des pressions externes non négligeables dans la plus part des cas.

Les effets des coups de bélier ont été constatés il y a longtemps déjà. En effet, le phénomène est fortement étudié depuis la fin du dix-neuvième siècle en essayant toujours de mieux le comprendre pour mieux le maîtriser.

Une présentation des différents travaux qui lui ont été consacrés sera faite dans le premier chapitre de ce document pour mettre en évidence l'évolution de la connaissance du phénomène.

Dans le second chapitre, nous faisons une description du régime transitoire prépondérant et nous présentons quelques méthodes d'analyse de ce dernier.

L'objet du chapitre trois est sur le comportement mécanique des conduites enterrées qui seront de plus en plus utilisées dans la mise en place de canalisations de nos jours.

En ce qui concerne le chapitre quatre, nous présentons quelques méthodes d'analyse du coup de bélier les plus utilisées et les plus répandues dans la réalité.

Le chapitre cinq fera l'objet d'une synthèse d'aperçue bibliographique concernant la détermination de la célérité d'onde du coup de bélier puisqu'il s'agit du paramètre le plus important dans l'étude du coup de bélier.

Pour comparer les résultats et expliquer l'interaction des ondes au niveau des singularités, nous présentons le chapitre six.

Le but de notre travail est de déterminer l'influence du degré de ramification sur la charge maximale résultant et pour mieux dimensionner les anti-béliers afin d'assurer la sécurité du réseau, nous présenterons le septième chapitre du document faisant l'objet d'une analyse du coup de bélier par la méthode des caractéristiques qui permettra de déduire les charges du coup de bélier au niveau des points les plus sensibles dans notre réseau et on essaie de trouver une interprétation du phénomène dans le contexte de protéger le réseau.

Chapitre- 1-

APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre- 1-
APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. Introduction :

Le fonctionnement d'une installation hydraulique, en régime instationnaire ou transitoire, même très exceptionnel, doit toujours attirer l'attention de l'ingénieur concepteur. Ces phénomènes peuvent avoir des conséquences fâcheuses telles que la rupture de canalisations et la détérioration d'appareils traversés par le fluide. Il est donc capital de prévoir et d'étudier ces phénomènes transitoires afin de réduire leurs effets.

Avant aborder l'étude, Nous allons présenter un aperçu bibliographique sur les travaux réalisés antérieurement dans le domaine des écoulements instationnaires et particulièrement le coup de bélier.

1.2. Travaux antérieurs :

Plusieurs travaux antérieurs ont été consacrés sur les écoulements transitoires et plus particulièrement 'au début sur l'étude des propagations des ondes sonores dans l'air, dans l'eau peu profonde, l'écoulement du sang dans les artères. Les premiers travaux ont été entrepris par *Newton* (1687) qui a étudié la propagation des ondes dans les canaux. Par ailleurs ce même auteur a obtenu expérimentalement la vitesse du son dans l'air comme étant égale à 348 m/s. *Whitehurst* (1775) semble avoir été le premier qui a utilisé la méthode du bélier hydraulique, celle ci a été améliorée après par Mr. *Boulton* (1798) et la même méthode a récemment attiré beaucoup d'attention en France sous la dénomination du bélier hydraulique de Mr. *Montgolfier* (1803). C'est *Joseph Michel Montgolfier* (1740-1810) un des frères qui ont construit le premier ballon équipé en 1783. Les frères *Mongolfier* qui sont les premiers, en 1792 ou 1796 suivant les littératures, ayant utilisé ce phénomène en imaginant un système pour élever de l'eau. [11], [12], [61]

En effet, l'onde de choc contre les parois d'une conduite d'eau est d'autant plus violente que la fermeture d'une vanne est rapide. En effet l'eau est incompressible. Ce système a longtemps été utilisé dans les châteaux d'eau pour alimenter les fontaines des jardins ainsi que dans les exploitations agricoles pour l'irrigation ou pour l'eau de consommation. Certains béliers hydrauliques ont fonctionné près d'un siècle, le système est relativement simple et il ne comporte que peu de pièces mécaniques en mouvement, donc il est d'un entretien assez aisé.

Mange (1789) a développé une méthode graphique d'intégration des équations hyperboliques aux dérivées partielles, connues sous le nom de méthode des caractéristiques. Ce travail a été repris par *Young* en procédant à la détermination de la vitesse d'une impulsion transmise par un corps plein ou liquide élastique et ça s'applique également en cas d'un fluide incompressible contenu dans une pipe élastique.[44],[57]

Le problème est alors de déterminer le module d'élasticité apparent à conférer sur le fluide incompressible par l'élasticité des parois de pipe comme dans la terminologie de *Young* (1802) pour découvrir la taille du module à substituer dans la formule de base de *Newton* donnant la célérité (c) .[14],[26]

$$= \frac{h}{\rho} \quad (1.1)$$

Sachant que *Young* a présenté son module la première fois avec la dimension de la hauteur plutôt que la dimension moderne de l'effort.

Chapitre- 1-

La méthode de continuité que *Young* a employée peut être prolongée pour tenir compte des fluides compressibles, en effet c'était la méthode employée par *Korteweg*, *Kries* et *Joukowski* après. [61]

Néanmoins, bien qu'il ait continué pour considérer la réflexion et la collision des vagues, il n'a pas déclaré que la vitesse de particules doit être moins que la vitesse de vague et il n'a pas examiné l'effet d'une contraction dans une pipe.

Mais l'étude du mouvement varié dans les canalisations a donné lieu à de nombreux travaux dont les plus anciens paraissent être ceux du général *Menabrea* (1858) et de *Castigliano* (1874).

Le médecin *Thomas Young* en 1808 a élaboré expérimentalement sa théorie de la propagation des ondes de pression dues aux pulsations cardiaques ; à l'occasion de ces études, il introduisit le célèbre « module de *YOUNG* ». [12],[34]

Dans ce contexte, *Young* (1808), *Wertheim* (1848) et *Michaud* (1878) ont eu une idée sur les premiers phénomènes du coup de bélier (ou bélier hydraulique). En s'inspirant de ces travaux, *Joukowski* (1900, 1904) a édité des résultats des études expérimentales effectuées sur la distribution du circuit de refroidissement à Moscou. [12],[47]

L'étude des coups de bélier dans les conduites d'eau, élargie par *Camichel*, le Comte de *Sparre*, *Râteau* et *Alliévi*, a été reprise par *M. L. Bergeron* (1931) qui a réussi à ramener à des constructions graphiques ingénieuses, les cas les plus complexes des coups de bélier.[34]

Les travaux de *Young* (1808) sont d'importance fondamentale pour l'histoire du coup de bélier en matière du sujet la propagation d'une impulsion par un tube élastique, auquel *Young* a dérivé pour la première fois la nouvelle formule standard pour des vagues d'un fluide incompressible dans un tube élastique. [61]

Dans ce sens, *Thomas Young* a édité un document intitulé « des investigations hydrauliques, subalternes à une conférence prévue de Croonian sur le mouvement du sang ». En ce document, il peut être vu pour être arrivé à la célérité (c) d'une vague de pression propageant dans un liquide incompressible de masse volumique (ρ) contenue dans un tube élastique de diamètre (D), d'épaisseur (e), avec le module de *Young* (E), comme :

$$c = \sqrt{Ee / \rho D} \quad (1.2)$$

E : le module de Young.

ρ : La masse volumique du liquide.

e ; D : épaisseur et diamètre de la conduite.

À cet égard, il est typique que les modules étaient également implicitement dérivés (mais pour les solides élastiques plutôt que des fluides).[12]

Malheureusement son analyse était obscure et la formule réelle n'a pas été explicitement écrite en son papier ainsi que son accomplissement a passé inaperçu jusqu'à ce qu'il ait été redécouvert presque demi-siècle plus tard par les frères *Weber* (1850, 1866).[34],[53].

En 1850, *Ernst-Heinrich Weber* a édité un document sur des expériences avec du flux de sang et il a déclaré que son frère *Wilhelm Weber* avait préparé une théorie concernant la célérité des ondes et cette théorie avait les mêmes résultats que l'équation (1.2) de *Thomas Young*. *Wilhelm* a finalement édité ceci en 1866 et il est allé plus loin que *Young*. Il a combiné les deux relations linéaires de premier ordre pour l'élasticité des parois du tube et de l'accélération de la colonne liquide pour donner une équation d'ondes comprenant la célérité (c) de vague sous la forme :

$$c = \sqrt{R / (2K\rho)} \quad (1.3)$$

Chapitre- 1-

Où son module élastique a été défini par $K = dr/dp$, qui dans la notation moderne $K = r^2/(Ee)$ (r est le rayon de la conduite) , pour les pipes circulaires et par conséquent c est l'équation (1.2).[12]

Dans les premiers travaux, *Rankine* (1851) avait trouvé que la vitesse de vague de la vibration est presque longitudinale et il a déjà noté la similitude des vibrations dans les solides et les liquides.[12]

Korteweg (1878) a défini les formules de c pour le fluide contenu dans des conduites cylindriques et a trouvé la valeur appropriée pour K^* dans le coup de bélier :

$$c = \sqrt{K^*/\rho} \tag{1.4}$$

Avec :

$$K^* = K/[1 + (\beta/\alpha)]$$

K est le module de compressibilité du fluide. [12]

En reprenant les travaux des frères *Weber, Marey* (1858, 1875-1880) s'est intéressé à un certain nombre d'études dans ce domaine, y compris une série complète d'expériences dans des tubes flexibles. [12]

Resal a retrouvé indépendamment le résultat de *Young* et de *Wilhelm Weber* et semble avoir été le premier pour l'écrire explicitement sous sa forme moderne familière que (1.1). Contemporain, *Moens* avait modifié l'équation (1.3) de *Weber* avec un facteur dont la valeur moyenne était proche de 1 et finalement *Korteweg* (1878) a dérivé le résultat complet comprenant l'élasticité du liquide (1.4). [12]

Weber (1866) étudia l'écoulement incompressible dans une conduite élastique et détermina la vitesse de propagation des ondes de pression. De plus, il développa l'équation de continuité et l'équation dynamique qui décrivent le mouvement unidirectionnel. [12]

Saint-Venant (1867) a donné un traitement clair, rigoureux et complet de la collision longitudinale de deux barres pleines. C'est un analogue au coup de bélier sans friction. Il a dérivé pour une barre de section transversale A :

$$F = \sigma A = -EA\varepsilon, v = c\varepsilon \quad \text{et} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v}{c} \tag{1.5}$$

Où V : la vitesse de déformation et ε : la déformation longitudinale. [12]

σ : la contrainte développée dans une barre pleine.

Dans l'ancien document, *Saint-Venant* (1870, 1883) a donné un point d'honneur à *Babin* et pour la première dérivation claire de c , bien que la formule elle-même retourne à *Newton, Euler* et *Lagrange*. La vitesse du son correspondante dans les liquides est :[53],[12]

$$c = \sqrt{K^* / \rho} \quad K^* = K/[1 + (\beta/\alpha)] \tag{1.6}$$

Michaud (1878), étudia le problème du coup de bélier proprement dit. Il proposa déjà des chambres à air et des vannes de sécurité.[61]

L'équation fondamentale dans la théorie de coup de bélier reliant les changements de pression, ΔP , aux changements de vitesse, ΔV , selon *Joukowski* est :[12][61]

$$\Delta P = \rho c \Delta V \tag{1.7}$$

La relation (1.7) est généralement connue comme l'équation de *Joukowski*, mais elle est désignée parfois sous le nom d'équation de *Joukowski-Frizell* ou d'*Allievi*. Son premier rapport explicite dans le cadre de coup de bélier est habituellement attribué à *Joukowski* (1898). *Frizell* (1898) a également trouvé l'équation (1.7), mais sa contribution a été critiquée et pas acceptée par ses contemporains américains. *Frizell* devrait rassurer concernant la validité de ses résultats.[61]

La dérivation et la validation de l'équation de *Joukowsky* ont été éditées par *Joukowsky* (1898) dans une étude complète des vagues de pression dans des conduites d'approvisionnement en eau. La même équation avait été dérivée et précédemment validée par *Kries* (1883) avec des expériences dans des tuyaux en caoutchouc remplis d'eau dans une étude de l'impulsion. Indépendamment, *Frizell* (1898) et *Allievi* (1902) ont dérivé l'équation de *Joukowsky* dans des études théoriques pures.[11],[12],[61]

C'est *Rankine* (1870) qui avait déjà trouvé l'équation dans un contexte plus général avant *Kries* et *Joukowsky* , a commencé son document en écrivant « L'objet de la présente recherche est de déterminer les relations qui doivent exister entre les lois de l'élasticité de n'importe quelle substance, si gazeuse, liquide ou solide, et celles de la propagation des ondes de perturbation longitudinale finie dans cette substance. ». Il se rendait entièrement compte de l'analogie entre les vagues en fluides et les solides.[11],[12],[61]

Saint-Venant (1867) a dérivé trois équations qui se combinent dans l'équation de *Joukowsky* appliquée aux solides.

En 1883, *Johannes Von Kries* a édité la théorie de coup de bélier dans une étude de flux de sang dans les artères. Il a dérivé la formule de *Joukowsky* avant *Joukowsky* (1898) et *Frizell* (1898). Il a considéré que le frottement superficiel dans l'écoulement laminaire est instable. La théorie a été confirmée par des résultats expérimentaux obtenus dans des tuyaux en caoutchouc. En 1892, il a édité le premier manuel décrivant le coup de bélier classique qui présente des formules pour la célérité d'onde et l'atténuation dépendant de la fréquence en raison du frottement superficiel, et dans ce sens c'est la première contribution de nos jours au sujet du frottement instable. .[11],[12],[61]

Joukowsky (1897) a réalisé des expériences exhaustives sur des conduites d'eau potable, en publiant ses travaux en 1898. Il a déterminé la modification de la pression (ΔP) dans un fluide intervenant à la suite d'une modification de la vitesse Δv :

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot \Delta v \quad (1.8)$$

. À l'aide de la formule de *Joukowsky*, il est possible de procéder à des estimations simples par le calcul. .[11],[12]

L'analogie avec les ondes longitudinales dans les barres solides n'a pas été notée par les premiers investigateurs du coup de bélier. *Young* (1807) a déjà trouvé l'équivalent de l'équation (1.8) dans une barre solide (la pression étant remplacée par l'effort axial). .[11],[12]

Dans leurs jours, l'événement rapide du coup de bélier était difficile de capturer. *Joukowsky* l'a mesuré dans de longues conduites en acier avec des grandes vitesses d'onde alors que *Kries* a fait les mesures dans des tuyaux en caoutchouc courts avec de petites vitesses d'onde. Les deux systèmes ont des temps relativement longs de L/c . [11]

La première publication de *Kries* sur l'hémodynamique a paru en 1878. Il a décrit et a théorisé la mesure de manomètre de la tension artérielle moyenne où son document mémorable a vu le jour en 1883. [11]

Deux documents en 1887 (a,b) ont présenté une amélioration des techniques existantes pour mesurer l'impulsion dans les corps humains. Les variations de flux ont été directement liées aux variations de pression par l'intermédiaire de l'équation (1.8), déjà dérivée en 1883. De cette façon, *Kries* a obtenu l'enregistrement photographique de l'impulsion, qu'il a appelé des TACHOGRAMS. [11]

Chapitre- 1-

Un troisième document en 1887 (c) a identifié le fait que dans l'écoulement laminaire de conduite, la vitesse maximale est deux fois la vitesse moyenne. Pour vérifier ce résultat théorique, *Kries* a effectué les essais précis avec de l'eau et avec du lait. L'expérience a comporté la mesure de la longueur et du volume, mais pas du temps. L'issue était d'importance en estimant des temps de circulation de sang dans les systèmes artériels. [11]

Tous ses travaux précédents sur le flux de sang ont été incorporés dans son livre (1892).

Sa dernière contribution éditée sur l'impulsion humaine est datée en 1911. Le document comporte quatre sections et une introduction.

Dans l'introduction *Kries* décrit l'état de la connaissance de l'impulsion en 1883. Les données beaucoup expérimentales existent, mais un fond théorique approprié est absent. Il se rend compte des travaux précédents par *Young* (1808), *Weber* (1866), *Resal* (1876), *Korteweg* (1878), et d'autres, mais il estime que toutes ces études ne sont pas d'intérêt important aux physiologistes parce qu'elles se concentrent juste sur un aspect : une valeur théorique pour la vitesse de propagation des ondes. [11]

Kries veut dépasser cela. Il a mentionné l'équivalence du fluide incompressible dans un tube élastique (impulsion) et du fluide compressible dans un tube rigide (coup de bélier). Son modèle unidimensionnel pour la propagation des ondes linéaires peut décrire tous les deux. [11]

La première partie de la section I présente la théorie de base du coup de bélier comprenant la formule de *Joukowski*. *Kries* fait les bonnes suppositions : pression uniforme dans la direction radiale, vitesses moyennes, contraintes entourant les parois proportionnelles à la pression, influence négligeable des limites convectrices et vitesse de propagation des ondes de *Moens-Korteweg*. L'équation de continuité et l'équation du mouvement sont combinées dans l'équation d'ondes de second ordre, qui a une solution à ondes progressives d'*Alembert* pour la pression et la vitesse. La dérivation de la relation de pression-vitesse (1.7) suit alors des principes de base. *Kries* a déclaré qu'un analogue de cette relation a été déjà connu mais non validé dans la théorie d'ondes sonores. [11]

La deuxième partie de la section I décrit la validation expérimentale. La valeur de la vitesse d'onde c , a été estimée à partir des élévations de pression mesurées par le temps de réflexion pour trois débits différents. Les résultats obtenus sont presque les mêmes en utilisant la formule (1.7). *Kries* a considéré que la vitesse d'excitation périodique d'un tube infiniment long. [11]

La première partie de la section II développe la théorie pour le coup de bélier avec le frottement linéaire. La limite de frottement, supplémentaire à l'équation du mouvement, est prise proportionnelle à la vitesse d'écoulement. *Kries* a mentionné que la constante de la proportionnalité, η , dépend des propriétés du liquide et du diamètre du tube, mais il n'a pas spécifié sa valeur pour l'écoulement laminaire donné par *Hagen* (1839) et *Poiseuille* (1840). [11]

On note qu'en 1883, *Gromeka* a modélisé la même limite de frottement, de ce fait ces équations plus avancées sont devenues trop difficiles à résoudre.

Kries finit avec l'équation du télégraphiste, qu'il a soumis à une analyse harmonique. Pour de petites limites de frottement, il dérive des valeurs constantes pour l'atténuation d'onde et de la vitesse de phase. La limite de frottement cause de petites différences dans la phase et l'amplitude entre la vitesse et la pression. Ces différences ne sont pas constantes, mais liées à

Chapitre- 1-

la fréquence. Changée, en raison du frottement, l'amplitude de la pression dans la solution harmonique est employée pour prévoir la ligne piézométrique. [11]

Après une certaine manipulation, la ligne piézométrique à la valve a été estimée à partir de la relation suivante :

$$\frac{\dot{e}}{\dot{e}} \approx \frac{1}{4} \quad (1.9)$$

Selon la théorie de Hagen-Poiseuille le constant η est donné comme suite $\eta = 8\nu/R^2$ (ν : est la viscosité cinématique du fluide et r est le rayon du tube). [11]

Cependant, les auteurs ne sont pas entièrement convaincus par la formule (1.9) de *Kries*. Une meilleure explication, en terme de gradient de pression initial, et plus d'exemples sont donnés dans son livre (1892). [11]

On note que *Joukowsky* (1898, section 11) a également identifié que la ligne piézométrique est la conséquence d'un premier gradient de pression équilibré et il a expliqué ceci bien en terme de pression initiale croissante par étapes. *Joukowsky* (1898) a observé la ligne piézométrique dans les conduites en acier et il a proposé une formule semblable à l'équation (1.9). [11],[61]

La deuxième partie de la section II concerne la première observation de la ligne piézométrique et la vérification de l'équation (1.9). Il a donné le résultat d'une expérience dans un tube étroit. *Kries* a mesuré les valeurs de la pression dans des tubes avec un frottement suffisant, et il a calculé à partir de l'équation (1.9) les résultats jugés très proches. La section III discute l'impulsion de pression et le flux de sang dans l'aorte. [11],[61]

Kries a déclaré que le frottement est sans importance dans l'aorte. Le cœur battant induit les changements de vitesse d'écoulement qui se rapportent directement à l'impulsion de pression par l'équation (1.7). [11],[61]

Il a considéré également l'étirage longitudinal de la paroi de l'aorte et a expliqué la possibilité d'une élévation secondaire de pression en raison du mouvement axial de la fermeture de valve (cœur). C'est l'un des premiers exemples de l'interaction de fluide-structure. *Kries* conclut avec la remarque que des réflexions et beaucoup d'autres effets secondaires existent dans le système vasculaire pour lequel le fond théorique est absent.

Théoriquement, des vagues reflétées peuvent être distinguées dans un signal si la pression et la vitesse sont mesurées au même endroit. Sachant qu'une mesure simultanée n'a pas pu être faite avec une fiabilité suffisante en 1883. [11]

Kries a discuté l'évidence possible de la vibration de la paroi dans des mesures de pression. D'abord, il a considéré la vibration d'un cercle où les parois restent circulaires.

La vibration de cercle change la taille de la section et cause ainsi l'écoulement axial et la propagation des ondes axiales dans le fluide et les parois. En second lieu, il a considéré que la vibration de la paroi change la forme de la section, mais préserve sa taille. L'interaction axiale est moindre dans ce cas-ci et les périodes fondamentales sont plus grandes. [11]

Moens (1878) a produit l'enregistrement de pression du point médian qui est typique pour le coup de bélier dans un tube simple. [11]

En négligeant les effets de la compressibilité liquide et de l'élasticité des parois de conduite, *Michaud*(1878) a étudié des configurations successivement brusques et partielles de fermeture. En outre, des trous d'air et leur optimum endroit ont été fournis en expliquant les effets de l'élasticité et de la compressibilité H_M : maximum d'augmentation de pression donné par :

$$= \frac{2}{\dots} \quad (1.10)$$

u : vitesse avant la fermeture brusque, L : longueur de pipe du réservoir à l'orifice, g : accélération gravitationnelle et T : temps de fermeture. [61]

Chapitre- 1-

En principe les caractéristiques de vague de l'écoulement instable ont été négligées. Celles-ci ont été correctement modélées en 1902 par *Lorenzo Allievi* (1856-1941). [61]

Lorenzo Allievi, dans un mémoire magistral, donna la solution définitive du problème de coup de bélier dans les tuyauteries. Le mémoire en question a été publié en décembre 1901 dans les annales de la société des Ingénieurs et Architectes Italiens. [61]

En 1902, *Allievi* publia sa théorie générale sur les coups de bélier. Il présenta des diagrammes permettant de déterminer facilement les extrêmes de pression suite à une ouverture ou fermeture linéaire de l'obturateur. *Allievi* est considéré comme étant le fondateur de la théorie du coup de bélier.[34]

Wood (1970) et *Allievi* (1902), ont ignoré les accomplissements faits par *Frizell* et *Joukowski* ainsi que l'équation qu'ils ont trouvée (1).[11]

Allievi en 1913 et *Quik* en 1927 ont publié des abaques permettant de déterminer les surpressions produites dans une conduite par la fermeture d'un clapet.

Plusieurs auteurs ont repris les résultats fondamentaux obtenus par *Allievi* et ont étudié l'application aux problèmes particuliers posés par les conditions usuelles de la pratique courante (conduites forcées, conduites de refoulement, etc....).

Au cours de cette période (1903-1913), *Lorenzo Allievi* était un investigateur actif arrivant aux mêmes résultats que *Joukowski* : écoulement transitoire de pipe sans frottement, section uniforme, paroi homogène et distribution uniforme de la vitesse du fluide. *Allievi* a développé les équations d'ondes résolues par la méthode générale proposée par *Riemann* et *Alembert*. [47]

Albert Strickler (1887-1963) passait en revue la première fois dans l'Approche généralisée du coup de bélier écrite par *Allievi* et publiée en 1913.[61]

Strickler (1914a, 1914b) a conduit des expériences sur le coup de bélier. Une pipe en acier de 70m de long a été soumise à la variation linéaire de la section de sortie et les résultats ont bien rivalisé avec les prévisions d'*Allievi*. L'effet coup de bélier caractéristique soi-disant :

$$\rho = cv_0 / (2gy_0) \quad (1.11)$$

c : la vitesse de propagation d'onde, v_0 : vitesse d'écoulement et y_0 : pression statique. Les effets du frottement et des pertes additionnelles ont été donnés pour être insignifiants pour des applications techniques. [61]

Witzig a également présenté un modèle unidimensionnel de propagation des ondes avec la dispersion axiale visqueuse qu'il a comparé à un modèle de *Kries* (1892) .[11]

Les coups de bélier dans les conduites ont donné lieu à des recherches théoriques de *M.Allievi*, *Boussinesq*, *Joukovsky*, *Rateau*, de *Sparre* etc. Mais il existe encore peu d'étude expérimentale de ce phénomène. Une note de *C.Camichel* au cours de son travail en collaboration avec *M.Eydoux* était présentée en (1915) où il avait l'occasion de faire diverses expériences préliminaires.

M.Rateau a étudié les oscillations dans le cas d'une poche d'air et a étendu les résultats obtenus à n poches d'air. On suppose alors que la conduite se subdivise en tronçons limités par les poches d'air ; chaque tronçon ayant dans toute sa longueur une vitesse déterminée.

Chapitre- 1-

D. Eydoux (1917) a publié une étude sur les mouvements de l'eau et les coups de bélier dans les cheminées d'équilibre ; sur divers systèmes hydrauliques. Il a étudié les mouvements de l'eau et les coups de bélier dans les cheminées d'équilibre, travail auquel il a fait directement suite aux études de coups de bélier dans les conduites forcées. Ça a conduit à aborder sommairement l'étude de diverses surpressions qu'il a constaté dans les canalisations d'eau sous pression pour la distribution d'énergie aujourd'hui si employées dans les usines, en particulier pour le forgeage et les diverses industries de guerre.

Allievi (1925) a prolongé les résultats de *Joukowski* aux cas de la fermeture non instantanée de valve, c'est-à-dire, des temps plus grands que la période de pipe pour prévoir les variations de la pression le long de la pipe et non seulement sur la valve. [47]

Schnyder (1932) a décrit la méthode de *Schnyder-Bergeron* en utilisant un traitement généralisé de coup de bélier pour des états de frontières arbitraires. Les conditions de frontières ont été graphiquement définies et il a déterminé les distributions de pression et de vitesse le long de la canalisation. La méthode s'applique pour les deux canalisations des diamètres constants et variables. [34]

De 1928 à 1933, *Louis Bergeron* et *Schnyder* ont mis au point une méthode graphique pour l'étude du coup de bélier dans les systèmes en charge quelconques. Le principe de la méthode avait été donné par *Kreitner* et *Lowy* (1928). *Jaeger* (1956) et *Angus* (1935-1938) ont contribué à l'amélioration de cette méthode graphique. [42]

Saint-Venant a également utilisé une méthode graphique avant celles de *Schnyder* (1932) -*Bergeron* (1935). [61]

Schnyder en 1929, inclut les caractéristiques complètes de pompes dans son calcul de coup de bélier. [61]

Bergeron (1931) généralisa la méthode graphique pour déterminer les conditions d'écoulement dans des sections quelconques d'une conduite forcée et *Schnyder* fut le premier qui, en 1932, inclut les effets de frottement dans le calcul. [61]

Jaeger (1933) a présenté une thèse éditée dans un papier récapitulatif. Une généralisation de l'approche d'*Allievi* a semblé importante pour un réseau de canalisation relié à un réservoir d'air. *Jaeger* a conclu que les oscillations de coup de bélier et de masse peuvent s'ajouter entre eux et il en résulte des grandes crêtes de pression comparées à une simple superposition des oscillations. [61]

Jaeger (1935) a déclaré que *Schnyder* a présenté une méthode de calcul pour des pipes avec un diamètre variable. Il a spéculé que *Bergeron* ne se rendait pas compte de cette généralisation mais sa contribution au problème était principalement une inclusion des pertes principales. *Jaeger* a également proposé que des procédures du coup de bélier de prévision devraient être présentées dans une approche généralisée y compris ses propres méthodes, les méthodes graphiques de *Schnyder-Bergeron* et les méthodes analytiques d'*Allievi*. Il a attiré l'attention sur le fait que toutes les courbes possibles de coup de bélier n'avaient pas été encore déterminées bien que les milliers observations aient été disponibles. [61]

Le papier de *Schnyder* (1935) s'est référé en particulier au coup de bélier dans des bifurcations de pipe supplémentaires aux réservoirs anti-bélier. Son approche de base a été prolongée à cette application significative. *Bergeron* a été cité pour la première fois, mais

Schnyder a déclaré que *Bergeron* a suivi sa propre approche pour expliquer des effets de friction. [61]

Schnyder (1936a) a édité un document en français. Il a pu démontrer que l'approche de *Bergeron* néglige l'effet de la vitesse sur le coup de bélier. [61]

Une introduction à la théorie analytique de coup de bélier de *Jaeger* a été conçue en 1937. Sachant que la plupart des machines ont appliqué la méthode graphique de *Schnyder-Bergeron* bien que la méthode analytique ait eu des avantages en définissant les courbes de coup de bélier pour les canalisations complexes et elle est basée sur les équations de conservation pour la masse et le moment. [61]

La solution de ce système linéaire des équations différentielles partielles est connue depuis *Riemann*. Les solutions dépendent exclusivement des conditions initiales et de frontière. Ainsi La pression est égale à la somme de pressions statique et dynamique. [61]

Une contribution importante aux problèmes est également présentée par *Angus* (1937), à laquelle *Bergeron* et *Schnyder* sont soumis à des discussions et *Jaeger* a présenté la notion de la méthode de *Schnyder-Bergeron*. [61]

Wood (1938) a présenté le calcul opérationnel et une solution pour une pipe avec la fermeture instantanée de valve.[47]

La méthode analytique présentée par *Allievi* et généralisée par *Jaeger* a succédé, jusqu'aujourd'hui. La première contribution à la théorie de résonance en anglais a été fournie par *Jaeger* en 1939, ce dernier a prolongé ses considérations aux systèmes des canalisations. [61]

Schnyder (1944) a également examiné la relation entre le coup de bélier et la dynamique des gaz pour des petites vitesses relatives. Les équations sont identiques même pour des grandes vitesses dans un écoulement continu, des équations peuvent être exprimées sous une forme généralisée. [61]

Cependant, pour les écoulements discontinus, ce phénomène est régi par les équations de dynamique des gaz de *Hugoniot*.

Rich (1945) a proposé l'utilisation de la transformation de *Laplace*. Avec l'avancement de la technologie, le calcul par les méthodes numériques est apparu. La première modélisation du coup du bélier est faite par *Harding* (1966). [47]

Paul Bergeron(1949) a présenté un document traitant la complexité des phénomènes du coup de bélier sur les installations de pompage et a essayé de classer des solutions générales pour y remédier.[49]

Bergeron (1950) a proposé la méthode graphique pour d'autres phénomènes physiques telles que des vagues sur les lignes électriques.[61]

Depuis les années trente, plusieurs ouvrages ont été consacrés aux coups de bélier, notamment par *Jaeger* (1949), *Rich* (1951) *Streeter* et *Wylie* (1967), *Fox* (1977) et *Chaudry* (1987). Ce dernier ouvrage expose particulièrement les méthodes à solutions numériques.[34]

Bergeron (1950 ; 1961) est probablement le premier ayant appliqué une autre manière : la théorie de coup de bélier à la vibration axiale des barres pleines.[11]

La méthode des caractéristiques est une technique particulièrement appropriée pour la solution des équations différentielles partielles hyperboliques (*Abbott*, 1966). [34]

Gray (1953, 1954), *Ezekial* et *Paynter* (1957) ont trouvé qu'il est utile d'utiliser cette technique. [47]

Chapitre- 1-

Timoshenko (1953) a donné un résumé ordonné du travail de *Young* exprimé en terminologie moderne. Il a noté que la contrainte dans les liquides contenus dans des tubes égale à P/K^* , où K^* est le module de compressibilité efficace représentant les compressibilités du liquide et de la paroi du tube.[11],[12],

Concernant l'influence de la viscoélasticité de la paroi sur les phénomènes classiques du coup de bélier, les premières études semblent être celles de *Tison* en 1958, qui avait remarqué l'influence de la déformation retardée de la conduite sur l'écoulement transitoire associé à l'ouverture d'une vanne.

De manière plus approfondie, *Rieutord* et *Blanchard* ont développé une formule classique concernant les écoulements instationnaires en conduites viscoélastiques. Ultérieurement, des vérifications expérimentales ont été conduites par *Güney* et al.[2]

L'avènement du calcul numérique vers la moitié de ce siècle a déroulé de nouvelles perspectives. Une procédure numérique s'appuyant sur la méthode des caractéristiques a été élaborée par les contributions de *Parmakian* (1963), de *Wylie* et de *Streeter* (1967). Cette procédure n'a pas cessé d'être élargie et consolidée pour rendre compte des divers phénomènes qui accompagnent le passage des ondes de coup de bélier dans les tuyauteries *Youngdahl* et *Kot* (1975 – 1980).[27]

En Europe, *Fox* (1968), *Evangelisti* (1969) et *Swaffield* (1970) étaient les précurseurs de l'utilisation de la méthode des caractéristiques qui s'est installée comme technique standard pour l'analyse des écoulements transitoire. [47]

Quelle que soit la méthode employée, le problème du calcul des phénomènes transitoires devient vite compliqué dans les réseaux maillés ou ramifiés comportant de très nombreux tronçons. Il est alors nécessaire de faire appel aux calculateurs électroniques. Pour cette raison *R.Chappey*(1967) a proposé un calcul de coups de bélier par des calculateurs électroniques. Un programme simple permet d'économiser les mémoires et les heures de fonctionnement de la machine. C'est pour ces raisons et après plusieurs études, ils sont orientés vers l'emploi de la méthode de *Bergeron* pour réaliser avec I.B.M. un programme de calcul des phénomènes transitoires principalement axé sur les réseaux maillés de distribution d'eau et les réseaux ramifiés utilisés en irrigation. [50]

La théorie des caractéristiques, dont la méthode graphique de *Bergeron* est une élégante illustration, permet de résoudre la majorité des problèmes d'écoulements transitoires. *Bergeron* lui même a donné une magnifique démonstration en traitant des cas très complexes finissant intervenir la cavitation, le réservoir d'air, les cheminées d'équilibre et les machines hydrauliques fonctionnant en sens normal ou à contre-courant. Mais le résultat obtenu est alors particulier et présenté sous forme discrète. À l'opposé, *C.Thirrot*(1967) a envisagé d'utiliser des approximations pour obtenir sous forme analytique une réponse approchée générale. Suivant cette idée il a essayé d'étudier la propagation d'une onde de choc dans une conduite relativement longue.

Zeilke (1968) a proposé une formulation rapportant l'effort du cisaillement de la paroi du tube dans l'écoulement laminaire transitoire avec une vitesse moyenne instantanée et les changements de vitesse d'équilibre. [30]

Kinno (1968) a montré l'effet de l'inertie de pompe. Des soupapes de sécurité de vide peuvent également être juridiquement utilisées pour alléger des pressions négatives provoquées par le coup de bélier mais l'utilisation aveugle peut augmenter des pressions de

Chapitre- 1-

choc (*Stephenson* 1997). En raison du grand nombre de variables impliquées, il n'est pas facile de généraliser les résultats de telle analyses et l'analyse doit entreprendre un certain nombre de laborieux traitements avant de réaliser une conception satisfaisante.[44]

Edwards et O'Brien (1970) ont utilisé des tubes à choc en rompant un diaphragme ou en éclatant le disque pour simuler la purge dans un réacteur de puissance refroidi à l'eau.[6]

Cheeseman (1970) a discuté l'effet des coupures rapides de pression qui sont rapidement réduites par le frottement. Les coupures principales de pression ayant une préoccupation de la ligne opérateur sont celles qui résultent de la compression et la décompression du gaz dans la canalisation. Il existait plusieurs études expérimentales sur ces coupures plus lentes malgré qu'elles se produisent en raison des fluctuations de la demande.[6]

Stoner (1970) a déterminé la vitesse de propagation d'onde de la vague de compression provoquée par une fermeture rapide de la valve en aval dans une pipe de gaz de diamètre de 0.31 m. Il a alors enregistré les valeurs de pression en amont et en aval de la pipe quand les valves aux deux extrémités de la pipe simultanément ont été rapidement fermées.[6] *Sens et al* (1970) étudiaient les effets d'ouvrir rapidement une valve en aval pour simuler une coupure accidentelle de canalisation. Ils ont constaté qu'à une distance de 6 kilomètres de la mise en air libre par l'ouverture rapide de la soupape de décharge, cette ouverture a eu le même effet qu'en rompant un disque d'éclatement.[6]

Pour évaluer le comportement élastique de la paroi de pipe pendant l'écoulement transitoire, *Hemmat H. Safwat*(1972) a mesuré le stratus dans les parois de canalisation pendant des états transitoires résultant de la fermeture d'une valve sur une canalisation horizontale. Les contraintes mesurées ont été employées ainsi que des mesures transitoires de pression. Les conditions utilisées généralement dans la dérivation de l'équation de la continuité pour des applications de coup de bélier sont étudiées en raison des résultats de mesure.[31]

Issa et Spalding (1972) ont obtenu un meilleur accord entre leur analyse théorique et les données expérimentales du tube à choc bien qu'ils n'ont pas comparé les variations théoriques et expérimentales de la vitesse de propagation d'onde au rapport de pression. Ils ont assumé que le fluide de fonctionnement est un gaz parfait dans l'analyse théorique, mais les effets de transfert de chaleur et de friction étaient inclus.[6]

Rachford et Dupont (1974) ont employé une conduite de diamètre de 0.59 m de gazoduc de 53 kilomètres de long et ont imposé des variations de flux soudaines à l'extrémité d'admission, des variations plus lentes à la sortie sont observées, puis ils ont comparé la pression calculée et les observations enregistrées.[6]

Trikha (1975) a utilisé les modèles de *Zeilke* simplifiés avec des relations exponentielles pour la simulation du frottement lié à la fréquence. [30]

Yong W. Shin et William L.Chen (1975) ont décrit la méthode des caractéristiques pour calculer des problèmes de coup de bélier dans les réseaux complexes. La formulation est basée sur l'équation *Navier-Stokes* unidimensionnelle qui comporte la limite visqueuse exprimée comme le frottement de la paroi des conduites. [63]

En 1975, *R. Mc. George et L.F. Swec, Jr* ont évalué des variations de pression et d'impulsion résultant de l'opération de valve et la détermination de la réponse dynamique de la tuyauterie induite par un chargement transitoire et les caractéristiques des conditions

Chapitre- 1-

transitoires existant juste après l'ouverture et la fermeture de valve comme produites aux usines nucléaire. [52]

Afin d'étudier le mécanisme hémodynamique de l'hémorragie cérébrale, *Traian Damsa Eстера Appel* et *Vasile Cristidis* (1976) ont essayé de démontrer l'analogie entre le rendement des vaisseaux sanguins et celui des pipes sous pression, cette hémorragie cérébrale est due au changement rapide de pression comme étudié dans le coup de bélier.[60]

Benjamin R. Strong, Jr. Ronald J. Baschiere (1978) ont présenté une technique générale pour les charges du coup de bélier et le calcul de rupture de vapeur pour l'analyse dynamique des systèmes de canalisations nucléaires.

La technique permet à modeler les effets du frottement distribué biphasé, la condensation, l'équipement thermique et mécanique environnant.

Ils ont présenté une nouvelle forme de l'équation qui incorpore l'accélération des liquides, cette équation est générée par un ordinateur par l'inclusion d'une intégrale de la géométrie nommée le secteur équivalent de force (FEA). Les valeurs de FEA permettent l'accouplement des programmes thermo-hydrauliques souples. Des applications typiques de la méthode pour simuler des problèmes de rupture sont présentées et les résultats sont comparés aux techniques existantes.[19]

Weimann (1978) a imposé des écoulements passagers de l'offre et de la demande de quatre canalisations de transmission de gaz de raffinerie de 78km de long, et a comparé les variations de pression mesurées à celles prévues de son analyse isotherme. [6]

En 1978, *Groves* et al ont édité quelques résultats lesquels sont obtenus pour des coupures de pression en gaz. *Groves* et al ont essayé de simuler une rupture de gazoduc et de décrire la vague de décompression liée à une telle rupture et les résultats obtenus ont illustré la variation de la vitesse d'onde de décomposition en rapport avec la pression. Des anomalies entre les résultats expérimentaux et théoriques ont été expliquées. [6]

Ying et Shah (1978) ont étudié le coup de bélier de vapeur dans le système principal de champ pétrolier. Ils ont imposé des conditions passagères dans le réseau en fermant rapidement les soupapes d'arrêt de turbine.[6]

Rieutord et Blanchard (1979) ont utilisé la méthode des caractéristiques (MOC) basée sur l'arrangement numérique et la mise en application comprenant le frottement superficiel instable et le comportement viscoélastique du pipe-mur. L'incorporation des contraintes retardées dans le modèle mathématique présente une atténuation significative dans les résultats qui sont conformes aux observations de *Covas* et autres (2004, 2005). [20]

En 1979, *Freidoon Barez, Werner Goldsmith* et *J. L. Sackman* ont fait une recherche expérimentale sur la propagation des impulsions, dans des tubes remplis de fluide, produite par un impact longitudinal pour corréliser des vitesses de vague et des formes d'impulsion dans le tube et le fluide avec des prévisions théoriques correspondantes.

Pour cela, trois tubes composés d'aluminium et acrylique à parois épaisses et minces et trois fluides, l'eau distillée, la glycérine et un fluide isolant électrique ont été utilisés.

L'excellente correspondance a été trouvée entre le tube mesuré et les vitesses de vague de fluide et les prévisions de la théorie simplifiée de *Skalak* de coup de bélier et aucune différence significative n'a été trouvée dans des vitesses de vague ou des formes d'impulsion si le fluide était stationnaire ou coulant.[29]

M.Meunier (1980) dans son livre « le coup de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pressions ». Dans la première optique, il a exposé au premier chapitre un point de vue

Chapitre- 1-

qualitatif concernant les phénomènes des coups de bélier et de l'oscillation en masse et l'influence de l'air et/ou la cavitation. Dans le chapitre 2, les équations des mouvements transitoires qui servent de base aux méthodes d'étude. Ces dernières sont développés au chapitre 3 (méthodes numériques, graphiques et informatique) dont les résultats sont comparés à des enregistrements. Au chapitre 4, il a étudié le paramètre de base du coup de bélier, sa célérité de propagation (conduite élastique, fluide monophasique) et la difficulté de détermination de la célérité d'onde dans les conduites enterrées. Il a présenté des courbes expérimentales illustrant le pourcentage d'augmentation de la célérité dans les tuyaux enterrés. Cependant Meunier annonce cette courbe avec une grande réserve indiquant que plusieurs méthodes expérimentales permettent la quantification de la célérité d'onde de coup de bélier mais que ces techniques donnent des résultats différents.

Dans la deuxième optique il a présenté au chapitre 5 comment abordé d'un point de vue globale la protection d'un réseau et comment déterminer par la méthode de la valeur majorante les manœuvre dangereuse et les points faibles du réseau, la transformation des ondes de coup de bélier à des singularités (la réflexion d'onde à un bout ouvert, un bout fermé et à un nœud), et la traversée de ces ondes de (surpresseur en ligne, limiteur de débit). Le chapitre 6 fait l'inventaire systématique des manœuvres génératrices de coups de bélier et des moyens de protection existant et pour chacun d'entre eux, indique comment calculer les dimensions adéquates de protection.[41]

Bien que la méthode des caractéristiques ait été privilégiée pour évaluer des effets de coup de bélier alors qu'il y a des occasions où les procédures de différence-finie peuvent être plus appropriées et pour cela *José L. Sánchez Bribiesca* (1981) a proposé une méthode simple qui est aussi rapide que la méthode des caractéristiques et en plus, elle peut prendre facilement en considération plus des facteurs impliqués que ceux considérés habituellement par le procédé classique. Comme dans le cas de la méthode des caractéristiques, il n'est pas nécessaire de résoudre un système des équations linéaires à chaque étape de calcul, mais il n'est pas facile de reproduire les équations (les procédures de différence-finie) en tous les cas et jusqu'ici le procédé a été prouvé d'une manière satisfaisante juste pour des problèmes classiques.[38]

Récemment (1983), *Mekebel et Loraud* ont étudié les écoulements transitoires et les pressions dans un diamètre de 0.22 m, le long de canalisation de transmission de gaz de 19.345 kilomètres sous pressions inférieure de 20 bars. Ils ont conclu que le transfert de chaleur était une inclusion nécessaire dans l'analyse théorique, ceci contredit les acceptations communes de l'écoulement isotherme ou adiabatique.[6]

Les données néerlandaises et expérimentales du système de transport de *Gasunie* ont été employées par *Van Deem J. K. et Reintsema, S. R.* (1983) pour valider un modèle théorique.[6]

Pour améliorer l'arrangement de l'interaction de vague avec les diverses propriétés géométriques et paramétriques de la pipe et du gaz, *D.E. Winterbone et J.R. Nichols*(1985) ont utilisé les images isométriques simples afin de décrire l'application des infographies à la solution des équations d'ondes.[25]

L'outil de calcul - le code Bélier - mis au point par *J.F. Calendray et al* (1986) a permis le calcul des pressions et des débits dans tous les points d'un réseau d'adductions qui peut comprendre des turbines Francis et Pelton, des vannes, des cheminées d'équilibre, etc. [33]

Lors de sa publication en 1986, *A. Carron* s'est basé sur des essais de mise en eau de l'adduction d'eau de Trincomalee au Sri Lanka. La société du canal de Provence qui avait

Chapitre- 1-

défini le dispositif de protection anti-bélier a donc été amenée à établir un diagnostic et à préconiser le remède. Après une analyse, grâce au modèle numérique *Cebel* (logiciel d'analyse des régimes transitoire dans les réseaux sous-pression.) et après des mesures sur modèle réduit du coefficient de perte de charge du clapet percé, il est apparu que la cause des pressions excessives constatées résidait dans un perçage du battant non conforme aux spécifications initiales. [3]

Beaucoup de chercheurs ont entrepris des études de pression transitoire sur différents sous-systèmes hydrauliques, en utilisant les codes informatiques ayant des propriétés industrielles. *Stoop et autres* (1986) ont présenté un code informatique thermodynamique pour le calcul des coupures dans les canalisations. Ils ont tenu compte de la géométrie de pipe, des propriétés du liquide et de leur interaction avec le transfert de chaleur à partir du fluide au paroi de pipe. [23]

Yuanching Chou et Peter Griffith (1990) ont étudié expérimentalement et analytiquement le coup de bélier dû à l'effondrement de bulle de vapeur quand l'eau coulant vers le haut verticalement ou coulant vers le bas et nominalement horizontale.[64]

Hemmat H. Safwat et al (1990) ont donné les dimensions de base des connaissances qui sont nécessaires pour effectuer un diagnostic susceptible de coup de bélier applicables aux analyses d'un réacteur à eau sous pression et aux systèmes d'ébullition de centre nucléaire.[32]

Cependant, l'analyse de n'importe quel système de canalisation complexe avec des calculs parallèles dans chaque branche de pipe, l'interaction à chaque jonction et la modélisation des pompes ont été signalées en tant que travaux de futurs. *Chyr Pyng Liao* (1991) a étudié la pression maximale issue de la vitesse de fermeture de valve et a présenté les résultats en tant que graphique sans dimensions.[24]

Gibson et Levitt (1991) ont employé une simulation sur ordinateur d'écoulement liquide dans des pipes. La simulation s'est avérée pour être conforme aux données éditées de coup de bélier pour un système de pipe simple se composant d'un grand réservoir d'air sous pression d'admission de l'eau à la température ambiante relié à un réservoir de sortie à la pression atmosphérique par une pipe de cuivre appropriée. La pression a été mesurée juste d'amont d'un robinet à tournant sphérique descendant.[8]

Quelques études ont traité le coup de bélier dans des pipes avec des changements de diamètre. *Logar* (1991) a étudié le coup de bélier résultant d'un robinet d'isolement à une usine principale. Il a observé que l'élévation initiale de pression de coup de bélier dans une pipe a été suivie d'une nouvelle élévation extrême de pression double de la grandeur sur la fermeture rapide d'un petit écoulement. L'amplification s'est avérée due aux réflexions partielles aux étapes de diamètre et aux réflexions totales au réservoir à l'extrémité ascendante de la pipe. Des suggestions ont été offertes pour la réduction de coup de bélier. [8]

Des dispositifs de commande du coup de bélier peuvent être utilisés pour réduire l'effet du coup de bélier. Quelques études ont discuté la simulation du coup de bélier en présence de tels dispositifs. *Jvarsheishvili et Namgaladze* (1991) ont traité le problème du coup de bélier dans une canalisation principale équipée d'un dispositif de sécurité contre la pression. Une transformation de *Fourier* en sinus a été employée pour réaliser la solution sous forme de série infinie et rapidement convergente. Ils ont considéré des cas avec deux soupapes de sûreté ou plus installées dans une canalisation ou une fermeture de vanne glissante selon une certaine loi. Les auteurs ont conclu que leur méthode de calcul était

avantageuse en raison du temps plus court exigé pour le procédé que pour les solutions numériques des équations d'origine.[8]

Rehymer (1993) et *Thorley* (1989) ont analysé les clapets anti-retour dans des conditions passagères et ont désigné des lignes guidant pour choisir le type de clapet anti-retour pour une application spécifique. Dans le domaine des turbines Francis régies les coupures de pression effectuent la stabilité du gouverneur et limitent la qualité du règlement de vitesse. [24]

Clifton (1987) a étudié le modèle incompressible pour le calcul de telles coupures dans le système de conduite d'eau.[24]

En 1993, des phénomènes de coup de bélier provoqués par une fermeture rapide de valve dans un écoulement pétillant biphasé d'un composant ont été étudiés expérimentalement par *Terushige Fujii* et *Koji Akagawa*. Les expériences ont été entreprises dans un tube horizontal avec l'utilisation de l'éthanol et l'eau comme fluide de fonctionnement. En particulier, l'écoulement en deux temps est caractérisé par l'existence d'un affaiblissement exponentiel de pression juste après l'élévation initiale de pression. Ce phénomène est étroitement lié au transfert de masse d'interface.[58]

Felipe Bastos et al (1994) ont modélisé la déformation dynamique des fluides et des parois des conduites par la théorie classique du coup de bélier, tandis que le comportement mécanique des parois des conduites est décrit par une variable interne de la théorie constitutive. Le système non linéaire en résultant des équations hyperboliques est résolu au moyen d'une technique numérique basée sur la méthode de *Glimm*. [28]

La fermeture brutale d'une vanne sur un circuit provoque un coup de bélier d'intensité égale à ρcV . Le produit de l'impédance acoustique de la ligne ρc ($1.5 \cdot 10^6$ pour l'eau) par la vitesse d'écoulement avant fermeture, V . Cette mise en dépression peut être suffisamment importante pour provoquer, à l'aval de la vanne, une vaporisation du liquide. Le choc en retour de la colonne de liquide peut alors engendrer des dégâts et des bruits considérables. Stopper un écoulement à 1 m/s conduit à abaisser brutalement la pression locale d'environ 15 bars ! Il arrive que ce phénomène soit auto entretenu, comme par exemple dans certaines tuyauteries d'eau domestique qui peuvent être mises en vibration de manière spectaculaire et particulièrement bruyante. Comme a présenté *Yves Lecoffre* (1994), dans le Spécial congrès Surveillance 5.[65]

A. Khamlichi, L. Jezequel et F. Tephany (1995) ont proposé une méthode d'analyse basée sur l'analogie existant entre les coupures de coup de bélier et les vagues longitudinales dans une tige. Ces deux problèmes sont semblables en nature. Il sera alors possible de résoudre le premier en le substituant par un deuxième problème équivalent qui est plus commode, une fois l'analogie a été établie.[6]

B.Bahrar et al (1997) ont modélisé le phénomène de coup de bélier avec prise en compte du comportement réel de la conduite élastique et des déformations de flexion et de cisaillement de la conduite, ainsi que les termes d'inertie radiale et longitudinale sont présentés. Les relations de base obtenues sont résolues à partir de la transformation de *Laplace-Carson* et de développements analytiques au voisinage des fronts d'onde ou de diffusion. [14]

Comme le travail de *Tison* (1958), *Bahrar* et al ont présenté une étude examinant la théorie classique dans sa formulation élémentaire avec ou sans prise en compte de la déformation longitudinale et il l'a comparé avec les résultats de la mesure menés par *Güney*.

Chapitre- 1-

Ensuite à titre d'extension à ce type de conduite, l'étude menée récemment par *Bahrar* et al. (1998) consiste à examiner le comportement réel d'une telle paroi avec prise en compte non seulement de son caractère viscoélastique mais également de son inertie, sa rotation des sections et ses déformations de flexion et de cisaillement.

Un nombre considérable de bâtiments résidentiels utilise les pipes en plastique dans le réseau de tuyauterie. Le coup de bélier dans de tels réseaux peut être analysé de la même manière avec des pipes en métal sauf que la vitesse d'onde (c) dans des pipes en plastique est inférieure. [15]

Mitosek et *Roszkowski* (1998) ont discuté les problèmes de l'écoulement transitoire dans des pipes en plastique. Ils ont analysé des vitesses de vague de pression, des cavitations et l'influence de l'évacuation de l'air. Des expériences ont été entreprises sur les pipes en plastique fabriquées généralement de pvc, PEMD et PEHD. Ils ont constaté que les vitesses de vague mesurées dans des pipes de polyéthylène étaient beaucoup plus hautes que prévues par la formule de *Zukovski*. Les pipes de polyéthylène moyen et haute densité ont montré une résistance plus élevée aux changements soudains de la pression. La rigidité accrue a permis une pression maximale plus élevée mais se peut également être une source de cavitation locale pendant de grandes diminutions de pression. Les essais ont prouvé que la variation de la pression due au coup de bélier a une nature de vague. Des changements caractéristiques de pression avec de la période du coup de bélier ont été établis.[8]

L'étude classique des phénomènes du coup de bélier en conduite est habituellement menée dans l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire de la paroi. Or l'utilisation de plus en plus fréquente de conduites en matériaux plastiques (P.V.C., polyéthylène,...) amène à examiner l'influence du comportement viscoélastique particulier de ce type de matériaux sur les écoulements transitoires en conduite.

Dans ce domaine, les premières études semblent être celles de *Tison* en 1958, qui avait remarqué l'influence de la déformation retardée de la conduite sur l'écoulement transitoire associé à l'ouverture d'une vanne. De manière plus approfondie, *Rieutord* et *Blanchard* (1972,1973) ont développé le formalisme classique concernant les écoulements instationnaires en conduites viscoélastiques. Ultérieurement, des vérifications expérimentales ont été conduites par *Güney* et al. (1977,1979).[20]

Plus tôt, un code informatique a été développé par les auteurs *Eswaran* et *Kameswara Rao*, (1991) suivant la méthode des caractéristiques (MOC) pour les réseaux complexes avec un liquide compressible. [23]

En un autre document *Kameswara Rao* et *Eswaran*, 1993, la méthode adoptée dans le cas d'un réseau de canalisation complexe (liquide compressible) a été expliquée, où le technique tandem pour la solution de tels problèmes a été présentée et démontrée en utilisant une étude de cas.[24]

En 1998, *B. Bahrar*, *E. Rieutord* et *R. Morel* ont présenté une étude, à titre d'extension à ce type de conduite de l'étude menée récemment en conduite élastique par *Bahrar* et al. (1996), ils ont examiné le comportement réel d'une telle paroi avec prise en compte non seulement de son caractère viscoélastique mais également de son inertie, de la rotation des sections ainsi que des déformations de flexion et de cisaillement.[14]

Pour déterminer l'importance de la fréquence des pressions déclenchées par des forces des coups de bélier dans les canalisations et estimer les efforts et les niveaux de vibration dans les réseaux causés par différents événements prévus ou accidentels, *C.V.kameswara Rao*, *K.*

Chapitre- 1-

Eswaran (1999) ont étudié ces coupures dans les systèmes d'écoulement du liquide incompressible et ont développé un programme informatique. Ce programme incorpore largement la méthode des caractéristiques pour le calcul de la charge et de la vitesse dépendant du temps à un point quelconque dans une canalisation complexe sur le début de n'importe quel événement tel que l'échec de pompe, la réduction de charge sur une turbine, etc. [24]

La modélisation du coup de bélier est très sensible au frottement de pipe. *Pezzinga* (2000) a évalué des résistances dans l'écoulement transitoire au moyen d'un modèle instable unidimensionnel de frottement. Le modèle a été appliqué au coup de bélier dans une canalisation simple d'écoulement gravitaire et dans une canalisation pompée simple. Le rendement du modèle a été comparé aux résultats expérimentaux pour une pipe en acier galvanisée. Il a constaté que le modèle ne prévoit pas la forme exacte de l'oscillation mais il donne les minimums et les maximums de l'oscillation de pression avec la bonne précision, si les valeurs correctes des paramètres sont employées dans le modèle.[8]

Anderson (2000) note que *Rankine* (1870) avait déjà trouvé l'équation (1) dans un contexte plus général que le coup de bélier. *Kries* (1883) a également mentionne l'existence de la relation (1) dans la théorie d'ondes de chocs, sans référence particulière, mais en même temps il a déclaré qu'elle n'avait pas été validée par des expériences, la chose qu'il devra faire.[11]

Vitkovsky et autres (2000) ont proposé un changement dans le modèle de frottement instable qui produit plus d'atténuation et une légère variation positive dans l'oscillation de pression de phase.[30]

R.J.Hammersley, G.T.Elicson et R.E.Henry (2000) ont présenté un article décrivant une comparaison entre les expériences de fermeture du clapet anti-retour, le code informatique TREMOLO et les calculs manuels. Cette comparaison concerne la séparation et l'action de rejoindre la colonne d'eau dans un réseau de canalisation simulé. Le code TREMOLO a été employé pour caractériser les conditions thermo hydrauliques dans la tuyauterie d'eau. [51]

Quelques auteurs ont indiqué l'influence de la perturbation fermante sur la coupure de vague de pression, toutefois les fonctions de fermeture qui ont été incluses dans les travaux successifs dans les modèles du coup de bélier sont limitées à l'instantané, la fermeture linéale et sinusoïdale (*Hager*, 2001).[47]

Pour présenter l'effet de la charge externe exercée par le sol sur la célérité de la propagation de la vague du coup de bélier dans le cas des pipes enterrées, *B.Salah* et al (2001) ont proposé une modélisation du comportement mécanique de la pipe afin de définir la déformabilité de la section de pipe. L'étude est effectuée sur les pipes simples et les pipes à parois multiples. [17]

Covas et autres (2002b) et *Pezzinga* (2002b) ont présenté les résultats d'étude actuelle expérimentale et théorique pour une pipe en PEHD qui permettent l'analyse du comportement élastique linéaire et viscoélastique de *Kelvin-Voigt* du matériel de pipe. [30]

Pezzinga (2002b) a comparé les deux modèles unidimensionnels et les modèles des flues quasi-2D. Les résultats numériques ont prouvé le meilleur modèle viscoélastique décrivant la montée subite atténuant dans des pipes en plastique. Le modèle élastique estime en juste proportion les oscillations maximum et minimum et la différence entre 1D et le 2D n'était pas significative. [30]

En 2002, *Ricardo A. Prado et Axel E. Larreteguy* ont présenté un modèle des contraintes transitoires pour résoudre les problèmes de coup de bélier dans les écoulements laminaires en tuyaux. Le modèle est basé sur le développement polynomial des profils radiaux des vitesses axiales et la résolution du système d'équations obtenue par la méthode des caractéristiques. Cette approche par comparaison avec le modèle quasi-stationnaire habituel permet une meilleure représentation de la contrainte pariétale. [54]

Le présent modèle peut être inclus, moyennant des modifications mineures, dans tout code existant résolvant les problèmes de coup de bélier par la méthode des caractéristiques avec le modèle quasi-stationnaire. Les tests du nouveau modèle sont faits sur les résultats expérimentaux de *Holmboe et Rouleau* et sur les modèles mathématiques et les simulations numériques d'autres auteurs *Vardy A.E et Hwang K.L* (1991). [26]

Les caractéristiques de valve données par des fabricants sont habituellement mesurées aux états d'écoulement équilibré. À l'opposé, pour déterminer les caractéristiques dynamiques, *A. Dudlik et al* (2003) ont employé un banc d'essai qui se compose de deux canalisations de DN 50 et de DN 100 avec une longueur approximative de 230 m. Les résultats des expériences exécutées de coup de bélier avec les valves rapides de fermeture et d'ouverture seront comparés aux calculs des logiciels commerciaux tels que MONA et FLOWMASTER2.[4]

En 2003, afin de montrer l'effet du sol sur le coup de bélier, *B.Salah, A. Kettab et F Massouh* ont utilisé la méthode des caractéristiques appliquée à un réseau simple, ramifié de rang 2, divergent, libre, enterré et en refoulement. Ils ont étudié des conduites de différents matériaux libres et enterrés dans un sol de caractéristiques connues.[16]

Helena Ramos et al (2004) ont analysé l'atténuation du coup de bélier dans les systèmes simples des conduites produit par un changement rapide des états d'écoulement. Les équations adimensionnelles d'écoulement pressurisées en régime transitoire ont été développées en présentant l'avantage principal d'être indépendantes des caractéristiques du système. Ils ont utilisé le coefficient de résistance dans des régimes turbulents avec deux nouveaux affaiblissements, coefficients empiriques, qui affectent des paramètres d'accélération locale et convective et la vitesse d'onde élastique qui correspond à la capacité de stockage de la déformation liquide de compressibilité et de pipe :

$$c = \frac{K}{\rho[1 + (K/E)\psi]} \quad (1.12)$$

ψ = paramètre sans dimensions qui tient compte la section transversale et le frottement de la conduite de *Chaudhry* (1987), *Wylie et Streeter* (1993). [30]

L'importance, la validité et l'approximation numérique de la limite de frottement de *Darcy-Weisbach* dans les équations classiques de coup de bélier ont été considérées par de nombreux chercheurs *Vardy.A.E* (1980), *Wylie.E.B.*(1983), *Vardy.A.E et Fan.D* (1987). Pour cela, *D.J.Leslie et A.S.Tijsseling* ont étudié l'évolution de coefficient de frottement en fonction de l'intensité du coup de bélier. Ils ont présenté une approche analytique basée sur la méthode des caractéristiques. [30]

De petites et de grandes perturbations de coup de bélier sont considérées en tant que cas spéciaux. L'équation prolongée de *Joukowsky* donne une formule simple pour l'usage pratique. Pour ceux ayant fait une analyse équilibrée mais ne voulant pas faire une analyse complète de coup de bélier, il leur a proposé une prolongation utile à l'équation de *Joukowsky*, qui tient compte de l'influence du frottement quasi-stationnaire de *Darcy-Weisbach*. Les formules de *Joukowsky* sont multipliées avec le facteur d'atténuation de sorte qu'on obtient :

$$\Delta p(x) = \pm \rho c (\Delta v) \frac{e^{-\frac{x}{2v}}}{1 - e^{-\frac{x}{2v}}} \quad (1.13)$$

X : est la distance parcourue par le front d'onde.[21],[2][55]

La formule théorique fournit un critère pour évaluer l'importance du frottement. Elle peut être employée pour des prévisions simples de propagation des ondes dans de longues conduites dans les systèmes avec des vitesses d'écoulement élevées et dans des écoulements fortement visqueux

Covas et autres (2004,2005) ont présenté un modèle pour traiter les effets dynamiques de la viscoélasticité de pipe-mur dans le coup de bélier. Le modèle a inclus une limite additionnelle dans l'équation de continuité pour décrire la déformation radiale retardée de mur qui a été basée sur une fonction de fluage adaptée aux données expérimentales. Les équations de gouvernement ont été résolues par l'utilisation MOC, un modèle que le comportement viscoélastique de mur inclus pourrait prévoir plus exactement des pressions.[21]

Covas et autres (2005) ont présenté un nouveau modèle mathématique développé pour calculer les régimes transitoires hydrauliques des systèmes de conduites pressurisées en polyéthylène (PE). Ce modèle hydraulique (nommé HTS) intègre des termes additionnels pour simuler la friction pendant le régime transitoire et l'effet de la viscoélasticité de la conduite. Les résultats numériques obtenus ont été comparés avec la solution classique du coup de bélier et avec les résultats expérimentaux collectés à partir d'un système de conduites simples en PE construit à l'Imperial College.[5]

Il n'y a pas beaucoup de littérature au sujet de coup de bélier dans des réseaux de basse pression. Cependant, le problème de coup de bélier en général a été discuté dans la littérature. Le coup de bélier peut être évalué en utilisant l'expérimentation ou la simulation théorique. *Szymkiewicz* et *Mitosek* (2005) ont comparé une solution théorique de coup de bélier suivant une méthode modifiée d'éléments finis aux résultats expérimentaux pour un système de canalisation simple. [8]

Bien souvent, ce qui intéresse le praticien, c'est la valeur maximale de la pression dont dépend la contrainte maximale supportée par la conduite (*Roberson* et al. (1995)). Ce maximum de pression accompagne souvent le front d'onde provoqué par une manœuvre brusque.

Bien que très rapide, comparé aux méthodes traditionnelles, le traitement numérique est tout de même coûteux. Il y a donc intérêt à éviter la multiplication des expériences numériques par une étude simplifiée. Dans cette perspective, en 2005 *Abdelwaheb Jalil*, *Ezzeddine Hadj-Taïebl* et *Claude Thirriot* ont développé une méthode à fondement analytique, déduite de la théorie des caractéristiques avec prise en compte des pertes de charge pour l'étude du fonctionnement transitoire, qui permet de suivre avec précision l'évolution de la surpression en front d'onde. Cette dernière permet de définir quelles sont les circonstances à étudier de manière plus détaillée et les solutions à proposer pour assurer la sécurité de fonctionnement du réseau et l'influence des supprimeurs sur l'évolution des ondes de coup de bélier dans les réseaux ramifiés.[46]

Algirdas et al (2005) ont présenté des simulations du phénomène du coup de bélier en utilisant le code RELAP5. Une comparaison entre RELAP5, CWHTF et AEKI et des mesures sur des valeurs transitoires après une ouverture rapide de valve générant l'aspect du coup de bélier induit par une condensation. Un coup de bélier fort semblable à celui observé dans l'expérience du moyen d'AEKI n'a pas été obtenu en simulation RELAP5. Les résultats de

cette analyse ont prouvé que le code RELAP5 ne pourrait pas capturer le phénomène de condensation.[9]

En se basant sur les travaux antérieurs, une nouvelle solution d'écoulement transitoire a été développée par *P.C. Jennings* et al (2005) avec la combinaison de plusieurs vieilles idées pour de nouvelles solutions exactes liées au problème du coup de bélier. Des excitations compliquées sont facilement adaptées. [46]

Un autre phénomène d'importance pratique est la séparation de la colonne. Ceci affecte fortement les élévations et les baisses de pression. La séparation de colonne a été le sujet de beaucoup de recherche conduite dans le monde entier. Un examen étendu du sujet a été exécuté par *Bergant* et autres (2006) . Ils ont observé le phénomène et ses aspects physiques ont été expliqués pour la première fois par *Joukowski* en 1898. Après celui, de divers modèles basés sur la prévision graphique du coup de bélier avec la séparation de colonne où certains basés sur MOC ont été développés, jusqu'à ce qu'un modèle - appelé DVCM, et utile pour l'exécution d'ordinateur - ait été présenté. Une analyse complète de séparation de colonne est compliquée mais le DVCM peut fournir des prévisions favorables de ce phénomène (1999, 2006). La méthode de DVCM est basée sur la considération des cavités, tandis que les cavités sont remplies de la vapeur seulement, de ce fait n'importe quel contenu de gaz est ignoré.[5]

La découverte par *A.Bergant, A. R. Simpson, A. S. Tijsseling* en 2006 du phénomène de coup de bélier avec la séparation de colonne à la fin du 19ème siècle et l'identification de son danger dans les années 30, l'élaboration des méthodes numériques dans les années 60 et les années 70, jusqu'aux modèles standards utilisés dans les logiciels commerciaux à la fin du 20ème siècle, ainsi l'aperçu complet des essais en laboratoire et des mesures sur le terrain ont donné l'importance de la recherche sur une revue historique de coup de bélier .[1]

En 2006, *Jean-Marie Seynhaeve* et *Michel Giot* ont publié leur développement du code de calcul WAHA dans le projet WAHA Loads dans le cadre du 5ème Programme Européen. Le but principal du code WAHA est de prévoir divers mécanismes de coup de bélier mono ou diphasique dans les systèmes de conduites. Le code WAHA peut simuler des transitoires thermo-hydrauliques dans un modèle unidimensionnel à deux-fluides et calculer les efforts hydrauliques sur un système de conduites dans un coup de bélier diphasique.[35]

A.S. Tijsseling (2007) a présenté un modèle mathématique unidimensionnel qui décrit le comportement des canalisations remplies de liquide à parois épaisses avec un rapport plus petit que deux fois de rayon/épaisseur. Le modèle est basé sur des théories conventionnelles du coup de bélier. L'interaction de fluide-structure est tenue compte également. [13]

A.Bergant et al(2008) ont étudié les paramètres qui peuvent affecter l'atténuation, la forme et la synchronisation d'onde de coup de bélier.(*Bergant et Tijsseling* 2001). En deux parties :

Le premier comporte les nouvelles sources qui peuvent affecter la forme d'onde et qui sont prévues par le coup de bélier classique, la théorie qui inclue le comportement viscoélastique du matériel, du colmatage et de la fuite de paroi de conduite en plus de l'interaction instable discutée préalablement (frottement, cavitation et interaction fluide-structure). Ces anomalies sont fondées sur les mêmes hypothèses de base utilisées dans la dérivation des équations de coup de bélier pour l'écoulement instable. Ils ont présenté les outils mathématiques additionnels à ceux dans le document des auteurs en 2001 pour la modélisation améliorée du frottement instable, du comportement viscoélastique du matériel des parois des conduites, du colmatage et de la fuite.

Chapitre- 1-

La méthode des caractéristiques et la transformation des équations classiques de coup de bélier donnent le procédé standard de solution du coup de bélier. Le modèle instable basé sur la convolution de frottement est explicitement incorporé à la grille décalée de la méthode des caractéristiques.

Le comportement viscoélastique du matériel des parois des conduites est décrit par un modèle généralisé de *Kelvin-Voigt*. Une limite retardée de contrainte des parois des conduites est ajoutée à l'équation de continuité. Encore, la méthode des caractéristiques et la transformation augmentent le système des équations à employer.

Le colmatage et la fuite sont modélés comme extrémité ou état de frontière intérieure dans la grille de caractéristiques.

La deuxième partie présente un certain nombre de nouvelles études de cas montrant comment la pression affecte ces paramètres et laquelle tracée dans un système simple de réservoir-canalisation-valve. Chaque étude de cas est comparée aux résultats obtenus par le modèle standard de coup de bélier basé sur l'effet de chacun des paramètres dans l'étude de cas, les conclusions sont faites au sujet du comportement transitoire de vrais systèmes.[21]

La réponse retardée des matériaux viscoélastiques est généralement décrite par une convolution intégrale *Brinson, H.F., Brinson, L.C. (2008). Wineman, A.S., Rajagopal, K.R. (2000)* et ainsi le frottement instable. En conséquence, leur traitement mathématique est semblable. *Bergant et autres (2008)*, dans une recherche numérique sur la combinaison du frottement et de la viscoélasticité instables, ont remarqué que les solutions viscoélastiques obtenues sans frottement instable fournissent des prévisions favorables pour l'atténuation observée dans les expériences. De cette vue, le frottement instable est ignoré dans leur étude. Les références (*Bergant A. et al 2008*) n'ont pas considéré la combinaison de la viscoélasticité et la séparation de colonne.[5]

Diverses études de cas comprenant le coup de bélier dans une pipe viscoélastique sans séparation de colonne comme donné par *Covas et autres (2005), Bergant et autres (2007)* et *Soares et autres (2009)*. Dans ce dernier, *Soares et autres* ont étudié deux méthodes comprenant DVCM et DGCM pour une canalisation de PVC et ont comparé chacun aux résultats expérimentaux. La conclusion finale était que l'application de DVCM pour l'estimation des pressions dans de pipes viscoélastiques et le DGCM est plus précise.[5]

La recherche relative dans ce domaine par *Soares et autres (2008)* a donné un algorithme général pour inclure la viscoélasticité et le frottement instable dans le procédé conventionnel de solution de MOC. [5]

En (2008), le coup de bélier dans les bâtiments résidentiels qui dépendent des réservoirs de stockage surélevés pour l'approvisionnement en eau est étudié par *Abdulrahman M. Al-Khomairi*. Des expériences ont été effectuées par l'utilisation de trois bâtiments résidentiels différents. [8]

En 2009 *Algirdas Kaliatka et al* ont présenté une analyse de l'essai expérimental du coup de bélier réalisé à l'institut de Fraunhofer UMSICHT en utilisant le code RELAP5, Mod3.3 (hydraulique thermique). L'étude du modèle de sensibilité a été réalisée en employant la méthode d'essai de sensibilité d'amplitude (FAST) de Fourier. La méthode rapide vise à déterminer les paramètres d'entrée les plus importants qui sont les contributeurs importants à l'incertitude du rendement du modèle.[10]

Les inclusions de gaz emprisonnées peuvent poser des problèmes opérationnels graves dans les systèmes de canalisation. La sévérité des coupures en résultant dépend de la taille et de la position du trou d'air emprisonné. Les simulations numériques présentées par les auteurs

Chapitre- 1-

ont indiqué qu'un battement est possible pour se développer quand un trou d'air est de taille moyenne. À ce sujet, *A. Bergant et al (2009)* ont étudié la cavitation et les problèmes dynamiques dans les machines hydrauliques, et ont présenté le phénomène de battement en détail, théoriquement et expérimentalement. Ils ont considéré des trous d'air emprisonnés et incorporés comme des conditions de frontière et ils ont trouvé deux solutions numériques distinctes : (1) (MOC) et (2) la méthode de solution par le principe de conservation (CSS). Les deux modèles incorporent un modèle basé sur convolution instable de frottement. Des investigations expérimentales sur des phénomènes de battement ont été effectuées à l'université par l'appareil de laboratoire *d'Adelaide* (système de réservoir-conduite-valve).[21]

C. Bourdarias, M. Ersoy et S. Gerbi. (2009) ont présenté un plan numérique cinétique pour les calculs des écoulements en charge dans la conduite d'eau fermée avec les sections non uniformes. Ils ont obtenu l'interprétation cinétique de ce système et ils ont établi le plan cinétique correspondant. La validation pour finir est effectuée dans le cas d'un coup de bélier dans une conduite uniforme. Ils ont comparé les résultats numériques fournis par un code industriel utilisé à EDF-CIH (France), qui résout les équations *d'Allievi* par la méthode des caractéristiques, avec ceux de l'arrangement cinétique. Pour valider les cas d'adjudication ou en expansion, ils ont comparé la technique présentée à la méthode équivalente de conduite dans le cas d'un écoulement arrêté immédiatement qui a une forme de cône quasi-sans frottement.[22]

Jean François Lapray a préparé en 2009 une note ayant pour but d'explicitier et d'analyser l'épure de fonctionnement schématique d'un bélier établi par *P.Guiton* et de la confronter au modèle, aux analyses numériques et formulations publiés sur le site de *Mr. R. Petit* relatif au bélier hydraulique. Le but recherché est de disposer d'un outil plus visuel en utilisant la méthode dite de caractéristique (droites d'onde) mise au point par *L.Bergeron*, et décrite dans un ouvrage fondateur de référence.

P. Thevenet (2009), a étudié le coup de bélier dans les réservoirs d'aéronefs provoqué par l'impact d'une balle de petit calibre. Dans un premier temps, les phénomènes physiques sont appréhendés par la voie expérimentale sur des structures simplifiées remplies d'eau. Dans un second temps, le coup de bélier est traité par la simulation numérique avec le code de calcul Radioss permettant le couplage fluide – structure.[48]

Jing-Yang Yu, et al(2010) ont présenté le modèle d'opération de valve qui est formulé comme problème transitoire inverse. Un ensemble d'équations non linéaires est résolu pour des conditions de pression comprenant la pression maximale de coup de bélier qui est moins que la portance de canalisation et la pression minimale qui est plus grande que la pression de vapeur saturée. Une méthode en deux étapes de solution est développée pour résoudre le problème. Le résultat obtenu montre que la méthode d'optimisation de fermeture en deux étapes de valve est efficace à assurer la sûreté d'opération du système de transmission d'eau.[37]

Li Jinping et al (2010) ont utilisé les équations de *Navier-Stokes*, en tenant compte l'élasticité de l'eau, l'algorithme numérique de série SIMPLE pour l'eau faiblement compressible et la flexibilité de canalisation. Alors, la méthode de simulation peut être vérifiée en comparant des essais sur maquette de réseau de canalisation simple composé de système ayant un grand réservoir avec une pression constante située à une extrémité et à l'autre extrémité une valve de fermeture rapide.[40]

C. Bourdarias et S. Gerbi (2010) ont présenté la modélisation des écoulements d'eau mélangés instables dans des canaux ouverts et dans des conduites, le but est de présenter une

méthode cinétique numérique pour les calculs des écoulements en charge dans des conduites d'eau. [22]

La validation est effectuée dans le cas d'un coup de bélier dans une conduite uniforme. ils ont comparé les résultats numériques fournis par un code industriel utilisé à EDF-CIH (France) qui résout l'équation *d'Allievi* par la méthode des caractéristiques, à ceux de la méthode cinétique. Il s'avère qu'ils sont dans une très bonne concordance

Alireza Keramat, Arris S. Tijsseling et Ahmad Ahmadi (2010) ont présenté une étude sur le coup de bélier dans des conduites viscoélastiques quand la pression du liquide chute à la pression de vapeur. Deux concepts importants comprenant la séparation de colonne et les effets des contraintes retardées dans la paroi de la conduite ont été étudiés séparément dans les travaux récents, un modèle qui est capable d'analyser la séparation de colonne dans des pipes viscoélastiques est présenté et employé pour résoudre les études de cas choisis. Pour la colonne-séparation la modélisation du modèle discret de cavité de vapeur (DVCM) est utilisée et la propriété de viscoélasticité du mur de pipe est modélisée par des éléments de *Kelvin-Voigt*. Ils ont concentré sur l'effet simultané de la viscoélasticité et la séparation de colonne sur la réponse transitoire hydraulique. [5]

Anton Bergant, et al (2011) ont étudié les effets de la viscoélasticité de pipe-mur sur des pressions de coup de bélier. Un appareillage à grande échelle de canalisation fait de PVC a été utilisé pour effectuer des expériences de coup de bélier.[2]

L'intrusion par l'occurrence de fuites est un phénomène quand le fluide externe touche des systèmes de conduite d'eau. Ce phénomène peut poser des problèmes de contamination dans les systèmes d'eaux potables. Par conséquent, ce problème est plus grave dans la présence de coup de bélier. *Jesús Mora-Rodríguez, et al*(2011) ont publié un document qui montre la problématique liée à l'intrusion dans un système d'eau potable sous l'opération dynamique induite par une manœuvre de valve ou un arrêt de pompe.[36]

L'analyse est basée sur la simulation expérimentale de recherches et de modélisation de calcul 1D pour la variation de pression et l'évaluation de volume d'intrusion.

Une formulation originale basée sur le MOC comprenant des effets dispersifs spéciaux dus au comportement de conduite et à l'incident rhéologique de cavitation a été employée pour produire l'événement passager. Ce modèle numérique original de calcul -1D est validé par des comparaisons avec des expériences.

L'évaluation du volume d'une contamination possible dans un système d'eau potable a été décrite dans un point de vue qui n'a pas été précédemment présenté en littérature scientifique spécialisée. Cette méthodologie est de plus grande importance pour évaluer l'intrusion problématique et la contamination dans la conduite enterrée transportant l'eau potable.

Quoiqu'une fuite très petite (d'un diamètre de 2 millimètres) ait examinée dans des états de laboratoire, le volume du contaminant n'est pas négligeable si nous analysons les systèmes d'eau potables. La contribution principale de ce travail montre qu'une méthodologie intéressante mesurait le volume de l'intrusion qui se produit pendant un événement de variation de pression.

La loi de la fermeture d'une valve est une fonction mathématique décrivant la variation de vitesse du fluide pendant que cette valve se ferme. Une large variété de modes fermeture existe selon le type de valve et son opération, chacune est mathématiquement donnée par une fonction. Pour cela, *P.G.Provenzano, F.Baroni et R.J.Aguerre* (2011) ont formulé une fonction générique qui laisse modeler une variété étendue de lois de fermeture au moyen d'une structure segmentée polygonale. Ils ont produit un algorithme qui inclut cette loi

Chapitre- 1-

comme condition de frontière pour décrire la forme transitoire et l'amplitude d'onde qui dépendent de la fonction dans un rapport unique.[47]

En 2011, *Torres Ortiz Flor Lizeth* dans sa thèse de doctorat a présenté l'application d'observateurs non linéaires pour la détection de fuites (uniques, séquentielles et simultanées) dans des canalisations sous pression. Les observateurs ainsi présentés ont été conçus à partir d'une version discrète des équations du coup de bélier, qui a été obtenue en utilisant la méthode des différences finies et en prenant comme alternative la méthode de collocation orthogonale. [59]

Les modèles discrets ainsi que certains observateurs ont été validés par une série d'expériences effectuées dans des canalisations d'essai. D'autre part, une nouvelle version d'observateurs à grand gain pour des systèmes non uniformément observables a été développée. Elle a été utilisée pour la détection de fuites ainsi que pour la synchronisation de systèmes chaotiques avec des paramètres inconnus. Des résultats de convergence, expérimentaux et en simulation sont exposés dans sa mémoire.

En 2011 *Abdessemed Fouzi et Fourar Ali* ont projeté sur l'une des causes de la propagation des ondes. Ils ont amené à mettre en équation les variations de sections (convergence/divergence) et la bifurcation d'un côté et la fermeture des vannes de l'autre côté en utilisant les méthodes numérique des différences finies et des caractéristiques, dont la résolution a pu être effectuée à l'aide des logiciels industriels WHAMO et AFT Impulse. Ils ont utilisé deux modèles et ils ont conclu que dans les adductions gravitaires en charge, l'influence de la propagation des ondes élastiques est plus importante surtout dans le cas des conduites à caractéristiques variables. Mais leur étude a été basée sur le cas d'un écoulement unidimensionnel sans tenir compte des changements extérieurs [7]

L'entreprise *Fraunhofer Gesellschaft* en Allemagne a inventé une méthode pour diminuer des coups de béliers et qui consiste à fermer la vanne lentement. Le centre de recherche a développé un système appelé ABS qui diminue l'amplitude des coups de bélier dans les canalisations et qui ne nécessite pas d'apport d'énergie. Ce procédé se compose d'un frein à disque installé sur l'axe de fermeture de la vanne qui permet de contrôler le temps de fermeture de celle-ci. Le système de frein est relié directement à la conduite en amont de la vanne, de sorte que la pression du fluide circulant puisse activer directement le frein. L'avantage de cette technique repose sur le fait que le temps de fermeture de la vanne est directement adapté à l'amplitude du coup de bélier et ne nécessite pas d'apport d'énergie supplémentaire.[56]

La même chose fait par *H.M. Prasser*, et al pour empêcher le coup de bélier par une commande adaptative du processus fermant la valve. À cette fin, la valve est équipée d'un circuit de freinage qui agit sur l'axe de rotation de l'aileron de valve. Le cylindre du frein de disque hydraulique appliqué est relié à la canalisation juste en amont la valve de sorte que la pression du liquide puisse activer le frein.

Par ce moyen, la fermeture est interrompue quand la pression des fluides augmente. La pression est limitée à une pression maximum donnée par l'utilisateur.

En outre, il s'adapte aux changements des paramètres de système de pipe tels que la longueur variable de canalisation, la vitesse du liquide ou les propriétés physiques du fluide. Ce sont des avantages importants comparés aux systèmes traditionnels d'atténuation qui retardent la fermeture de valve d'une façon fixe.

Le but de *J. Roure* est d'exposer les caractéristiques et les effets mécaniques du coup de bélier négatif qui se manifeste dans une conduite de refoulement consécutivement à l'arrêt brusque des pompes ; puis d'étudier l'efficacité de certains moyens susceptibles d'être

employés pour atténuer ou combattre les coups de bélier et protéger les conduites contre leurs dangereux effets

Les modèles classiques du coup de bélier, qui assument normalement le comportement linéaire élastique des parois de conduite et des pertes de frottement quasi-stationnaires d'état, ont été employés couramment et sont présentés en littérature (*Chaudhry*, 1987 ; *Almeida et Koelle*, 1992 ; *Wylie et Streeter*, 1993). Cependant, récemment le travail de recherches a changé cette tendance. [61]

La comparaison entre les résultats expérimentaux et informatiques basés sur la méthode des caractéristiques (MOC) montre une augmentation de quelques effets pouvant être identifiés comme sources principales d'atténuation de montée subite. Il existe des types de modèles en littérature pour décrire des événements passagers rapides et pour aider l'identification des effets dynamiques parmi ces modèles :

Le modèle quasi-stationnaire de l'état 1D avec une distribution de vitesse de pseudo-uniforme dans chaque comportement élastique linéaire du matériel de pipe et la contrainte de pipe de tous les mouvements axiaux ou latéraux, est bien connu pour sous-estimer des forces de frottement et surestimer des oscillations de pression *Chaudhry*(1987) ,*Almeida et Koelle*(1992) ,*Wylie et Streeter* (1993).[30]

Le modèle équivalent du précédent avec une modification dans le facteur de frottement est mis en application en ajoutant l'effet frottement instable dû aux irrégularités des profils de vitesse qui inclut les effets de l'inertie locale et l'effort de cisaillement instable de mur sur l'écoulement. Plusieurs formules approximatives ont été présentées *Zeilke* (1968); *Trikha* (1975) ; *Hino* et autres (1977). [30]

Massimo Greco, Armando Carravetta ont étudié le coup de bélier concernant le réseau le plus simple composé de bifurcation simple. Ils ont utilisé les équations en forme sans dimensions. Négligeant le frottement et considérant seulement les fermetures instantanées, ils ont prouvé que des valeurs de surpression sont deux fois plus grandes que celles prévues dans une conduite unique. En outre, le changement énergétique des surpressions peut apparaître avec de petits changements de diamètre, de vitesse de vague ou de longueur de pipe.[43]

1.2. Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'une étude bibliographique concernant les travaux sur le coup de bélier. Ce phénomène est d'une importance majeure vu les études et les recherches liées à ce sujet depuis les premières constatations, d'une part d'autre part leur importance dans les adductions en charge d'eau potable qu'elles soient gravitaire ou en refoulement.

Le coup de bélier n'a pas un théorème général pour le maîtriser dans les différents systèmes de canalisation qui peuvent être simples, ramifiés, maillés ou comportent des accessoires et/ou des organes de protection contre le coup de bélier. Les chercheurs ont essayé de faire des suppositions pour simplifier, modéliser, simuler et comparer les phénomènes ou/et paramètres qui entrent en jeu.

Dans le cas d'une conduite unique, le coup de bélier peut être maîtrisé (minimisé) soit par vannage soit par moyen anti bélier, car l'onde transmise ou réfléchi est unique. L'étude se complique quand il s'agit d'une adduction ramifiée avec des antennes (conduites) des différentes caractéristiques. Ainsi l'interférence des ondes issues des différents tronçons,

Chapitre- 1-

leurs transmission et réflexion, avec des temps de parcours différents, rendent difficile la détermination des paramètres prépondérants (surpression, dépression) et par conséquent le dimensionnement des moyens anti béliers.

Dans notre étude, après étude bibliographique, nous proposons une méthode de modélisation du coup de bélier soit en utilisant la méthode des caractéristique soit la méthode de transmission et réflexion des ondes en supposant un réseau ramifié et enterré. Puisque la plupart des auteurs considèrent des conduites non enterrées ce qui ne reflète pas la réalité pratiquement.

Ce modèle ainsi obtenu sera appliqué pour un cas réel d'un réseau d'adduction d'eau potable. Ce travail est d'un intérêt pratique très important et servira comme outil pour la protection des adductions ramifiées.

Chapitre-2-

**ANALYSE DU REGIME
TRANSITOIRE**

ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

2.1. Introduction

Le deuxième chapitre aborde l'aspect théorique qui décrit les mouvements transitoires dans une conduite en charge. Nous allons y établir les équations de base qui permettent de quantifier les phénomènes de coups de bélier, Ces équations dérivent par l'application de deux lois principales à savoir :

- La loi de la conservation de la masse (équation de continuité).
- La loi de la conservation de la quantité de mouvement (l'équation dynamique).

2.2. Rappel sur les Types d'écoulements

2.2.1. Ecoulement permanent

L'écoulement de liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps « t », c'est à dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0, \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

U : vitesse d'écoulement,
P : la pression,
 ρ : masse volumique.

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide à un instant donné, a une même direction et une même intensité en tout points de ce fluide, nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0. \quad (2.2)$$

2.2.3. Ecoulement non uniforme

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre c'est-à-dire :

$$\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0. \quad (2.2')$$

2.2.4. Ecoulement transitoire

L'écoulement est dit transitoire lorsque les paramètres hydrauliques à savoir la vitesse, la pression et les propriétés du fluide sont en fonction du temps et de l'espace : $U=U(t,x)$, $P=P(x, t)$.

Ce phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge, par accroissement ou décroissement du débit.

On pourra citer quelques exemples d'écoulements transitoires dans le cas d'une conduite en charge :

- Ecoulement dans les machines hydrauliques à puissance variable.
- Phénomène du coup de bélier.
- Ecoulement dans les réseaux de distribution d'eau
- Ecoulement causé par les manœuvres de vanne.

Donc l'écoulement transitoire est un écoulement non permanent, dans notre travail nous nous intéresserons uniquement au phénomène du coup de bélier qui représente une phase du régime transitoire où la variation des paramètres hydraulique est prépondérante.

2.3. Phénomène du coup de bélier

2.3.1. Définition

Le coup de bélier étant un cas particulier du régime transitoire, est un phénomène oscillatoire qui se manifeste dans les conduites en charge à écoulement gravitaire ou par refoulement. On entend aussi sous le terme « coup de bélier » un écoulement non permanent du liquide accompagné des variations sensibles de la pression qui peuvent devenir dangereuses pour la tuyauterie. Ces variations résultent d'une perturbation des conditions permanentes d'écoulement.

C'est le nom d'une onde de choc hydraulique, lorsqu'un liquide non compressible ou peut compressible comme l'eau, est stoppé nettement dans une canalisation. Autrement dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un robinet (ou tout autre appareil) se ferme.[39],[41]

2.3.2. Causes du coup de bélier [41]

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire dont les causes les plus fréquentes sont les suivantes :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites en charge à écoulement gravitaire.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- La disparition de l'alimentation électrique dans une station de pompage qui est la cause la plus souvent du coup de bélier.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.

2.3.3. Risques dus aux coups de bélier : [41]

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps). Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge, peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques.

a. Cas de surpression :

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de la valeur de surpression due au coup de bélier dépasse la pression maximale admissible des tuyaux il y a risques de rupture de ces derniers et déboîtement des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés). [41]

b. Cas de dépression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieure à 10m CE il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est défavorable, (si la poche de vapeur peut se former sur une grande distance) la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau. [41]

Chapitre-2-

c. Fatigue de la canalisation

Les alternances rapides des surpressions et dépressions qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquent la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible puis la chute de la portance des conduites au coup de bélier surtout si la conduite est enterrée. [41]

2.4. Valeur numérique du coup de bélier : [39], [41], [62]

2.4.1. Manœuvres rapides.

Une manœuvre (fermeture ou ouverture d'un robinet vanne) rapide est une manœuvre instantanée qui est caractérisée par un temps d'annulation du débit ou d'ouverture de débit inférieur au temps d'aller et retour de l'onde élastique. C'est une loi de perturbation de l'écoulement engendré par une naissance d'ondes élémentaires.

A la suite de cette manœuvre rapide, *Joukowski* propose une relation donnant la variation de la pression en colonne d'eau (alternance de pressions positive et négative) qui est fonction de la variation de la vitesse d'écoulement et les caractéristiques liquide – conduite représentées par « c » qui est la célérité d'onde :

$$\Delta h = \pm \frac{C \cdot \Delta U}{g} \quad (2.3.1)$$

2.4.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement :

Lors de la fermeture rapide de la vanne de sectionnement, la valeur maximale du coup de bélier est de :

$$\Delta h = \frac{C \cdot U}{g} \quad (2.3.2)$$

Considérons une conduite horizontale "AB", de diamètre intérieur "D", de longueur "L", alimentée en "A" par un réservoir à niveau constant (Figure 2.1).

Soit "Q₀" le débit au temps "t = 0" et supposons qu'il passe encore après un temps "2L/C", un débit "q". La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier est :

$$h = \frac{C}{gS} (Q_0 - q) \quad (2.3.3)$$

Où, S : la section de la conduite (m²).

Michaud suppose que le temps de fermeture de la vanne est $T = 2nL/C$ et que pendant ce temps le débit varie linéairement. Il propose donc :

$$Q_0 - q = \frac{Q_0}{n} \quad (2.3.4)$$

$$Q_0 - q = Q_0 \frac{2L}{cT}$$

Soit :

$$h = \frac{C}{gS} Q_0 \frac{2L}{CT} = \frac{2LQ_0}{gST} \quad (2.4)$$

Ou bien :
$$h = \frac{2LU}{gT}$$

Chapitre-2-

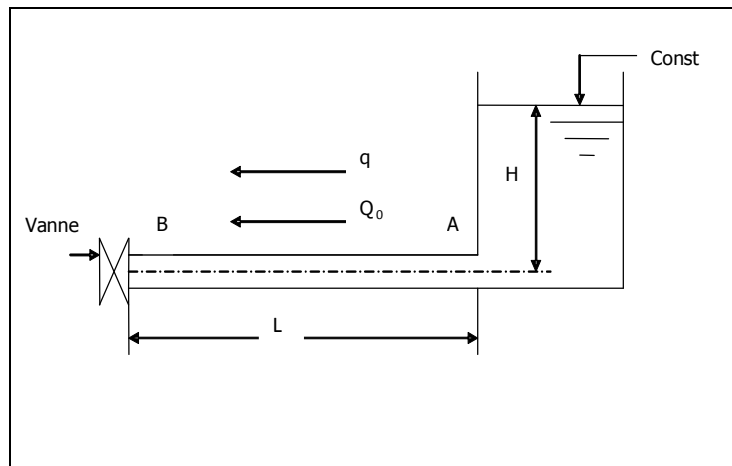


Figure 2.1: Fermeture lente d'une vanne de sectionnement

Remarquons que si, dans cette formule, on remplace par $T = 2L/c$, on retrouve la valeur de coup de bélier par fermeture brusque.

En conclusion :

- Si $T < 2L/c$, le coup de bélier a pour valeur maximale $h = CU/g$.
- Si $T > 2L/c$, le coup de bélier est moins important et a pour valeur maximale

$$h = \frac{2LU}{gT}$$

2.5. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie [39],[41]

2.5.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe :

Considérons un système, analogue à une situation de refoulement, où l'eau coule à une vitesse U_0 pour alimenter un réservoir dont le niveau est gardé constant. Le phénomène, illustré à la figure 2.2, peut être décrit en quatre phases.

1) Au temps $t = 0$, le débit à travers la pompe est brusquement interrompu. La vanne clapet située à l'amont du système est fermée, immédiatement et à proximité de la vanne, la vitesse d'écoulement s'annule, donc l'énergie cinétique fait de même et doit être compensée par un gain d'énergie potentielle sous forme d'une dépression puisque le mouvement initial de l'eau a tendance à tirer sur la partie de la colonne d'eau qui est immobile. Cette énergie de dépression se traduit mécaniquement par une énergie de déformation qui tend à réduire le diamètre de la conduite. Ce phénomène se poursuit jusqu'à ce que toute la conduite soit mise en compression, ce qui prend un temps égal au rapport de la longueur 'L' sur la célérité de l'onde de déformation 'C'.

2) Lorsque que l'onde de dépression atteint le réservoir, celle-ci se dissipe puisqu'il règne à cet endroit une pression constante. À ce moment précis, plus rien ne retient la mise en compression de la conduite et elle commence à reprendre sa forme à proximité du réservoir. L'augmentation de volume ainsi créée, entraîne le remplissage de la conduite à une vitesse équivalente à la vitesse initiale du fluide puisque la déformation initiale de la conduite est directement liée à cette dernière. Ce phénomène a la même durée que celle de l'étape précédente.

3) Au moment où toute la conduite a repris sa forme, la vitesse de l'eau doit s'annuler en frappant la vanne fermée. Encore une fois, on doit avoir une transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle par contre, cette fois, l'énergie de pression est positive puisque

Chapitre-2-

l'inertie de l'eau tend à comprimer la partie immobile de la colonne d'eau. Cette surpression met en tension la conduite qui se dilate. La vitesse de l'onde de déformation 'C' étant constante, la durée de cette étape est identique à celle des précédentes.

4) Le surplus d'eau dû à l'augmentation du volume de la conduite commence à s'évacuer près du réservoir à une vitesse U_0 de façon à ce que la conduite reprenne son diamètre initial.

À la fin de cette étape, toute la conduite aura retrouvé les conditions initiales et l'étape 1 pourra recommencer. Ce cycle de période $T = 4L/C$ se répéterait indéfiniment, s'il n'y avait pas de frottement. Les effets du frottement agissent essentiellement sur l'amortissement de l'amplitude de la variation de pression.

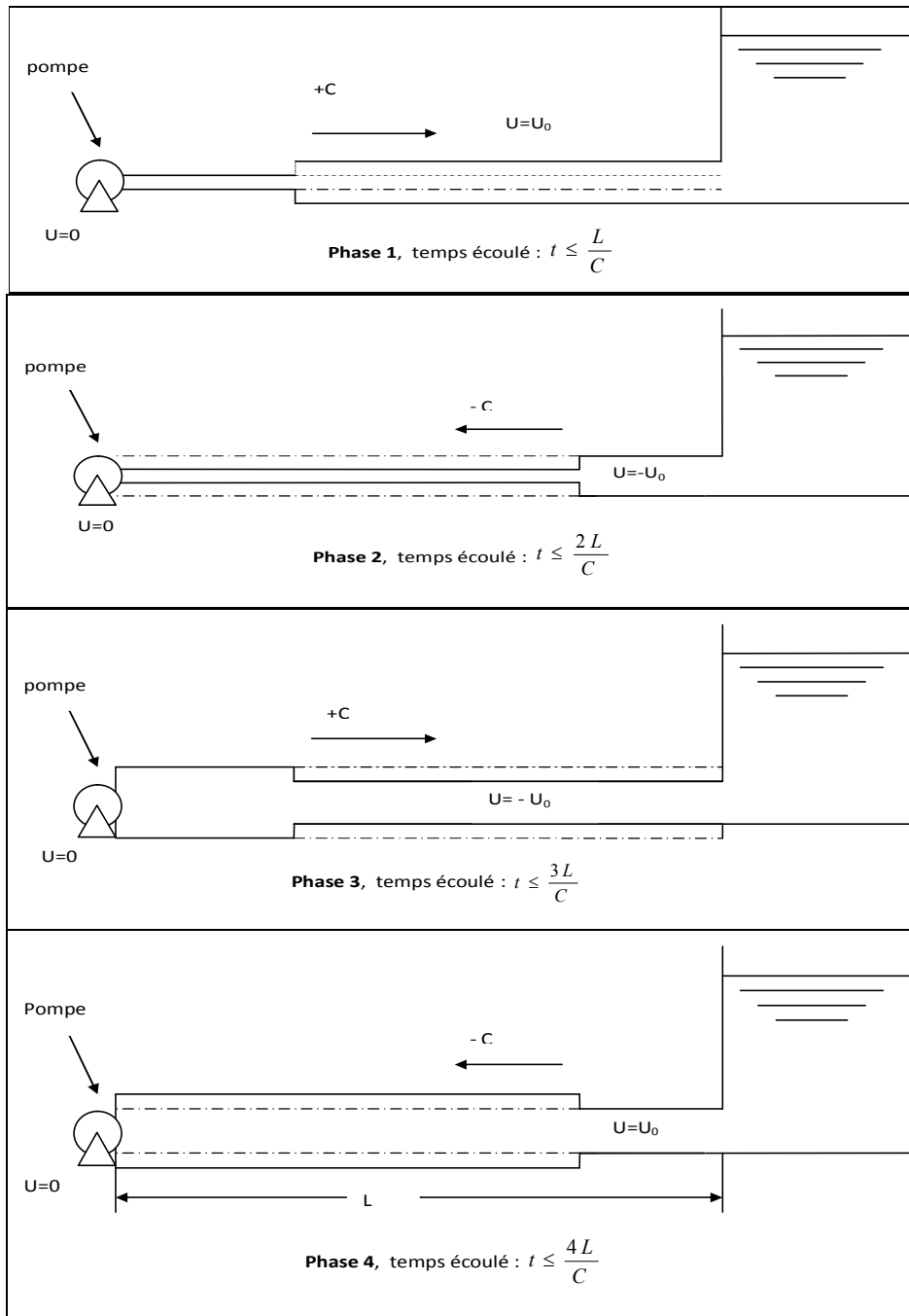


Figure 2.2 : Les quatre étapes d'un cycle de variation de pression.

Chapitre-2-

2.5.2. Cas de fermeture brusque d'une vanne placée à l'aval d'une conduite :

La fermeture brusque de la vanne entraîne à son amont une surpression semblable à celle observée à l'étape 3 du cas précédent. Le phénomène suit alors les étapes 4, 1, et 2.

Au bout du temps $t = L/C$ serait engendrée dans le réservoir une onde d'équilibre qui se propagerait jusqu'à la vanne, où elle arriverait dans le temps $t = 2L/C$ (Phase 4).

À ce moment-là prendrait naissance une onde de dépression, qui atteindrait le réservoir dans le temps $t = 3L/C$ (phase 1), suivie d'une onde d'équilibre, qui attendrait la vanne dans le temps $t = 4L/C$ semblable à la phase 2, et le phénomène recommencerait s'il n'y n'avait pas de frottement.

2.6. Description des phénomènes physiques :

2.6.1. État d'équilibre d'un système hydraulique : [41]

Les phénomènes transitoires hydrauliques apparaissent lorsque l'équilibre des forces agissant sur un système est modifié. Quand un liquide est en mouvement dans une conduite et que ce mouvement ne varie pas dans le temps, il y a un état d'équilibre permanent. En fait, il y a équilibre entre l'énergie disponible (ou potentielle) et les énergies dues au mouvement (cinétique) et perdues par le frottement, ce qui définit un mouvement permanent. Cette vision est macroscopique car, à une échelle plus petite, on observe que les vitesses fluctuent constamment autour d'une valeur moyenne, c'est une manifestation de la turbulence. Pour les besoins de l'analyse que nous ferons ici, nous ne considérerons que les effets globaux, moyens dans le temps, de la turbulence, notamment en ce qui concerne l'évaluation des forces de frottement selon le régime d'écoulement.

2.6.2. Onde élastique et oscillation en masse : [41]

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux comportements différents. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il ne contient pas d'endroit où il est possible d'accumuler de l'eau en grande quantité, on observe une variation locale importante de la pression; c'est le coup de bélier par onde élastique. Dans le cas où l'eau peut être accumulée dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre on parle plutôt d'oscillation en masse. Dans ce qui suit, nous examinerons avec plus d'attention le phénomène d'onde élastique car il entraîne des effets plus contraignants sur le matériel que le phénomène, plus particulier aux cheminées d'équilibre, de l'oscillation en masse.

2.6.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions :

Si on considère la conduite dans laquelle coule un liquide en régime permanent, le niveau de la pression est fort raisonnable, soit inférieur à celui de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Qu'advient-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement par accélération ou décélération? La réponse du physicien se base sur les principes de la mécanique newtonienne. Il y aura un transfert d'énergie entre les énergies potentielle et cinétique pour chercher à atteindre un nouvel équilibre en tenant compte des pertes et sa transgresser le principe de conservation de l'énergie.

Cette réponse, toute rigoureuse qu'elle soit, peut nous paraître bien aride et nous pouvons nous demander comment cela peut s'appliquer au simple cas de la masse d'eau qui circule en régime permanent dans une conduite et qui voit son mouvement modifié. Partant des principes que, dans un fluide, l'énergie potentielle se traduit par une énergie de pression et que, d'autre part, l'eau n'est pas absolument incompressible et que la conduite admet des déformations élastiques.

Chapitre-2-

2.6.4. Types d'ondes : [41]

2.6.4.1. Ondes linéaires :

Du point de vue physique, les ondes linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide sans modifier les propriétés physiques locales (compressibilité, masse spécifique, conductivité, viscosité.....).

Quelques exemples de ces types d'ondes :

- Les ondes du son,
- Les ondes de lumières,
- les ondes électromagnétiques.

2.6.4.2. Ondes non linéaires

Les ondes non linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide en provoquant des variations dans les propriétés de ce dernier. Dans les paragraphes suivants nous allons présenter la mis en équation de coup de bélier.

2.7. Equations de Saint Venant [41]

Nous allons établir les deux équations connues sous le nom d'équations de St-Venant à partir des équations générales qui sont l'équation de continuité et l'équation dynamique.

2.7.1. Equation de continuité [41]

Nous allons d'abord rappeler certains résultats de mécanique des matériaux et les utiliser pour déterminer les contraintes dans les tuyaux sous pression.

Appelons σ_1 et σ_2 les contraintes longitudinale et radiale, ζ_1 et ζ_2 les déformations correspondantes, E le module d'élasticité de la conduite (module de Young) et ν le module de Poisson. La loi de Hooke permet d'écrire :

$$\zeta_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\zeta_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

Essayons d'exprimer les contraintes σ_1 et σ_2 .

Contrainte σ_2 :

Si "D" est le diamètre et "e" l'épaisseur du tuyau. La pression interne "P" exerce une force "P.D" sur une demi-circonférence.(figure 2.3)

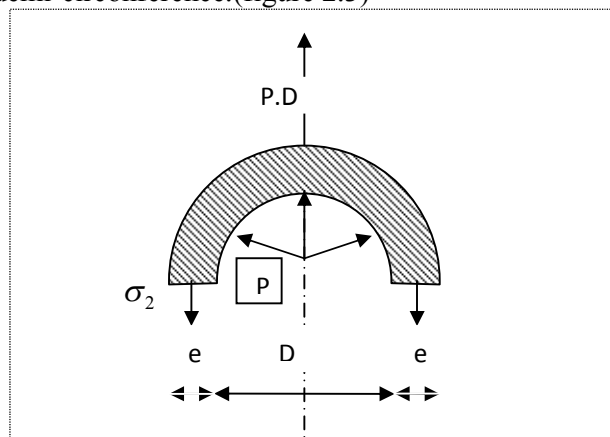


Figure 2.3 : forces et contraintes radiales dans un tuyau

Chapitre-2-

La contrainte est donc : $\sigma_2 = \frac{PD}{2e}$

Contrainte σ_1 :

On distingue deux cas :

• *Premier cas* : Si la conduite a suffisamment de joints, on peut considérer qu'il n'y a ni contraintes, ni déformations longitudinales et que les éléments cylindriques successifs sont indépendants entre eux (donc $\nu = 0$). Dans ce cas, on a $\nu_1 = \nu = 0$ (ν n'est pas alors le module de poisson du matériau proprement dit mais son équivalent pour la canalisation globale).

• *Deuxième cas* : La contrainte longitudinale doit être prise en compte. Elle dépend dans ce cas de la façon dont le tuyau est ancré aux extrémités :

✓ Tuyau ancré aux deux extrémités : on a donc $\zeta_1 = 0$ et par conséquent

$$\sigma_1 = \nu \sigma_2$$

✓ Tuyau libre à une extrémité : la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est égale $\frac{P \cdot \pi \cdot D^2}{4}$, cette pression peut être nulle dans le cas où la vanne d'extrémité serait grande ouverte. Cette force s'exerce sur le périmètre entier du tuyau $\pi \cdot D$, donc sur

la surface $\pi \cdot D \cdot e$, la contrainte est donc $\sigma_1 = \frac{P \cdot D}{4e}$ qu'on peut écrire $\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$.

Récapitulation :

L'expression de la contrainte radiale : $\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{2e}$

L'expression de la contrainte longitudinale : $\sigma_1 = K_c \sigma_2$

Avec K_c coefficient d'ancrage, on peut avoir trois cas :

- **Cas A** : conduite sans joints, libre à une extrémité $K_c=1/2$,
- **Cas B** : conduite sans joints, ancrées aux deux extrémités $K_c=\nu$,
- **Cas C** : conduite avec de nombreux joints $K_c=0$.

Nous allons exprimer l'équation de continuité en analysant les déformations à masse constante d'un volume de liquide entre les instants « t » et « t+dt ». Pour cela, nous allons exprimer que cette masse $\rho v = \rho \cdot S \cdot \Delta L$ reste constante.

Soit :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = 0 \quad (2.5)$$

Avec :

ρ : la masse volumique du liquide.

S : la section radiale.

ΔL : la variation de longueur de l'élément liquide.

Chapitre-2-

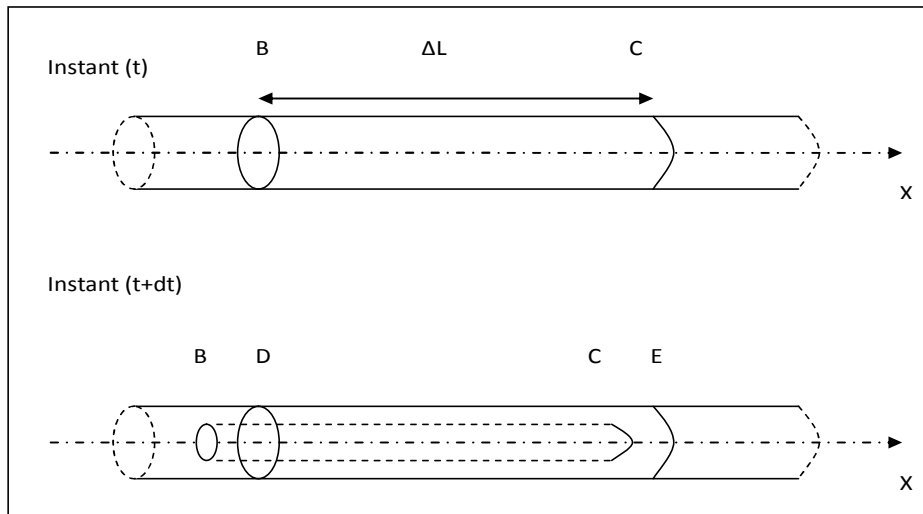


Figure 2.4 : Déplacement d'un élément liquide.

-Variation de longueur de l'élément liquide

Expriment la variation ΔL :

$$\Delta L (t) = X_C - X_B$$

$$\Delta L (t + dt) = X_E - X_D$$

$$d(\Delta L) = (X_E - X_C) - (X_D - X_B)$$

$$d(\Delta L) = U_C \cdot dt - U_B \cdot dt = (U_C - U_B) dt$$

D'où
$$d(\Delta L) = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \Delta L \cdot dt$$

Et
$$\frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot dt \quad (2.6)$$

- Variation de la masse volumique de l'élément liquide :

Par définition, le module d'élasticité du fluide ε est égal à $dP / (d\rho/\rho)$.

On en déduit l'égalité suivante :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon} \quad (2.7)$$

-Variation de section de l'élément liquide :

La section de l'écoulement liquide reste en permanence égale à celle de l'élément de tuyau qui l'entoure. On a donc :

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dr}{r} = 2d\zeta_2 = \frac{2}{E} (d\sigma_2 - \nu d\sigma_1)$$

On a vu précédemment que $\sigma_1 = K_c \sigma_2$. Si on pose $f = 1 - K_c \nu$, on obtient :

$$\frac{dS}{S} = \frac{2f}{E} d\sigma_2 = \frac{D}{E \cdot e} f dP \quad (2.8)$$

On remplace chaque terme de l'équation (2.5) par les expressions données dans les équations (2.6, 2.7 et 2.8), on obtient l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \frac{dP}{dt} = 0 \quad (2.9)$$

Chapitre-2-

On voit que le terme $\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right)$ dépend d'une part de la compressibilité de l'eau (ε), d'autre part des caractéristiques du tuyau $\left(\frac{D}{E \cdot e} \right)$ et de la façon dont ce dernier est assemblé et ancré (f). Ce terme est donc en général une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le coup de bélier. On pose donc :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \quad (2.10)$$

Ce qui donne comme nouvelle expression de l'équation de continuité :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0 \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) représente la première équation de SAINT-VENANT

2.7.2. Equation dynamique

On va suivre un petit élément de volume dans son mouvement et lui appliquer le théorème des quantités de mouvement :

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum F_{ex} \quad (2.12)$$

Avec :

$\sum F_{ex}$: La somme des forces extérieures.

m : La masse de la tranchée.

U : La vitesse d'écoulement.

Qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(mU)}{dt} = \frac{dm}{dt}U + m \frac{dU}{dt} \quad (2.12')$$

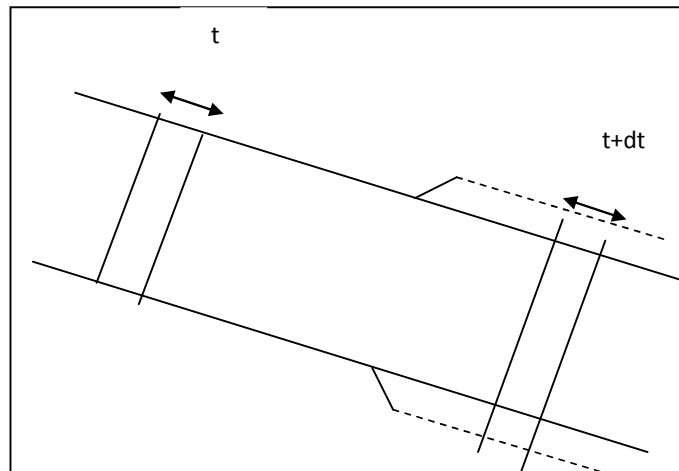


Figure 2.5: Théorème des quantités de mouvement

Chapitre-2-

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement.

On a donc : $\frac{dm}{dt} = 0$

Donc : $\frac{d(mU)}{dt} = m \frac{dU}{dt} = \rho \cdot S \cdot dX \cdot \frac{dU}{dt}$ (2.13)

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite pour une couche d'eau d'épaisseur dX , (figure 2.6) sont :

- La force de pression sur une face de la tranche dX : $P S$
- La force de pression sur l'autre face : $- \left(P + \frac{\partial P}{\partial X} dX \right) S$

N.B : la section S est supposée constante sur toute la longueur de la conduite donc nous négligeons le terme $\frac{\partial S}{\partial X}$.

- La composante du poids : $-\rho g S dX \sin \alpha$
Où, α : l'angle entre l'axe de la conduite et l'horizontal.
- Les frottements du liquide avec les parois de la conduite : $\tau \cdot \pi \cdot D \cdot dx$

On signale que : $\frac{dZ}{dX} = \sin \alpha$ et $P = \rho g (H - Z)$

A partir de la figure (2.6) on aura :

$$\sum F_{ex} = PS - \left(PS + S dX \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \rho g S dX \sin \alpha - \tau \pi D \cdot dx$$
 (2.14)

On détermine d'abord le terme $\tau \cdot \pi \cdot D$. Les pertes de charge étant représentées par ΔP donnée par la formule :

$$\Delta P = \rho g \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

On peut écrire alors que la force de frottement Fr se calcule par l'une des deux formules suivantes :

$$Fr = \tau \cdot \pi \cdot D \cdot L \quad \text{ou} \quad Fr = \Delta P \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

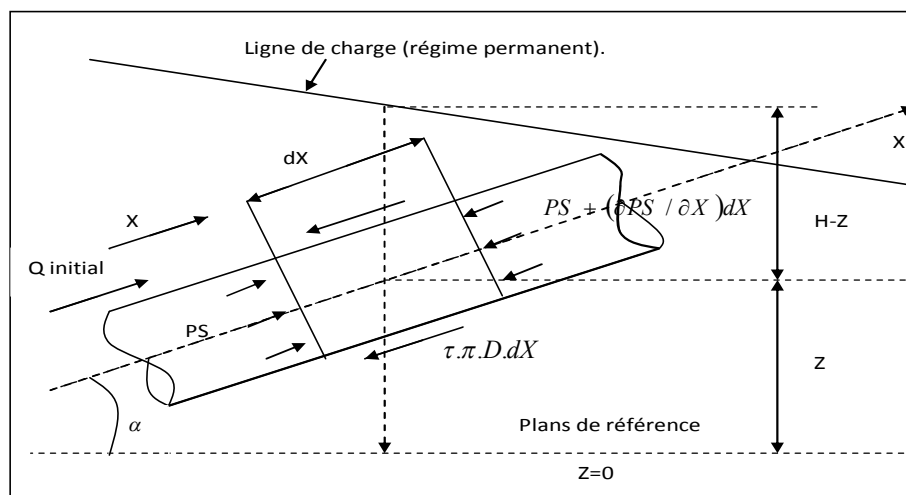


Figure 2.6 : forces exercées sur une tranche liquide.

Chapitre-2-

D'où l'on déduit :

$$\tau \cdot \pi \cdot D = \frac{\pi D^2}{4} \rho g \frac{\lambda U^2}{2 g D} = j \rho g S \quad (2.15)$$

Avec $j = \frac{\lambda U^2}{2 g D}$ (gradient hydraulique). On injecte l'expression $\tau \cdot \pi \cdot D$ dans l'équation (2.14), on aura :

$$\sum F_{ex} = -\frac{\partial P}{\partial X} S dX - \rho g S \sin \alpha dX - j \rho g S dX \quad (2.16)$$

En portant l'équation (2.16) dans l'équation (2.13) on obtient après simplification par $\rho \cdot S \cdot dX$:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} - g(\sin \alpha + j)$$

Ou bien :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \quad (2.17)$$

L'expression (2.17) est la seconde équation de Saint-Venant.

On sait que :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial X}$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X}$$

D'où on aura :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \quad (2.18)$$

L'équation (2.18) représente la 2^{ème} équation de Saint-Venant.

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \\ \rho \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

Par conséquent les équations (2.11) et (2.18) représentent le système (2.19) des équations de Saint-Venant.

2.7.3. Résolution des équations de Saint Venant :

Il existe plusieurs méthodes de résolution des équations de Saint Venant et parmi ces méthodes nous allons présenter la méthode des caractéristiques qui est la plus utilisée pour ses avantages qui sont :

- une simulation correcte de l'onde.
- une illustration simple de sa propagation.
- une programmation présentant peu de difficultés.
- une efficacité en termes de calcul.

Chapitre-2-

2.7.3.1. Principe de la méthode des caractéristiques :

Les équations aux dérivées partielles sont d'abord converties en équations différentielles ordinaires, qui sont par la suite résolues par un schéma explicite de la méthode des différences finies. Du fait que les conditions aux limites et les sections de la conduite sont analysées séparément durant le pas de temps,

Cette méthode est particulièrement adaptée pour les systèmes avec des conditions aux limites constantes. Le désavantage de cette méthode est que le pas de temps adopté doit être réduit pour satisfaire la condition de stabilité. Pour remédier à cela, une combinaison de la méthode des caractéristiques et de celle des différences finies avec schéma implicite devrait être utilisée.

La méthode des différences finies peut entraîner soit des schémas explicites ou implicites. Ces derniers sont avantageux en termes de rapidité, mais sont plus sophistiqués du point de vue de la programmation.

Dans un schéma implicite de la méthode des différences finies, les dérivées partielles sont remplacées par des différences finies. Cependant cette méthode à l'avantage d'être inconditionnellement stable, par conséquent des pas de temps importants peuvent être utilisés.

2.7.3.2. Les équations aux caractéristiques [41]

Les deux équations de Saint-Venant établies permettent de traduire tous les mouvements transitoires. Nous allons les transformer pour obtenir des équations plus maniables et ayant un sens physique plus évident.

A partir du système (2.19) on a :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 & \text{(a)} \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) & \text{(b)} \end{cases} \quad (2.20)$$

En multipliant (a) par $\frac{C}{\rho}$ on obtient :

$$\begin{cases} C \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (2.21)$$

Ajoutons-les d'abord puis retranchons la première de la deuxième. On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + (C + U) \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (C + U) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = -g(\sin \alpha + j) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = -g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (2.22)$$

Chapitre-2-

La première équation du système (2.18) montre que si on se place sur un trajet tel que $\frac{dX}{dt} = U + C$, la quantité $\frac{\partial U}{\partial t} + (U + C) \frac{\partial U}{\partial X}$ exprime sur ce trajet la dérivée totale par rapport au temps de la vitesse $\frac{dU}{dt}$ de même pour la pression, on aura donc :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = U + C \\ \frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{dP}{dt} \right) = -g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = U - C \\ \frac{dU}{dt} - \frac{1}{\rho C} \left(\frac{dP}{dt} \right) = -g(\sin \alpha + j) \end{cases}$$

En utilisant les expressions suivantes :

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial X} \frac{dX}{dt} = \frac{dX}{dt} \sin \alpha \quad \left(\text{car } \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \right)$$

$$P = \rho g(H - Z)$$

Il vient donc :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d[\rho g(H - Z)]}{dt} = \rho g \left[\frac{dH}{dt} - \frac{dZ}{dt} \right]$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho g \left[\frac{dH}{dt} - \frac{dX}{dt} \sin \alpha \right]$$

D'où les équations du système (2.19) et leurs conditions respectives s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = U + C \\ \frac{dU}{dt} + \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = \frac{g}{C} (U + C) \sin \alpha - g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = U - C \\ \frac{dU}{dt} - \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -\frac{g}{C} (U - C) \sin \alpha - g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (2.25)$$

Les équations aux caractéristiques sont représentées par les deux premières équations des systèmes (2.24), et (2.25) quant aux deux dernières équations des mêmes systèmes, elles sont dites de compatibilité.

En général, on a toujours $C \gg U$ d'où il vient :

1) Pour $\frac{dX}{dt} = U + C \approx C$ On a : $\frac{dU}{dt} + \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -gj$

2) Pour $\frac{dX}{dt} = -C$ On a : $\frac{dU}{dt} - \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -gj$

Chapitre-2-

Ou autrement écrites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ \frac{g}{C} \frac{d}{dt} \left(\frac{C}{g} U \pm H \right) + gj = 0 \end{array} \right.$$

On introduit le débit $Q = U.S$ dans cette dernière expression tout en la multipliant par $\frac{C}{g}$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{C}{gS} Q \pm H \right) + Cj = 0$$

Comme $dX = \pm Cdt$ on aura donc le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d \left(\frac{C}{gS} Q \pm H \right) + j dX = 0 \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Le système (2.26) représente les équations aux caractéristiques.

N.B : Rappelons que le signe (+) doit être pris si $dX = +Cdt$ et le signe (-) n'est valable que dans le cas où $dX = -Cdt$.

2.7.3.3. Interprétation des équations aux caractéristiques [41]

Le système (2.26) peut s'écrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d \left(H \pm \frac{C}{gS} Q \right) + j dX = 0 \end{array} \right. \quad (2.27)$$

La figure (2.7) explique bien la première équation du système (2.27) qui représente deux droites sous la forme $dX = Cdt$.

D'autre part, on constate que pour une onde se déplaçant le long d'un trajet vérifiant $dX = Cdt$, il y a conservation de la deuxième équation. La pression se transforme donc en débit (et vice-versa) suivant l'expression :

$$H(B, t) + \frac{C}{gS} Q(B, t) = H(A, t - \frac{L}{C}) + \frac{C}{gS} Q(A, t - \frac{L}{C}) - \int_{A(t-\frac{L}{C})}^{B(t)} j dX$$

Chapitre-2-

En d'autres termes, un observateur se déplaçant à la vitesse C selon le sens positif adopté voit se conserver le long de son déplacement la quantité $H + \frac{C}{gS} Q$ aux pertes de charge près.

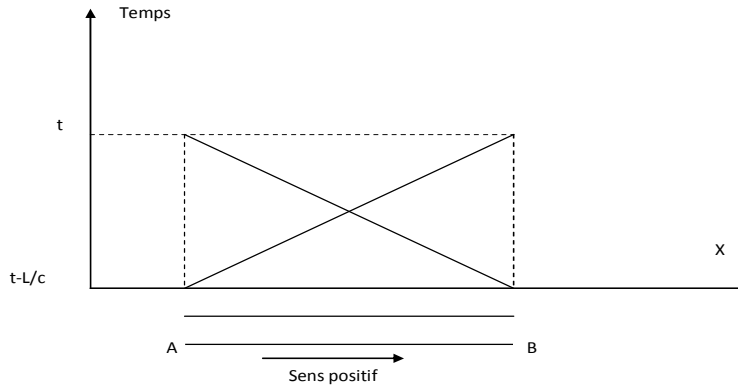


Figure 2.7 : Déplacement d'une onde dans le plan (X, t).

2.7.3.4. Les équations d'Allievi

Les équations (2.20a) et (2.20b) de Saint-Venant sont générales et traduisent tous les mouvements transitoires. On peut donc les simplifier en rétrécissant le champ de leur validité. Négligeons par exemple les pertes de charge et admettons qu'on ne s'intéresse qu'aux variations telles que $U \cdot \frac{\partial U}{\partial X}$ soit négligeable devant $\frac{\partial U}{\partial t}$. ceci est souvent vrai en hydraulique sous pression puisqu'en front d'onde $\frac{\partial U}{\partial t}$ est égal à $(-C \frac{\partial U}{\partial t})$ et que U est faible devant C , on peut également négliger $(U \frac{\partial U}{\partial X})$ devant $\frac{\partial P}{\partial t}$.

Le système des équations (2.20) devient alors :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g \sin \alpha \end{cases} \quad (2.28)$$

Comme : $\sin \alpha = \frac{\partial Z}{\partial X}$, $\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ et $P^* = P + \rho g Z$

On peut écrire :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P^*}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Chapitre-2-

Ces deux équations s'intègrent pour donner le système de solutions :

$$\begin{cases} P^* = P^*_0 + F\left(t - \frac{X}{C}\right) + f\left(t + \frac{X}{C}\right) \\ U = U_0 + \frac{1}{\rho C} \left[F\left(t - \frac{X}{C}\right) - f\left(t + \frac{X}{C}\right) \right] \end{cases} \quad (2.30)$$

Où F et f représentent des fonctions quelconques des variables $\left(t - \frac{X}{C}\right)$ et $\left(t + \frac{X}{C}\right)$.

C'est à partir de ces équations que sont établies les solutions analytiques pour les cas simples, en faisant intervenir les conditions aux limites.

On peut écrire le système (2.30) sous forme :

$$\begin{cases} P^* - P^*_0 = F + f \\ U - U_0 = \frac{1}{\rho C} (F - f) \end{cases}$$

Effectuons les opérations suivantes :

1. divisons la première équation par ρg
2. multiplions le terme de droite de la deuxième équation par ρg , puis divisons (F-f) de ce même terme par (ρg) .
3. faisons sortir le signe moins (-) du terme (F-f).

Le système devient alors :

$$\begin{cases} \frac{P^*}{\rho g} - \frac{P^*_0}{\rho g} = \frac{F}{\rho g} + \frac{f}{\rho g} \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} \left(\frac{f}{\rho g} - \frac{F}{\rho g} \right) \end{cases}$$

En développant les termes : $\frac{P^*}{\rho g}$ et $\frac{P^*_0}{\rho g}$

Nous retrouvons : $H = \frac{P^*}{\rho g}$ et $H_0 = \frac{P^*_0}{\rho g}$

Posons en suite : $F' = \frac{F}{\rho g}$ et $f' = \frac{f}{\rho g}$

Il vient alors :

$$\begin{cases} H - H_0 = F' + f' \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} (F' - f') \end{cases} \quad (2.31)$$

Enfin nous aurons :

$$\begin{cases} b = H - H_0 = F'\left(t - \frac{X}{C}\right) + f'\left(t + \frac{X}{C}\right) \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} \left[F'\left(t - \frac{X}{C}\right) - f'\left(t + \frac{X}{C}\right) \right] \end{cases} \quad (2.32)$$

Chapitre-2-

Le système (2.32) représente les équations d'ALLIEVI.

Avec :

$$b = |H - H_0| : \text{Valeur du coup de bélier,}$$

F' et f' : sont des signes fonctionnels qui dépendent des conditions aux limites.

2.7.3.5. Interprétation des équations d'Allievi [41]

Supposons un observateur se déplaçant le long de la conduite de telle façon que la loi de son mouvement soit : $\left(t - \frac{x}{c}\right) = cte$, c'est-à-dire : $x = c t + b$ ($b = cte$).

Autrement dit l'observateur se déplace d'un mouvement uniforme de vitesse C en sens inverse de la vitesse d'écoulement U . pour cet observateur la fonction $F'(t - x/c)$ reste constante en chaque point, cette fonction représente donc une onde se propageant dans la conduite avec la vitesse C en sens inverse de U .

De manière analogue un second observateur se déplaçant le long de la conduite et en sens inverse, c'est-à-dire avec une loi de mouvement tel que $(t + x/c = cte)$, observerait que la fonction $f'(t + x/c)$ reste constante en chaque point, cette fonction $f'(t+x/c)$ représente donc une onde se propageant le long de la conduite avec une vitesse $-C$, c'est-à-dire dans le même sens que U .

Donc la surpression (ou dépression) en chaque point de la conduite résulte de la superposition en ce point des deux ondes F' et f' se propageant dans la conduite en sens inverse avec la même vitesse absolue C .(Fig.2.8)

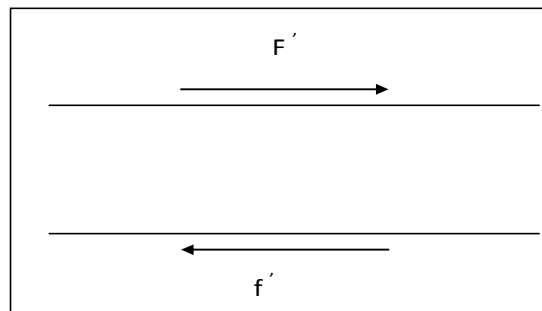


Figure 2.8 Superposition des deux ondes F' et f' se propageant dans la conduite avec la vitesse C .

Remarquons au passage que F' , f' et la surpression $(F' + f')$ indépendantes de la pression statique H_0 au point considéré et sont fonction uniquement de x et t .

2.8. Conclusion

Les deux équations de Saint-Venant sont obtenues en appliquant le théorème de quantité de mouvement et de continuité. Elles nous permettent de traduire tous les mouvements transitoires en hydraulique sous pression.

La transformation de ces équations à des équations aux caractéristiques donne un sens physique plus évident au problème. Les équations d'ALLIEVI représentent un cas simple des équations de Saint-Venant.

Ces deux méthodes décrivent le régime transitoire et sont les plus connues et les plus faciles à utiliser parmi les méthodes existant pour résoudre les équations aux dérivées partielles de Saint-Venant en l'absence de solution analytique. Nous allons l'utiliser par la suite dans l'analyse du régime transitoire et pour expliquer le cheminement des ondes à travers le réseau.

Chapitre-3 –

**COMPORTEMENT
MECANIQUE DES CONDUITES
ENTERREES**

COMPORTEMENT MECANIQUE DES CONDUITES ENTERREES

3.1. Introduction :

Dans le domaine d'Hydraulique urbaine, une conduite est pratiquement toujours enterrée. Elle subit des contraintes sur son pourtour extérieur qui viennent s'ajouter à celles lorsqu'elle n'était pas enterrée.

Dans ce chapitre, nous présenterons tout d'abord les différentes charges internes et externes que peut subir la conduite enterrée et les différents phénomènes physiques qui en résultent. Ces derniers sont différents à ceux lorsque la conduite est aérienne ce qui explique l'effet de l'interaction sol structure.

3.2. Les charges extérieures subies par une conduite de section circulaire enterrée : [45]

Les sollicitations extérieures agissant sur une conduite circulaire enterrée peuvent se grouper en deux catégories

- a- Les sollicitations ne varient pas avec la profondeur de pose telles que :
 - Le poids propre de la canalisation,
 - Le poids de fluide véhiculé,
 - La pression interne du fluide véhiculé,
 - Les efforts provoqués par l'amplitude thermique entre les parois de la conduite,
 - Les efforts résultant d'une égale répartition des sollicitations extérieures selon l'axe du tuyau,
 - L'action de l'assemblage des tuyaux

- b- Les sollicitations qui dépendent de la profondeur de pose telles que :
 - Les efforts verticaux dus aux terres surmontant la conduite,
 - La résultante verticale due aux surcharges de surface (roulantes et/ou uniformément réparties)
 - La sollicitation latérale des terres, poussées actives ou butées « passive »,
 - L'action du sol d'appui sur la conduite,
 - La sollicitation due à la pression hydrostatique de la nappe phréatique dans laquelle la conduite peut être noyée,

Les efforts exercés par les remblais sur les conduites enterrées sont mal connus. Cette difficulté a été mise en évidence par des ruptures ou des déformations excessives des canalisations de pose.

Le type de pose de conduites dans un sol a une influence importante sur les sollicitations autour de la canalisation. Cette influence intervient notamment par le biais du rapport de l'épaisseur du remblai au dessus de la génératrice supérieure de la conduite et de la largeur de la tranchée. En pratique, différents cas de pose sont rencontrés à savoir :

- a) la pose en tranchée étroite.
- b) la pose en tranchée large.
- c) la pose en remblai infini.

Les expériences menées par certains auteurs dans ce domaine ont montré que les deux derniers cas se rapprochent du point de vue influence sur le contour de la canalisation, et que la charge s'exerçant sur celle-ci est plus importante. Dans cet égard, nous avons considéré deux hypothèses :

- La première, dite l'hypothèse de la charge de la précontrainte, suppose que la pression exercée par le sol sur la conduite est moyenne, uniformément répartie sur le contour de la canalisation.
- La deuxième, dite hypothèse de la raideur du sol, suppose que le sol engendre une raideur supplémentaire autour de la conduite réduisant la déformabilité de cette dernière.

3.3. Les principaux procédés d'exécution : [45]

La mise en place des tuyaux préfabriqués s'exécute soit à ciel ouvert soit dans une fouille qui est remblayée ultérieurement ou préalablement à l'exécution d'un remblai général, soit par creusement souterrain d'une galerie de pose ou par fonçage du tuyau dans le sol.

Le premier mode d'exécution implique l'ouverture d'une fouille dans le terrain naturel, la pose du tuyau après l'exécution ou non d'une fondation, le remblayage latéral autour de celui-ci et le remblayage général de la fouille ou de l'exécution du corps du remblai surmontant le tuyau.

Le second mode d'établissement implique l'ouverture d'un ou de plusieurs puits de travail, le creusement d'une galerie de pose et le blocage du tuyau placé dans cette galerie ou, dans le cas du fonçage, le creusement du sol à partir de l'extrémité du tuyau qui est progressivement poussé dans le sol.

Dans notre étude, nous intéressons seulement sur le premier mode d'exécution.

3.4. Les déformations et tassements relatifs à une conduite enterrée et du sol adjacent :

Sous le plan horizontal tangent à la génératrice supérieure du tuyau (A), nous constatons, suite à l'action du poids du remblai sis au-dessus de la canalisation :

- Un enfoncement de la conduite dans le sol ($\delta c1$) ;
- Une déformation verticale de la conduite ($\delta c2$) ;
- Un tassement du terrain de fondation ($\delta s1$) ;
- Un tassement des terres latérales ($\delta s2$) ;

Donc pour le prisme intérieur, nous observons un tassement total du plan (A) :

$$\delta c = \delta c1 + \delta c2$$

Et pour les prismes latéraux, un mouvement total au niveau du plan (A) :

$$\delta s = \delta s1 + \delta s2$$

Au dessus du plan (A), les terres du prisme intérieur subissent outre le tassement δc , celui dû au poids des terres supérieures, de même, celles des prismes latéraux subissent le tassement δs , ainsi que celui dû à leur poids. Le tassement différentiel entre le prisme intérieur et les prismes latéraux s'exprime par :

$$\delta s - \delta c$$

On peut alors définir le coefficient de tassement qui représente le rapport entre le tassement différentiel et le tassement du terrain adjacent au tuyau :

$$(\delta s - \delta c) / \delta s2 = [(\delta s1 + \delta s2) - (\delta c1 + \delta c2)] / \delta s2$$

- Si la canalisation est rigide : $\delta c2 = 0$;
- Si la conduite ne subit aucun enfoncement (sol rocheux) : $\delta c1 = 0$;
- Si le sol de fondation est incompressible : $\delta s1 = 0$;

Si c'est trois possibilités sont réunies alors le coefficient de tassement est égal à 1. On peut envisager deux types de tassements :

- Le premier correspond à un coefficient de tassement positif, lorsqu'après la réalisation du remblai, le prisme intérieur tasse moins que les prismes latéraux ;
- Le second correspond à un coefficient de tassement négatif, lorsqu'après la réalisation du remblai, le prisme intérieur tasse plus que les prismes latéraux. C'est le cas des conduites peu rigides, (figure 3.1). [45]

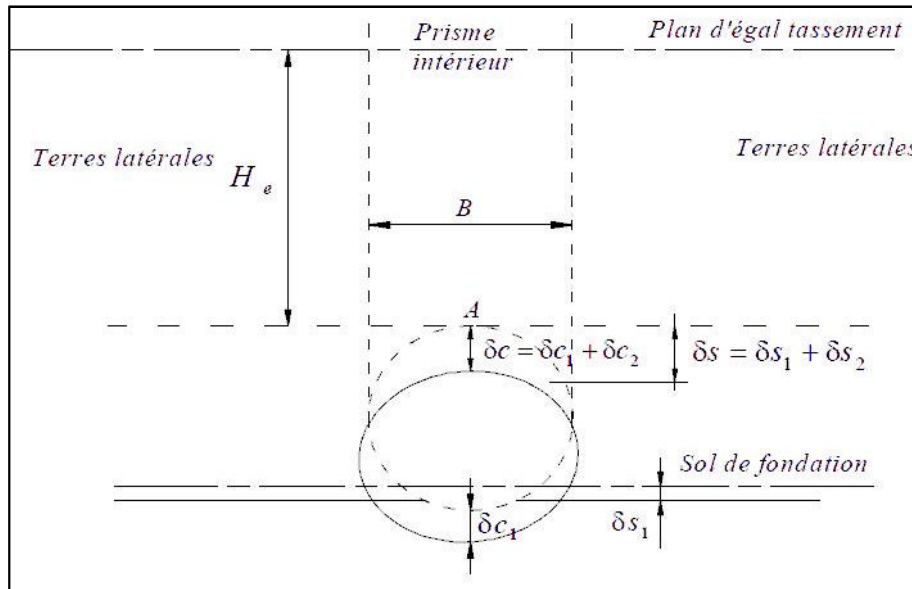


Figure 3.1 : Tassements relatifs d'un tuyau enterré et du sol adjacent [45].

3.5. Le plan d'égal tassement : [45]

Les mouvements relatifs du prisme intérieur vis-à-vis des terres latérales développent des forces de cisaillement dans le sol qui provoquent une interaction des déplacements du prisme intérieur sur ceux des massifs latéraux et / ou vice versa.

Pour une certaine hauteur H_e au-dessus de la génératrice supérieure de la conduite, nous pouvons admettre que les mouvements totaux du prisme intérieur sont égaux aux mouvements totaux des massifs latéraux. Cette hauteur H_e définit un plan horizontal appelé « plan d'égal tassement ». Ce dernier est réel si la profondeur H_e est inférieure à H , la profondeur à laquelle se trouve le tuyau sous le terrain naturel. Il est virtuel si H_e est supérieure à H .

3.6. Les méthodes de calcul de la poussée extérieure du sol : [45]

Les intensités des sollicitations extérieures liées à la profondeur de pose sont très délicates à estimer. Elles dépendent de nombreux facteurs tels que :

- La nature du sol dans lequel l'ouvrage est enterré,
- Le mode d'exécution de la fouille et sa forme,
- La nature et l'importance de la fondation,
- Les dimensions, la nature du tuyau et son aptitude à se déformer,
- Le mode et la nature de l'enrobage du tuyau,
- Le mode de compactage et la nature des remblais de la fouille,
- Les caractéristiques des charges de surface,

Pour cela le calcul de la poussée extérieure du sol se fait avec l'hypothèse de la charge de la précontrainte. Plusieurs travaux ont été menés pour la détermination des contraintes

autour des canalisations enterrées et, le calcul de la résultante des forces appliquées. Plusieurs auteurs ont montrés que la pression due au poids des terres est maximale au niveau de la génératrice supérieure d'un tuyau enterré et donnant une formule unique pour l'évaluation de la charge des terres agissant sur une conduite enterrée:

$$P_r = K \cdot \gamma \cdot H \cdot b \quad (3.1)$$

Dans laquelle :

- P_r : est la charge due au remblai sur la conduite (N/m^2),
- K : est un coefficient regroupant tous les effets des forces de frottement qui se développent le long de la surface de glissement considérée,
- γ : est le poids volumique du matériau du remblai (N/m^3),
- H : est la hauteur du remblai au-dessus de la génératrice supérieure de la conduite (m),
- b : est la largeur de l'excavation de pose de la conduite au niveau de sa génératrice supérieure (pour une conduite posée en tranchée large ou sous remblai. Cette largeur « b » est égale au diamètre extérieur de la conduite « D » (m).

Plusieurs auteurs cherchent une valeur du coefficient caractérisant la nature du remblai et la forme de la tranchée « K ». le calcul de ce coefficient est donné généralement comme :

- $K < 1$, pour les canalisations en tranchée étroite.
- $K > 1$, pour les canalisations en tranchée large ou en remblai infini.

A. La méthode de Marston [45]

Cette méthode différencie la distinction entre les canalisations posées en fouilles et celle posées en remblai. Elle tient compte du rapport entre la déformabilité de l'ouvrage enterré et la déformabilité du terrain. *Marston* considère son étude sur des surfaces de glissement vertical passant par les bords extérieurs de l'ouvrage enterré, sur le rapport de la contrainte horizontale à la contrainte verticale dans la pression active « k_a » de Rankine et sur un angle de frottement du matériau de remplissage de la fouille sur les parois de celle-ci « φ' » égale à l'angle de frottement interne de ce matériau « φ ».

La méthode néglige l'effet de la cohésion du sol qui s'établit lentement et peut être aléatoire.

Marston donne une théorie de calcul du coefficient « K » qui est d'une approche relativement aisée. Elle semble en outre représenter la réalité de façon satisfaisante comme l'ont montré les essais réalisés par l'auteur. Il propose des relations qui donnent le coefficient « K », en fonction du type de pose de canalisation.

A.1. Canalisation en tranchée étroite :

Une conduite est dite posée dans une tranche étroite lorsque la largeur de l'excavation exécutée dans le terrain naturel pour la pose de la conduite est, au niveau de la génératrice supérieur de celui-ci, faible vis-à-vis de son diamètre et de la hauteur de remblai le surmontant. *Marston* donne une expression de coefficient « K_1 » pour le cas d'une canalisation en tranchée étroite.

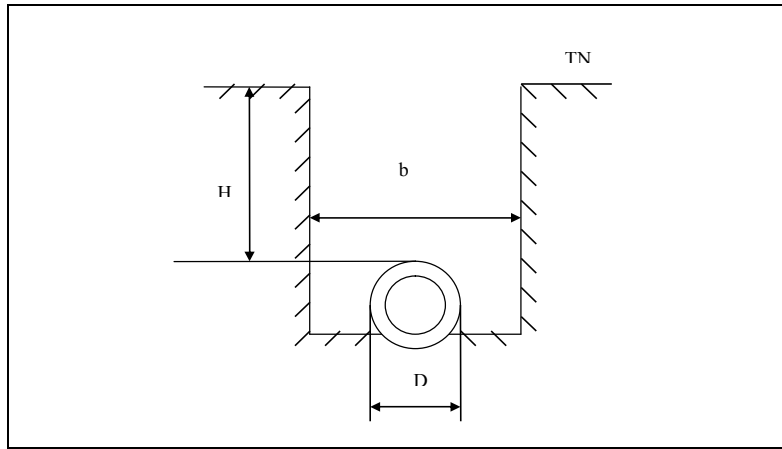


Figure 3.2 : Canalisation en tranchée étroite

$$K_1 = \frac{b}{2k\mu'H} \left[1 - \exp\left(\frac{-2k\mu'H}{b}\right) \right] \quad (3.2)$$

D'où :

- H/b : Caractéristique géométrique de la tranchée.
- K_1 : le coefficient de la charge des terres pour un tuyau posé en tranchée étroite
- μ' : le coefficient de frottement des terres de remblai contre les terres en place.

$$k = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (3.3)$$

Avec :

k : coefficient classique de Rankine.

φ : Angle de frottement interne.

μ' : Coefficient de frottement des terres de remblai contre les terres en place.

La relation (3.2) donne une valeur de K_1 inférieur à l'unité. Ceci traduit la naissance de forces de frottement entre le remblai remanié et les parois de la tranchée, ce qui produit un allègement de la charge sur la conduite.

A.2. Canalisation en tranchée large ou sous remblai infini en surélévation

Une conduite est dite posée :

- dans une tranchée large lorsque la largeur de l'excavation exécutée dans le terrain naturel pour la pose de la conduite est, au niveau de la génératrice supérieure de celui-ci, grande vis-à-vis de son diamètre ou comparable à la hauteur du remblai le surmontant.

- Sous remblai infini en surélévation lorsque sa génératrice supérieure est située au-dessus du niveau du terrain naturel et recouverte par un remblai rapporté.

Dans ce cas de pose, le mouvement du prisme de terres surmontant la conduite peut notamment, être plus important ou moins important que le mouvement des massifs latéraux, suivant les caractéristiques de rigidité ou de flexibilité de la conduite et des remblais entourant celui-ci (figure 3.3)

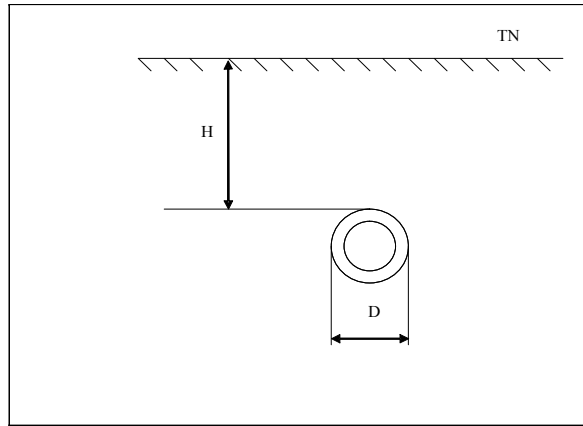


Figure 3.3 : Canalisation en remblai infini.

Marston a alors mis au point deux formules donnant K selon que le plan d'égal tassement est virtuel ou réel :

- Plan d'égal tassement virtuel :

$$K_2 = \frac{D}{\pm 2k\mu'H} \left[\exp\left(\frac{\pm 2k\mu'H}{D}\right) - 1 \right] \quad (3.4)$$

- Plan d'égal tassement réel :

$$K_2 = \frac{D}{\pm 2k\mu'H} \left[\exp\left(\frac{\pm 2k\mu'H_e}{D}\right) - 1 \right] + \left(1 - \frac{H_e}{H}\right) \exp\left(\frac{\pm 2k\mu'H_e}{D}\right) \quad (3.5)$$

Avec :

- D : le diamètre extérieur de la conduite.
- He : la profondeur du plan d'égal tassement.

Ces formules sont évidemment égales pour $H=H_e$. Le signe + correspond à un coefficient de tassement positif. Le signe - correspond à un coefficient de tassement négatif (canalisations souples pour lesquelles les phénomènes inverses de ceux constatés pour la canalisation rigides se produisent). $\mu' > 0$ signifie que la clé de la conduite s'abaisse moins que les terres adjacentes situées initialement au même niveau ; c'est ce qui se passe pour les canalisations rigides).

La formule donnant « K » dans le cas où le plan d'égal tassement et virtuel est identique à celle donnant « K » pour une canalisation en tranchée étroite : elle ne pose pas donc ce problème particulier.

Par contre, dans le cas du plan d'égal tassement réel, la formule est plus difficile à résoudre, d'autant plus qu'elle fait intervenir la profondeur H_e qui est une inconnue. Marston propose alors la formule suivante :

$$\exp\left(\frac{\pm 2k\mu'H_e}{D}\right) \mp \frac{2k\mu'H_e}{D} = \pm 2k\mu'q\lambda + 1 \quad (3.6)$$

qui permet de déterminer « He » en fonction de « $q.\lambda$ », « $k . \mu'$ » et de « D ».

D'où :

- q : le rapport de projection d'une conduite.
- λ : le coefficient de tassement d'une conduite par rapport au sol adjacent.

Les signes (+, -, +) correspondent au cas du coefficient de tassement « p » positif (soit l'entraînement du prisme des terres surmontant le tuyau par le tassement des terres latérale) et les signes (-, +, -) correspondent au cas de ce même coefficient de tassement « p » négatif

(soit l'appui du prisme des terres surmontant le tuyau sur les terres latérale dans son mouvement de tassement).

Marston fait observer que l'influence de la valeur du produit « $k.u'$ » est faible dans ce mode de pose et qu'il n'est pas nécessaire d'envisager plusieurs calculs pour les différentes natures de sol ; il propose de retenir la valeur la plus défavorable de ce produit, soit :

- $K.u' = 0,192$, lorsque le coefficient de tassement « p » est positif et $k.u' = 0,130$; quand « p » est négatif.

La relation (3.4) et (3.5) donne une valeur « K_2 » supérieure à l'unité. En effet lors de la pose de canalisation relativement résiduelle dans un remblai infini.

Le sol au repos au voisinage de la canalisation engendre des forces qui s'ajoutent au poids du sol surmontant la conduite. Ainsi le cas de remblai infini serait défavorable puisqu'il conduit à une majoration de la charge sur la canalisation.

En mécanique des sols, le diagramme des poussées sur le contour de la conduite est assez compliqué à déterminer.

A.3. Canalisation en remblai posée en dépression

Une conduite est dite posée sous remblai en dépression lorsque sa génératrice supérieure est située en dessous du niveau du terrain naturel et que ce dernier recouvert par un remblai rapporté. (Figure 3.4)

Dans ce type de pose, on observe que le mouvement de tassement des massifs latéraux est perturbé par les parois de l'excavation dans laquelle la conduite est posée, le long desquelles se développent des efforts de frottement et que le prisme intérieur, de plus grande hauteur que celle du remblai au-dessus du terrain naturel, va avoir tendance à se tasser plus que celui-ci.

L'effet de réduction de la charge du prisme intérieur agissant sur la conduite permet toujours d'écrire :

$$p_r = K_3 \cdot \gamma \cdot H \cdot b \quad (3.1)$$

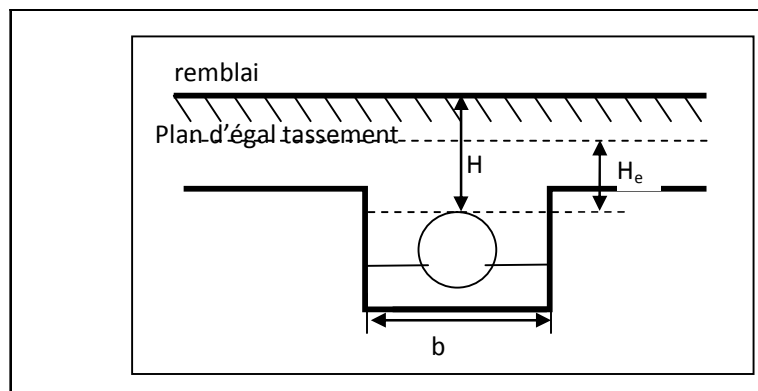


Figure 3.4 : Un tuyau posé sous remblai en dépression

Marston a mis en évidence une propriété particulièrement intéressante en pratique puisque, dans ce cas de pose, le coefficient « K_3 » est inférieur à 1, comme pour les conduites en tranchées étroites.

Marston propose pour ce cas de pose, une formule donnant le coefficient « K ».

$$K_3 = \frac{(2H - H_e) \exp\left(\frac{-2k\mu'H_e}{b}\right) - H}{-2k\mu' \frac{H}{b}} \quad (3.7)$$

Avec :

$$\exp\left(\frac{-2k\mu'H_e}{D}\right) + \frac{2k\mu'H_e}{D} = -2k\mu'q'\lambda' + 1 \quad (3.6')$$

q' : le rapport de la profondeur de la génératrice supérieur du tuyau dans le terrain naturel à la largeur « b » de l'excavation de pose de tuyau au niveau de la génératrice supérieur.

λ' : le rapport du tassement différentiel du prisme intérieur vis-à-vis du remblai sur le terrain naturel au tassement de la colonne de remblai « $q'.b$ », λ' est toujours négative et *Marston* recommande de prendre $-0,3 \geq \lambda' \geq -0,5$, la valeur « -0,3 » correspondant aux conduites rigides et la valeurs « -0,5 » aux conduites semi-rigides et flexibles.

La hauteur des prismes extérieurs du remblai, limités par les parois de fouille, est en effet plus faible que la hauteur du prisme intérieur et, dans ces conditions, les efforts de cisaillement dans le prisme intérieur sont dirigés vers le haut réduisant ainsi la charge sur la conduite.

Le plan critique est ici défini comme étant le plan horizontal de la tranchée au niveau du terrain naturel avant que les tassements apparaissent. Plus le remblai est important, plus ce plan a tendance à descendre.

B. La méthode Voelimy

Voelimy retient les mêmes hypothèses que *Marston*, à l'exception des surfaces de glissement qu'il considère planes et inclinées d'un angle « β » sur la verticale ; cet angle vaut à la limite supérieure $(\pi/4 - \varphi/2)$.

Avec :

β : le demi angle de pose de la conduite.

φ : l'angle de frottement interne des terres du remblai.

Voelimy propose d'introduire un coefficient « v » défini par le rapport des modules d'élasticité « E_R » du remblai et « E_m » du matériau de la conduite.

$$V = \frac{E_R}{E_m} \cdot \left(\frac{r}{e}\right)^3 \quad (3.8)$$

Avec « r » le rayon moyen de la conduite et « e » son épaisseur, dans la détermination de la charge du remblai s'exerçant sur la conduite tel que :

$$P_r = \gamma \cdot D \cdot H \cdot \frac{(5 + 3V)}{(1 + V)(3 + V)} \quad (3.9)$$

Avec :

D : Diamètre intérieur de la conduite,

H : Hauteur du remblai,

γ : Poids volumique du remblai.

Soit, pour une conduite rigide correspondant à « $v = 0$ », une charge

$$P_r = 1,67 \cdot \gamma \cdot D \cdot H \quad (3.10)$$

Les valeurs ($V < 1$) correspondent aux conduites rigides, tandis que celles ($V > 1$) sont relatives aux conduites flexibles, c'est-à-dire à ceux qui se déforment plus que les remblais qui les entourent.

C. La méthode de Guerrin et Daniel [45]

Ils proposent une formule empirique qui résulte d'un grand nombre de théories et d'essais.

Donc on a :

$$P_r = K . \delta . k_f . k_c . \gamma . H . D \quad (3.11)$$

D'où :

K : coefficient classique défini comme suite :

Pour les sables on a :

$$K = 1 - 0,49 \left(\frac{H}{L} \right) + 0,12 \left(\frac{H}{L} \right)^2 - 0,01 \left(\frac{H}{L} \right)^3 \quad (3.12)$$

Pour les argiles nous avons :

$$K = 1 - 0,153 \left(\frac{H}{L} \right) + 0,0011 \left(\frac{H}{L} \right)^2 + 0,0019 \left(\frac{H}{L} \right)^3 \quad (3.13)$$

Pour les remblais indéfinis nous avons: K = 1,5

Dans laquelle :

δ : le coefficient correcteur de la valeur « P_r » tenant compte de fonction de l'inclinaison des parois de la tranchée, avec $\delta = 1$ pour un remblai indéfini.

k_f : le coefficient de flexibilité de la conduite.

k_c : le coefficient de compactage du remblai, directement lié a la flexibilité de la conduite.

D. La méthode de Wetzork et Kitelle [45]

Ils adoptent les mêmes hypothèses que *Marston*, mais considèrent que la pression latérale des terres ne doit pas être prise avec sa valeur limite inférieure correspondant à la pression active de *Rankine*.

E. La méthode de Christensen

Celui-ci a examiné le facteur « $k.tg\phi$ » intervenant dans la théorie de *Marston*. Il propose de considérer ce facteur comme empirique car, bien souvent « ϕ' » est inférieur à « ϕ », sa valeur serait de l'ordre de 0.35 à 0.44, au lieu de 0,192 maximum dans la théorie de *Marston*.

F. La méthode de Wolfer

En effectuant des essais *Wolfer* (1936 à 1938) a fait état de l'influence de cette situation de diminution du coefficient de frottement interne en milieu saturé.

G. La méthode de Pruska :

Il propose, pour les conduites posées sous remblais importants, une méthode basée sur le calcul des efforts, en considérant que les différences de tassement, calculées à partir de la loi de *Hooke* (proportionnalité des efforts et déformations), sont des déformations provoquées par ces efforts ; les résultats obtenus par cette méthode recourent celles des autres théories précitées.

IR.P.Nonclercq dans son livre (Hydraulique Urbaine Appliquée 3eme partie « le calcul statique des collecteurs urbains ») propose de conserver les formules de *Marston* car ses valeurs sont les plus défavorables dans la première configuration, et concerne les autres cas il faut comparer les résultats obtenue par les déférentes méthodes,

3.7. Répartition des pressions autour de tuyau : [45]

En chaque point de tuyau enterré, la pression se décompose, en une composante radiale et composante tangentielle (Figure 3.5).

Le diagramme représentatif en est une courbe fermée dont le tracé est délicat, d'autant plus que la partie due aux charges est difficile à dissocier de celle due aux réactions d'appui, surtout au niveau de leur jonction ; portant sa connaissance est indispensable pour un calcul sérieux des contraintes mécaniques, puisque, loin d'être uniforme et égale à la moyenne accessible par le calcul

La pression est souvent prédominante à l'aplomb de l'axe vertical. Tout au moins pour les canalisations rigides en tranchée, tandis que les réactions sont nulles ou très faibles vers le voisinage de la surface du sol d'appui.

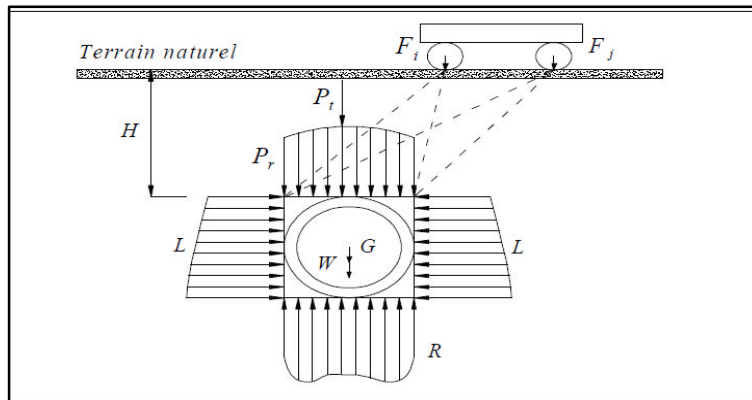


Figure 3.5 : la répartition des pressions autour du tuyau [45].

Pour les conduites flexibles, l'importance des pressions aux reins est considérablement accrue par le comportement mécanique même de tuyau qui s'aplatissant, vient s'appuyer sur les flancs de la tranchées, atténuant ainsi la charges verticale mais accentuant le phénomène de butée de terre. Mais ces règles générales sont en outre tributaires des paramètres d'état du sol et peuvent considérablement évoluer selon les conditions de pose.

L'observation expérimentale permet d'établir que pour un tuyau rigide (Figure 3.6) sa résistance vis-à-vis des déformations est élevée, la charge du remblai est quasi totalement supportée par l canalisation et la poussée au niveau diamètre horizontal est petite, tandis qu'un tuyau flexible (Figure 3.7) se déforme verticalement et une partie de la charge du remblai est absorbée par le butée se développant dans le remblai latéral du tuyau.

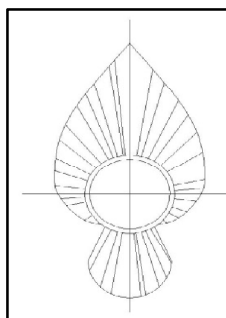


Figure 3.6 la répartition des pressions radiales autour d'un tuyau rigide en béton ($d_e=0,74$ m) suivant les résultats des essais de Chapel Hill [45].

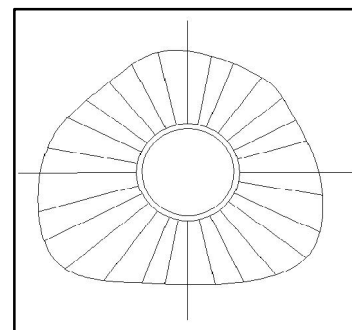


Figure 3.7 la répartition des pressions radiales autour d'un tuyau flexible en tôle ondulée ($d_e=0,535$ m) suivant les résultats des essais de Chapel Hill [45]

3.8. La mise en équations de déplacement [31],[42]

Le système conduite-sol sera évoqué dans l'hypothèse d'un sol agissant par sa raideur sur la conduite. Cette hypothèse déduit les déplacements compatibles du sol de la conduite.

On considère le cylindre circulaire de rayon intérieur a et de rayon extérieur b indiqué sur la figure 3.8. Il est soumis à l'action de pressions interne P_i et externe P_e uniformément réparties.

Si le cylindre est suffisamment long, il est raisonnable de faire l'hypothèse de l'état plan de déformation. Il est également tout indiqué de choisir des coordonnées cylindriques, le vecteur \vec{e}_z coïncidant avec celui du cylindre. Par raison de symétrie, le déplacement d'un point quelconque ne peut être que radial et indépendant de θ et z :

$$\vec{u} = u_r(r)\vec{e}_r \quad 1.14$$

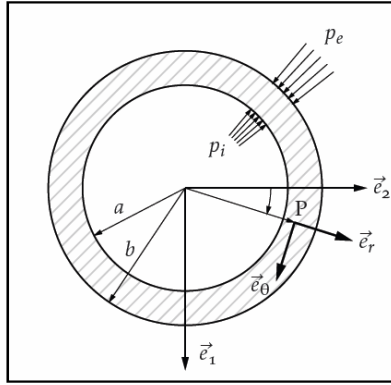


Figure 3.8 : Un cylindre sous l'action des pressions.

On en déduit par la formule du rotationnel en coordonnées cylindriques que $r\vec{\text{rot}}\vec{u} = \vec{0}$. Les équations d'équilibre en déplacement donnent:

$$(\lambda + 2\mu)\left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr}(ru_r)\right) + f_r = 0 \quad (3.14)$$

En l'absence de force de volume, cette équation s'intègre facilement. On obtient :

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r}; \quad u_z = 0; \quad u_\theta = 0;$$

Où C_1 et C_2 sont deux constantes d'intégration. Pour les déterminer, il nous reste à imposer les conditions limites en contrainte. Il faut d'abord calculer les déformations puis les contraintes associées au champ de déplacement. Les déformations sont la partie symétrique du gradient des déplacements. En utilisant la formule du gradient d'un vecteur en cylindrique, on obtient :

$$\varepsilon_{rr} = C_1 - \frac{C_2}{r^2}; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = C_1 + \frac{C_2}{r^2}; \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\theta z} = 0;$$

Il n'y a donc pas de déformation de cisaillement, ce qui était évident a priori du fait de la symétrie du problème.

Avec un comportement élastique isotrope est complètement décrit par deux paramètres matériaux scalaires : les deux coefficients de Lamé λ et μ . Le comportement élastique isotrope s'écrit.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij};$$

Cette loi est appelée loi de Hooke. Plutôt que d'utiliser les coefficients de Lamé, on peut décrire le comportement en terme du module de Young E et du coefficient de Poisson ν :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij};$$

En appliquant la loi de Hooke, il vient :

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} - \frac{C_2}{r^2} \right); \quad (3.15)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{C_1}{1-2\nu} + \frac{C_2}{r^2} \right); \quad (3.16)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{2\nu E C_1}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad (3.17)$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0; \quad (3.18)$$

La condition limite en contrainte s'exprime par :

$$\bar{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{T}_d; \quad (3.19)$$

Avec, sur la face intérieure :

$$\vec{n} = -\vec{e}_r; \quad \vec{T}_d = P_i \vec{e}_r; \quad (3.20)$$

En utilisant (3.19), la relation (3.20) s'écrit sous forme matricielle, en coordonnées cylindriques :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{rr}(r=a) = -P_i \quad (3.21)$$

Pour la face extérieure, on a :

$$\vec{n} = \vec{e}_r; \quad \vec{T}_d = P_e \vec{e}_r; \quad (3.22)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{rr}(r=a) = -P_e \quad (3.23)$$

Les deux conditions sur σ_{rr} fournissent les deux constantes. Tous calculs faits, on obtient :

$$C_1 = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} \frac{a^2 P_i - b^2 P_e}{b^2 - a^2}; \quad C_2 = \frac{1+\nu}{E} \frac{P_i - P_e}{1/a^2 - 1/b^2}; \quad (3.24)$$

Les contraintes non nulles valent donc :

$$\sigma_{rr} = \frac{a^2 P_i - b^2 P_e}{b^2 - a^2} - \frac{P_i - P_e}{r^2 / a^2 - r^2 / b^2}; \quad (3.25)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{a^2 P_i - b^2 P_e}{b^2 - a^2} + \frac{P_i - P_e}{r^2 / a^2 - r^2 / b^2}; \quad (3.26)$$

$$\sigma_{zz} = 2\nu \frac{a^2 P_i - b^2 P_e}{b^2 - a^2} \quad (3.27)$$

Pour le déplacement ur , on trouve enfin :

$$u_r = \frac{1}{2\mu(b^2 - a^2)} \left((1-2\nu)(a^2 P_i - b^2 P_e)r + a^2 b^2 (P_i - P_e) \frac{1}{r} \right); \quad (3.28)$$

Si l'épaisseur du cylindre est faible devant le rayon moyen $R = (a + b) / 2$, on obtient, au premier ordre, les contraintes suivantes en état plan de déformation :

$$\sigma_{rr} \approx 0; \sigma_{\theta\theta} \approx \frac{pR}{e}; \sigma_{zz} \approx \frac{\nu pR}{e}; u_r = \frac{(1-\nu^2)PR^2}{Ee}; \quad (3.29)$$

Où $p = P_i - P_e$. Ces formules simplifiées permettent notamment de déterminer rapidement les contraintes dans la paroi d'une chaudière cylindrique sous pression.

3.9. Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons remarqué que la répartition des poussées externes sur le contour de la conduite dues au remblai n'est pas uniforme.

Pour les conduites rigides, les poussées sont maximales au dessus de la génératrice supérieure et au point d'appui, et sont faibles aux flancs de la conduite.

Pour les conduites souples c'est l'inverse qui s'observe. Les essais vérifiés expérimentalement par *Marston*, reflétant ainsi la réalité, montrent que cette répartition est en forme de « feuille de trèfle » et qu'il est difficile de la modéliser : seules les expériences qui peuvent nous montrer cette répartition hétérogène des contraintes de poussée.

On peut dire que la méthode de *Marston* est plus fiable, par ce qu'elle est vérifiée expérimentalement.

Dans ce qui suit, pour simplifier notre raisonnement, nous supposons que ces contraintes sont supposées réparties uniformément sur le pourtour de la canalisation (épave de contraintes concentrique avec la conduite). Certainement, l'effet de ces contraintes sur la conduite rend celle-ci plus rigide quelque soit son matériau et par conséquence réduit sa déformabilité. C'est ce qui nous intéresse pour la suite de notre travail.

Chapitre -4-

**METHODES D'ANALYSE DU
COUP DE BELIER**

METHODES D'ANALYSE DU COUP DE BELIER

4.1. Généralité :

Les coups de bélier qui apparaissent dans les systèmes de tuyauterie sont provoqués par la nature évolutive des conditions de fonctionnement. Ainsi l'opération de régulation de l'écoulement du fluide dans les conduites par l'intermédiaire d'une valve de contrôle crée des perturbations de pression qui se propagent dans tout le système. Ils peuvent apparaître également suite à un accident ou à des aléas se produisant dans les organes reliés à la tuyauterie.

Etant caractérisés par un changement de paramètres hydrauliques, dans le temps et dans l'espace, ils peuvent se manifester par accroissement ou décroissement du débit.

Les coups de bélier dans les réseaux hydrauliques sont source de nombreux problèmes de dysfonctionnement et peuvent conduire à des dégâts considérables sur les conduites et les éléments du réseau.

Dans l'analyse du coup de bélier dans les tuyauteries, le but communément recherché est le contrôle des ondes de pression pour protéger les éléments des lignes contre les surpressions et les dépressions qui apparaissent. En réalité le domaine d'application de l'instationnaire est très large et varié, on peut citer :

- La station de pompage hydroélectrique
- Le système d'alimentation dans les propulseurs
- Les réseaux sanguins
- Les réseaux d'alimentation en eau, à la suite des manœuvres d'organes
- Lignes de transmission de gaz et de pétrole
- L'acoustique
- Le système de contrôle hydraulique
- Ou toute autre application de transmission d'énergie ou d'information à travers un fluide.

Pour l'approche mathématique du problème régissant le phénomène transitoire, on peut avoir deux formes :

a) Si le paramètre modificateur engendre une variation lente du débit et de pression dans la conduite, on admet que la loi d'évolution de l'écoulement est donnée d'une façon approchée par l'équation régissant les mouvements non permanents. Cette approche suppose un fluide incompressible et une conduite indéformable. Le débit, la vitesse et les accélérations sont identiques en un instant donné en tout point de la conduite : c'est le mouvement dit en masse.

b) Si le paramètre modificateur engendre une variation rapide provoquant un gradient de débit ou de pression important, la déformation de l'enveloppe de la conduite et la compressibilité de l'eau sont à considérer nécessairement. Ces variations rapides (débit, pression) n'étant plus constantes en un instant « t », se présentent et se propagent sous forme d'ondes (on dit qu'il se produit un coup de bélier) : on a donc affaire à un mouvement dit d'ondes. C'est l'optique de notre étude pour le présent travail.

4.2. Introduction :

Pour cette étude, on fait abstraction de la première approche où la compressibilité de l'eau et la déformation de la conduite sont négligées; et on s'intéresse énormément à la seconde approche : c'est à dire, le mouvement d'onde créant le coup de bélier.

Les différentes méthodes d'analyse du phénomène du coup de bélier sont basées sur les équations de ST-VENANT.

Ces équations forment un système d'équations différentielles partielles du premier ordre de type hyperbolique.

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g (\sin \alpha + j)$$

Dans ce chapitre, on donne un aperçu descriptif de certaines méthodes décrivant le régime transitoire. Plusieurs méthodes numériques ont été développées pour résoudre des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, en l'absence de solution analytique à ces équations.

Tenant compte de la complexité du phénomène, des méthodes approximatives, graphiques ou numériques ont donc pris le relais pour permettre aux ingénieurs de quantifier ce type de phénomènes, parmi ces méthodes on cite les suivantes:

- Méthode arithmétique.
- Méthode des différences finies.
- Méthode des caractéristiques.
- Méthode algébrique.
- Méthode graphique (SCHNYDER-BERGERON).
- Méthode des éléments finis.
- Méthode de série de FOURIER.

4.3. Méthode arithmétique :

Cette méthode se base sur le principe de superposition des ondes réfléchies et transmises pour déterminer la surpression et la dépression lors d'un coup de bélier engendré. Cette méthode est plus simple dans le cas d'une conduite unique où les ondes sont réfléchies et transmises qu'à ses extrémités où le coup de bélier n'est déduit qu'aux conditions aux limites. Cette méthode trouve sa complication lors de son application dans un réseau faiblement ou fortement ramifié avec des longueurs des branches inégales. La méthode numérique exige la connaissance du comportement des ondes au niveau des nœuds ou des changements de sections des tronçons ; chose très difficile à déterminer. Par ailleurs le calcul exige certaines hypothèses simplificatrices, ne reflétant pas la réalité, à savoir :

- Pertes de charge négligeables.
- La conduite est supposée horizontale.

La méthode numérique se base sur Les équations suivantes décrivant le régime transitoire prépondérant :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gS} \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot S \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Ces équations sont de type hyperbolique, donc elles admettent des solutions de la forme :

$$\begin{cases} H = H_0 + f\left(t + \frac{X}{C}\right) + f\left(t - \frac{X}{C}\right) \\ Q = Q_0 - \frac{g \cdot S}{C} \left[F\left(t + \frac{X}{C}\right) - F\left(t - \frac{X}{C}\right) \right] \end{cases} \quad (4.2)$$

Le problème consiste à déterminer les fonctions f et F décrivant les observateurs parcourant le déplacement des ondes suivant les conditions initiales et aux limites. Cette méthode a été utilisée dans le temps vu le manque de moyens informatiques, puis elle a été abandonnée, quand les moyens de calcul numérique ont apparus et été développés.[42],[18]

4.4. Méthode des schémas aux différences finies :

Cette méthode consiste à estimer par approximation des valeurs d'une ou de plusieurs fonctions à partir d'une ou plusieurs conditions. Cette approximation représente une discrétisation du domaine et de remplacer les opérateurs différentiels par les opérateurs basés sur des intervalles de temps et d'espace finis Δt et Δx , puis à résoudre le système d'équations algébriques ainsi obtenu en tenant compte des conditions initiales et aux limites.

Le domaine d'application de la méthode aux différences finies possède la possibilité de développer des schémas implicites aux différences finies centrées et explicites. Les schémas aux différences finies explicites admettent une interprétation par les équations caractéristiques comme par exemple le schéma de *Lax – Wendroff*. On préfère le schéma explicite, puisque les équations qui interviennent sont non linéaires. De plus la condition de stabilité qui est intimement liée au domaine de dépendance paraît plus facile à maîtriser dans ce cas.

Les schémas aux différences finies peuvent présenter des avantages certains lorsque la géométrie du problème est simple, comparativement à la méthode des éléments finis. Néanmoins l'inconvénient principal de ces schémas réside dans le fait de prendre en compte les conditions limites qui s'intègrent au contraire dans le cas de la méthode des éléments finis. Les schémas aux différences finies ont la réputation de dépendre du problème considéré si bien qu'il n'existe pas aujourd'hui de codes de calcul généraux utilisant le principe des différences finies.

Ceci ne constitue pas, à notre avis, une limitation préjudiciable. La variété des problèmes qui traduisent des réalités physiques différentes, peut exiger un traitement numérique adapté qui doit s'apparier à la nature du problème étudié.

C'est le cas justement dans le type de problème relatif au couplage fluide-structure qui nécessite l'utilisation d'une formulation mixte. A notre avis, cette dernière, n'est pas une pratique répandue, du moins facilement abordable dans le domaine des éléments finis.

Le choix et la construction d'un schéma aux différences dépendent de plusieurs facteurs telles que la précision, la stabilité et la meilleure incorporation d'importants principes physiques ; par exemple : les lois de conservation. Pour les cas des différences finies, deux méthodes sont couramment utilisées dans la littérature. [18]

4.4.1. Schémas explicites :

Les schémas explicites permettent de calculer les caractéristiques de l'écoulement à un instant donné, en fonction des caractéristiques de l'écoulement supposé connues à l'instant précédent et le travail sera répété pour tous les nœuds.

La solution explicite offre un avantage de simplicité mais elle pose des problèmes de stabilité pour le choix du pas.

4.4. 1.1. Méthode explicite de Lax-Wendroff:

Lax et Wendroff (1960) ont présenté un algorithme numérique à deux pas de précision d'ordre deux, permettant la résolution sur ordinateur de l'évolution des écoulements transitoire. L'établissement de cet algorithme est basé sur le caractère conservatif des équations aux dérivées partielles qui représentent l'écoulement. Cette formulation conservative présente l'avantage d'essayer de préserver les propriétés de conservation des quantités de masse, de mouvement et d'énergie dans les approximations aux différences. En effet, puisque les équations en mécanique des fluides sont établies à partir des lois de conservation, il convient lors de la recherche d'un schéma aux différences finies stable, d'utiliser la forme conservative.

Ceci permet de minimiser l'erreur faite sur les quantités de masse, de mouvement et d'énergie. Cependant si la procédure d'interpolation est performante à chaque maillage de points et pour chaque pas de temps sans se soucier si les distributions spatiales ont un besoin, la méthode est moins comparée avec le schéma aux différences finies.[18]

En ce qui concerne l'emploi des schémas explicites, *M.H Chaudhry*, et *M.Y. Hussaini* (1985), ont appliqué des méthodes développées dans d'autres domaines (en aérodynamique notamment), au calcul du coup de bélier dans les réseaux simples. Leurs résultats démontrent clairement l'intérêt de ces méthodes. *Chaudhry et al.* (1994) ont donc poursuivi dans cette voie, en appliquant ces méthodes au calcul d'un écoulement plus complexe ; un pseudo-fluide composé d'un liquide dans lequel on retrouve une faible concentration d'air. Les schémas explicites étudiés par ces auteurs sont représentés par la méthode de *Mac Cormack* (1971), le schéma de *Lambda* et le schéma de *Gabutti* (1983). Ils sont introduits pour résoudre les équations différentielles, partielles hyperboliques quasi – linéaires, décrivant le phénomène du coup de bélier en phase de fermeture dans une conduite. *P.Beauchemin* (1992) a étendu la formulation du modèle aux différences finies explicites pour prendre en compte tous les termes non linéaires des équations principales, permettant ainsi le calcul d'écoulements encore plus complexes. En particulier, il a été mis en œuvre pour étudier l'écoulement non permanent du liquide dans des réseaux multi-branches avec différents appareils de protection (cheminée d'équilibre et réservoirs hydropneumatiques). Pour plus de compréhension, on décrit un bref raisonnement relatif à chacun de ces trois schémas utilisés par *Chaudhry*. [16],[17]

4.4. 1.2. Schéma de Mac Cormack.

Le schéma de *Mac Cormack* est un schéma précis du 2ème ordre en temps et en espace. Il est essentiellement dissipatif. Il comprend deux étapes : prédicteur et correcteur. Dans chacune des deux étapes, des approximations à différences finies sont utilisées. Dépendant des approximations aux différences finies pour les dérivées spatiales, deux alternatives sont possibles :

1^{ère} alternative : les approximations aux différences finies des pas suivants sont utilisées dans la partie prédicteur, et des approximations aux différences finies dans le pas avant sont utilisées dans la partie correcteur.

2^{ème} alternative : Les approximations aux différences finies dans le pas précédent sont utilisées dans la partie prédicteur, et les différences finies dans le pas suivant dans la partie correcteur.[16]

Mac Cormack recommande l'utilisation de ces deux alternatives dans une séquence : c'est-à-dire la première alternative à une étape de temps, et la deuxième alternative pendant la prochaine étape de temps suivie par la première alternative encore une fois.

La conduite a pour longueur L divisée en (n) pas de distance Δx . Le premier nœud est de numéro 1, et le dernier est de numéro $(n+1)$. Les valeurs de H et Q sont connues au temps

$j \cdot dt$ (à partir des conditions initiales) et sont déterminées au temps $t+dt$ en $(j+1)dt$, (Figure 4.1).

On peut écrire selon *Mac Cormack*:

- Première alternance.

Partie prédicteur :

$$H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{c^2}{gS} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) \quad (4.3)$$

$$Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_{i+1}^j - H_i^j) - R |Q_i^j| Q_i^j \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.4)$$

Le signe (*) désigne les valeurs prédites.

Partie correcteur :

$$H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t c^2}{gS} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) \right] \quad (4.5)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_i^* - H_{i-1}^*) - R |Q_i^*| Q_i^* \right] \quad i=2,3,\dots,n+1 \quad (4.6)$$

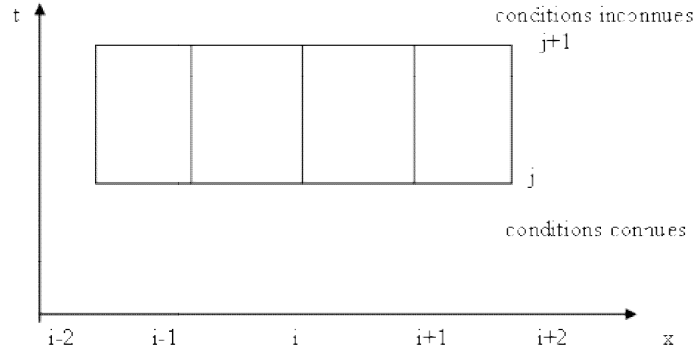


figure 4.1 : Schéma de discrétisation du domaine.

- Deuxième alternance.

Termes prédicteurs ;

$$H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t \cdot c^2}{\Delta x gS} (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \quad (4.7)$$

$$Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} g.S (H_i^j - H_{i-1}^j) - R |Q_i^j| Q_i^j \quad i=2,3,\dots,n+1 \quad (4.8)$$

Termes correcteurs ;

$$H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t \cdot c^2}{\Delta x \cdot g.S} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \right] \quad (4.9)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_{i+1}^* - H_i^*) - R |Q_i^*| Q_i^* \right] \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.10)$$

4.4. 1.3. Schéma de Moretti's Lambda.

Dans le schéma de *Lambda*, les équations sont transformées dans les axes de mouvement des perturbations afin d'utiliser les différences finies durant les parties de prédiction et de correction, (figure 4.2).

Le schéma de *Lambda* se base sur les équations suivantes qui régissent le phénomène du coup de bélier :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g.S} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g.S. \frac{\partial H}{\partial x} + R|Q|Q = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

En multipliant la deuxième équation du système (4.11) par un nombre ϑ , et en l'additionnant à la première équation de ce même système, on obtient :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \vartheta.g.S. \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \vartheta.\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{c^2}{\vartheta.g.S} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x}\right) + \vartheta.R|Q|Q = 0 \quad (4.12)$$

$$\vartheta.g.S = \frac{dx}{dt} = \frac{c^2}{\vartheta.g.S} \quad (4.13)$$

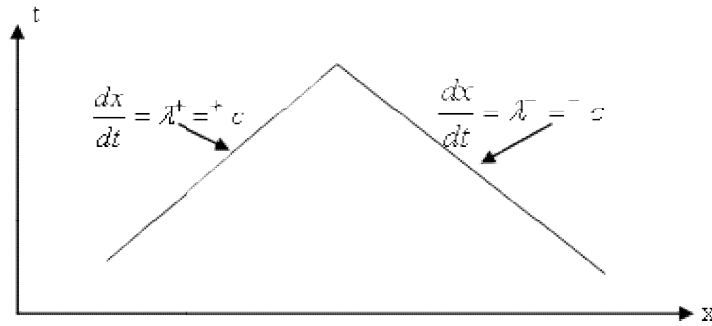


Figure 4.2 : Caractéristiques positive et négative

On pose : $\vartheta = \pm \frac{c}{g.S}$ (4.14)

Donc l'expression (4.14) représente les directions des caractéristiques, c'est-à-dire :

$$\lambda^+ = \frac{dx}{dt} = +c \quad : \text{caractéristique positive.}$$

$$\lambda^- = \frac{dx}{dt} = -c \quad : \text{caractéristique négative}$$

Ce qui permet d'écrire l'expression (4.12) :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \lambda^+ \cdot \frac{\partial H^+}{\partial x}\right) + \frac{c}{g.S} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda^+ \frac{\partial Q^+}{\partial x}\right) + \frac{c.R}{g.S} Q|Q| = 0 \quad (4.15)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \lambda^- \frac{\partial H^-}{\partial x}\right) - \frac{c}{g.S} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda^- \frac{\partial Q^-}{\partial x}\right) - \frac{c.R}{g.S} Q|Q| = 0 \quad (4.16)$$

En soustrayant l'équation (4.16) de l'équation (4.15), et en multipliant par $g.S/c$, on obtient :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{g.S}{c} \left(\lambda^+ \frac{\partial H^+}{\partial x} - \lambda^- \frac{\partial H^-}{\partial x}\right) + \frac{1}{2} \left(\lambda^+ \cdot \frac{\partial Q^+}{\partial x} + \lambda^- \cdot \frac{\partial Q^-}{\partial x}\right) + R.Q|Q| = 0 \quad (4.17)$$

En additionnant les équations (4.15) et (4.16), il ressort :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{2}(\lambda^+ \frac{\partial H^+}{\partial x} + \lambda^- \frac{\partial H^-}{\partial x}) + \frac{1}{2} \frac{c}{gS} (\lambda^+ \frac{\partial Q^+}{\partial x} - \lambda^- \frac{\partial Q^-}{\partial x}) = 0 \quad (4.18)$$

Dans ce schéma, les dérivées partielles sont remplacées par les approximations aux différences finies.

4.4. 1.4. Schéma de Gabutti.

Le schéma de *Gabutti* est similaire au schéma de *Lambda*. Dans ce schéma, les dérivées partielles sont remplacées par les approximations aux différences finies suivantes :

Partie prédicteur : Dans ce schéma, la partie prédicteur est présentée comme suit :

$$f_x^+ = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (4.19)$$

$$f_x^- = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} \quad (4.20)$$

Dans les expressions (4.19) et (4.20), le terme (f) représente le débit Q et la charge H. En tenant compte de ces approximations aux différences finies, et des expressions (4.17) et (4.18), on obtient les valeurs prédites du débit \tilde{Q} et de la charge \tilde{H} .

$$\tilde{Q}_i = Q_i^j - \Delta t \left[\frac{1}{2} \frac{gS}{c} (\lambda^+ H_x^+ - \lambda^- H_x^-) + \frac{1}{2} (\lambda^+ Q_x^+ + \lambda^- Q_x^-) + R Q_i^j |Q_i^j| \right] \quad (4.21)$$

$$\tilde{H}_i = H_i^j - \Delta t \left[\frac{1}{2} (\lambda^+ H_x^+ + \lambda^- H_x^-) + \frac{1}{2} \frac{c}{gS} (\lambda^+ Q_x^+ - \lambda^- Q_x^-) \right] \quad (4.22)$$

Et :

- Partie correcteur :

$$\tilde{f}_x^+ = \frac{\tilde{f}_i - \tilde{f}_{i-1}}{\Delta x} \quad (4.23)$$

$$\tilde{f}_x^- = \frac{\tilde{f}_{i+1} - \tilde{f}_i}{\Delta x} \quad (4.24)$$

En utilisant ces approximations aux différences finies, et tenant compte des relations (4.17) et (4.18), les paramètres \tilde{H}_i et \tilde{Q}_i sont calculées comme suit :

$$Q_i^{j+1} = Q_i^j + \frac{1}{2} \Delta t (Q_i^* + \tilde{Q}_i) \quad (4.25)$$

$$H_i^{j+1} = H_i^j + \frac{1}{2} \Delta t (H_i^* + \tilde{H}_i) \quad (4.26)$$

4.4. 1.5. Stabilité :

Les schémas qui appartiennent aux schémas du type prédicteur correcteur sont stables sous les conditions du nombre C_N de *Courant-Friedrich-Levy*. Pour les schémas explicites, les conditions de stabilité s'énoncent de la façon suivante :

Le pas de temps doit être tel qu'une onde se propage à la vitesse c, ne parcourt pas plus d'un pas d'espace en un pas de temps. Cette condition se traduit par :

$$\Delta t \leq \frac{C_N \cdot \Delta x}{\max(|v| + c)} \quad (4.27)$$

Et comme $v \ll c$, la condition devient :

$$\Delta t \leq \frac{C_N \cdot \Delta x}{c} \quad (4.28)$$

- si $CN \leq 1$, les schémas de *Mac Cormack* et de *Gabutti* sont stables.
- si $CN < 1$, le schéma de *Lambda* est stable.

4.4.2. Schémas implicites :

Les schémas implicites calculent les caractéristiques de l'écoulement à un instant donné en fonction des caractéristiques de l'écoulement à ce même instant. Ces schémas ont été appliqués dans plusieurs domaines (l'aérodynamique, coup de bélier dans les réseaux simples). Leurs résultats démontrent l'intérêt de cette méthode. En plus, elles nous permettent de prendre les termes non linéaires, qui apparaissent dans les équations principales.

Pratiquement ce modèle a été mis en œuvre pour étudier l'écoulement non permanent du liquide dans des réseaux multi branches avec différents appareils de protection.

4.4.2.1. Méthode implicite aux différences centrées :

La méthode aux différences centrées consiste à remplacer les dérivées partielles par des formules aux différences établies en des points intermédiaires, entre le niveau de temps (n) et le niveau (n+1). Il a été développé l'algorithme bi-tri diagonal pour la résolution des systèmes de deux équations en deux variables dépendantes de type hyperbolique.[18]

Plusieurs hydrauliciens ont utilisé le schéma implicite aux différences finies. *D.U.Von Rosenberg*, *D.L. Beauchamp* et *J.Watt* (1968), constatent que, la méthode aux différences centrées s'adapte mieux que la méthode des caractéristiques, dans le cas de l'étude des systèmes d'équations de type hyperbolique quasi-linéaire, avec des conditions aux limites non continues.

La méthode implicite aux différences finies est pratique pour le cas des écoulements compressibles ou peu compressibles sans changement de phase.

L'application de cette méthode a été appréciée par les auteurs dans le cas des écoulements transitoires isentropiques des gaz parfaits.

Dans les problèmes où il y a changement de phase (phénomène de dégazage et cavitation de vapeur), la méthode aux différences centrées est instable. Tandis que celle de *Lax-Wendroff* donne des résultats acceptables.

Nguyen Trieu Dong (1990), utilise la méthode des différences finies, avec le schéma implicite de *Preismann A.* (1961) pour la résolution du système d'équations des écoulements non permanents soit à surface libre, soit en charge, soit partiellement à surface libre et partiellement en charge. Ainsi lorsqu'il y a apparition du choc positif, après la réflexion à l'extrémité aval, les variations deviennent discontinues et les oscillations naissent aussitôt au voisinage du choc. Des imprécisions de calcul sont ainsi introduites dans la solution. *J.Watts* et *D.U. Von Rosenberg* (1969), ont prévu une modification du schéma au niveau du front de l'onde de choc. Ce dernier serait en effet, représenté dans le plan (x, t) pour un point mobile.

Dans le cas de son application aux problèmes transitoires en charge il est nécessaire de garder une relation entre le pas de temps (Δt) et pas d'espace (Δx). Or ce dernier n'est pas toujours proportionnel à la longueur de la conduite par conséquent la méthode devient imprécise, il est donc recommandé d'utiliser une autre méthode.

La solution implicite est plus compliquée mais elle offre un avantage de stabilité « inconditionnellement stable ».

4.4.3. Discrétisation des opérateurs différentiels

Soit une fonction $u(x, t)$, continue et continûment différentielle, le développement en série de Taylor autour du point (x, t) s'écrit :

$$u(x + \Delta x, y + \Delta y) = u(x, y) + \frac{1}{1!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right) u + \frac{1}{2!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 u + \dots + \frac{1}{(n-1)!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^{n-1} u + R_n$$

Où le reste R_n est de l'ordre de $[|\Delta x| + |\Delta y|]^n$, ce que l'on écrit habituellement :

$$R_n = O \left\{ [|\Delta x| + |\Delta y|]^n \right\}$$

Ainsi, le développement en série de Taylor de $u(x+\Delta x, y)$ autour de (x, y) s'écrit,

• Si $n=4$.

$$u(x + \Delta x, y) = u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + O(\Delta x^4)$$

En développement à l'ordre 2 (avec $n=3$) on a :

$$u(x + \Delta x, y) = u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O(\Delta x^3) \quad (4.29)$$

Et

$$u(x - \Delta x, y) = u(x, y) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O(\Delta x^3) \quad (4.30)$$

Où les dérivées sont évaluées au point (x, y) , ce que l'on note communément :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x, y}$$

En divisant (4.29) par Δx avec $n = 2$, on obtient :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4.31)$$

Si l'on néglige le reste $O(\Delta x)$ dans cette équation, on obtient une approximation de l'opérateur différentiel $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y}$ au point $x(x, y)$ par un opérateur aux différences finies (Δx devant x dans $x+\Delta x$).

En divisant (4.30) avec $n = 2$ par Δx , on obtient :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x, y) - u(x - \Delta x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4.32)$$

Qui correspond à l'approximation de $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y}$ par un opérateur aux différences finies arrière.

Finalement, on soustrayant (4.29) de (4.30) et en divisant par $2\Delta x$, on obtient l'approximation de $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y}$ par un opérateur aux différences finies centrales :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x - \Delta x, y)}{2 \Delta x} + O(\Delta x^2) + O(\Delta x^4) \quad (4.33)$$

Donc l'ordre d'approximation d'une méthode aux différences finies se détermine à l'aide de la formule de Taylor.

4.5. Méthode des éléments finis :

Bien qu'il n'y a pas d'essais pour développer et utiliser la méthode d'éléments finis dans ce traitement, quelques commentaires sur la méthode et ses différentes relations, par rapport à d'autres méthodes paraissent appropriées. La méthode d'éléments finis a été trouvée largement acceptable dans différents problèmes d'écoulement, mais son succès dans l'informatique des liquides en transitoire a été limité. Il y a une motivation considérable d'utiliser cette méthode du moment où les applications sont utilisées avec un grand besoin de flexibilité dans la manipulation des variables mesurées d'éléments de propriétés différentes. La méthode des résidus mesurés doit être généralement utilisée. La fonction déterminée (fonction obtenue) est substituée normalement par l'équation différentielle qui n'est pas égale à la solution exacte, la différence étant le reste. La méthode des éléments finis essaye de tendre vers zéro les restes mesurés dans un sens moyen .[18]

La méthode des éléments finis a trouvé une large application dans le domaine des solides et les problèmes de mécanique des fluides, cependant son succès dans l'informatique des transitoires dans les conduites n'est pas bien établi. La technique hybride, laquelle est utilisée d'habitude, entraîne la méthode des éléments finis dans le domaine spatial, et les différences finies dans le temps. Les fluides transitoires dans lesquels les écoulements variables sont continus et non sujets à un changement rapide doivent être complètement modélisés. La méthode des éléments finis a été également considérée par *J. P. Huffeus et D. Khaletzky* (1984) pour résoudre les équations de Navier Stockes en utilisant la méthode des caractéristiques.

4.6. Méthode des caractéristiques : [39],[41]

La méthode des caractéristiques consiste à écrire les deux équations aux dérivées partielles du mouvement dans les axes liés aux trajectoires des perturbations. Ces équations sont exprimées en forme de différences finies en utilisant un intervalle de temps dt bien spécifié. Les solutions sont obtenues à l'aide d'un calculateur. La méthode présente certains avantages dont on citera :

- Les conditions aux limites sont facilement programmables.
- La stabilité de la solution est assurée.
- Les systèmes les plus complexes peuvent être manipulés facilement.
- La programmation des équations est très aisée.

En effet lorsqu'un réseau multi branches est composé de plusieurs conduites avec des propriétés différentes, de termes non linéaires des équations principales sont importants, ou encore dans le cas des écoulements diphasiques, ce qui nécessite d'utiliser autres méthodes qui peuvent résoudre ce genre de problème (schémas explicites ou implicites).

Considérons l'équation de continuité et l'équation de mouvement sans frottement que nous multiplions par c/gS :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gS} \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{C}{gS} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot S \frac{\partial H}{\partial X} \right) = 0 \quad (4.35)$$

En combinant ces deux équations par addition et soustraction, nous obtenons:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] \pm C \frac{\partial}{\partial X} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0 \quad (4.36)$$

Cette forme est égale à la dérivée totale par rapport au temps:

$$\frac{d}{dt} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0 \quad (4.37)$$

$$\text{Si } dx/dt = \pm C \quad (4.38)$$

Dans un plan x, t , l'équation (4.38) représente des courbes (ici des droites) sur lesquelles le système (4.37) est vérifié. L'intersection de deux de ces droites définit donc une solution de ce système d'équations.

Avec :

C+ : caractéristique positive.

C- : caractéristique négative.

Ainsi, si les points 1 et 2, situés au temps initial, représentent des positions où les valeurs des pressions et débits sont connus, alors il sera possible de calculer les valeurs au point 3, situé en $\Delta x/2$ et $\Delta t/2$ entre les deux point (1,2) en considérant une forme différentielle du système (4.37) .

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0$$

Ce qui donne :

$$\text{Entre 1 et 3 : } H_3 + \frac{CQ_3}{gS} = H_1 + \frac{CQ_1}{gS}$$

$$\text{Entre 2 et 3 : } H_3 - \frac{CQ_3}{gS} = H_2 - \frac{CQ_2}{gS}$$

$$\text{D'où : } H_3 = \frac{1}{2} \left[H_1 + H_2 + \frac{C}{gS} (Q_1 - Q_2) \right]$$

$$\text{Et : } Q_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{gS}{C} (H_1 - H_2) + (Q_1 + Q_2) \right]$$

La méthode des caractéristiques transforme les deux équations de St-Venant aux dérivées partielles en quatre équations différentielles totales. Ces équations sont exprimées en forme de différences finies.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d \left(\frac{C}{gS} Q \pm H \right) + j dX = 0 \end{array} \right. \quad (4.39)$$

Ces dernières équations différentielles totales peuvent être intégrées formant ainsi des équations de différences finies qui peuvent être facilement manipulées numériquement.

4.7. Méthode graphique de Schnyder-Bergeron : [41]

Cette méthode a été mise au point à-peu-près simultanément par le Suisse *Othmar Schnyder* en 1929 et le français *Louis Bergeron* en 1931. Elle est connue en France sous le nom d'épure de *Bergeron*. La méthode graphique est exactement une traduction graphique des équations aux caractéristiques établies précédemment et permet de résoudre tous les problèmes, aussi complexes soient-ils, mais c'est alors au prix d'un travail long et délicat.

Toutefois, cette méthode, qui a rendu de très grands services, reste encore très intéressante du point de vue de la compréhension physique du phénomène.

4.7.1. Principe de la méthode

Pour bien saisir le mécanisme du tracé graphique nous reprenons les équations de Saint Venant :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (4.40)$$

Puisque $P = \rho.g (H - Z)$ on aura alors :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left[\rho.g \left(\frac{\partial(H - Z)}{\partial t} + U \frac{\partial(H - Z)}{\partial X} \right) \right] = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \end{cases} \quad (4.41)$$

En négligeant U devant C car $U \ll C$ et les pertes de charges ($J=0$) nous obtenons:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (4.43)$$

En effectuant les opérations suivantes :

a- Dérivons l'équation (4.42) par rapport à t et l'équation (4.43) par rapport à X :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial t} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial t} + g \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} \quad (4.44)$$

b- Dérivant l'équation (4.42) par rapport à X et l'équation (4.43) par rapport à t :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + g \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (4.45)$$

Donc le system à résoudre se réduit aux deux équations :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad (4.47)$$

On sait que la méthode d'intégration consiste à procéder au changement de variables en posant :

$$\begin{cases} V = X + Ct \\ W = X - Ct \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = (V+W)/2 \\ t = (V-W)/2C \end{cases}$$

Avec V et W sont dites variables de Reimman.

Calculons les différentes dérivées de H en fonction des nouvelles variables V et W

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial t} = C \frac{\partial H}{\partial V} - C \frac{\partial H}{\partial W} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= C \frac{\partial (\partial H / \partial V)}{\partial t} - C \frac{\partial (\partial H / \partial W)}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= C \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \frac{\partial W}{\partial t} \right] - C \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \frac{\partial W}{\partial t} \right]\end{aligned}$$

D'où l'on a :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] - 2C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \quad (4.48)$$

On peut démontrer de même :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} = \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] + 2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \quad (4.49)$$

Reportant les équations (4.48) et (4.49) dans l'équation (4.45) dans

$$C^2 \left(\left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] + 2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \right) = C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] - 2C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right]$$

D'où

$$\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} = 0 \quad (4.50)$$

Intégrons par rapport à W, le premier membre sera alors la première dérivée de H par rapport à V et le second membre une constante par rapport à cette variable W ou dans le cas général une Fonction de

$$V \frac{\partial H}{\partial V} = G(V)$$

Intégrons cette dernière équation par rapport à V

$$H - H_0 = \int G(V).dV + C^{te}$$

Où la constante est dans le cas général une fonction de W

$$H - H_0 = F(V) + f(w) \quad (4.51)$$

Avec :

H : est la hauteur totale en un point A d'abscisse X au temps t.

H₀ : est la hauteur totale initial en tout point de la conduite en régime permanent car on a supposé que les pertes de charge sont nulles.

$$F(V) = \int G(V).dV = F(X + ct)$$

$$f(W) : \text{Constante par rapport à V} = f(X - ct).$$

En procédant de la même manière avec l'équation (4.21) nous trouvons

$$\frac{-C}{g}(U - U_0) = F(X + Ct) - f(X - Ct) \quad (4.52)$$

En sommant membre à membre les équations (4.51) et (4.52) on aura

$$H - H_0 - \frac{C}{g}(U - U_0) = 2F(X + Ct)$$

Puisque $U = \frac{Q}{S}$ et $U_0 = \frac{Q_0}{S}$ (4.53)

Nous obtenons : $H - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2F(X + Ct)$ (4.54)

En retranchant membre à membre les équations (4.51) et (4.52) et en tenant compte de l'équation (4.53) on trouve :

$$H - H_0 + \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2f(X - Ct)$$
 (4.55)

Remarque : les deux équations (4.51) et (4.52) constituent les équations d'Allievi.

$$\begin{cases} H - H_0 = F(X + Ct) + f(X - Ct) \\ U - U_0 = -\frac{g}{c}[F(X + Ct) - f(X - Ct)] \end{cases}$$
 (4.56)

La théorie d'Allievi a montré que la suppression existant en un point quelconque d'une conduite à caractéristique unique à un instant déterminé résulte de la superposition à la pression statique de deux ondes F et f se déplaçant le long de la conduite en sens inverse l'une de l'autre avec la même vitesse C.

F et f sont des ondes de vitesse absolue «C» (célérité des ondes) et se dirigent respectivement (Figure 4.3)

* en sens inverse de la vitesse d'écoulement pour F.

* dans la même que la vitesse d'écoulement pour f.

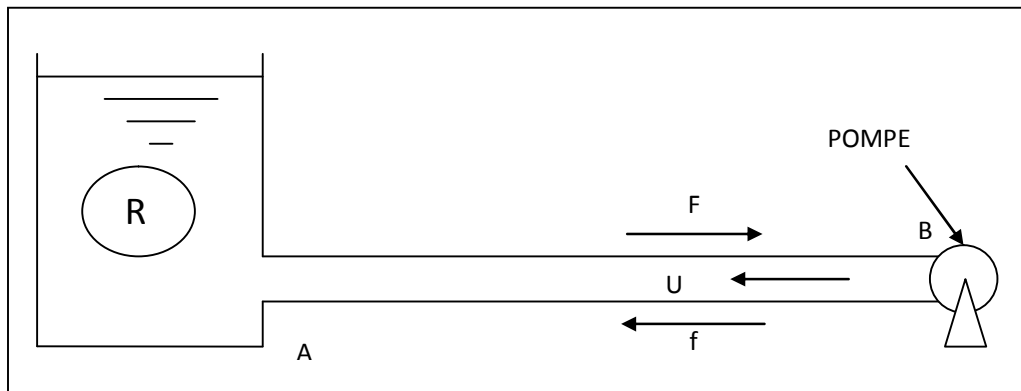


Figure 4.3 : Représentation des deux ondes F et f

Supposons un observateur se déplaçant à la vitesse C selon la loi :

$$X + C.t = C^{te} \quad \text{d'où} \quad X = -C.t + C^{te} \quad (\text{caractéristique } C)$$

Au temps $t = t_1$ cet observateur se trouve au point de discrétisation N d'abscisse

$$X_1 = -C.t_1 + C^{te}$$

Au temps $t = t_1 + \Delta t$ cet observateur se trouve en un point A d'abscisse

$$X = X_1 - C.\Delta t$$

Remarquons que pour cet observateur $F(x+Ct)$ est une constante, en effet

$$F(X_1 + C.t_1) = F(X_1 - C.t + C.t_1 + C.\Delta t) = F(X + C.t)$$

On peut facilement démontrer que :

$$F(X_1 + C.t_1 - C.t + C.\Delta t) = F(X_1 - C.\Delta t + C.(t_1 + \Delta t))$$

$$F(X_1 + C.t_1) = F(X + C.t)$$

En conséquence si l'on applique l'équation (4.54) pour les deux instants t_1 et t

$$\begin{cases} H - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2F(X + C.t) \\ H_1 - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q_1 - Q_0) = 2F(X_1 + C.t_1) \end{cases} \Rightarrow H - H_1 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_1) = 0$$

$$\text{Où } H = \frac{C}{g.S}Q + \left(H_1 - \frac{C}{g.S}Q_1 \right) \quad (4.57)$$

Si on pose $y = H$, $X = Q$, $A = C/(g.S)$, et $B = (H_1 - C.Q_1/(g.S))$ nous aurons la forme suivante $y=ax+b$: c'est une équation d'une droite de pente $A=C/(g.S)$ et passe par un point de coordonnées (Q_1, H_1) qui n'est autre que le point représentatif N.

Un autre observateur qui déplace dans le sens de l'écoulement selon la loi $x-c.t = C^{te}$ ou $X = C.t + C^{te}$ (suivant la caractéristique C^+).

Pour cet observateur partant d'un point M d'abscisse X_1 au temps t_1 la fonction $f(X-C.t)$ est une constante en effet comme $t=t_1 + \Delta t$ et $x = x_1 + \delta x = x_1 + c.\delta t$

Nous avons alors :

$$f(X_1 - C.t_1) = f(X_1 - C.t_1 + C.\Delta t - C.\Delta t) = f(X_1 + C.\Delta t - C.(t_1 + \Delta t)) \Rightarrow f(X_1 + C.t_1) = f(X - C.t)$$

D'où l'on peut déduire facilement

$$H - H_2 + \frac{C}{g.S}(Q - Q_2) = 0$$

$$\text{Où} \quad (4.58)$$

$$H = -\frac{C}{g.S}Q + \left(H_2 + \frac{C}{g.S}Q_2 \right)$$

La dernière équation c'est une équation d'une droite de pente $-C/gS$ et passant par le point de coordonnées (Q_2, H_2) qui n'est autre que le point représentatif M.

Nous avons obtenu deux équations (4.57) et (4.58) où les inconnues sont Q et H.

$$H = \frac{C}{g.S}Q + \left(H_1 - \frac{C}{g.S}Q_1 \right) \quad \text{Sur la caractéristique } C^-$$

$$H = -\frac{C}{g.S}Q + \left(H_2 + \frac{C}{g.S}Q_2 \right) \quad \text{Sur la caractéristique } C^+$$

Pour résoudre ce système de ces dernières équations aux deux inconnues H et Q par voie graphique. Il suffit de tracer les deux droites. Le point d'intersection de ces droites définit les inconnues H et Q (Figure 4.4).

4.7.2. Application à un cas général

Supposons un tronçon de conduite de longueur L et de section S, dans lequel la célérité d'onde est « c », terminé à ses extrémités par des appareils A et B quelconques (vanne,

turbine, pompe, réservoir d'air etc....) (Figure 4. 5) dont les courbes caractéristiques $H(Q)$ sont respectivement ψ_A et ψ_B et sont variables dans le temps à chaque instant.

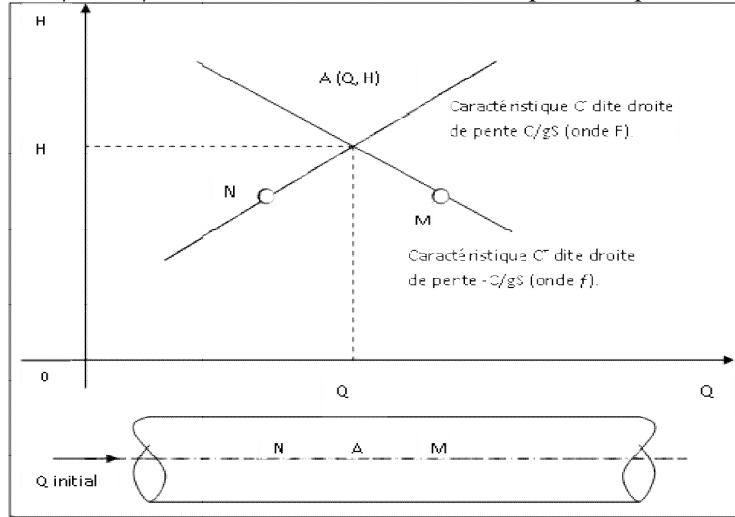


Figure 4.4 : Représentation graphique de la solution.

Supposons que la vitesse dans la canalisation soit dirigée de A vers B, choisissons comme unité de temps $T = L/c = 1$ temps mis par l'observateur pour se déplacer entre A et B.

Prenons comme origine des temps l'instant où le premier des appareils, A par exemple, commence à varier et supposons que le second appareil B commence à varier au temps θ tel que $0 < \theta < 1$.

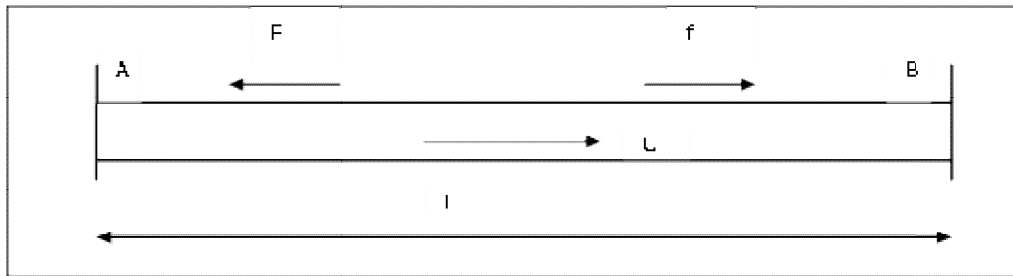


Figure 4.5 : Conduite horizontale sous coup de bélier.

Avant le temps 0, le point figuratif du régime en tout point de A à B est O_M point d'intersection des courbes caractéristiques $\psi_A(O)$ et $\psi(O)_B = \psi_B(\theta)$ des deux appareils à l'instant 0, ce point O_M reste valable pour tout observateur partant de B à un temps antérieur à θ et pour tout observateur partant de A à un temps antérieur à 0. D'autre part le temps -1 est le dernier instant le quel l'observateur parti de B trouve encore en A le régime initial puisqu'il arrive au temps 0. En fin $\theta-1$ est le dernier instant pour lequel l'observateur parti de A trouve encore en B le régime initial puisqu'il y arrive au temps θ . (Figure 4.6)

Soit $\psi_{A(\theta+1)}$ et $\psi_{B(1)}$ les courbes caractéristiques ψ_A à l'instant $\theta+1$ et ψ_B à l'instant 1. Supposons que l'observateur parti de B au temps θ ; le régime en B à son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M = O_B$. La droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point θ_B et le coefficient angulaire C/gS car il sera déplacé en sens contraire de la vitesse d'écoulement à son arrivée en A au temps $(\theta+1)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_A(\theta+1)$ de l'extrémité A_0 ; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+1)_A$.

Si maintenant l'observateur rebrousse chemin de A vers B la droite caractéristique du régime en tout lieu où il passe sera pour lui la droite ϕ . Passant par le point connu $(\theta+1)$ A et de coefficient angulaire $-c/gS$ puisqu'il se déplace dans le même sens que la vitesse d'écoulement.

En arrivant en B au temps $(\theta+2)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(\theta+2)$ de l'appareil B, à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+2)$ B. En faisant repartir l'observateur on détermine successivement les lignes :

- En A à l'extrémité $(\theta+3)$ soit le point $(\theta+3)$ A
- En B à l'extrémité $(\theta+4)$ soit le point $(\theta+4)$ B

Supposons maintenant l'observateur parti de A au temps limite 0 le régime en A, 0 son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M=O_B=O_A$, la droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point O_A de coefficient angulaire $-C/g.S$. A son arrivée en B au temps 1 le point figuratif du régime sera donc à l'intersection de la droite ϕ et la courbe caractéristique $\psi_B(1)$ de l'appareil B à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 1B si maintenant l'observateur rebrousse chemin de B vers A la droite caractéristique du régime en tout points où il passe sera la droite ϕ passant par le point 1B et de coefficient angulaire $+C/gS$ en arrivant en A au temps 2 le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(2)$ de l'extrémité A ; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 2A.

En faisant repartie l'observateur vers B en déterminant successivement les régimes :

- En B à l'instant 3 soit le point 3B
- En A à l'instant 4 soit le point 4A, etc.

4.7.3. Prise en compte de la perte de charge

Dans l'application du cas général nous avons supposé que les pertes de charge sont nulles, mais dans le cas réel elles existent sous la forme d'une intégrale $\int_0^L j(Q(X, t)) dX$ où le débit est celui de la conduite sur le parcours de l'onde, c'est-à-dire que X et t sont liées par $X - X_0 = \pm C. (t - t_0)$.

Par la méthode graphique on remplace cette perte de charge en ligne par des pertes de charge concentrées : on tronçonne la canalisation en n tronçons élémentaires et on y place de s diaphragmes qui ont une loi de perte de charge égale à $j.L/n$. La présence d'un diaphragme modifie l'épure ainsi que c'est indiqué sur les figures 4.7 et 4.8 : on retranche les pertes de charge de la droite caractéristique provenant du point d'où vient le débit. L'intersection de la courbe ψ ainsi obtenue, avec l'autre caractéristique donne la solution.

4.8. Comparaison critique.

Si on cherche à situer la méthode des caractéristiques par rapport aux méthodes citées de résolution du système d'équations aux dérivées partielles qui décrit les écoulements auxquels on s'intéresse, on peut dire que cette méthode est beaucoup plus maniable et efficace vu ses avantages sus-cités, bien qu'elle a des faiblesses. Si on se restreint aux méthodes de différences finies, on peut citer en effet les schémas de *Lax-Wendroff* ou de *Mac-Cormack*, mais ceux-ci sont peu utilisés aujourd'hui et ont été remplacés en général par des schémas dits décentrés, plus robustes. De façon très succincte, on peut dire que les méthodes de différences finies ont à priori une portée plus générale que les méthodes des caractéristiques, notamment dans la gestion des géométries complexes, mais au prix d'un coût plus élevé. Les limitations de stabilité (condition de type CFL) des schémas explicites peuvent être levées en

ayant recours à une implication de ces schémas. Les schémas de *Lax-W.* et de *Mac-C.* sont tous les deux des schémas dits conservatifs qui permettent donc de capturer

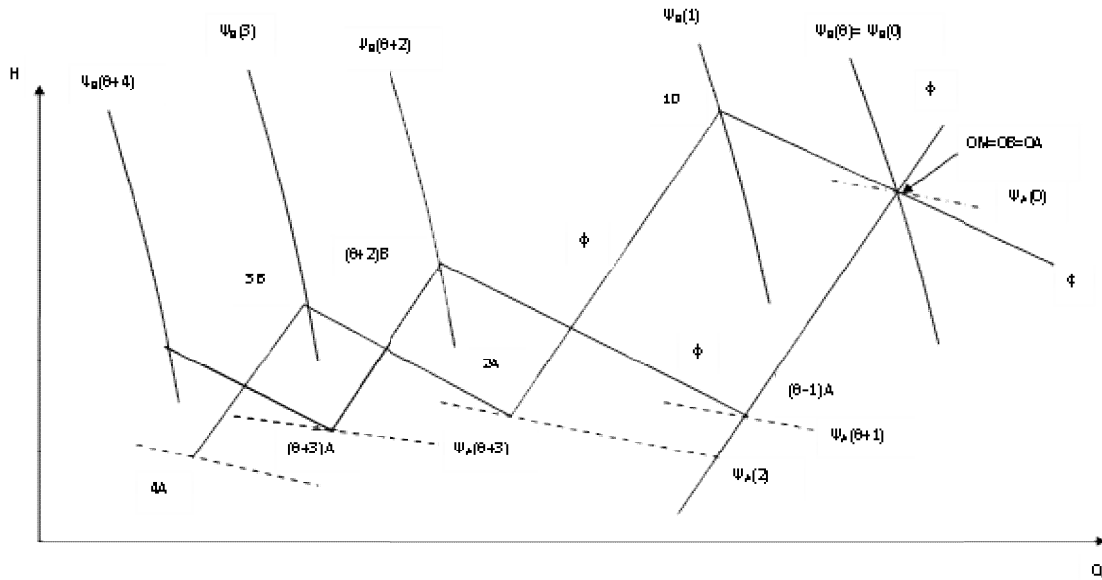


Figure 4.6 : Epure de Bergeron pour un cas général

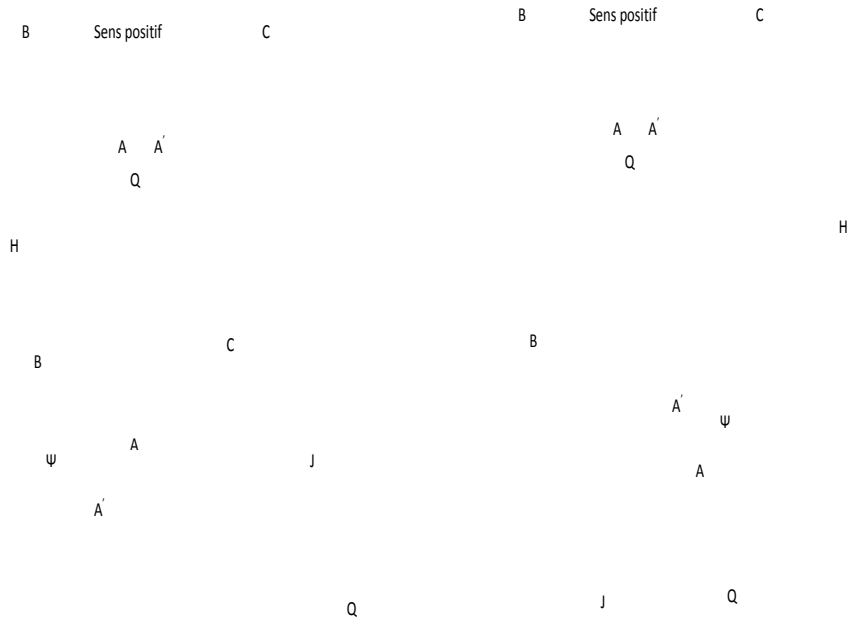


Figure 4.7 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens positif).

Figure 4.8: Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens négatif).

correctement des solutions faibles du système de lois de conservation (capture des ondes de choc par exemple), et sont tous les deux précis à l'ordre « 2 » en temps et en espace. Les schémas centrés ne sont en général pas assez robustes pour traiter des problèmes d'écoulements diphasiques, et qu'on leur préfère des schémas décentrés tel que le schéma

AUSM de Liou et *steffen* AUSM schéma et extensions de *low Mach* and multiphase flows VKI Lecture Séries (1999-03), VKI, *Belgium*, (1999).

4.9. Conclusion :

Les systèmes (4.37) et (4.38) expriment que si on se déplace le long d'un trajet d'un tronçon avec une vitesse $\frac{dx}{dt} = c$, la quantité $H + \frac{c}{gS}dQ$ reste constante aux pertes de charge près. L'application de ces systèmes est plus simple notamment lorsqu'on considère que la quantité $\frac{c}{gS}$ est constante. On admet que la section est constante en face des variations de débit et de cote piézométrique qui est prise comme une variable au même titre que la compressibilité du fluide et l'allongement de la conduite. Les systèmes suscités permettent de déterminer facilement le couple (H, Q) en un point de la canalisation, notamment si on néglige la perte de charge. Ces systèmes, originaires des équations aux dérivées partielles, représentent des équations aux dérivées totales qui peuvent ensuite être intégrées le long des courbes qu'on nomme caractéristiques.

Ces courbes délimitent la zone d'influence (dans le temps et dans l'espace) d'un événement qui s'est produit à un endroit et à un moment donné.

Une solution généralisée des équations du régime transitoire a été présentée à travers laquelle le phénomène de propagation a été considéré dans un milieu réel, avec donc un amortissement des paramètres portés par l'onde. Dans ce sens, une équation différentielle a été obtenue aux dérivées totales qui doivent être intégrées chacune sur son chemin propre pour donner l'évolution de l'écoulement dans la conduite. A titre bibliographique, quelques méthodes de solution du régime transitoire ont été présentées pour solutionner les équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, par examination de divers schémas implicites et explicites.

La méthode des caractéristiques demeure actuellement très utilisée même si on lui reconnaît des faiblesses pour le calcul des écoulements non permanents dans des systèmes très complexes. Ces faiblesses sont caractérisées par un cumul d'erreurs résultant de l'arrondissement des longueurs partielles entre les nœuds de calcul le long de la conduite. Ce cas fera l'usage d'une étude détaillée dans un autre chapitre et nous avons utilisé cette méthode pour modéliser le phénomène du coup de bélier dans le réseau ramifié vu son avantage et sa facilité de programmer par rapport aux autres méthodes.

Chapitre -5-

**ÉTUDE DE LA CELERITE
D'ONDE DU COUP DE BELIER
DANS LES CONDUITES EN
CHARGE**

ÉTUDE DE LA CELERITE D'ONDE DU COUP DE BELIER DANS LES CONDUITES EN CHARGE

5.1. Introduction :

La perturbation d'un écoulement permanent dans une conduite en charge ou dans un canal, provoquée par un obturateur se présente sous forme d'ondes de propagation qui diffèrent selon la nature de l'ouvrage véhiculant le débit. Ainsi dans un canal, l'onde est représentée sous forme d'une déformation de la surface libre. Par contre, celle produite dans une conduite en charge se présente sous forme d'une déformation radiale longitudinale et même tangentielle de la section de la conduite. Cette propagation se fait à une certaine vitesse appelée célérité, caractérisant ainsi un régime qui peut être faiblement ou fortement transitoire tout dépend de la manière dont l'obturateur est manipulé.

Dans le cas d'une conduite en charge, les calculs théoriques du coup de bélier donnant la surpression et la dépression, sont tributaires de la détermination de la célérité d'onde.

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes formules donnant la célérité d'onde présentées par quelques chercheurs dont les points de vue divergent selon les cas d'ancrage de la conduite, son revêtement, et sa nature. Néanmoins, il est à signaler que la majorité des formules sont développées avec l'hypothèse d'une conduite à paroi simple non soumise à la pression externe c'est -à-dire l'effet du remblai du sol.

5.2. Présentation de la propagation des ondes dans un milieu fluide :

D'une façon générale, Une onde peut se définir comme la propagation d'une perturbation. Il s'agit donc d'un phénomène qui fait intervenir à la fois l'espace et le temps. Les ondes mécaniques se propagent dans un milieu matériel solide, liquide ou gazeux.

Quand un milieu fluide est affecté localement par des variations de pression d'origine quelconque, la perturbation qui en résulte se propage, engendrant dans le milieu une variation de pression, de masse volumique et de température (caractéristique de ce fluide).

Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini, mais sont susceptibles de réflexion et de réfraction quand elles rencontrent une surface séparant deux milieux différents. Deux cas sont à envisager :

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface rigide, elle se réfléchit sans changer de signe : ainsi une onde de compression se réfléchit en une onde de compression.

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface où la pression reste constante (surface libre d'un liquide), il y a réflexion avec changement de signe : ainsi une onde de compression donne naissance à une onde de dépression.

Les ondes élastiques susceptibles de se propager dans les fluides sont des ondes longitudinales :

- Vitesse des ondes dans l'air : 331m/s.
- Vitesse des ondes dans l'eau : 1 410m/s.

Ainsi, les ondes élastiques longitudinales peuvent se propager dans le fluide contenu dans une conduite. On peut admettre que pour une conduite cylindrique, la propagation s'effectue par des ondes planes perpendiculaires à l'axe de la conduite mais la célérité des ondes est dépendant des paramètres de cette configuration. En effet, sous l'action des variations de pression provoquées par une onde, les parois de la conduite se déforment

légèrement, mais il faut en tenir compte dans le calcul de la vitesse des ondes. A titre d'exemple est de l'ordre de 1000m/s pour les conduites d'acier et elle peut descendre à quelques centaines de m/s pour les conduites en matière plastique et à 15m/s pour des conduites en caoutchouc.

5.3. Facteurs influençant la valeur de la célérité des ondes de coup de bélier dans l'eau :

La vitesse de propagation des ondes dépend de la compressibilité du fluide, des propriétés élastiques de la conduite et aussi des contraintes externes. Les propriétés élastiques impliquent la taille et l'épaisseur des parois, les contraintes externes impliquent le type de support, la liberté de mouvement de la conduite dans le sens longitudinal et radial.

Le module de compressibilité du fluide dépend de sa température, de la pression et de la quantité de gaz non dissout. La compressibilité du fluide augmente lorsque l'écoulement est diphasique, *Pearshall* (1965) a montré que la présence d'un volume de gaz pour 10 000 volumes de liquide réduit la célérité d'onde d'environ 50%. La présence de solides dans le liquide a le même effet mais pas avec la même importance sauf s'il s'agit de solides compressibles.

5.4. Détermination théorique de l'expression générale de la célérité d'onde de coup de bélier : [17],[41]

Dans le chapitre 2, en dérivant l'équation de continuité dans le paragraphe 2.7.1, [équation (2.10)], nous avons introduit un paramètre C qui représente la célérité d'onde.

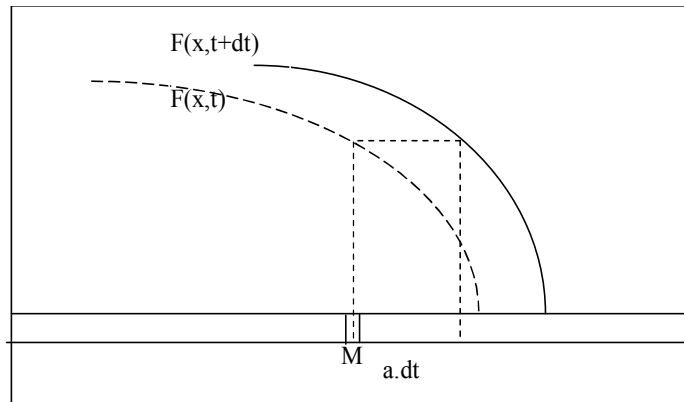


Figure 5.1 : Déplacement d'une onde non amorti

Supposons que l'onde se propage sans être amortie. Un paramètre quelconque F du fluide se déplace donc avec elle sans être modifié alors qu'il est modifié pendant le temps dt pour la particule physique situé en M à l'instant t. On peut donc écrire :

Pour l'onde:
$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx_{onde} = 0 \tag{5.1}$$

Pour une particule :
$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx_{particule} = 0 \tag{5.2}$$

Comme $dx_{onde} = a \cdot dt$ et que $dx_p = U \cdot dt$ l'équation (5.1) permet d'écrire :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -c \frac{\partial F}{\partial x} \tag{5.3}$$

En reportant l'équation (5.3) dans (5.2) :

$$\frac{dF}{dt} = (U - c) \frac{\partial F}{\partial x} \quad (5.4)$$

Reprenons l'équation de continuité (2.10) exprimée dans le chapitre précédent :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{d(\Delta l)}{\Delta l} = 0 \quad (5.5)$$

En remplaçant $\frac{d(\Delta l)}{\Delta l}$ par sa valeur (équation (5.5)) :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{\partial U}{\partial x} dt = 0 \quad (5.6)$$

En appliquant à la vitesse U le résultat de l'équation (5.4), on obtient :

$$\frac{dU}{dt} = -(U - c) \left[\frac{d\rho}{\rho \cdot dt} + \frac{dS}{S \cdot dt} \right] \quad (5.7)$$

En partant de l'hypothèse de l'onde non amortie, et en considérant une conduite horizontale, l'équation dynamique (2.17) devient :

$$\frac{dU}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (5.7)$$

En appliquant à la pression P le résultat de l'équation (5.4), on obtient :

$$\frac{dP}{dt} = - \rho (U - C) \frac{dU}{dt} \quad (5.8)$$

En éliminant $\frac{dU}{dt}$ entre les équations (5.7) et (5.9), on a :

$$\frac{1}{(U - C)^2} = \rho \left(\frac{d\rho}{\rho \cdot dP} + \frac{dS}{S \cdot dP} \right) \quad (5.9)$$

Si on néglige U devant C, on obtient l'expression générale qui représente la forme originale de la célérité d'onde :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{d\rho}{\rho \cdot dP} + \frac{dS}{S \cdot dP} \right) \quad (5.10)$$

Où : $\frac{d\rho}{\rho \cdot dP}$ et $\frac{dS}{S \cdot dP}$ représentent respectivement la compressibilité du liquide et la déformabilité de la conduite.

Avec :

C : Célérité d'onde,

ρ : La masse volumique de l'eau,

S : la section du liquide au régime transitoire.

On peut développer l'expression (5.10) pour un fluide peu compressible et une conduite élastique à paroi mince pour obtenir l'expression suivante :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \quad (5.11)$$

Avec :

ε : Elasticité du fluide,

D : Diamètre intérieur du tuyau,

E : Module de YOUNG du tuyau,

e : Epaisseur du tuyau,

f : Traduit l'influence de la contrainte longitudinale.

5.5. Calcul de la célérité d'onde dans les conduites non enterrée : [17],[27],[41]

On peut exprimer la célérité c par l'expression :

$$C = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon}{E} \frac{D}{e} f}} \quad (5.12)$$

On voit alors que pour l'eau, pour laquelle on a, $\varepsilon = 2,07 \cdot 10^9$ Pascal et $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, la célérité prend la forme suivante :

$$C = \frac{1430}{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10^9}{E} \frac{D}{e} f}} \quad (5.13)$$

Où E est exprimé en pascal. La célérité ne peut donc dépasser 1430 m/sec, célérité du son dans l'eau, et s'en rapproche pour les matériaux très rigides (E très grand).

En fait elle ne dépend plus que :

- du rapport $\frac{f}{E}$ donc du matériau qui compose le tuyau,
- du rapport $\frac{D}{e}$ donc des dimensions du tuyau,
- du terme f qui traduit l'influence de la contrainte longitudinale du tuyau.

Et on conclut pour l'eau, que la célérité se trouve aussi souvent sous la forme suivante :

$$C = \frac{9900}{\sqrt{50 + k \frac{D}{e}}} \quad (5.14)$$

Avec :

D : diamètre de la conduite,

e : épaisseur de la conduite.

Dans cette expression le coefficient « k » tient compte de la nature du matériau formant la canalisation. On note que :

- k = 0.5 pour l'acier et le fer.
- k = 1 pour la fonte.
- k = 5 pour le plomb.
- k = 33 pour le PVC.
- k = 83 pour le polyéthylène haute densité.
- k = 500 pour le polyéthylène basse densité.

La relation (5.14) exprime l'ancien système (M.U.S), et suppose certaines hypothèses à savoir :

- ❖ Conduites à parois minces et élastique obéissent à la loi d'Hooke,
- ❖ Conduites comportant plusieurs joints, avec effort longitudinal nul,
- ❖ Température de l'eau est supposé constante.

5.5.1. Tuyaux minces :

L'expression donnant le terme f a été établie pour les tuyaux minces dans trois cas :

- Conduite sans joints, libre à une extrémité $f = 1 - \frac{\nu}{2}$
- Conduite sans joints, ancrée aux deux extrémités $f = 1 - \nu^2$
- Conduite avec joints, $f = 1$

5.5.2. Tuyaux épais :

L'expression du terme f est alors plus complexe à calculer. Nous en donnerons simplement les résultats tirés de la thèse de M.Massouh [17].

a- Conduite sans joints, libre à une extrémité :

$$f = \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \frac{D}{D + e} + \frac{2e}{D} (1 + \nu)$$

b- Conduite sans joints, ancrée aux deux extrémités :

$$f = (1 - \nu^2) \frac{D}{D + e} + \frac{2e}{D} (1 + \nu)$$

c- Conduite avec joints,

$$f = \frac{D}{D + e} + \frac{2e}{D} (1 + \nu)$$

En faisant tendre (e/D) vers 0 dans les résultats ci-dessus, on voit que le tuyau épais tend vers un tuyau mince et dans tous les cas c'est la même relation qui lie l'expression de f pour des tuyaux épais à celle de f pour des tuyaux minces, on a :

$$f_{\text{épais}} = f_{\text{min ce}} \frac{D}{D + e} + \frac{2e}{D} (1 + \nu)$$

5.5.3. Calcul de la célérité d'onde dans les conduites composites

Dans le calcul de la célérité d'onde de coup de bélier dans les conduites composites, on considère trois cas à savoir :

5.5.3.1. Galerie en rocher brut

L'expression de la célérité telle qu'elle est donnée par l'équation (5.11) ne peut être utilisée telle quelle. Il faut alors revenir aux définitions des termes qui figurent dans la célérité, notamment utiliser la déformabilité de l'enveloppe sous la forme $\frac{dS}{SdP}$ et non

$$\frac{D}{E \cdot e} f .$$

On obtient alors comme expression de la célérité :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2(1 + \nu)}{E} \right) \quad (5.15)$$

Avec :

ν : Coefficient de Poisson du rocher,

ε : Elasticité du fluide.

5.5.3.2. Galerie en rocher revêtue

On distingue deux types de galeries en rocher revêtues :

A. Galerie avec deux revêtements

Nous donnons le résultat fourni par *Halliwell* pour une galerie ayant deux revêtements : le premier, interne, est une tôle d'épaisseur « e » et de module d'Young « E », le deuxième est un revêtement en béton, de module d'Young « E_b », qu'on considère cylindrique de rayons intérieur et extérieur « r » et « R ». Enfin du rocher, d'épaisseur supposée infinie et de module d'Young « E_r ». (Figure 5.2)

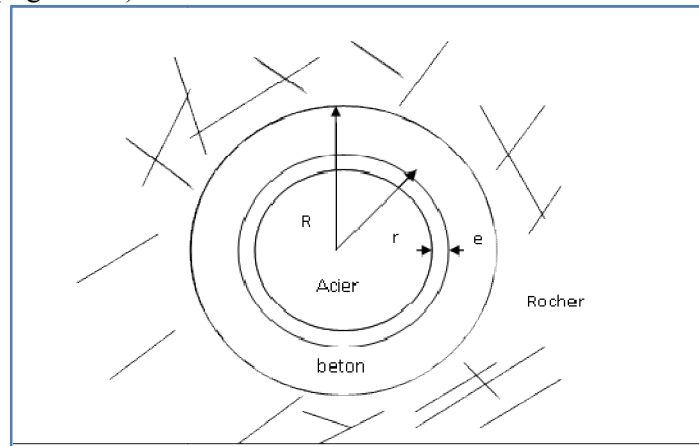


Figure 5.2: Coupe schématique d'une galerie en rocher revêtue.

La célérité peut alors être mise sous la forme générale :

$$C = \left[\rho \left(\frac{1}{k_e} + \frac{2r}{E \cdot e} f \right) \right]^{-1/2} \quad (5.16)$$

Avec :

$$f = (1 - \nu^2)(1 - \lambda) \quad (5.17)$$

Et

$$\lambda = \frac{(1 - \nu)r}{(1 - \nu)r + \frac{Ee}{E_B} \left[\frac{E_B(R^2 + r^2(1 - 2\nu)) + E_r(1 - 2\nu)(R^2 - r^2)}{E_B(R^2 - r^2) + E_r(r^2 + R^2(1 - 2\nu))} \right]} \quad (5.18)$$

Avec, ν : coefficient de poisson du rocher.

On voit qu'il y a seul module de Poisson dans cette expression. C'est en effet l'hypothèse faite par Halliwell pour établir ce résultat.

B. Galerie avec un seul revêtement.

• **Revêtement en acier :**

Il suffit de faire $R = r$ dans l'équation (5.9) pour obtenir la valeur du terme correctif λ d'où on déduit :

$$f = \frac{(1 - \nu^2) + E_r \cdot e}{E_r (1 - \nu) r + E_r \cdot e} \quad (5.19)$$

Si le rocher est amélioré par injections. On adopte pour E_r la valeur de E_b

• **Revêtement en béton :**

Le même raisonnement que celui effectué dans le cas de deux revêtements conduit à l'expression suivante du terme correctif f :

$$f = \frac{(1 + \nu)(R - r)}{r} \frac{E_b (R^2 + r^2 (1 - 2\nu)) + E_r (1 - 2\nu)(R^2 - r^2)}{E_b (R^2 - r^2) + E_r (r^2 + R^2 (1 - 2\nu))} \quad (5.20)$$

Ce terme intervient dans l'expression suivante de la célérité :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{k_e} + \frac{2r}{E_b (R - r)} f \right) \quad (5.21)$$

5.5.3.3. Célérité d'onde dans les conduites en béton armé :

- méthode de l'épaisseur équivalent :

Cette méthode sert à prendre une conduite simple équivalente en béton armé ou en acier à la place de la conduite de béton armé.

- L'expression de la célérité est celui d'une conduite simple.
- L'hypothèse considère que le béton et l'acier ont la même déformation.
- La force « F » provoquant une déformation ζ d'un élément de béton armé soumis à l'équilibre de la largeur unitaire et de section ($e_b + e_m$) sera donnée par :

$$F = e_b \sigma_b + e_a \sigma_a \quad (5.22)$$

Avec :

e_b : est l'épaisseur du béton,

e_m : est l'épaisseur du métal suppose uniformément répartie sur la longueur,

σ_a, σ_b : sont respectivement les contraintes dans le béton et dans l'armature.

Selon la loi de Hooke, on peut écrire :

$$F = \varepsilon \cdot E_a (e_b + \eta \cdot e_a) = \sigma_b e_{eq}^b \quad (5.23)$$

Où bien :

$$F = \varepsilon \cdot E_a \left(e_a + \frac{e_b}{\eta} \right) = \sigma_a e_{eq}^a \quad (5.24)$$

η : Rapport entre les modules d'élasticité du métal et du béton, variant entre 8 et 15,

E_a : module d'élasticité du métal.

On propose une solution approchée par détermination d'une épaisseur équivalente, puisqu'on a une conduite en béton avec des couches d'armatures.

- Epaisseur équivalente en béton :

$$E_{eq.b} = e_b + \eta e_a \quad (5.25)$$

- Epaisseur équivalente en armature :

$$E_{eq.a} = e_a + \frac{e_a}{\eta} \quad (5.26)$$

5.6. Calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées : [17]

La source la plus disponible d'information est le travail de B.SALAH qui a étudié les divers cas complexes qu'on rencontre en pratique. Nous allons ici donner simplement les résultats obtenus par ce dernier en se basant sur deux hypothèses, hypothèse de la raideur du sol et hypothèse de la charge de la précontrainte.

5.6.1. Hypothèse de la raideur du sol

En analysant tous ces travaux, notamment ceux de Jaeger et Halliwell, nous remarquons B.SALAH a mis au point un modèle mathématique permettant le calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées avec cette hypothèse, en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol environnement. Ce modèle est à la fois valable pour les conduites simples et les conduites blindées.

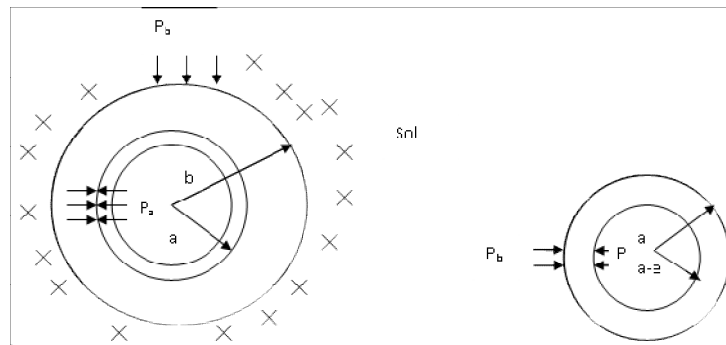


Figure 5.3 : les forces appliquées sur les conduites enterrées.

Avec :

- P : la pression hydrostatique (Pa),
- Pa : la charge engendré par la raideur du sol (Pa),
- Pb : la charge extérieure des terres de remblai (Pa).

Les résultats obtenus par l'auteur mettant en évidence l'effet du sol sur l'augmentation de la célérité de l'onde du coup de bélier, d'où le sol impose une raideur supplémentaire réduisant la déformabilité de la conduite et augmentant ainsi la célérité. Le modèle présente l'avantage de la prise en compte du module de poisson des différents matériaux (blindage, conduite, sol) ce qui n'est pas le cas dans les formules déjà existantes de Jaeger et Halliwell.

L'auteur a donné une expression de la célérité d'onde d'ordre général qui est la suivante :

$$C = \left[\frac{\rho}{ke} \left(1 + K_e \frac{2a(1 - \nu_m^2)G}{(1 + \nu_m)aE_c + E_m e_m G} \right) \right]^{-1/2} \quad (5.27)$$

D'où :

$$G = \frac{E_c(1-\nu_c)(1-\nu_s)(b^2 + a^2(1-2\nu_c)) + E_s(1-\nu_c)^2(1-2\nu_c)(b^2 - a^2)}{E_c(b^2 - a^2)(1-\nu_m)(1-\nu_s) + E_s(1-\nu_c)(1-\nu_m)(a^2 + b^2(1-2\nu_c))} \quad (5.28)$$

L'expression (5.27) est générale, elle permet de déterminer la célérité de l'onde dans les conditions enterrées et les galeries rocheuses. Il y a deux cas qui peuvent se présenter :

• Dans le cas d'une conduite simple enterrée et à paroi mince, il suffit de faire tendre b vers a dans l'expression précédente :

$$C = \left[\frac{\rho}{k_e} \left(1 + k_e \frac{2a(1-\nu_m^2)(1-\nu_s)}{(1-\nu_m^2).a.E_s + E_m.e_m(1-\nu_s)} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5.29)$$

Avec :

- E_s, E_c : module de YOUNG du sol et du béton (Pa),
- E_m : module de YOUNG du blindage (Pa),
- ν_s, ν_c, ν_m : coefficients de POISSON du sol, de l'anneau en béton et du métal,
- e_m : épaisseur du blindage (m),
- k_e : module d'élasticité de l'eau [Pa],
- ρ : masse volumique de l'eau [kg/m^3],
- a : rayon de la conduite (m).

Dans le cas d'une conduite en PVC, il suffit de remplacer les caractéristiques du métal par celles du PVC dans l'expression (5.29).

• Dans le cas d'une conduite simple enterrée, mais à paroi épaisse, il suffit de mettre $e_m=0$ et $\nu_m=0$ dans les expressions (5.27) et (5.28), et on aboutit à :

$$C = \left[\frac{\rho}{K_e} \left[1 + K_e \frac{2G}{E_c} \right] \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5.30)$$

Avec :

$$G = \frac{E_c(1-\nu_s)(1-\nu_c)[b^2 + a^2(1-2\nu_c)] + E_s(1-\nu_c)^2(1-2\nu_c)(b^2 - a^2)}{E_c(1-\nu_s)(b^2 - a^2) + E_s(1-\nu_c)[a^2 + b^2(1-2\nu_c)]} \quad (5.31)$$

Il est à signaler que l'expression (5.27) est également applicable au cas des galeries rocheuses blindées ou non, ceci à condition de remplacer les propriétés du sol par celles du rocher. Cette expression est en principe plus précise que les formules existantes déjà proposées par *Jaeger et Halliwell*. Comparativement aux hypothèses considérées par ces derniers, l'expression présente l'avantage de tenir compte du module de poisson, le milieu externe et des différents matériaux constituant la paroi. Rappelons que *Jaeger* considère uniquement le module de poisson du milieu externe et néglige ceux de la conduite et du blindage. Aussi *Halliwell* simplifie la formulation en prenant une valeur unique pour le coefficient de poisson pour les différents matériaux : $\nu = \nu_m = \nu_c = \nu_s$.

5.6.2. Hypothèse de la charge de la précontrainte

Nous avons élaboré dans le chapitre (3) cette hypothèse. Tenant compte de cette dernière *B.SALAH* a déterminé l'expression de la célérité d'onde dans les conduites enterrées qui est la suivante :

$$\frac{1}{C_1^2} = \frac{\rho}{k_e} \left[1 + k_e (1 - \nu_m^2) \frac{2a}{E_m \cdot e_m} [1 + B(P - P_a)] \right] \quad (5.32)$$

D'où :

$$B = \frac{(1 + \nu_m^2) a^2}{E_m \cdot e_m^2} (1 - 2\nu_m) \quad (5.34)$$

Avec :

- c_1 : la célérité d'onde (m/s),
- E_m : le module de YOUNG du métal (Pa),
- ν_m : le coefficient de POISSON du métal,
- e_m : l'épaisseur du blindage (m),
- K_e : le module d'élasticité de l'eau [Pa],
- ρ : la masse volumique de l'eau [kg/m³],
- a : le rayon de la conduite (m),
- P : la pression hydrostatique (Pa),
- P_a : la charge des terres de remblai (Pa).

5.6.3. L'ancrage longitudinal : [17], [27], [41]

On sait déjà qu'au cours d'un phénomène de propagation d'onde, il en résulte des déformations de la canalisation qui est beaucoup plus radiales que longitudinales. On montre comment prendre en compte les déformations et l'ancrage longitudinaux au niveau de la conduite, question sur laquelle les avis des auteurs suivants sont partagés.

En pratique, on a faire le plus souvent à des conduites avec des épaisseurs différentes qui influent sur la forme géométrique de la conduite et par conséquent la célérité d'onde.

Allievi considère dans sa formule, l'hypothèse du fait que la conduite est a paroi mince, élastique et ne subissant aucun effort longitudinal. Ce qui n'est pas toujours le cas rencontré en pratique notamment dans les adductions d'eau potable et les réseaux de distribution où le régime transitoire est couramment engendré.

Ainsi *Jaeger* s'intéresse dans le cas d'une conduite épaisse en négligeant le coefficient de Poisson et par conséquent les efforts longitudinaux de la conduite.

En se basant sur les mêmes travaux ci-dessus, *Parmakian* étudie seulement le cas d'une conduite à paroi mince, en introduisant un terme qui tient compte de l'allongement de la conduite. Comme *Parmakian*, *Halliwell* s'intéressé par le cas d'une conduite à paroi épaisse avec prise en compte de l'allongement. Néanmoins la divergence entre les deux auteurs réside dans le cas des conduites équipées de joints de dilatation.

Massouh s'intéresse sur les conduites minces et épaisses, avec une prise en compte de l'allongement, et trouve une expression assez appréciable caractérisant l'ancrage de ces types de conduites.

Certains auteurs, en analysant les modes d'ancrage, ont proposé diverses formules donnant la célérité d'onde. Comme le montre le tableau suivant, présentent des avis divergent sur les modes d'ancrage et par conséquent les paramètres composant la formule donnant la célérité d'onde.

Tableau N°5.1 : Récapitulation et comparaison des formules de célérité d'onde

Auteurs	Conduites considérées	Considération de l'ancrage	Considération du sol	Formules donnant la célérité d'onde
ALLIEVI	Paroi mince	Non considéré	Non considéré	$C = \left[\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} \right) \right]^{-1/2}$
JAEGER	Paroi mince et épaisse		Considééré	
PARMAKIAN	Paroi mince	Considééré	Non considéré	$C = \left[\rho \left(\frac{dP}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} + \frac{dL}{L dP} \right) \right]^{-1/2}$
HALLIWELL	Paroi mince et épaisse	Considééré	Considééré avec un seul coefficient de poisson	$C = \left[\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \right) \right]^{-1/2}$
MASSOUH	Paroi mince et épaisse	Considééré	Non considéré	$C = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{-1/2}$
SALAH	Paroi mince et épaisse	Considééré	Considééré avec plusieurs coefficients de poisson	$C = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \chi \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{-1/2}$

5.6.4. *Commentaire :*

Jaeger, Halliwell et B.Salah considèrent que la déformabilité radiale de la conduite se fait sous l'action de la poussée externe due au sol tenant compte de l'ancrage. Les points de vue de ces derniers auteurs divergent quant à la considération ou non du coefficient de Poisson,

Afin de s'approcher de la réalité, B.Salah considère les différents coefficients de Poisson et confirme la courbe expérimentale donnée par M.Meunier traduisant ainsi l'augmentation de la célérité d'onde du coup de bélier dans les conduites enterrées.

5.7. Calcul du coefficient de déformabilité « f »

L'établissement de l'équation de continuité qui nous a permis de déterminer l'expression de la célérité et de dégager celle du terme *f* qui traduit l'influence de la contrainte longitudinale pour les tuyaux minces.

A partir de notre recherche bibliographique, Halliwell envisage trois cas pour le calcul du coefficient de déformabilité :

Pour une conduite élastique, ce coefficient est en fonction du type d'ancrage.

• **1^{er} cas :**

Conduite ayant un déplacement libre dans le sens longitudinal fixé à l'extrémité opposée à celle où se produit l'onde.

$$f = (1-\nu/2) \frac{D}{D+e} + 2(1+\nu) \frac{e}{D} \tag{5.34}$$

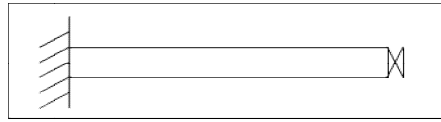


Figure 5.4: Une conduite ancrée d'une coté.

• **2^{ème} cas :**

Conduite ancrée sur toute sa longueur empêchant tout déplacement longitudinal.

$$f = (1 - \nu^2) \frac{D}{D + e} + 2(1 + \nu) \frac{e}{D} \quad (5.35)$$

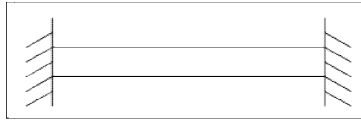


Figure 5.6 : Une conduite ancrée de deux cotés.

• **3^{ème} cas :**

Conduite libre de se déplacée dans le sens longitudinal et équipée de joint de dilatation.

$$f = \frac{D}{D + e} + 2(1 + \nu) \frac{e}{D} \quad (5.36)$$

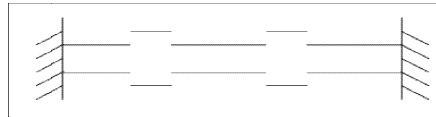


Figure 5.7 : Une conduite équipée de joint de dilatation.

D'où :

- D : diamètre intérieur de la conduite,
- ν : Coefficient de Poisson,
- e : épaisseur de la conduite.

5.7.1 Expressions particulières

La déformabilité de la conduite prend deux formes particulières extrêmes :

1. Pour la conduite à paroi mince ($e \ll D$)

Le coefficient de déformabilité prend les valeurs suivantes :

1^{er} cas d'ancrage: $f = 1 - \nu / 2$

2^{ème} cas d'ancrage: $f = 1 - \nu^2$

3^{ème} cas d'ancrage: $f = 1$

Dans tous les cas, par rapport au cas général, on remarque que :

$$f = f_{\min e} \frac{1}{1 + \frac{e}{D}} + \frac{2e}{D} (1 + \nu) \quad (5.37)$$

2. Pour la conduite à paroi très épaisse ($e \gg D$), c'est le cas d'une galerie rocheuse :

$$\frac{\Delta S}{S \Delta P} = 2 \frac{1 + \nu}{E} \quad (5.38)$$

Et la célérité d'onde sera :

$$C = \left[\rho \left(\frac{1}{ke} + 2 \frac{1 + \nu}{E} \right) \right]^{-1/2} \quad (5.39)$$

Et de là, on peut dire que la célérité de propagation ne dépend que des propriétés mécaniques du matériau de la conduite et de celles de fluide.

5.8. Célérité d'onde dans les conduites en polyéthylène [17],[27]

Ces conduites sont plus utilisées car elles résistent bien à la corrosion, avec une gamme de diamètre disponible, et une perte de charge faible, comme elles peuvent être fabriquées en grandes longueurs et enroulées sous forme de couronnes.

L'étude de ces conduites dans le domaine de coup de bélier comporte des difficultés qui proviennent du comportement mécanique particulier de la section de ces conduites après leur stockage on aura une section ovalisée, de façon permanente, peu elliptique sous l'effet de la pression. D'autre part, la paroi manifeste un comportement mécanique complexe en raison de la viscoélasticité du polyéthylène.

-Méthode de calcul de la célérité

Pour les conduites en polyéthylène, le calcul de la célérité de propagation d'onde devient compliqué et incertain.

Donc on est obligé de passer à l'utilisation de la méthode du gonflage pour mesurer la déformabilité de la conduite, la méthode du gonflage due à une idée de *Comolet* expérimentée par *Massouh* pour le polyéthylène est donc très séduisante puisqu'elle ne nécessite qu'un simple manomètre.

On se basant sur la relation suivante :

$$C = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{-1/2} \quad (5.40)$$

On considère une conduite de longueur L , de section interne S , remplie d'eau sous pression P et fermée aux extrémités, la masse d'eau dans la conduite est donc : $m = \rho SL$

Si l'on injecte ou on prélève une masse « Δm » supposée petite par rapport à « m » il se produit les variations suivantes :

$$\frac{\Delta m}{m \Delta P} = \frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \quad (5.41)$$

Pour les conduites ancrées on néglige le terme $\frac{\Delta L}{L \Delta P}$ devant $\frac{\Delta S}{S \Delta P}$, dans ces conditions on peut écrire l'expression de la célérité sous la forme approchée :

$$C_0 = \left[\frac{\rho \Delta m}{m \Delta p} \right]^{-1/2} \quad (5.42)$$

Pour connaître la célérité de propagation dans la conduite, il suffit donc de d'injecter ou de prélever des volumes d'eau de masses « Δm » connues et de mesurer la variation « ΔP » de pression qui en résulte.

Sur le plan pratique on peut procéder de deux façons :

- Injection de la masse « Δm », appelée « méthode de gonflage »
- Prélèvement de la masse « Δm », appelée « méthode de dégonflage ».

Afin de réduire l'erreur expérimentale due à la détermination de « ΔP » par différence entre deux valeurs mesurées, on construit la courbe (P, M). La tangente de cette courbe permet de calculer « $\Delta m/\Delta P$ » par conséquent, la célérité qui est donnée par l'expression (5.42).

Après l'injection de la masse « M », on enregistre par un capteur de pression placé aux extrémités du tube, l'onde de propagation pour pouvoir connaître la célérité réelle « C_r » ainsi déterminée pour vérifier la célérité « C_0 » calculée à partir de la relation (5.42).

Cette méthode n'est bien sûr pas utilisable pour les conduites comme l'amiante ciment qui ont des capacités d'absorption non négligeables.

N.B : Dans la suite de notre travail, on s'intéresse au cas de la conduite à parois minces enterrée.

5.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques travaux qui concernent la détermination de la célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites libres et enterrées et également dans les galeries rocheuses ainsi que le mode d'ancrage.

Il a été montré analytiquement et expérimentalement, que la célérité d'onde augmente dans les tuyaux enterrés. Cette augmentation dépend non seulement du matériau qui compose la conduite mais aussi du type de sol qui l'entoure.

Dans les travaux antérieurs cités dans ce chapitre, chaque auteur adopte ses propres hypothèses simplificatrices afin de modéliser et donc reproduire au mieux les conditions réelles qu'on rencontre en pratique.

Chapitre -6-

**CHEMINEMENT DES ONDES
DE COUPS DE BELIER
DANS LE RESEAU RAMIFIÉ**

CHEMINEMENT DES ONDES DE COUPS DE BELIER DANS LE RESEAU RAMIFIÉ

6.1. Généralités :

Dans le cas d'une conduite unique en refoulement reliant une station de pompage à un réservoir à plan d'eau supposé invariable, et à la suite d'un arrêt brusque de cette dernière ; il se crée une propagation d'ondes. Ces ondes caractérisant une dépression, se propagent le long de cette conduite, de la pompe vers le réservoir. Une fois arrivées au niveau du réservoir (niveau supposé invariable) et au niveau de la station de pompage (clapet), ces ondes conservent leurs valeurs (ondes réfléchies). Elles s'amortissent sous l'influence des pertes de charge et de l'élasticité de la paroi de la canalisation.

Ça concerne une conduite simple, dans l'autre cas, si nous considérons un réseau ramifié ou contenant des accessoires comme des nœuds de jonction des conduites, **comment évolue le phénomène?**

Si ce réseau est faiblement ramifié, le degré de complexité de ce problème va augmenter et les propagations des ondes deviennent plus complexes. Le degré de complexité augmente avec l'augmentation de ramification du réseau et en fonction de nombre des accessoires et leurs positions car les ondes propageant dans le réseau vont changer leurs valeurs énergétiques une fois arrivées aux points de ramifications (accessoires) pour traverser ces dernières considérées comme singularité: C'est à dire quand les caractéristiques (diamètre, épaisseur, degré de bronchement de canalisation..., etc) de la canalisation se changent.

Nous considérons dans ce travail l'influence des obstacles avec certaines hypothèses qui sont les suivantes :

- Réseau télescopique, faiblement ramifié, en refoulement.
- Absence des installations anti – béliers.
- Présence de clapet anti- retour, placé à l'aval de la station de pompage.
- Réseau constitué de conduites faites avec un seul matériau.

6.2. L'interaction des ondes de coups de bélier aux points de singularité : [41]

Nous allons maintenant essayer de répondre à la question : comment se transforme une onde de coup de bélier aux singularités ? L'exemple le plus couramment rencontré dans un réseau simple est le changement du diamètre. Puis nous essayons de donner un raisonnement à partir de la valeur majorant le coup de bélier, dans le cas de la disjonction de la pompe.

6.2.1. L'interaction de l'onde avec un bout fermé d'une conduite :

L'exemple le plus connu est le clapet car pratiquement dans nos réseaux, on rencontre des clapets anti – retour. Si une onde incidente arrivant au niveau de ce clapet qui peut représenter le bout mort ne trouve aucune issue pour s'échapper (dégagé leur énergie) elle est condamnée à dilater la conduite (transformation d'énergie cinétique à une énergie potentielle), d'où une augmentation de la pression, c'est ce qui est néfaste pour le comportement mécanique de la conduite. [41]

6.2.2. L'interaction de l'onde à un bout ouvert d'une conduite :

Dans un réseau, nous pouvons rencontrer des réservoirs, des cheminées d'équilibre...etc. Alors, l'onde incidente ainsi arrivant peut libérer son énergie. Dans ce cas,

la conduite retrouve la pression antérieure d'où une décharge : C'est le rôle que possèdent les installations anti – béliers, les cheminées d'équilibre et soupape de décharge,..., etc. [41]

6.2.3. L'interaction de l'onde à une jonction de deux tronçons :

Pour cette étude, nous considérons le cas de changement des caractéristiques ; c'est à dire la jonction des deux tronçons, le diamètre et l'épaisseur sont différents. Par conséquence, la vitesse de propagation « c » des ondes a une valeur distincte pour chacun de ces deux tronçons (cas général).[16]

Soit une onde O_1 circulant dans le tronçon de section S_1 et qui arrive au point de singularité à l'instant « t », figure (6.1).

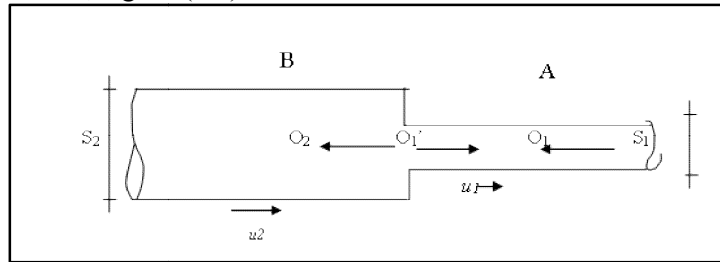


Figure 6.1 : Présentation de l'onde à une jonction de deux tronçons A et B.

- S_1 et S_2 : Désignent les sections des tronçons A et B respectivement.
- u_1 et u_2 : Désignent les vitesses d'écoulement dans les tronçons A et B à l'instant « t ».

Alors nous avons :

- une onde O_1 , créée par un organe de perturbation placé au niveau de la conduite A (vanne ou arrêt de pompe), qui donne naissance au niveau de la jonction et à l'instant « t »:
- à une onde O_2 qui sera transmise au tronçon B, en gardant le même sens que l'onde créatrice O_1 .
- à une onde O'_1 réfléchi qui revient dans le tronçon « A », c'est à dire dans le sens contraire à celui de l'onde créatrice O_1 .

Si nous négligeons les pertes de charge et nous utilisons les équations d'ALLIEVI, nous pouvons écrire au niveau du changement de section.

$$H = H_0 + O_1 + O'_1 \quad (6.1)$$

$$\text{Ou : } H = H_0 + O_2 \quad (6.2)$$

Avec: H : La charge au point de jonction à l'instant « t ».

H_0 : La charge statique à ce même point de jonction.

Par ailleurs, l'équation de continuité donne :

$$S_1 \cdot u_1 = S_2 \cdot u_2 \quad (6.3)$$

La 2^{ème} équation d'ALLIEVI sera :

$$u_1 = u_{01} - \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.4)$$

Où : u_{01} : Désigne la vitesse dans le tronçon (A) en régime permanent.

c_1 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (A).

De même, on a aussi :

$$u_2 = u_{02} - \frac{g}{c_2} O_2 \quad (6.5)$$

Où : u_{02} : Désigne la vitesse dans le tronçon (2) en régime permanent.

C_2 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (2).

D'où les systèmes d'équations à cet instant « t ».

$$I \begin{cases} H = H_0 + (O_1 + O'_1) \\ u_1 = u_{01} - \frac{g}{c_1}(O_1 - O'_1) \end{cases} \quad (6.6)$$

$$II \begin{cases} H = H_0 + O_2 \\ u_2 = u_{02} - \frac{g}{c_2}O_2 \end{cases} \quad (6.7)$$

À l'état initial (régime permanent, équation de continuité), on a de même :

$$S_1 \cdot u_{01} = S_2 \cdot u_{02} \quad (6.3')$$

D'après les relations (6.4) et (6.5), nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1}[O_1 - O'_1] = u_{01} - u_1 \\ \frac{g}{c_2}O_2 = u_{02} - u_2 \end{cases} \quad (6.9)$$

Par ailleurs d'après les relations (6.3) et (6.3'), on a :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{u_2}{u_1} \text{ et } \frac{S_1}{S_2} = \frac{u_{02}}{u_{01}} \quad (6.10)$$

Par substitution de l'expression (6.10) dans le système (6.9), il vient :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1}[O_1 - O'_1] = u_{01} - u_1 \\ \frac{g}{c_2}O_2 = \frac{S_1}{S_2}u_{01} - \frac{S_1}{S_2}u_1 = \frac{S_1}{S_2}(u_{01} - u_1) \end{cases} \quad (6.11)$$

Ou bien :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1}[O_1 - O'_1] = u_{01} - u_1 \\ \frac{g}{c_2} \frac{S_2}{S_1} O_2 = u_{01} - u_1 \end{cases} \quad (6.12)$$

En égalisant, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{g}{c_1}[O_1 - O'_1] = \frac{g}{c_2} \frac{S_2}{S_1} O_2 \\ g \frac{S_1}{c_1}[O_1 - O'_1] = g \frac{S_2}{c_2} O_2 \end{cases} \quad (6.13)$$

Et nous déduisons le système (6.14), en tenant compte de (6.1), (6.2) et (6.13) :

$$\begin{cases} O_1 + O'_1 = O_2 \\ g \frac{S_1}{c_1}[O_1 - O'_1] = g \frac{S_2}{c_2} O_2 \end{cases} \quad (6.14)$$

Nous concluons que :

$$\begin{cases} O_1 + O'_1 = O_2 \\ g \frac{S_1}{c_1} \cdot \frac{c_2}{gS_2}(O_1 - O'_1) = O_2 \end{cases} \text{ ou bien } \begin{cases} O_1 + O'_1 = O_2 \\ \frac{S_1 \cdot c_2}{c_1 S_2}(O_1 - O'_1) = O_2 \end{cases} \quad (6.15)$$

Nous déterminons en conséquence le rapport entre l'onde créatrice O_1 et l'onde réfléchie O'_1 :

$$O_1 + O'_1 = \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} (O_1 - O'_1)$$

ou bien :
$$O'_1 \left(1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} \right) = \left(\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} - 1 \right) O_1 \quad (6.16)$$

Et finalement, nous obtenons :

$$O'_1 = \frac{\frac{S_1}{c_1} - \frac{S_2}{c_2}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2}} \cdot O_1 \quad (6.17)$$

Nous déterminons maintenant le rapport entre l'onde créatrice O_1 , et celle O_2 transmise dans le tronçon B, nous avons:

$$O'_1 = O_2 - O_1 \quad (6.18)$$

Et d'après le système (6.14) ; il vient :

$$\frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} (2O_1 - O_2) = O_2 \quad (6.19)$$

c'est -à-dire :
$$2 \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} O_1 = \left(1 + \frac{S_1 c_2}{c_1 S_2} \right) O_2 \quad (6.20)$$

Et finalement, nous obtenons :

$$O_2 = \frac{2 \frac{S_1}{c_1}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2}} \cdot O_1 \quad (6.21)$$

Et par conséquent, nous déduisons le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} O'_1 = \frac{\frac{S_1}{c_1} - \frac{S_2}{c_2}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2}} \cdot O_1 \\ O_2 = \frac{2 \frac{S_1}{c_1}}{\frac{S_1}{c_1} + \frac{S_2}{c_2}} \cdot O_1 \end{array} \right. \quad (6.22)$$

Nous remarquons que les rapports liant les ondes O'_1 , O_1 , O_2 , ne sont fonctions que des caractéristiques des tronçons de canalisation en jonction. Pour simplifier le système (6.22), on pose :

$$y_1 = \frac{S_1}{C_1} \quad \text{: La caractéristique du tronçon (A)}$$

$$y_2 = \frac{S_2}{C_2} \quad \text{: La caractéristique du tronçon (B)}$$

Nous obtenons donc :

$$O'_1 = \frac{y_1 - y_2}{y_1 + y_2} \cdot O_1 \quad (6.23)$$

$$\text{et : } O_2 = \frac{2y_1}{y_1 + y_2} \cdot O_1 \quad (6.24)$$

Une autre écriture des équations (6.23) et (6.24) :

$$O_1' = \frac{1 - \frac{y_2}{y_1}}{1 + \frac{y_2}{y_1}} \cdot O_1 \quad (6.23')$$

$$\text{et : } O_2 = \frac{2}{1 + \frac{y_2}{y_1}} \cdot O_1 \quad (6.24')$$

Et si nous posons : $\frac{y_2}{y_1} = \alpha$ (caractéristique de jonction), il vient :

$$\begin{cases} O_1' = \frac{1 - \alpha}{\alpha + 1} \cdot O_1 \\ O_2 = \frac{2}{\alpha + 1} \cdot O_1 \end{cases} \quad (6.25)$$

Nous représentons graphiquement les fonctions suivantes (figure 6.3) :

$$\frac{O_1'}{O_1} = f(\alpha) = \frac{1 - \alpha}{\alpha + 1} \quad (6.26)$$

$$\frac{O_2}{O_1} = f(\alpha) = \frac{2}{\alpha + 1} \quad (6.27)$$

Tableau N°6.1 : Variation des rapports d'ondes en fonction des caractéristiques (α) de la conduite.

α	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$\frac{O_1'}{O_1}$	1	0,333	0	-0,2	-0,33	-0,42
$\frac{O_2}{O_1}$	2	1,333	1	0,8	0,666	0,571

On remarque que O_1' est du signe de O_1 quand $\alpha < 1$ est du signe contraire de O_1 quand $\alpha > 1$.

$$\text{Si on pose : } \frac{2}{1 + \alpha} = \text{tr} \quad \text{et} \quad \frac{1 - \alpha}{\alpha + 1} = \text{ré} \quad (6.28)$$

On remarque que :

$$\text{tr} = \text{ré} + 1 \text{ c'est l'équation de la droite (voire figure 6.3')} \quad (6.28')$$

$O_1' = \text{ré} \cdot O_1$: L'onde réfléchie dans un rapport (ré) de l'onde incidente O_1 .

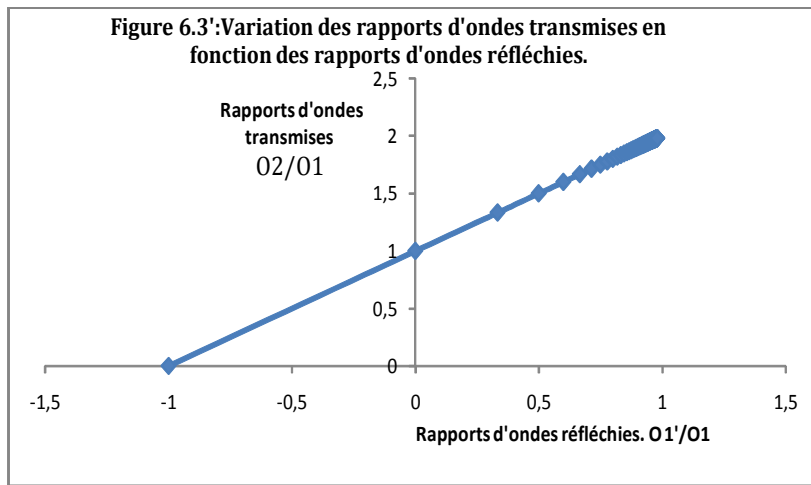
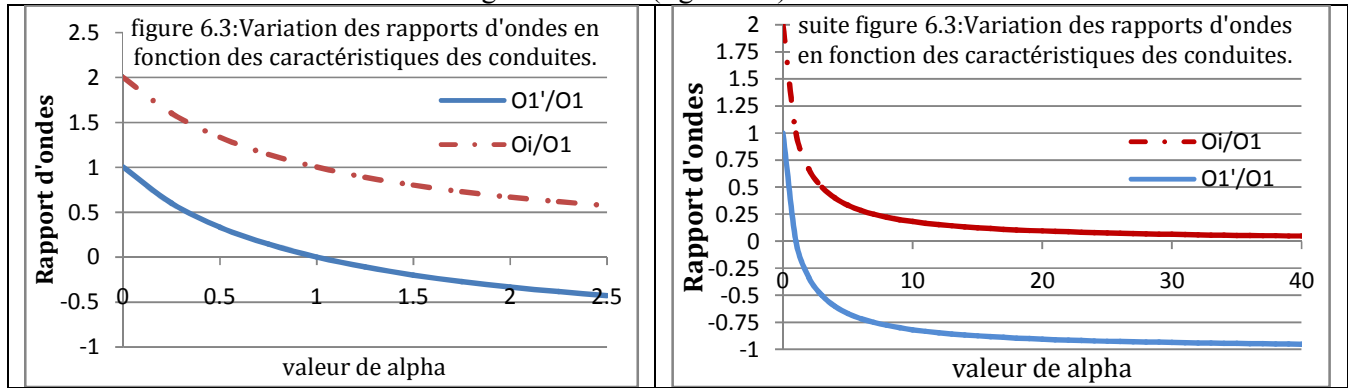
$O_2 = \text{tr} \cdot O_1$: L'onde transmise dans un rapport (tr) de l'onde incidente O_1 .

$$O_2 = (\text{ré} + 1) \cdot O_1 = \text{ré} \cdot O_1 + O_1 = O_1' + O_1 \quad (6.29)$$

Nous allons calculer les valeurs maximales qui peuvent prendre les deux rapports O_1'/O_1 et O_2/O_1 . Pour cela, il faut trouver la limite des deux rapports quand alpha tend vers l'infinie.

$$\limite_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{O_2}{O_1} = \limite_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \alpha} = 0; \text{ et } \limite_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{O_1'}{O_1} = \limite_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{1 - \alpha}{\alpha + 1} = -1.$$

Cela est montré comme dans la figure suivante (figure 6.3)



6.2.4. Discussion sur l'interaction de l'onde à une jonction de deux tronçons

D'après la figure 6.3, nous remarquons que pour une valeur de alpha ($\alpha \rightarrow \infty$), nous avons une onde transmise « O_2 » qui est nulle c'est-à-dire que nous sommes au niveau d'un bout ouvert ($S_2 \rightarrow \infty$) où ($y_2 \rightarrow \infty$; $S_2/C_2 \rightarrow \infty$) c'est-à-dire que nous avons une section ($S_2 \gg C_2$, par exemple un réservoir) ou ($y_1 \rightarrow 0$; $S_1/C_1 \rightarrow 0$) c'est-à-dire que nous avons une section ($S_1 \ll C_1$, par exemple une conduite de diamètre très faible liée à une autre conduite de diamètre trop grand) et une onde réfléchie « O_1' » de même valeur que celle incidente « O_1 » mais avec un signe contraire. Donc nous pouvons dire qu'après un certain temps « $t' = L_1/C_1$ » (caractéristique du tronçon A), l'onde réfléchie « O_1' » va aboutir à la source ayant créé l'onde incidente (arrêt brusque de la pompe par exemple) et qui va diminuer l'état du coup de bélier dans ce point et la charge du coup de bélier maximal est celle calculée initialement au niveau du point de création de ce phénomène ($C_1 \cdot U_1/g$).

- Pour $\alpha=1$ c'est-à-dire que $y_2=y_1$, nous pouvons écrire :

$$\frac{c_2}{S_2} = \frac{c_1}{S_1} \quad (6.29a)$$

Si nous multiplions les deux termes de l'équation (6.29a) par $\Delta Q/g$, nous obtenons :

$$\frac{c_2 \cdot \Delta Q}{g \cdot S_2} = \frac{c_1 \cdot \Delta Q}{g \cdot S_1} \Rightarrow \Delta P_{j2} = \Delta P_{j1} \quad (6.29b)$$

$\Delta P_{j2}; \Delta P_{j1}$: Désignent le coup de bélier calculé par la formule de *Joukowsky* (1897).

Si nous remarquons l'équation (6.29b), nous avons deux coups de bélier qui sont égaux avant et après le nœud. Autrement, nous pouvons imaginer que l'onde incidente va crier à

nouveau un autre coup de bélier dans le tronçon situé après le nœud et qui possède la même valeur que le premier.

Si nous avons ($S_2=S_1$ et par conséquence $C_1=C_2$), nous pouvons dire que nous avons les mêmes caractéristiques de conduite avant et après ce nœud. Ce qui concerne l'onde réfléchie « O_1' » elle est nulle.

-Pour $\alpha > 1$, nous avons une onde transmise « O_2 » qui est inférieure à l'onde incidente « O_1 » et aussi pour l'onde réfléchie « O_1' » est inférieure à l'onde incidente « O_1 » mais avec un signe opposé. Donc nous pouvons dire qu'après un certain temps « $t'=L_1/C_1$ » (caractéristique du tronçon A), l'onde réfléchie « O_1' » va aboutir à la source ayant crié l'onde incidente « O_1 » (arrêt brusque de la pompe par exemple) et va diminuer l'état de coup de bélier dans ce point et la charge du coup de bélier maximale est celle calculée initialement au niveau du point de création de ce phénomène ($C_1 \cdot U_1/g$).

-pour $0 < \alpha < 1$ c'est-à-dire que $y_1 > y_2 > 0$, nous pouvons écrire :

$$\frac{c_2}{S_2} > \frac{c_1}{S_1} \quad (6.29c)$$

Si nous multiplions les deux termes de l'équation (6.29a) par $\Delta Q/g$, nous obtenons :

$$\frac{c_2 \cdot \Delta Q}{g \cdot S_2} > \frac{c_1 \cdot \Delta Q}{g \cdot S_1} \Rightarrow \Delta P_{j_2} > \Delta P_{j_1} \quad (6.29d)$$

$\Delta P_{j_2}; \Delta P_{j_1}$: Désignent le coup de bélier calculé par la formule de *Joukowsky* (1897)

Si nous remarquons l'équation (6.29d), nous avons deux coups de bélier avant et après le nœud. Autrement, nous pouvons imaginer que l'onde incidente « O_1 » va crier à nouveau un autre coup de bélier de valeur supérieure par rapport au premier et par conséquence va influencer sur ce premier coup de bélier.

Alors, nous avons une onde transmise « O_2 » qui est supérieure à l'onde incidente « O_1 » et une onde réfléchie « O_1' » qui va augmenter avec la diminution de la valeur de α , mais avec le même signe. Donc nous pouvons dire qu'après un certain temps « $t'=L_1/C_1$ » (caractéristique du tronçon A), l'onde réfléchie « O_1' » va aboutir à la source ayant crié l'onde incidente « O_1 » (arrêt brusque de la pompe par exemple) et qui va augmenter l'état du coup de bélier dans ce point là.

N.B « La configuration de la conduite est devenue dangereuse pour la sécurité de canalisation. La jonction a un effet amplificatif du coup de bélier et il ne suffit pas d'estimer la valeur majorant le coup de bélier au niveau du point de sa création initiale par le biais de la formule de *Joukowsky* et de dire que cette dernière est la valeur maximale que peut atteindre ce phénomène dans la canalisation. »

Maintenant, si « S_2 » tend vers une valeur nulle (bout mort), nous allons trouver :

$$y_2 = S_2/C_2 \Rightarrow y_2 \rightarrow 0 \text{ donc } \alpha \rightarrow 0 \text{ aussi}$$

Nous obtenons une onde transmise « O_2 » qui est égale au double de l'onde incidente « O_1 » ($O_2=2 \cdot O_1$). Mais nous n'avons pas un deuxième tronçon c'est à dire que la charge dans ce point là est égale à $(H_0 + O_2)$, et l'onde réfléchie « O_1' » égale à l'onde incidente « O_1 » ($O_1'=O_1$) et avec le même signe. Donc nous pouvons dire qu'après un certain temps « $t'=L_1/C_1$ » (caractéristique du tronçon A), l'onde réfléchie « O_1' » va aboutir à la source ayant crié l'onde incidente « O_1 » (arrêt brusque de la pompe par exemple) et va doubler la valeur du coup de bélier dans ce point-là ($2 \cdot \Delta P_{incident}$).

N.B « Réellement, il suffit de remarquer qu'à partir d'une valeur alpha inférieure à 1 ($\alpha < 1$), nous obtenons une augmentation du coup de bélier dans le réseau avec un taux ($x\%$), [L'équation de la droite qui relie le rapport des ondes (figure 6.3')] du coup de bélier initial (incident). Par exemple pour $\alpha=0,25$, nous avons $O_2=1,75.O_1$ et $O_1'=0,75.O_1$ celle-ci va se déplacer après un certain temps « L_1/C_1 » (caractéristique du tronçon A) pour rejoindre l'état initiale du coup de bélier et l'augmenter avec sa valeur qui est de 0,75%. Au final, le coup de bélier en ce moment et en ce point est de 1,75% de sa valeur initiale. »

6.2.5. L'interaction de l'onde incidente à un point de ramification :

Dans le cas où l'onde « O_1 » atteint le point « R » de ramification, la pression d'arrivée ou incidente est P_{inc} , (figure 6.4). Au niveau du point « R », cette pression transmet des pressions dans les « N » directions à la suite d'une variation du débit (ΔQ) au point ouvert qui est le point de ramification.

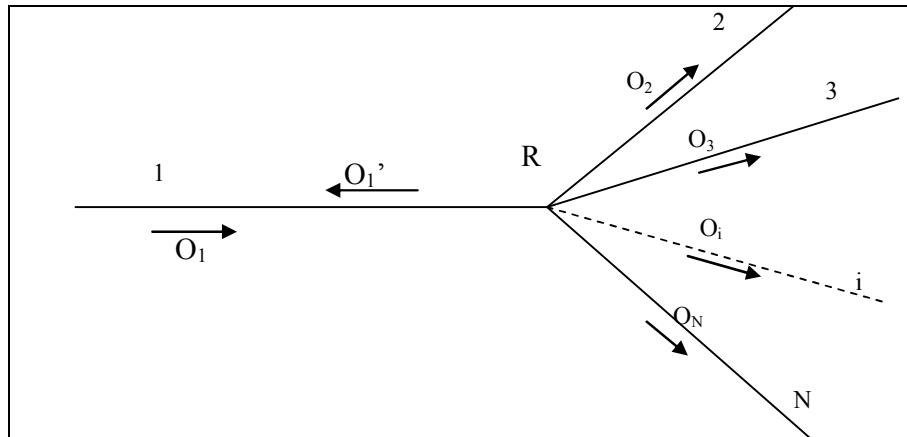


Figure 6.4 : Présentation de l'onde à un point de ramification

- S_1, S_2, \dots , et S_i : Désignent les sections des tronçons 1, 2, ..., et i respectivement.
- u_1, u_2, \dots , et u_i : Désignent les vitesses d'écoulement dans les tronçons 1, 2, ..., et i à l'instant « t ».

Alors, nous avons une onde « O_1 » créée par un organe de perturbation placé au niveau de la conduite 1 (vanne ou arrêt de pompe) qui donne naissance à cet instant « t » :

- à une onde « O_2 » qui sera transmise au tronçon « 2 » en gardant le même sens que l'onde créatrice « O_1 ».
- à une onde « O_i » qui sera transmise au tronçon « i » en gardant le même sens que l'onde créatrice « O_1 ».
- à une onde « O_1' » réfléchi qui revient dans le tronçon « 1 » c'est à dire dans le sens contraire à celui de l'onde créatrice « O_1 ».

Si nous négligeons les pertes de charge et nous utilisons les équations d'ALLIEVI, nous pouvons écrire au niveau du nœud « R » :

$$H = H_0 + O_1 + O_1' \quad (6.30)$$

$$H = H_0 + O_2 \quad (6.32)$$

$$\text{Ou : } H = H_0 + O_i \quad (6.33)$$

Avec : H : La charge au point de jonction à l'instant « t ».

H_0 : La charge statique à ce même point de jonction.

Par ailleurs, l'équation de continuité donne :

$$S_1 \cdot u_1 = S_2 \cdot u_2 + S_3 \cdot u_3 + \dots + S_i \cdot u_i \quad (6.34)$$

La 2^{ème} équation d'ALLIEVI sera :

$$u_1 = u_{01} - \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.35)$$

Où : u_{01} : Désigne la vitesse dans le tronçon « 1 » en régime permanent
 C_1 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon « 1 ».
 De même, on a aussi :

$$u_2 = u_{02} - \frac{g}{c_2} O_2 \quad (6.36)$$

$$u_i = u_{0i} - \frac{g}{c_3} O_i \quad (6.37)$$

Où : u_{02} : Désigne la vitesse dans le tronçon « 2 » en régime permanent.
 u_{0i} : Désigne la vitesse dans le tronçon « i » en régime permanent.
 C_2 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon « 2 ».
 C_i : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon « i ».
 D'où les systèmes d'équations à cet instant « t ».

$$I \left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + (O_1 + O'_1) \\ u_1 = u_{01} - \frac{g}{c_1} (O_1 - O'_1) \end{array} \right. \quad (6.38)$$

$$II \left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + O_2 \\ u_2 = u_{02} - \frac{g}{c_2} O_2 \end{array} \right. \quad (6.39)$$

$$III \left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + O_i \\ u_i = u_{0i} - \frac{g}{c_3} O_i \end{array} \right. \quad (6.40)$$

À l'état initial (régime permanent, équation de continuité), on a :

$$S_1 u_{01} = S_2 u_{02} + \dots + S_i u_{0i} \quad (6.34')$$

D'après les relations (6.35), (6.36) et (6.37), nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] = u_{01} - u_1 \\ \frac{g}{c_2} O_2 = u_{02} - u_2 \\ \frac{g}{c_3} O_i = u_{0i} - u_i \end{array} \right. \quad (6.41)$$

Ou sous une autre forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 \cdot \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] = S_1 u_{01} - S_1 u_1 \quad (1) \\ S_2 \cdot \frac{g}{c_2} O_2 = S_2 u_{02} - S_2 u_2 \quad (2) \\ S_i \cdot \frac{g}{c_3} O_i = S_i u_{0i} - S_i u_i \quad (i) \end{array} \right. \quad (6.41)$$

Si nous additionnons les équations (6.41.2) ,... ,et (6.41.i) et nous retranchons la somme de ces équations de l'équation (6.41.1) tout en prenant en considération les deux équations (6.34) et (6.34'), il en résulte :

$$\begin{cases} S_1 u_1 = S_2 u_2 + \dots + S_i u_i \\ S_1 u_{01} = S_2 u_{02} + \dots + S_i u_{0i} \\ S_2 \cdot \frac{g}{c_2} O_2 + \dots + S_i \cdot \frac{g}{c_i} O_i - S_1 \cdot \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] = (S_2 u_{02} + \dots + S_i u_{0i} - S_1 u_{01}) \\ + (S_1 u_1 - S_2 u_2 - \dots - S_i u_i) \end{cases} \quad (6.41')$$

Donc, le système (6.41') devient :

$$S_2 \cdot \frac{g}{c_2} O_2 + \dots + S_i \cdot \frac{g}{c_i} O_i = S_1 \cdot \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.42)$$

L'équation (6.42) s'écrit comme suit :

$$\frac{S_2}{c_2} O_2 + \dots + \frac{S_i}{c_i} O_i = \frac{S_1}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.43)$$

Si nous observons les équations (6.30), (6.32) et (6.33) en point « R » de branchement, nous pouvons écrire :

$$O_2 = \dots = O_i = O_{ig} = O_1 + O'_1 \quad (6.44)$$

Donc nous pouvons réécrire l'équation (6.43) en tenant en compte l'équation (6.44) :

$$\left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) (O_1 + O'_1) = \frac{S_1}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.45)$$

Nous déterminons le rapport entre l'onde créatrice « O_1 » et l'onde réfléchie « O'_1 » :

$$\left[\frac{S_1}{c_1} + \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right] O_1' = \left[\frac{S_1}{c_1} - \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right] O_1 \quad (6.46)$$

Et finalement, nous obtenons :

$$O_1' = \frac{\left[\frac{S_1}{c_1} - \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]}{\left[\frac{S_1}{c_1} + \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]} O_1 \quad (6.46)$$

Nous déterminons maintenant le rapport entre l'onde créatrice « O_1 », et l'onde « O_{ig} » transmise dans les tronçons j , à partir de l'équation (6.44) on a :

$$O_{ig} = \frac{\left[2 \cdot \frac{S_1}{c_1} \right]}{\left[\frac{S_1}{c_1} + \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]} O_1 \quad (6.47)$$

Et par conséquent, nous déduisons le système :

$$\begin{cases} O_{ig} = \frac{\left[2 \cdot \frac{S_1}{c_1} \right]}{\left[\frac{S_1}{c_1} + \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]} O_1 \\ O_1' = \frac{\left[\frac{S_1}{c_1} - \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]}{\left[\frac{S_1}{c_1} + \left(\frac{S_2}{c_2} + \dots + \frac{S_i}{c_i} \right) \right]} O_1 \end{cases} \quad (6.48)$$

Nous remarquons que les rapports liant les ondes «O'1», «O1», «Oi», ne sont fonctions que des caractéristiques des tronçons de canalisation en jonction. Pour simplifier le système (6.48), on pose :

$$y_1 = \frac{S_1}{c_1} \quad \text{: La caractéristique du tronçon (A)}$$

$$y_i = \frac{S_i}{c_i} \quad \text{: La caractéristique du tronçon (i) avec } i \geq 2$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{cases} O_{tg} = \frac{[2 \cdot y_1]}{[y_1 + (y_2 + \dots + y_i)]} \cdot O_1 \\ O_1' = \frac{[y_1 - (y_2 + \dots + y_i)]}{[y_1 + (y_2 + \dots + y_i)]} \cdot O_1 \end{cases} \quad (6.48)$$

Ou sous une autre forme comme suit :

$$\begin{cases} O_{tg} = \frac{[2]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1} + \dots + \frac{y_i}{y_1}\right)\right]} \cdot O_1 \\ O_1' = \frac{\left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1} + \dots + \frac{y_i}{y_1}\right)\right]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1} + \dots + \frac{y_i}{y_1}\right)\right]} \cdot O_1 \end{cases} \quad (6.49)$$

Si nous posons $\left(\frac{y_2}{y_1} + \dots + \frac{y_i}{y_1}\right) = \alpha$ (caractéristique du nœud), il vient :

$$\begin{cases} O_{tg} = \frac{[2]}{[1 + \alpha]} \cdot O_1 \\ O_1' = \frac{[1 - \alpha]}{[1 + \alpha]} \cdot O_1 \end{cases} \quad (6.50)$$

Nous aboutissons à des équations des rapports d'onde comme celles trouvées auparavant (6.25) et l'étude des cas selon les valeurs de α a été déjà faite, voir (§6.2.3).

6.2.5.1. Cas de nœud avec 2 conduites seulement :

Nous avons deux conduites liées entre elles en point noté « R » et nous nommons la première par le tronçon « A » qui est caractérisé par une section «S1» et une célérité d'onde «C1» et nous supposons que cette conduite comporte un accessoire qui peut générer l'onde du coup de bélier noté « O1 » (onde incident), l'autre conduite sera nommée par le tronçon « B » relié au tronçon « A » au point « R » et caractérisé par une section «S2» et une célérité d'onde « C2 ». (Voir figure 6.1).

Pour cela, le système d'équation (6.49) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} O_2 = \frac{[2]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right)\right]} O_1 \\ O_1' = \frac{\left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1}\right)\right]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right)\right]} O_1 \end{array} \right. \quad (6.51)$$

Ce système d'équation ne représente que les deux équations (6.23') et (6.24') trouvées et discutées auparavant.

6.2.5.2. Cas de nœud avec 3 conduites seulement :

Nous avons trois conduites liées entre-elles en point noté « R ».

Nous nommons la première conduite par le tronçon « A » qui est caractérisé par une section « S₁ » et une célérité d'onde « C₁ » et nous supposons que cette conduite comporte un accessoire qui peut générer une onde du coup de bélier noté « O₁ » (onde incidente), les autres conduites seront respectivement nommées par les tronçons « B » et « C » reliés les deux au tronçon « A » au point « R » et caractérisés respectivement par les section « S₂ » et « S₃ » et les célérités d'onde « C₂ » et « C₃ ». Pour cela, le système d'équation (6.49) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} O_{ig} = \frac{[2]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{y_3}{y_1}\right)\right]} O_1 \\ O_1' = \frac{\left[1 - \left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{y_3}{y_1}\right)\right]}{\left[1 + \left(\frac{y_2}{y_1} + \frac{y_3}{y_1}\right)\right]} O_1 \end{array} \right. \quad (6.51')$$

Les remarques citées dans §6.2.4 sont applicables dans ce cas là avec une seule différence qui est comment calculer alpha ?

Donc le coup de bélier peut augmenter en fonction de la configuration du nœud (alpha).

6.2.6. Discussion sur L'interaction de l'onde à un point de ramification :

La discussion est semblable à celle cité auparavant dans le paragraphe (6.2.4) mais il faut prendre en considération le calcul de la valeur d'alpha.

6.2.7.1. L'interaction de deux ondes à un point de jonction de deux conduites:

Supposons dans ce cas là que nous avons deux ondes « O₁ » et « O₂ » incidentes arrivant à un point de jonction au même instant c'est-à-dire que nous avons une collision de deux ondes en un seul point « R » comme la montre la figure 6.5 suivante.

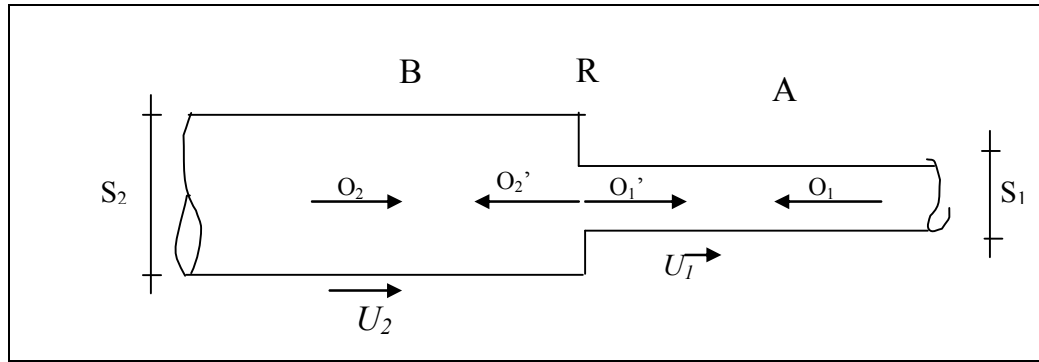


Figure 6.5 : Présentation de l'interaction de deux ondes à un point de jonction des deux conduites (A et B).

- S_1 et S_2 : Désignent les sections des tronçons « A » et « B » respectivement.
- u_1 et u_2 : Désignent les vitesses d'écoulement dans les tronçons « A » et « B » respectivement à l'instant « t ».

Nous avons deux ondes « O_1 » et « O_2 » créées par un organe de perturbation placé au niveau des conduites « A » et « B » (vanne ou arrêt de pompe) qui donnent naissance à l'instant « t » à deux ondes « O_1' » et « O_2' » réfléchies qui à leur tour reviennent respectivement dans les deux tronçons « A et B », c'est à dire dans le sens contraire à celui des ondes créatrices « O_1 » et « O_2 ».

Si nous négligeons les pertes de charge et nous utilisons les équations d'ALLIEVI, nous pouvons écrire, au niveau du changement de section :

$$H = H_0 + O_1 + O'_1 \quad (6.52)$$

$$\text{et : } H = H_0 + O_2 + O'_2 \quad (6.53)$$

Avec : H : Désigne la charge au point de jonction à l'instant « t ».

H_0 : Désigne la charge statique à ce même point de jonction.

Par ailleurs, l'équation de continuité donne :

$$S_1 u_1 = S_2 \cdot u_2 \quad (6.54)$$

$$S_1 U_{01} = S_2 \cdot U_{02}. \quad (6.54')$$

La 2^{ème} équation d'ALLIEVI sera :

$$u_1 = u_{01} - \frac{g}{c_1} [O_1 - O'_1]$$

$$S_1 \cdot u_1 = S_1 \cdot u_{01} - \frac{S_1 \cdot g}{c_1} [O_1 - O'_1] \quad (6.55)$$

Où : u_{01} : Désigne la vitesse dans le tronçon (A) en régime permanent

c_1 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (A).

De même, on a aussi :

$$u_2 = u_{02} + \frac{g}{c_2} [O_2 - O'_2]$$

$$S_2 \cdot u_2 = S_2 \cdot u_{02} + \frac{S_2 \cdot g}{c_2} [O_2 - O'_2] \quad (6.56)$$

Où : u_{02} : Désigne la vitesse dans le tronçon (2) en régime permanent.

c_2 : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (2)

Si nous retranchons l'équation (6.55) de l'équation (6.56), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 S_2 \cdot u_2 - S_1 \cdot u_1 &= S_2 \cdot u_{02} - S_1 \cdot u_{01} + \frac{S_2 \cdot g}{c_2} [O_2 - O_2'] \\
 &+ \frac{S_1 \cdot g}{c_1} [O_1 - O_1'] \\
 \frac{S_2}{c_2} [-O_2 + O_2'] &= \frac{S_1}{c_1} [O_1 - O_1'] \tag{6.57}
 \end{aligned}$$

D'après les deux équations (6.52) et (6.53), nous pouvons écrire :

$$[O_2 + O_2'] = [O_1 + O_1'] \tag{6.58}$$

Nous mettons:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{S_1}{c_1} : \text{La caractéristique du tronçon (A)} \\
 y_2 &= \frac{S_2}{c_2} : \text{La caractéristique du tronçon (B)}
 \end{aligned}$$

Donc l'équation (6.57) devient :

$$y_2 [-O_2 + O_2'] = y_1 [O_1 - O_1'] \tag{6.59}$$

Nous multiplions l'équation (6.57) par y_1 et nous l'additionnons avec (6.59), nous trouvons :

$$O_2' = \frac{2 \cdot y_1 \cdot O_1 + (y_1 - y_2) \cdot O_2}{y_1 + y_2} \tag{6.60}$$

Maintenant, nous multiplions l'équation (6.58) par y_2 et nous l'additionnons avec (6.59), nous trouvons :

$$O_1' = \frac{2 \cdot y_1 \cdot O_2 + (y_1 - y_2) O_1}{y_1 + y_2} \tag{6.61}$$

Nous nommons $\alpha = \frac{y_2}{y_1}$ (caractéristique de jonction), nous écrivons:

$$\begin{aligned}
 O_1' &= \frac{2 \cdot O_2 + (1 - \alpha) O_1}{1 + \alpha} \\
 O_1' &= \frac{2}{1 + \alpha} O_2 + \frac{(1 - \alpha)}{1 + \alpha} O_1 \tag{6.62}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O_2' &= \frac{2 \cdot O_1 + (1 - \alpha) \cdot O_2}{1 + \alpha} \\
 O_2' &= \frac{2}{1 + \alpha} O_1 + \frac{(1 - \alpha)}{1 + \alpha} O_2 \tag{6.63}
 \end{aligned}$$

Nous nommons respectivement $\frac{2}{1 + \alpha} = t_g$ et $\frac{(1 - \alpha)}{1 + \alpha} = t_r$ (rapport des ondes transmises et réfléchies), nous écrivons:

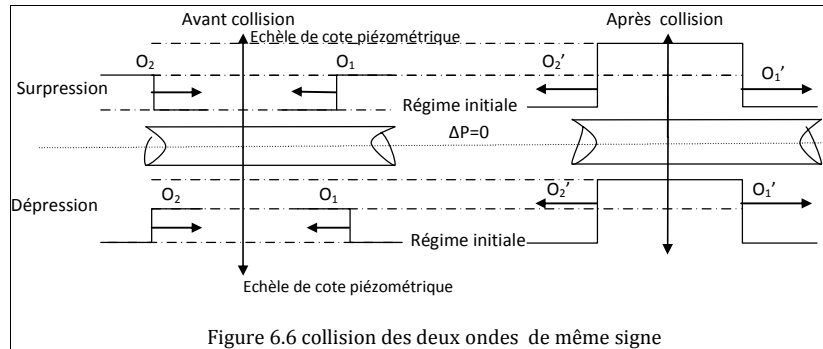
$$O_1' = t_g O_2 + t_r O_1 \tag{6.62'}$$

$$O_2' = t_g O_1 + t_r O_2 \tag{6.63'}$$

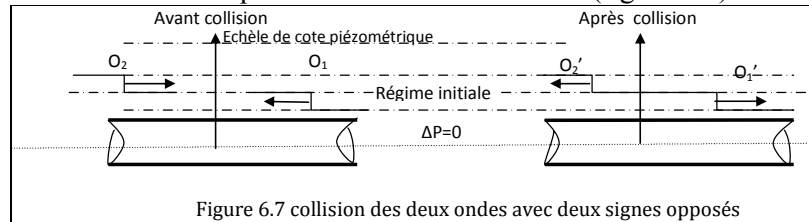
6.2.7.2. Étude des cas :

Dans le cas où nous avons la même section de canalisation c'est-à-dire $\alpha=1$, il en résulte $O_1' = O_2$ et $O_2' = O_1$ et en prenant en considération l'équation (6.58), nous écrivons : $O_2 = O_1$ Donc nous avons deux cas :

1- Si les deux ondes $O_2 = O_1$ ont le même signe (surpression, surpression) ou (dépression, dépression), la pression dans le point de collision des deux ondes sera la somme des deux ondes incidentes (figure 6.6).



2- Si les deux ondes ($O_2 = O_1$) sont de signe opposé, (dépression, surpression), la pression des deux ondes dans le point de collisions sera nulle (figure 6.7).



Dans le cas où $O_2 = 0$, on note l'absence d'onde incidente dans la section B. il en résulte le système (6.25) telle que O_2' devient O_2 (voir figure 6.1).

6.2.8. Cas général d'interaction des ondes synchronisées à un point de ramification :

Supposons dans ce cas que nous avons plusieurs ondes arrivant au point de ramification au même instant c'est-à-dire que nous avons une collision de plusieurs ondes en un seul point comme la montre le schéma qui suit (figure 6.8).

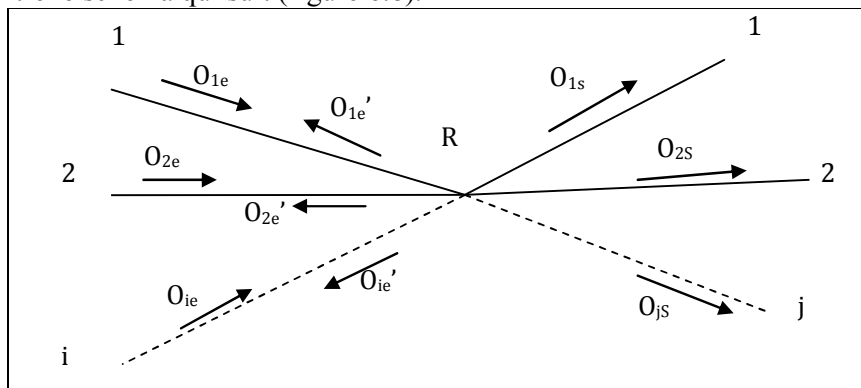


Figure 6.8 Présentation des ondes synchronisées à un point de ramification

- $S_{1e}, S_{2e}, \dots, S_{ie}$: Désignent respectivement les sections des tronçons 1, 2, ..., et i des tronçons portant les ondes incidentes.

Chapitre -6-

- $S_{1s}, S_{2s}, \dots, S_{js}$: Désignent respectivement les sections des tronçons 1, 2, ..., et j des tronçons portant les ondes transmises.

- u_{1e}, u_{2e}, \dots , et u_{ie} : Désignent respectivement les vitesses d'écoulement dans les tronçons 1, 2, ..., et i des tronçons portant les ondes incidentes à l'instant « t ».

- u_{1s}, u_{2s}, \dots , et u_{js} : Désignent respectivement les vitesses d'écoulement dans les tronçons 1, 2, ..., et j des tronçons portant les ondes transmises à l'instant « t ».

- C_{1e}, C_{2e}, \dots , et C_{ie} : Désignent respectivement les vitesses d'ondes dans les tronçons 1, 2, ..., et i des tronçons portant les ondes incidentes.

- C_{1s}, C_{2s}, \dots , et C_{js} : Désignent respectivement les vitesses d'ondes dans les tronçons 1, 2, ..., et j des tronçons portant les ondes transmises.

Nous avons des ondes $O_{1e}, O_{2e}, \dots, O_{ie}$ créées par des organes de perturbation placés au niveau de chaque conduite (vanne ou arrêt brusque de pompe) qui donnent naissance à l'instant « t » :

- à des ondes $O_{1s}, O_{2s}, \dots, O_{js}$, qui seront transmises aux autres tronçons, tout en gardant le même sens que les ondes créatrices.

- à des ondes $O_{1e}', O_{2e}', \dots, O_{ie}'$, réfléchies revenant dans les tronçons, c'est à dire dans le sens contraire à celui des ondes créatrices.

Si nous négligeons les pertes de charge et nous utilisons les équations d'*ALLIEVI*, nous pouvons écrire au niveau du nœud R.

$$H = H_0 + O_{1e} + O'_{1e}$$

$$H = H_0 + O_{2e} + O'_{2e}$$

$$\text{Ou : } H = H_0 + O_{ie} + O'_{ie} \quad (6.54)$$

$$H = H_0 + O_{1s}$$

$$H = H_0 + O_{2s}$$

$$\text{Ou : } H = H_0 + O_{js} \quad (6.55)$$

Avec: H : Signifie la charge au point de jonction à l'instant « t ».

H_0 : Signifie la charge statique à ce même point de jonction.

Par ailleurs, l'équation de continuité donne :

$$S_{1e}U_{1e} + S_{2e}U_{2e} + \dots + S_{ie}U_{ie} = S_{1s}U_{1s} + S_{2s}U_{2s} + \dots + S_{is}U_{is}$$

$$\sum_{i=1}^{ne} S_{ie} U_{ie} = \sum_{j=1}^{ns} S_{js} U_{js} \quad (6.56)$$

$$S_{1e}U_{01e} + S_{2e}U_{02e} + \dots + S_{ie}U_{0ie} = S_{1s}U_{01s} + S_{2s}U_{02s} + \dots + S_{js}U_{0js}$$

$$\sum_{i=1}^{ne} S_{ie} U_{0ie} = \sum_{j=1}^{ns} S_{js} U_{0js} \quad (6.57)$$

La 2^{ème} équation d'*ALLIEVI* sera :

$$u_{1e} = u_{01e} - \frac{g}{c_{1e}} [O_{1e} - O'_{1e}]$$

$$u_{2e} = u_{02e} - \frac{g}{c_{1e}} [O_{2e} - O'_{2e}]$$

$$u_{ie} = u_{0ie} - \frac{g}{c_{1e}} [O_{ie} - O'_{ie}]$$

$$S_{ie} \cdot U_{ie} = S_{ie} \cdot U_{0ie} - \frac{S_{ie} \cdot g}{c_{1e}} [O_{ie} - O'_{ie}]$$

$$\sum_{i=1}^{ne} S_{ie} \cdot U_{ie} = \sum_{i=1}^{ne} S_{ie} \cdot U_{0ie} - \sum_{i=1}^{ne} \frac{S_{ie} \cdot g}{c_{1e}} [O_{ie} - O'_{ie}] \quad (6.58)$$

Où : u_{0ie} : Désigne la vitesse dans le tronçon (i) en régime permanent
 C_{ie} : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (i).

De même, on a aussi :

$$\begin{aligned} u_{1S} &= u_{01S} - \frac{g}{c_{1S}} O_{1S} \\ u_{2S} &= u_{02S} - \frac{g}{c_{2S}} O_{2S} \\ u_{JS} &= u_{0JS} - \frac{g}{c_{JS}} O_{JS} \\ S_{js} \cdot U_{jS} &= S_{js} \cdot U_{0jS} - \frac{g \cdot S_{js}}{c_{JS}} O_{jS} \\ \sum_{j=1}^{ns} S_{js} \cdot U_{jS} &= \sum_{j=1}^{ns} S_{js} \cdot U_{0jS} - \sum_{j=1}^{ns} \frac{g \cdot S_{js}}{c_{JS}} O_{jS} \end{aligned} \quad (6.59)$$

Où : u_{0je} : Désigne la vitesse dans le tronçon (j) en régime permanent
 C_{je} : Désigne la célérité d'onde de propagation dans le tronçon (j).

Le retranchement de l'équation (6.59) de l'équation (6.58) nous amène à :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{ns} S_{js} \cdot U_{jS} - \sum_{i=1}^{ne} S_{ie} \cdot U_{ie} &= \sum_{j=1}^{ns} S_{js} \cdot U_{0jS} - \sum_{i=1}^{ne} S_{ie} \cdot U_{0ie} \\ + \sum_{i=1}^{ne} \frac{S_{ie} \cdot g}{c_{1e}} [O_{ie} - O'_{ie}] - \sum_{j=1}^{ns} \frac{g \cdot S_{js}}{c_{JS}} O_{jS} \end{aligned} \quad (6.60)$$

Si nous prenons en considération les deux équations (6.56) et (6.57), nous pouvons écrire :

$$\sum_{i=1}^{ne} \frac{S_{ie}}{c_{ie}} [O_{ie} - O'_{ie}] = \sum_{j=1}^{ns} \frac{S_{js}}{c_{jS}} O_{jS} \quad (6.61)$$

Nous mettons :

$$\begin{aligned} Y_{ie} &= \frac{S_{ie}}{C_{ie}} : \text{La caractéristique du tronçon (i)} \\ Y_{js} &= \frac{S_{js}}{C_{js}} : \text{La caractéristique du tronçon (j)} \end{aligned}$$

Nous pouvons écrire :

$$\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} [O_{ie} - O'_{ie}] = \sum_{j=1}^{ns} Y_{js} O_{jS} \quad (6.62)$$

À partir des deux équations (6.54) et (6.55), nous pouvons écrire :

$$O_{ie} + O'_{ie} = O_{js}$$

$$\text{Ou : } O'_{ie} = O_{js} - O_{ie} \quad (6.63)$$

Les termes $O_{1s}, O_{2s}, \dots, O_{js}$ représentent des ondes transmises. Nous pouvons considérer en premier lieu que $O_{1s} = O_{2s} = \dots = O_{js} = O_{tg}$ uniquement au point de ramification, juste avant la modification de l'onde. Par ailleurs elles seront différentes du fait de l'influence des pertes de charge. Nous pouvons donc récrire l'équation (6.61), à la suite de cette hypothèse :

$$\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} [O_{ie} - O'_{ie}] = O_{tg} \cdot \sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \quad (6.64)$$

Maintenant, si nous combinons l'équation (6.63) avec (6.64), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} [2 \cdot O_{ie} - O_{tg}] &= O_{tg} \cdot \sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \\ 2 \cdot \sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} O_{ie} &= O_{tg} \cdot \left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + \left(\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} \right) \right] \\ O_{tg} &= \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} O_{ie}}{\left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + \left(\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} \right) \right]} \end{aligned} \quad (6.65)$$

À partir de l'équation (6.63), nous avons :

$$\begin{aligned} O'_{ie} &= \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} O_{ie}}{\left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + \left(\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} \right) \right]} - O_{ie} \\ O'_{ie} &= \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} O_{ie} - \left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + \left(\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} \right) \right] \cdot O_{ie}}{\left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + \left(\sum_{i=1}^{ne} Y_{ie} \right) \right]} \end{aligned} \quad (6.66)$$

Donc, le coup de bélier peut être augmenté selon la configuration du nœud R comme présente les deux équations (6.65) et (6.66).

Dans le cas où nous avons une seule onde incidente, nous pouvons récrire l'équation (6.66) sous la forme suivante :

$$O'_{1e} = \frac{Y_{1e} - \left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right)}{\left[\left(\sum_{j=1}^{ns} Y_{js} \right) + Y_{1e} \right]} O_{1e} \quad (6.66')$$

L'équation obtenue (6.66') n'est que la deuxième équation du système (6.48). Maintenant, si nous n'avons que deux conduites reliées entre elles, il en résulte :

$$O'_{1e} = \frac{Y_{1e} - Y_{2s}}{[Y_{2s} + Y_{1e}]} O_{1e} \quad (6.66'')$$

Et cette équation est la même que l'équation (6.23).

6.3. Synthés :

Dans ce paragraphe, nous allons présenter quelques cas où la valeur du coup de bélier augmente en fonction de la configuration des accessoires installés sur un réseau et nous présentons quelques cas où nous pouvons éviter l'augmentation de ce phénomène afin de le maîtriser.

6.3.1. Cas de conduite simple reliant une pompe à un réservoir :

Nous considérons une conduite de section (S) et de célérité d'onde (C) reliée à une pompe (P) munie de clapet anti-retour qui refoule l'eau vers un réservoir (R) caractérisé par un plan d'eau invariable et qui peut donner une pression statique (P_0), ce réservoir est situé à une longueur (L). Nous considérons que les pertes de charge sont négligeables.

À l'instant $t=0$, une chute de tension électrique provoque un arrêt brusque de la pompe et par conséquent une onde (O_1) du coup de bélier avec ($H_1^0 = P_0 - O_1$) se propage le long de la canalisation pour arriver après un certain temps (L/C), voir figure (6.9). L'onde qui arrive au réservoir garde sa valeur énergétique, donc l'onde doit être réfléchiée mais comment nous pouvons calculer cette réflexion ?

Nous allons appeler l'équation (6.23') avec une section de réservoir considérée comme infinie :

$$O'_1 = -O_1$$

Donc l'onde réfléchiée du réservoir sera égale à l'onde incidente mais avec un signe opposé :

$$H_1^1 = H_1^0 - (-O_1)$$

$$H_1^1 = P_0 - O_1 + O_1 = P_0$$

L'onde va parcourir la canalisation à partir du réservoir jusque la pompe (figure 6.10).

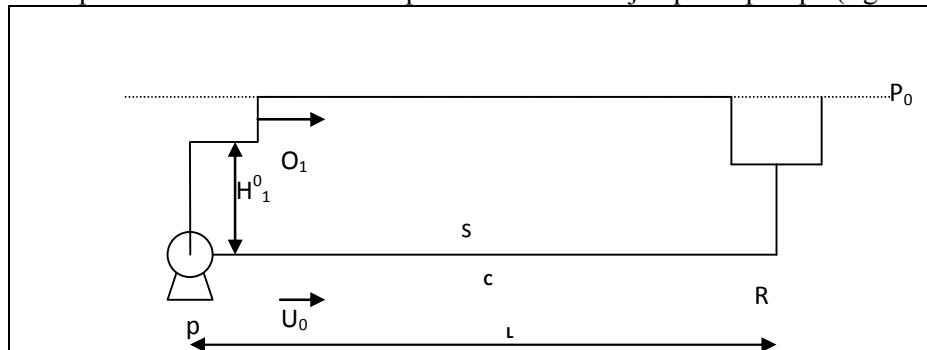


Figure 6.9 : Présentation de la propagation d'une onde d'une pompe vers un réservoir.

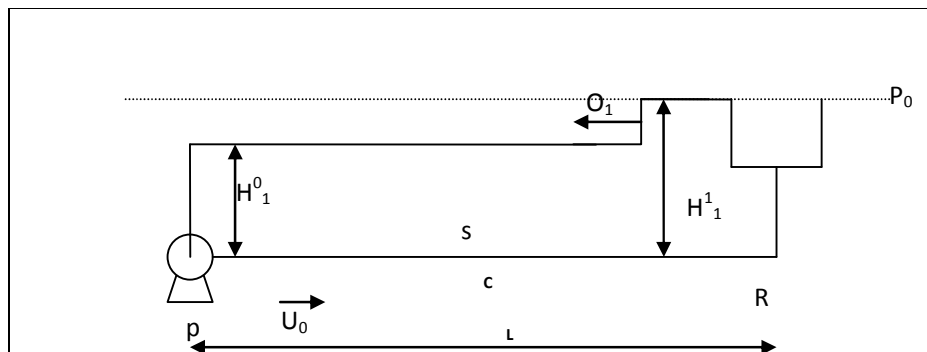


Figure 6.10 : Présentation de la propagation de l'onde réfléchiée du réservoir vers une pompe.

Après un temps $(2l/C)$, l'onde arrivant à la pompe se trouve devant un obstacle rigide (clapet anti-retour). L'onde n'a pas l'occasion pour libérer son énergie, donc elle est obligée de se réfléchir encore une fois, alors comment nous pouvons calculer cette réflexion ?

On fait appel à la même équation précédente (6.23'), sachant que nous avons maintenant une section $(S_2=0 \rightarrow y_2=0)$. Donc nous écrivons :

$$O'_1 = -O_1$$

$$H_1^2 = H_1^1 - O'_1 = P_0 - (-O_1) = P_0 + O_1$$

Il en résulte une surpression qui se propage de la pompe vers le réservoir (figure 6.11).

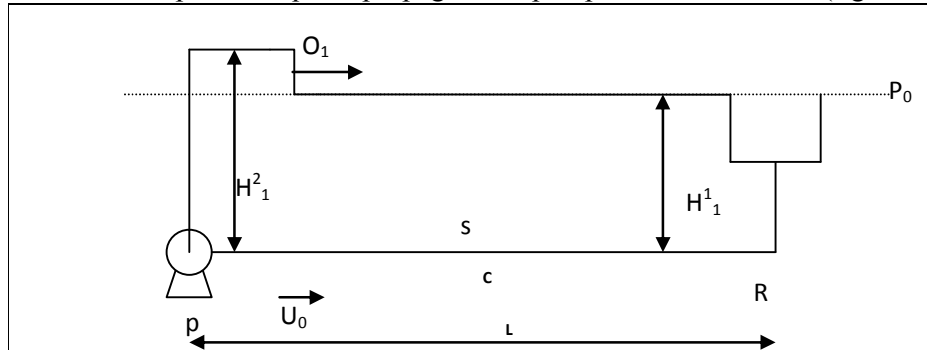


Figure 6.11 : Présentation de la propagation d'une onde de surpression due à la réflexion d'onde au niveau du clapet anti-retour.

Après un temps $(3l/C)$, l'onde arrive au réservoir et garde sa valeur énergétique, donc l'onde doit être réfléchié mais cette fois-ci, l'onde a l'occasion de libérer son énergie dans le réservoir.

Pour déterminer comment l'onde se réfléchit, on fait appel à la même équation précédente (6.23') sachant que nous avons maintenant une section $(S_2 \rightarrow \infty ; y_2 \rightarrow \infty)$:

$$O'_1 = O_1$$

$$H_1^3 = H_1^2 - O'_1 = P_0 + O_1 - (O_1) = P_0$$

Il en résulte une dépression qui se propage du réservoir vers la pompe (figure 6.12)

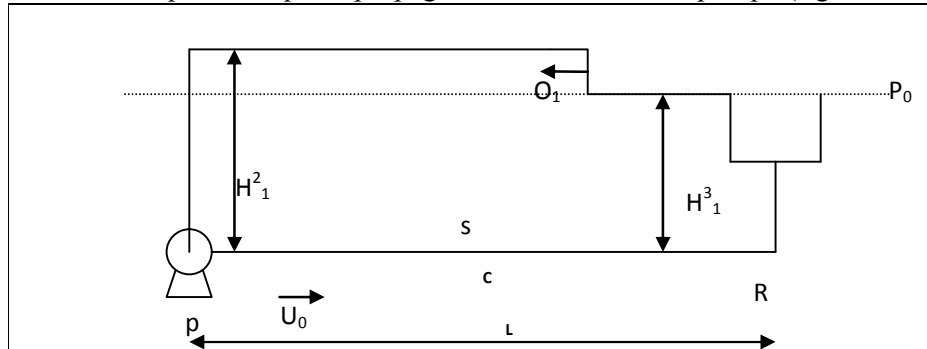


Figure 6.12 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression due à la réflexion d'onde au niveau du réservoir.

Après un temps $(4l/C)$, l'onde arrivant à la pompe se trouve devant un obstacle rigide (clapet anti-retour). L'onde n'a pas l'occasion pour libérer son énergie, donc elle est obligée de se réfléchir encore une fois. On fait appel à la même équation précédente (6.23'), sachant que nous avons maintenant une section $(S_2=0 \rightarrow y_2=0)$. Donc nous écrivons :

$$O'_1 = O_1$$

$$H_1^4 = H_1^3 - O'_1 = P_0 - O_1$$

Il en résulte une dépression qui se propage de la pompe vers le réservoir (figure 6.13)

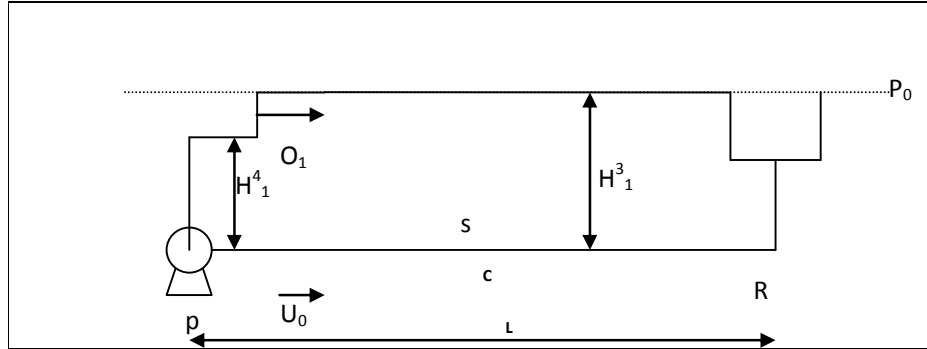


Figure 6.13 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression due à la réflexion d'onde au niveau du clapet anti-retour.

Le processus se répète et nous déduisons que toute singularité possède une section S_1 d'entrée reliée à une autre section S_2 de sortie, telle que ($S_1 > S_2$), cette singularité a un effet augmentatif du coup de bélier (clapet anti retour) et vis vers sa (réservoir).

6.3.2. Cas de conduite simple comportant un rétrécissement brusque qui relie une pompe à un réservoir:

Nous considérons une conduite de section (S_1), de célérité d'onde (C_1) et de longueur (L_1) reliant une pompe (P) munie de clapet anti-retour à une autre conduite de section (S_2), de célérité d'onde (C_2) et de longueur (L_2) à l'aide d'organe de rétrécissement brusque (j) telle que ($S_2 < S_1$).

La pompe refoule de l'eau vers un réservoir (R) caractérisé par un plan d'eau invariable qui peut donner une pression statique (P_0), ce réservoir est situé à une longueur ($L = L_1 + L_2$). Nous considérons que les pertes de charge sont négligeables.

À l'instant $t=0$, une chute de tension électrique provoque un arrêt brusque de la pompe et par conséquent une onde (O_1) du coup de bélier avec ($H_1^0 = P_0 - O_1$) se propage le long de la canalisation. (Figure 6.14)

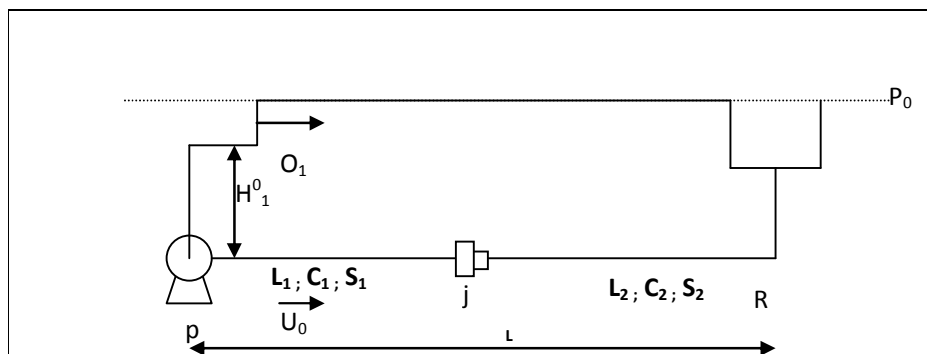


Figure 6.14 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression dans une conduite télescopique reliant une pompe à un réservoir

La configuration de la figure 6.14 est aussi complexe à analyser. Pour cela, nous allons mettre quelques hypothèses pour la simplifier :

- 1- Conduites construites de mêmes matériaux.
- 2- Conduites de même classe de pression.

Donc, la contrainte $\sigma_2 = \frac{PD}{2e}$ telle que :

- σ_2 : Désigne la contrainte admissible de la canalisation.

- P : Désigne la classe de pression de la canalisation.

$2 \frac{\sigma_2}{P} = \frac{D}{e}$: Les rapports restent constants pour les différents diamètres des canalisations.

D'après l'équation (5.14) du chapitre V, nous écrivons :

$$C = \frac{9900}{\sqrt{50 + k \frac{D}{e}}}$$

Donc la célérité d'onde n'est en fonction que du rapport (D/e) et du type de matériaux.

Alors $C_1 = C_2 = C$ et nous supposons ainsi :

$$\frac{L_1}{C_1} = \frac{L_2}{C_2} \Rightarrow \frac{L_1}{C} = \frac{L_2}{C} \Rightarrow L_1 = L_2 \quad (6.67)$$

D'après l'égalité (6.67), nous dirons que la collision des ondes aura lieu au niveau du rétrécissement. Dans le tableau 6.2 « ANNEXE3 », nous présentons l'analyse de ce réseau en se basant sur les équations (6.25), (6.28) et (6.62 et 6.63).

La figure 6.15 présente l'évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et du rétrécissement. Il est évident que le coup de bélier augmente en fonction du temps d'aller-retour des ondes sous l'effet de la présence du rétrécissement jouant le rôle d'amplificateur des ondes car la section aval de l'organe est plus faible que celle de l'amont et comporte moins de quantité de liquide. Donc, le liquide que la deuxième conduite contient est moins déformable que le précédant d'une part et d'autre part la vitesse d'écoulement dans cette dernière est plus grande.

Quand l'onde arrive au rétrécissement, elle va trouver une conduite de capacité moindre et ça va engendrer une onde réfléchie représentant une partie de l'onde incidente que la deuxième conduite ne peut pas la supporter et de même signe de l'onde incidente mais avec un taux plus faible. Cette onde réfléchie rejoint l'état du coup de bélier au niveau de la pompe et elle l'augmente comme il est détaillé dans le tableau 6.2 « ANNEXE3 » et l'autre partie de son énergie se transmet à l'autre section (deuxième conduite).

Donc, la valeur maximale du coup de bélier n'est plus la valeur calculée par la formule de *Joukowsky* comme déjà démontré. Vue ces avantages, il faut mieux utiliser la méthode des caractéristiques pour estimer cette valeur maximale du coup de bélier.

6.3.3. Cas conduite simple comportant un élargissement brusque qui relie une pompe à un réservoir:

Nous considérons une conduite de section (S_1), de célérité d'onde (C_1) et de longueur (L_1) reliant une pompe (P) munie de clapet anti-retour à une autre conduite de section (S_2), de célérité d'onde (C_2) et de longueur (L_2) à l'aide d'organe d'élargissement brusque (j) telle que ($S_2 > S_1$). La pompe refoule de l'eau vers un réservoir (R) caractérisé par un plan d'eau invariable qui peut donner une pression statique (P_0), ce réservoir est situé à une longueur ($L = L_1 + L_2$). Nous considérons que les pertes de charge sont négligeables.

À l'instant $t=0$, une chute de tension électrique provoque un arrêt brusque de la pompe et par conséquent une onde (O_1) du coup de bélier avec ($H_1^0 = P_0 - O_1$) se propage le long de la canalisation. (Figure 6.16)

La configuration de la figure 6.16 est aussi complexe à analyser. Pour cela nous allons mettre quelques hypothèses pour la simplifier comme le cas précédent et nous suivons le même procédé de raisonnement. Donc, la collision des ondes aura lieu au niveau de la jonction.

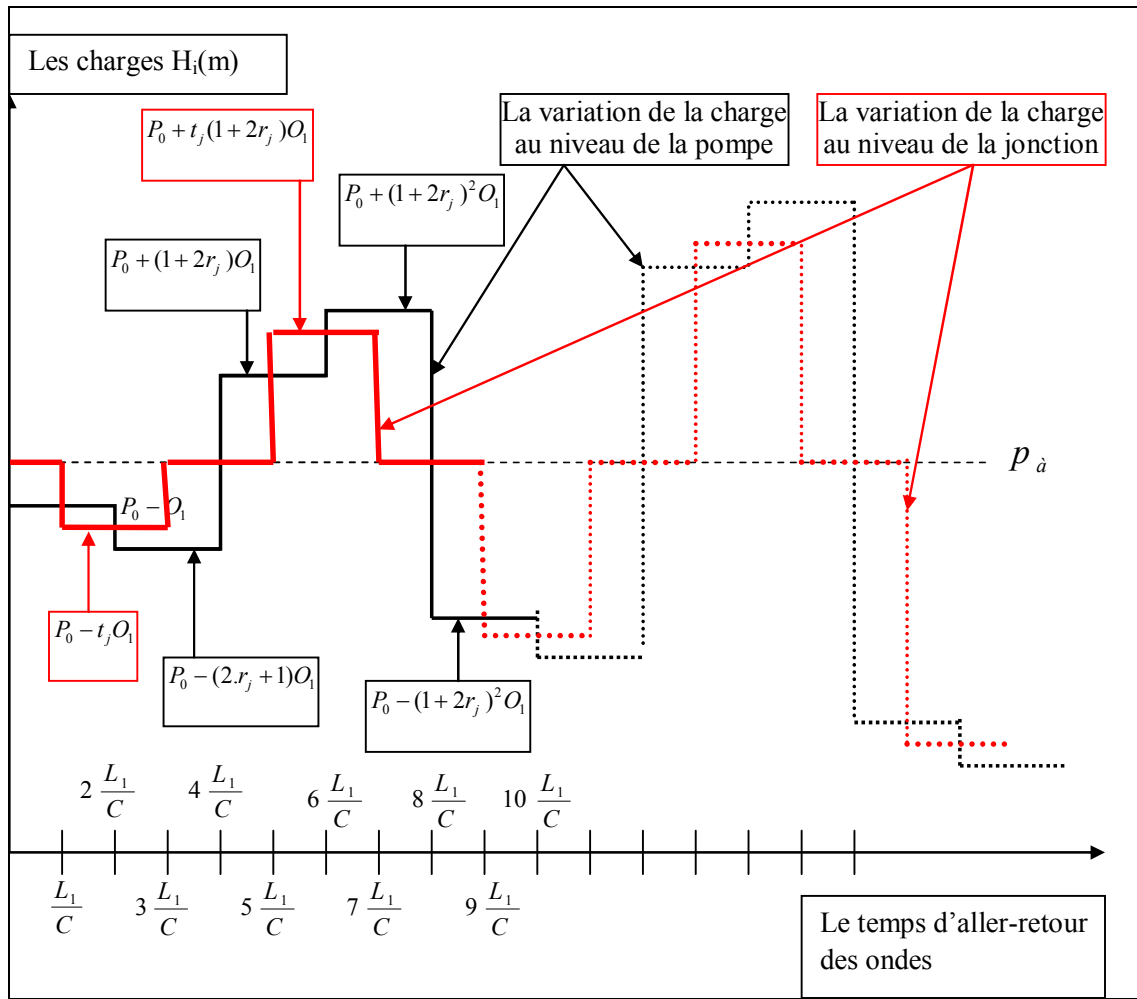


Figure 6.15 : Évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et du rétrécissement

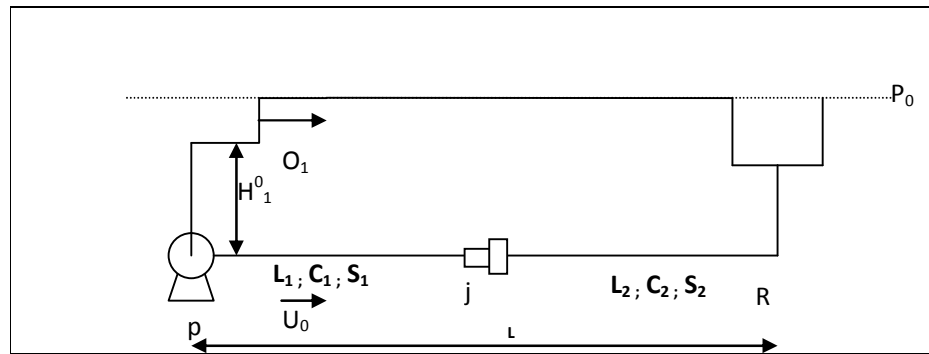


Figure 6.16 : Présentation de la propagation d'une onde de dépression dans une conduite télescopique reliant une pompe à un réservoir.

Dans le Tableau 6.3 « ANNEXE 3 », nous présentons l'analyse de ce réseau en se basant sur les équations (6.25), (6.28) et (6.62 et 6.63), et nous posons que :

$$\frac{2}{1+\alpha} = t_j \quad \text{et} \quad \frac{\alpha-1}{\alpha+1} = r_j$$

$$t_j = 1-r_j$$

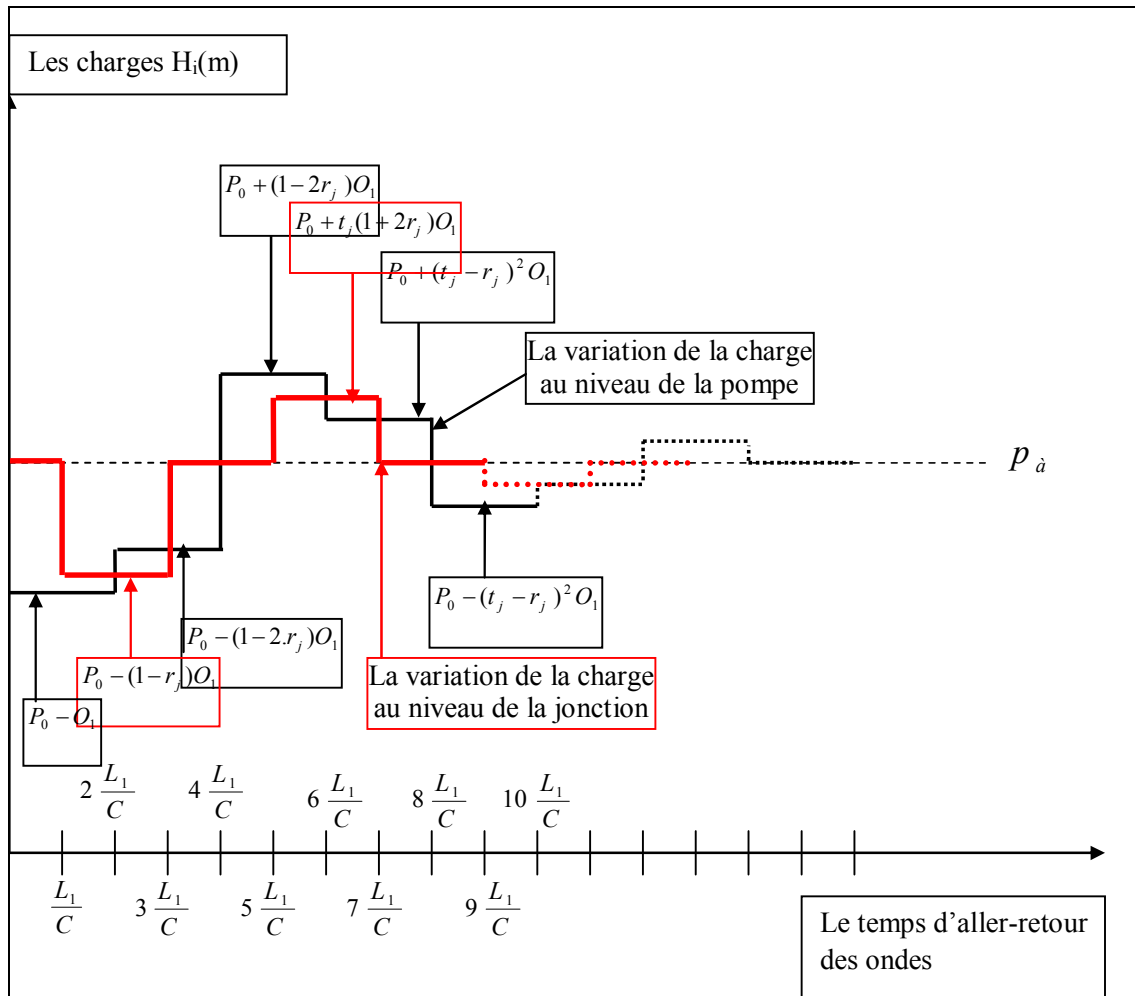


Figure 6.17 : Évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et de l'élargissement.

La figure 6.17 présente l'évolution des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et de l'élargissement, nous remarquons ici que le coup de bélier s'amortit sous l'effet de l'existence de l'élargissement jouant le rôle d'amortisseur des ondes ; car dans le temps où l'onde arrive à l'élargissement, elle trouve une section plus grande que la section initiale. Maintenant, l'onde peut dégager un certain taux de son énergie par la déformation d'une grande quantité de liquide existant dans cette section par rapport qu'elle avait dans la section précédente et par la dilatation de la deuxième conduite de façon plus grande ; car celle-ci offre une périphérie plus grande que la première.

Dans ce cas, la charge maximale du coup de bélier peut être considérée comme celle calculée par la formule de *Joukowsky*.

6.4. CONCLUSION :

La plus part de nos réseaux utilisés pour la distribution d'eau comportent des accessoires (rétrécissement, élargissement, nœud de jonction de plusieurs conduites,...) pour leur bon fonctionnement. Ces appareils supportent une certaine pression de service donnée par le constructeur. À la suite d'un régime transitoire couramment provoqué en pratique sous l'effet des manœuvres habituelles (mise en marche des pompes, fermeture des vannes,..., etc.) ou accidentelles (chute des tensions électriques dans les stations des pompes), les ondes de pression, issues des singularités (points de ramification) peuvent heurter ces appareils et créer leur endommagement.

Dans ce chapitre, l'intérêt de cette étude est justement de connaître les intensités des ondes ainsi créées à chaque génération. Généralement ce sont les ondes de première génération qui sont dangereuses pour les conduites et les accessoires du réseau. Ces ondes sont déterminées à partir de la valeur majorant du coup de bélier créé initialement.

Mais il existe des cas où la valeur maximale de ce dernier augmente du fait de la configuration des accessoires existant dans le réseau. Pour déterminer cette valeur maximale, il faut prendre en considération la configuration des accessoires, leurs emplacements et leurs modes d'emplacement que nous croyons qu'il a un effet sur le coup de bélier.

Dans la plus part des cas, nous avons une installation comportant un obstacle (singularité) caractérisé par une section aval inférieure à celle en amont et traversé par l'onde incidente ce qui aboutit à une autre onde réfléchi de même signe mais dans le sens contraire et qui va rejoindre l'état initial du coup de bélier et par conséquent va augmenter sa valeur ce qui est néfaste pour les installations.

Donc le mode d'installation des conduites et de ces accessoires a un effet sur l'évolution du coup de bélier (augmenté ou le diminué), ce qui nécessite de détailler chaque étude afin de trouver la valeur maximale de ce phénomène pour prendre les mesures de sécurité et de prévention.

Chapitre -7-

**COUPS DE BELIER DANS UN
RESEAU
RAMIFIE ENTERRE**

COUPS DE BELIER DANS UN RESEAU RAMIFIE ENTERRE

7.1. INTRODUCTION :

Les études réalisées sur les écoulements transitoires dans les réseaux de conduites urbains et systèmes ramifiés d'adduction d'eau en zone rurale et réseaux d'irrigation *Herenguel et Blanc (1977)* et *Sibert et Bagnères (1977)* sont peu nombreuses *Labye (1966)*, *Streeter (1967)*. *Escande et Thirriot (1968)*, *Thirriot et al. (1976)* et *Samani et Khayatzadeh (2002)*. La publication de ces études est assez rare, car, elles ont été généralement réalisées soit par des bureaux d'études soit dans le cadre de projets de coopération avec des organismes du génie rural. Bien souvent, ce qui intéresse le praticien, c'est la valeur maximale de la pression dont dépend la contrainte maximale supportée par la conduite *Roberson et al. (1995)*. *Abdelwaheb Jlalil, Ezzeddine Hadj-Taïebl, Claude Thirriot (2005)*.

Lors du dimensionnement des conduites d'adduction, fonction en refoulement, les conduites choisies après optimisation possèdent des pressions de service définies, et qu'on ne doit pas dépasser. C'est justement là où intervient le calcul du réseau, en régime transitoire pour prévoir les pressions P_t (pressions totales) susceptibles de se produire. Ces dernières doivent tenir compte de la valeur majorante du coup de bélier susceptible de se produire dans une conduite, soit en refoulement (cas de l'arrêt brusque d'une pompe), soit en gravitaire (cas d'une fermeture brusque d'une vanne).

Si la pression totale P_t est inférieure à la pression (P_s) de service, il n'y a évidemment pas de danger. Par contre, si le contraire s'observe, le danger existe, et l'on doit choisir entre les deux solutions suivantes :

- Changer la classe des conduites pour une pression de service supérieure.
- Atténuer les pressions transitoires par les moyens de protection (protection anti – bélier).

Dans l'état actuel des choses, l'étude du régime transitoire sert à vérifier la tenue des conduites déjà choisies. Mais il n'existe pas de méthode directe permettant le dimensionnement des conduites, tout en tenant compte du coup de bélier. Egalement, l'étude du régime transitoire pour ce dimensionnement n'a pas pris en considération l'effet du sol sur les conduites enterrées.

Le coup de bélier dans un réseau faiblement ramifié, de type adduction, soit en refoulement, soit en gravitaire, peut provoquer des effets plus nocifs à la canalisation.

Ainsi lorsqu'un coup de bélier part de la pompe à la suite de son arrêt brusque, ou d'une vanne placée à l'extrémité d'une conduite, après sa fermeture brusque; il diffuse dans toutes les ramifications.

Dans cette étude, en s'inspirant des résultats obtenus dans les chapitres II, V et IV ; on contribue à l'étude du régime transitoire dans un réseau ramifié, comportant un ou plusieurs nœuds de ramification, sous pression en refoulement, pris comme exemple, et qui est un cas couramment rencontré en pratique.

Ainsi la prise en compte de la célérité de propagation d'onde réelle pour chaque conduite enterrée permet de renseigner sur la vraie grandeur du coup de bélier susceptible de se produire, notamment à la première phase de la dépression, en cas d'arrêt d'une pompe.

Le raisonnement à partir de la valeur majorante du coup de bélier s'avère très intéressant, dans le cas d'un réseau enterré pour tout calcul concernant le comportement mécanique de la conduite, et en conséquence les moyens anti-béliers.

L'emploi de la méthode des caractéristiques rend plus simple le calcul. Elle permet de renseigner sur la courbe enveloppe de la pression, à chaque nœud du réseau, et de déduire les débits de chaque tronçon, en tenant compte des pertes de charge. Afin de faciliter le calcul, les extrémités des conduites, formant le réseau, servent de conditions aux limites connues.

7.2. Mise en équations :

Dans le cas d'un écoulement unidirectionnel dans une conduite cylindrique de diamètre D , les relations de base simplifiées de calcul du phénomène de coup de bélier découlent du chapitre II, et sont de la forme :

$$\begin{cases} dx = \pm c dt \\ dH \pm \frac{c}{gS} dQ = -j \cdot dx \end{cases} \quad (7.1)$$

Dans le système (7.1), Q est le débit, H est la charge, S est la section de la conduite, c est la célérité des ondes de pression supposée constante et j est le gradient de la perte de charge linéaire par unité de longueur de conduite.

Ce système exprime que si on se déplace le long d'un trajet d'un tronçon avec une vitesse $\frac{dx}{dt} = c$, la quantité $H + \frac{c}{gS} dQ$ reste constante aux pertes de charge près.

L'application de ces systèmes est plus simple notamment lorsqu'on considère que la quantité $\frac{c}{gS}$ est constante. On admet que la section est constante en face des variations de débits et de

la côte de charge qui était prise comme une variable au même titre que la compressibilité du fluide et l'allongement de la conduite.

7.3. Détermination des pressions maximales dues aux coups de bélier :

7.3.1 .Etude de la réflexion d'une onde en une bifurcation :

Considérons un nœud N auquel aboutissent n tronçons .Le débit dans chaque tronçon d'indice i est désigné par Q_i . Le sens conventionnel de circulation des débits est choisi vers le nœud N . (figure.7. 1).

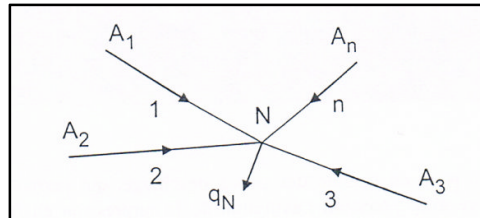


Figure 7.1 : Jonction de n conduites

Sur chaque tronçon, nous pourrons appliquer les résultats de la théorie des caractéristiques (7.1), en supposant les distances parcourues par les ondes, au voisinage du nœud N , suffisamment courtes pour négliger les effets des pertes de charges, et l'unité de

temps est telle que $\frac{l_1}{c_1} = \frac{l_2}{c_2} = \frac{l_3}{c_3} = \dots = \frac{l_n}{c_n} = \Delta t$.

a) Pour une onde descendante aboutissant au nœud N (voir fig.7.2):

$$H_{(N,t+\Delta t)} + \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t+\Delta t)} = H_{(i,t)} + \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t)} \quad (7.2)$$

b) Pour une onde montante issue du nœud N:

$$H_{(N,t)} - \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t)} = H_{(i,t+\Delta t)} - \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t+\Delta t)} \quad (7.3)$$

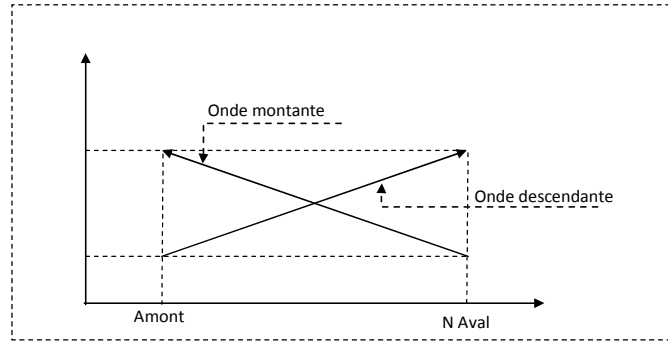


Figure 7.2 : Lignes caractéristiques : lieux des ondes.

Le temps de la mesure des grandeurs H_N , et Q_N en N qui sera $(t+\Delta t)$. Ce temps de référence sera par exemple défini concrètement par l'arrivée d'une onde de choc en N et sa réfraction concomitante. si nous connaissons l'état hydraulique des tronçons immédiatement avant l'instant $(t+\Delta t)$, nous pouvons déduire très simplement la valeur de $H_N(t+\Delta t)$ par la combinaison des équations (7.2) afférentes aux différents tronçons.

Et on obtient :

$$H_{(N,t+\Delta t)} \sum \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} + Q_{(i-N,t+\Delta t)} = H_{(i,t)} \sum \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} + \sum Q_{(i-N,t)} \quad (7.4)$$

Avec :

$$Q_{(i-N,t)} = q_N$$

La pression H_N sera donc déterminée par la résolution de l'équation non linéaire (7.4). Lorsque H_N a été calculée, on peut déterminer les nouvelles conditions dans chacun des tronçons avant l'arrivée d'une nouvelle perturbation à l'aide des équations (7.2).

Le long du tronçon i, en l'absence de perte de charge, les perturbations ($H_{(N,t)}$; $H_{(i,t)}$; $Q_{(N,t)}$; $Q_{(i,t)}$) se propagent sans déformation jusqu'à la rencontre d'une autre onde provenant d'une nouvelle modification de fonctionnement ou d'une réflexion d'une perturbation le long du tronçon i.

Donnons comme exemple le cas d'un branchement de conduites à trois caractéristiques (fig. 3).

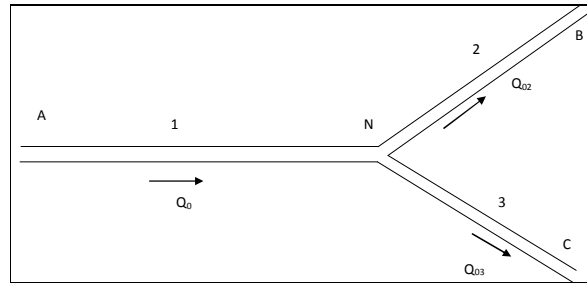


Figure 7.3 : Jonction de trois conduites.

Nous supposons que la perturbation a été provoquée par la fermeture du débit du tronçon 1 au nœud A.

D'après l'équation (7.3 et 7.2), il vient :

$$H_{(N,t+1)} \sum \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} = \sum \left(H_{(i,t)} \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} \right) - Q_{(2-N,t)} - Q_{(3-N,t)} + Q_{(1-N,t)} \quad (7.5)$$

Or, il n'y a pas de perturbations en B et en C. Donc. $H_{(2,t)}$ et $H_{(3,t)}$ sont invariables, $Q_{(2-n,t)} = Q_{02}$ et $Q_{(3-n,t)} = Q_{03}$. D'après l'équation (7.3) exprimant la surpression pour une fermeture brusque de débit au nœud A, nous avons :

$$H_{(1,t+1)} - \frac{c_{1-N}}{gS_{1-N}} Q_{(1-N,t+1)} = H_{(N,t)} - \frac{c_{1-N}}{gS_{1-N}} Q_{(1-N,t)} \quad (7.6)$$

$Q_{(1,t+1)} = 0$; fermeture brusque de débit en $t=0$, $Q_{(1-N,t)} = Q_0$ et puisque la perte de charge est négligeable nous avons $H_{(N,t)} = H_{(1,t)}$.

$$H_{(1,t+1)} = H_{(1,t)} - \frac{c_{1-N}}{gS_{1-N}} Q_{(1-N,t)} \quad (7.7)$$

Lorsque la surpression, ainsi produite, atteint le nœud N. Nous aurons, d'après l'équation (7.5), et l'équation de continuité :

$$Q_{(3-n,t)} + Q_{(2-n,t)} = Q_{(1-n,t)} = Q_0 .$$

$$H_{(N,t+1)} = \frac{1}{\sum \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}}} \left[\sum \left(H_{(i,t)} \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} \right) - 2Q_0 \right] \quad (7.8)$$

Lorsque la surpression, ainsi produite, atteint le nœud B et C considérés comme réservoirs à niveau constant. Nous aurons, d'après l'équation (7.2) :

$$Q_{(i-N,t+1)} = \frac{gS_{i-N}}{c_{i-N}} \left[\frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t)} - (H_{(i,t+1)} - H_{(N,t)}) \right] \quad (7.9)$$

7.3.2. Etude de l'amortissement de l'onde de choc le long d'un tronçon :

Si nous connaissons en un point atteint par le front d'onde les conditions initiales (H_0 , Q_0) et la valeur du débit Q_f immédiatement après le passage de l'onde, nous pouvons très simplement obtenir la nouvelle valeur de la pression à l'aide de l'équation de compatibilité (7.2) ou (7.3).

Dans ce qui suit, nous allons donc examiner les différentes circonstances d'évolution du débit en front d'onde de célérité « c » le long d'un tronçon de longueur « l » et de section « S ». D'après la théorie des caractéristiques, nous pouvons écrire :

- pour une onde d'amont, en corps d'onde :

$$dQ + \frac{gS}{c} dH = - \frac{gS}{c} j dx \quad (7.10)$$

- pour une onde d'aval, en corps d'onde :

$$dQ - \frac{gS}{c} dH = - \frac{gS}{c} j dx \quad (7.11)$$

A la traversée du front d'onde, à partir des conditions initiales, nous trouvons les équations (7.2) et (7.3).

Par exemple, pour une onde d'amont :

$$Q_F + \frac{gS}{c} H_F = Q_0 + \frac{gS}{c} H_0 \quad (7.12)$$

Supposons que la perte de charge J soit représentée par une loi quadratique $J=J_0Q/Q_0|Q/Q_0|$.

7.3.3. Evolution d'une perturbation provenant de l'amont :

A partir de la connaissance de la nouvelle valeur du débit Q_{AM} à l'amont après la perturbation, nous désirons déterminer la valeur du débit en front d'onde à l'aval Q_{AV} , juste avant qu'il n'atteigne la section d'extrémité.

En une abscisse x du tronçon, comptée à partir de l'amont (fig.7.4), et atteinte par le front d'onde, sont vérifiées les relations :

$$\begin{cases} \frac{dQ}{S} + \frac{gdH}{c} = -gJ_0 \frac{dx}{c} \\ \frac{dQ}{S} - \frac{gdH}{c} = -gJ \frac{dx}{c} \end{cases} \quad (7.13)$$

Après la sommation, nous obtenons :

$$2d(Q/Q_0) = -g \frac{S}{Q_0 C} J_0 \left(1 + \frac{Q}{Q_0} \left| \frac{Q}{Q_0} \right| \right) dx$$

Ou bien :

$$\frac{d(Q/Q_0)}{\left(1 + \frac{Q}{Q_0} \left| \frac{Q}{Q_0} \right| \right)} = -g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 dx \quad (7.14)$$

L'intégration de l'équation (7.14) consiste à supposer que :

$$- Q/Q_0 = tg(t).$$

$$- d(Q/Q_0) = (1+(tg(t))^2) dt.$$

L'équation (7.14) devient :

$$\int \frac{1+tg(t)^2}{(1+tg(t)^2)^2} dt = \int -g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 dx \quad (7.15)$$

Ce qui implique :

$$\int dt = \int -g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 dx \Rightarrow t = -g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 x + cst \quad (7.16)$$

Après changement de variable on trouve :

$$tg(t) = tg\left(-g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 x + cst\right) = \frac{Q}{Q_0} \quad (7.17)$$

Donc :

$$Q = Q_0 tg\left(-g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 x + cst\right) \quad (7.17)$$

Pour $x=0$, $Q=Q_{AM}$;

$$Q_{AV} = Q_0 tg(cst) \Rightarrow tg(cst) = \frac{Q_{AV}}{Q_0} \quad (7.18)$$

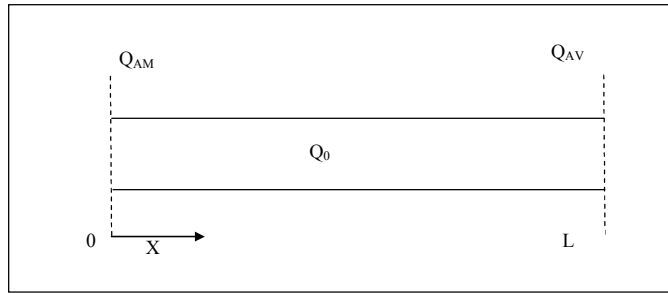


Figure 7.4 : Détermination de la perturbation longue d'un tronçon d'une onde provient de l'amont vers l'aval.

Pour $x=L$, $Q=Q_{AV}$.

$$Q_{AM} = Q_0 tg\left(-g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L + cst\right)$$

$$Q_{AM} = Q_0 \frac{tg(cst) - tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right)}{1 + tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right) tg(cst)} \quad (7.19)$$

Nous remplaçons : (7.18) dans (7.19) :

$$Q_{AM} = Q_0 \frac{\frac{Q_{AV}}{Q_0} - tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right)}{1 + tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right) \frac{Q_{AV}}{Q_0}} \quad (7.20)$$

Pour trouver Q_{AV} , il faut que :

$$\frac{Q_{AM}}{Q_0} \neq \frac{1}{tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right)}$$

$$Q_{AV} = Q_0 \frac{\frac{Q_{AM}}{Q_0} + tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right)}{1 - tg\left(g \frac{S}{2Q_0 C} J_0 L\right) \frac{Q_{AM}}{Q_0}} \quad (7.21)$$

7.4. Détermination des pressions dues aux coups de bélier avec pertes de charge :

7.4.1. Pour un réseau de range 2 divergent :

En principe l'utilisation des systèmes (7.1), permet la détermination du couple (H, Q) en toute section de la canalisation en partant des conditions aux limites connues (états aux extrémités de la canalisation), en considérant les pertes de charge. Dans l'exemple que nous considérons, le couple (H,Q) sera calculé au point de ramification, et juste à la sortie de la pompe. La procédure de calcul est la même.

L'inconvénient de la méthode apparaît surtout dans les cas plus complexes et, notamment pour le calcul de l'état à un nœud [28]. Dans ce cas, les systèmes aboutissent à une seule équation qui sera appliquée à chaque conduite aboutissant à ce nœud (figure 7.1). Les hypothèses considérées dans l'exemple sont :

- L'unité de temps est telle que : $\frac{l_1}{c_1} = \frac{l_2}{c_2} = \frac{l_3}{c_3} = \dots = \frac{l_n}{c_n} = \Delta t = 1 \text{ sec}$.

- Extrémités aval des tronçons : Existence des réservoirs à plans d'eau supposés invariables.

Nous considérons le cas d'un réseau télescopique enterré, faiblement ramifié, dans un sol de caractéristiques supposées homogènes. Afin de donner un sens au calcul, (effets de la surpression et de la dépression sous l'influence de l'effet du sol).

Dans cet exemple nous traitons le cas d'un réseau comportant un seul nœud de ramification des conduites (figure 7.5).

Le réseau pris comme exemple, fonctionnant en refoulement, est constitué de conduites de caractéristiques uniques, de même matériau, qui alimentent deux réservoirs R₂ et R₃. Afin de donner une évidence au raisonnement, nous considérons que ce réseau n'est pas muni de moyens de protection anti – bélier. Pour mieux illustrer l'exemple, et à titre comparatif, on considère le cas d'un réseau libre et enterré pour deux natures de matériau différentes de canalisation: le P.V.C et l'acier.

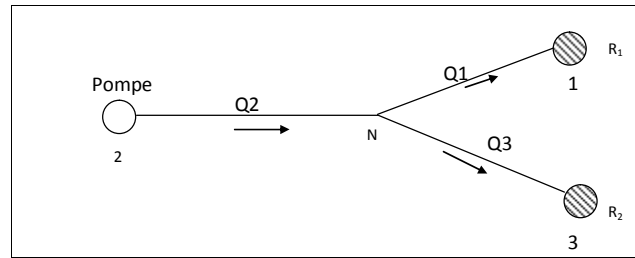


Figure 7.5 : Réseau d'adductions en refoulement.

Nous désignons par :

*H_p = H_(2,0) : la cote de charge au droit de la pompe en régime permanent au temps (t₀).

*H_(1,0), H_(3,0) : les cotes de charge des plans d'eau des réservoirs(R1 et R2) au temps (t=0).

* Q_(1-N,0), Q_(2-N,0), Q_(3-N,0) : les débits connus en régime permanent au temps (t=0).

* H_(N,t+1), Q_(1-N,t+1), Q_(2-N,t+1), Q_(3-N,t+1) : désignent respectivement la charge au nœud N, et les débits inconnus à l'instant (t +1) en régime transitoire, aboutissant au nœud (N).

Par application des systèmes (7.2) et (7.3), à chaque conduite, on obtient :

• Pour la première conduite :

$$H_{(N,t+1)} - \frac{c_{1-N}}{gS_{1-N}} Q_{(1-N,t+1)} = H_{(1,0)} - \frac{c_{1-N}}{gS_{1-N}} Q_{(1-N,t)} - R_{(1-N)} Q_{(1-N,t+1)}^2 + R_{(1-N)} Q_{(1-N,t)}^2$$

• Pour la deuxième conduite :

$$H_{(N,t+1)} + \frac{c_{2-N}}{gS_{2-N}} Q_{(2-N,t+1)} = H_{(2,0)} + \frac{c_{2-N}}{gS_{2-N}} Q_{(1-N,t)} - R_{(2-N)} Q_{(2-N,t+1)}^2 + R_{(2-N)} Q_{(2-N,t)}^2$$

• Pour la troisième conduite :

$$H_{(N,t+1)} - \frac{c_{3-N}}{gS_{3-N}} Q_{(3-N,t+1)} = H_{(3,0)} - \frac{c_{3-N}}{gS_{3-N}} Q_{(3-N,t)} - R_{(3-N)} Q_{(3-N,t+1)}^2 + R_{(3-N)} Q_{(3-N,t)}^2$$

D'autre part, nous pouvons écrire au nœud (N), que la somme algébrique des débits est nulle:

$$\sum_{i=1}^{n=3} Q_i = 0 \quad (7.22)$$

n – étant le nombre de tronçons aboutissant au nœud « N »

et d'une façon générale :

$$H_{(N,t+1)} + (-1)^i \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t+1)} = H_{(i,t)} + (-1)^i \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t)} - R_{(i-N)} Q_{(i-N,t+1)}^2 + R_{(i-N)} Q_{(i-N,t)}^2$$

Nous posons par simplification :

$$\frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} = A_{i-N} \text{ et } H_{(i,t)} + (-1)^i \frac{c_{i-N}}{gS_{i-N}} Q_{(i-N,t)} + R_{(i-N)} Q_{(i-N,t)}^2 = T_i$$

Avec :

$$\frac{1}{c_{i-N}^2} = \frac{\rho}{k_e} \left[1 + k_e (1 - v^2_m) \frac{2a}{E_m \cdot e_m} [1 + B(P - P_a)] \right] \quad (7.23)$$

C_{i-n} : Désigne la célérité d'onde du coup de bélier dans la conduite (i-N).

$$\text{et: } R_{i-N} = \frac{8 \lambda_{i-N} l_{i-N}}{g \pi^2 D_{i-N}^5} \quad (7.24)$$

λ : Désigne le coefficient de frottement des pertes de charge linéaires, donné par la relation de **Nikuradzé** :

$$\lambda_{i-N} = \left(1.14 - 0.86 \ln \frac{\varepsilon}{D_{i-N}} \right)^{-2} \quad (7.25)$$

Les équations (7.23) sont des quantités connues.

Nous aurons le système :

$$\begin{cases} H_{(N,t+1)} + (-1)^i A_{i-N} \cdot Q_{(i-N,t+1)} + R_{i-N} Q_{(i-N,t+1)}^2 = T_i & (7.26) \\ \sum_{i=1}^3 Q_{(i-N,t+1)} = 0 & (7.27) \end{cases}$$

Il n'y a pas de solution analytique. Nous procédons alors par itération à partir du système suivant (7.28) :

$$\begin{cases} H_{(N,t+1)} + [(-1)^i A_{i-N} + R_{i-N} |Q_{(i-N,t)}|] \cdot Q_{(i-N,t+1)} = T_i & (7.28) \\ \sum_{i=1}^3 Q_{(i-N,t+1)} = 0 \end{cases}$$

$$\text{On pose alors : } A_{i-N} + (-1)^i R_{i-N} |Q_{(i-N,t)}| = W_{i-N} \quad (7.29)$$

Si $W_{i-N} = 0 \rightarrow$ avec $i = \{1 ; 3\} \rightarrow Q_{(i-N,t)} = A_{i-N} / R_{i-N}$

$$Q_{(i-N,t)} = \frac{c_{i-N} \pi D_{i-N}^3}{2 \lambda_{i-N} l_{i-N}} \quad \text{Puisque on a supposé que } \frac{l_{i-N}}{c_{i-N}} = 1 \text{ sec}$$

$$\text{Alors : } Q_{(i-N,t)} = \frac{\pi D_{i-N}^3 \left(1.14 - 0.86 \ln \frac{\varepsilon}{D_{i-N}} \right)^2}{2}$$

Et :

$$V_{(i-N,t)} = 2 D_{i-N} \left(1.14 - 0.86 \ln \frac{\varepsilon}{D_{i-N}} \right)^2$$

Pour trouver les valeurs de $V_{(\text{max/min})}$ on va dériver ce dernier en fonction de D et résoudre l'équation nous obtenons :

$$\frac{\varepsilon}{D_{i-N}} = e^{1,14/0,86} \quad \text{qui donne } v=0 ; \text{ Ou } \quad \frac{\varepsilon}{D_{i-N}} = e^{2,14/0,86} \quad \text{qui donne } v=2D$$

Et on tire que : $H_{(N,t+1)} = T_i = H_{(i,t)}$ avec $i = \{1 ; 3\}$

A ce que ce débit ($Q_{(i-N,t)}$) existe ?

On sait que la perte de charge est donnée comme :

$$Q_{(i-N,t)}^2 R_{i-N} = \frac{2D_{i-N} c^2_{i-N}}{\lambda_{i-N} l_{i-N}} = V_{i-N} \cdot C_{i-N}$$

A titre d'exemple pour une conduite de $d=100\text{mm}$ et $\varepsilon = 10^{-4}$ en acier on trouve que la perte de charge est de l'ordre de 10000 mce et sa ce n'est pas logique et on peut dire que $W_{i-N} \neq 0$

On peut écrire :

$$\begin{cases} \frac{H_{(N,t+1)}}{W_{i-N}} + (-1)^i Q_{(i-N,t+1)} = \frac{T_i}{W_{i-N}} \\ \sum_{i=1}^3 Q_{(i-N,t+1)} = 0 \end{cases} \quad (7.30)$$

$$H_{(N,t+1)} = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{T_i}{W_{i-N}}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{W_{i-N}}} \quad (7.31)$$

Et par conséquent: $Q_{(i-N,t+1)} = (-1)^{-i} \frac{T_i - H_{(N,t+1)}}{W_{i-N}}$ (7.32)

Ces équations seront résolues au moyen d'un programme à la base d'un exemple numérique simple ; les résultats sont déterminés à chaque pas de calcul de temps pris égal à : $\Delta t = 1 \cdot \text{sec}$.

7.4. 2. pour un réseau de rang 3 divergent :

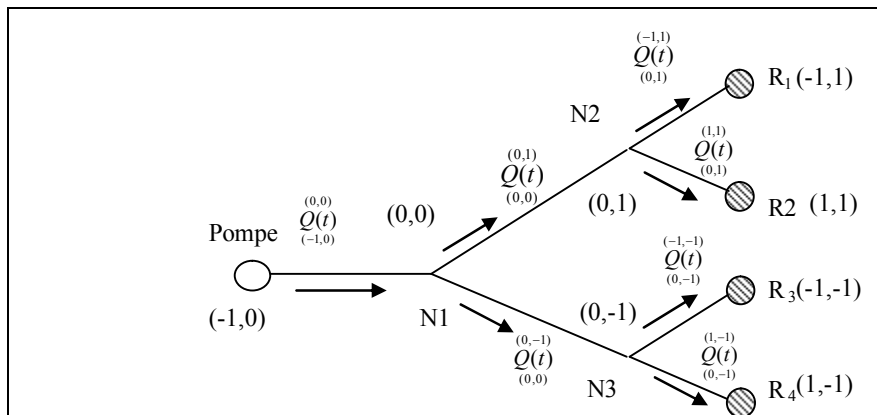


Figure 7.6. : Réseau ramifié de rang 3 d'adductions en refoulement.

Nous désignons par :

* $H(t)$: la cote de charge au droit de la pompe au temps (t).
 $(-1,0)$

* $H(t)$; $H(t)$; $H(t)$; $H(t)$: les cotes de charge des plans d'eau des réservoirs
 $(-1,1)$ $(1,1)$ $(-1,-1)$ $(1,-1)$

(R_1, R_2, R_3 et R_4) au temps (t).

* $H(t)$; $H(t)$; $H(t)$: les cotes de charge d'eau des nœuds (N1, N2 et N3) au temps (t).
 $(0,0)$ $(0,1)$ $(0,-1)$

* $Q(t)$; $Q(t)$; $Q(t)$; $Q(t)$; $Q(t)$; $Q(t)$; $Q(t)$ les débits au temps (t).
 $(-1,0)$ $(0,0)$ $(0,0)$ $(0,1)$ $(0,1)$ $(0,-1)$ $(0,-1)$

Par application des systèmes (7.2) et (7.3), à chaque conduite, nous obtenons :

- Pour la première conduite :

• Au nœud N1 :

1. Pour la conduite (P-N1)

$$H(t+1) + \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-1,0)}{g} \underset{(0,-1)}{S}} Q(t+1) = H(t) + \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-1,0)}{g} \underset{(0,-1)}{S}} Q(t) - \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-1,0)}{Q(t+1)} \right]^2 + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-1,0)}{Q(t)} \right]^2$$

2. Pour la conduite (N1-N2)

$$H(t+1) - \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(0,1)}{g} \underset{(0,1)}{S}} Q(t+1) = H(t) - \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(0,1)}{g} \underset{(0,1)}{S}} Q(t) - \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(0,1)}{Q(t+1)} \right]^2 + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(0,1)}{Q(t)} \right]^2$$

3. Pour la conduite (N2-N3)

$$H(t+1) - \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(0,-1)}{g} \underset{(0,-1)}{S}} Q(t+1) = H(t) - \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(0,-1)}{g} \underset{(0,-1)}{S}} Q(t) - \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(0,-1)}{Q(t+1)} \right]^2 + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(0,-1)}{Q(t)} \right]^2$$

D'autre part, on peut écrire au nœud (N1), que la somme algébrique des débits est nulle:

$$\underset{(-1,0)}{Q(t+1)} - \underset{(0,1)}{Q(t+1)} - \underset{(0,-1)}{Q(t+1)} = 0$$

Si on pose que $j = \{-1 ; 0 ; 1\}$ on peut écrire

$$H(t+1) + (-1)^j \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-|1-j|,j)}{g} \underset{(-|1-j|,j)}{S}} Q(t+1) = H(t) + (-1)^j \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-|1-j|,j)}{g} \underset{(-|1-j|,j)}{S}} Q(t) - \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-|1-j|,j)}{Q(t+1)} \right]^2 + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-|1-j|,j)}{Q(t)} \right]^2$$

On pose par simplification :

$$\frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-|1-j|,j)}{g} \underset{(-|1-j|,j)}{S}} = \overset{(0,0)}{A} \quad \text{et} \quad H(t) + (-1)^j \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-|1-j|,j)}{g} \underset{(-|1-j|,j)}{S}} Q(t) + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-|1-j|,j)}{Q(t)} \right]^2 = \overset{(0,0)}{T(t)}$$

Avec $j = \{-1 ; 0 ; 1\}$

On aura:

$$\begin{cases} H(t+1) + (-1)^j \frac{\overset{(0,0)}{C}}{\underset{(-|1-j|,j)}{g} \underset{(-|1-j|,j)}{S}} Q(t+1) + \overset{(0,0)}{R} \left[\underset{(-|1-j|,j)}{Q(t+1)} \right]^2 = \overset{(0,0)}{T(t)} \\ \underset{(-1,0)}{Q(t+1)} - \underset{(0,1)}{Q(t+1)} - \underset{(0,-1)}{Q(t+1)} = 0 \end{cases}$$

On procède alors par itération à partir du système précédent :

$$\begin{cases} H(t+1) + \begin{bmatrix} (-1)^j & \begin{matrix} (0,0) \\ A \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} & \begin{matrix} (0,0) \\ R \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ T(t) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-1,0) \end{matrix} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (0,1) \end{matrix} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (0,-1) \end{matrix} \end{bmatrix} = 0 \end{cases}$$

On pose alors :
$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ A \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} + (-1)^j \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ R \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ Q(t) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} (0,0) \\ W(t) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (-|1-j|,j) \end{matrix} \end{bmatrix}$$

On peut écrire :

$$\begin{cases} \frac{H(t+1)}{\begin{bmatrix} (0,0) \\ W(t) \end{bmatrix}} + (-1)^j \frac{\begin{bmatrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-|1-j|,j) \\ W(t) \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} (0,0) \\ T(t) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-|1-j|,j) \\ W(t) \end{bmatrix}} \\ \begin{bmatrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{bmatrix} = 0 \end{cases}$$

$$H(t+1) = \frac{\sum_{j=-1}^1 \frac{\begin{bmatrix} (0,0) \\ T(t) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-|1-j|,j) \\ W(t) \end{bmatrix}}}{\sum_{j=-1}^1 \frac{1}{\begin{bmatrix} (0,0) \\ W(t) \end{bmatrix}}} \quad (7.33)$$

Et par conséquent:

$$\begin{bmatrix} (0,0) \\ Q(t+1) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (0,0) \\ T(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (0,0) \\ H(t+1) \end{bmatrix}}{(-1)^j \begin{bmatrix} (0,0) \\ W(t) \end{bmatrix}} \quad (7.34)$$

Ces équations seront résolues au moyen d'un programme à la base d'un exemple numérique simple ; les résultats sont déterminés à chaque pas de calcul de temps pris égal à : $\Delta t = 1$.sec.

- Au noud N2 :
- Pour la conduite (N2-N1)

$$H(t+1) + \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (0,0) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (0,0) \\ S \end{bmatrix}} = H(t) + \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (0,1) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (0,0) \\ S \end{bmatrix}} - \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}^2$$

- Pour la conduite (N2-R1)

$$H(t+1) - \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-1,1) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-1,1) \\ S \end{bmatrix}} = H(t) - \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-1,1) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (-1,1) \\ S \end{bmatrix}} - \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}^2$$

- Pour la conduite (N2-R2)

$$H(t+1) - \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (1,1) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (1,1) \\ S \end{bmatrix}} = H(t) - \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ C \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (1,1) \\ g \end{bmatrix}} \frac{\begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (1,1) \\ S \end{bmatrix}} - \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t+1) \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} (0,1) \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0,1) \\ Q(t) \end{bmatrix}^2$$

D'autre part, on peut écrire au nœud (N2), que la somme algébrique des débits est nulle:

$$Q_{(0,0)}^{(0,1)}(t+1) - Q_{(-1,1)}^{(0,1)}(t+1) - Q_{(1,1)}^{(0,1)}(t+1) = 0$$

Si on pos que $j=\{-1;0;1\}$ on peut écrire

$$H_{(0,1)}(t+1) + (-1)^j \frac{C_{(j,-|j|)}^{(0,1)}}{g_{(j,-|j|)} S_{(j,-|j|)}} Q_{(j,-|j|)}^{(0,1)}(t+1) = H_{(j,-|j|)}(t) + (-1)^j \frac{C_{(j,-|j|)}^{(0,1)}}{g_{(j,-|j|)} S_{(j,-|j|)}} Q_{(j,-|j|)}^{(0,1)}(t) - R_{(j,-|j|)}^{(0,1)} \left[Q_{(j,-|j|)}^{(0,1)}(t+1) \right]^2 + R_{(j,-|j|)}^{(0,1)} \left[Q_{(j,-|j|)}^{(0,1)}(t) \right]^2$$

- Au nœud N 3 :
- Pour la conduite (N3-N1)

$$H_{(0,-1)}(t+1) + \frac{C_{(0,0)}^{(0,-1)}}{g_{(0,0)} S_{(0,0)}} Q_{(0,0)}^{(0,-1)}(t+1) = H_{(0,0)}(t) + \frac{C_{(0,0)}^{(0,-1)}}{g_{(0,0)} S_{(0,0)}} Q_{(0,0)}^{(0,-1)}(t) - R_{(0,0)}^{(0,-1)} \left[Q_{(0,0)}^{(0,-1)}(t+1) \right]^2 + R_{(0,0)}^{(0,-1)} \left[Q_{(0,0)}^{(0,-1)}(t) \right]^2$$

- Pour la conduite (N3-R3)

$$H_{(0,-1)}(t+1) - \frac{C_{(-1,-1)}^{(0,-1)}}{g_{(-1,-1)} S_{(-1,-1)}} Q_{(-1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) = H_{(-1,-1)}(t) - \frac{C_{(-1,-1)}^{(0,-1)}}{g_{(-1,-1)} S_{(-1,-1)}} Q_{(-1,-1)}^{(0,-1)}(t) - R_{(-1,-1)}^{(0,-1)} \left[Q_{(-1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) \right]^2 + R_{(-1,-1)}^{(0,-1)} \left[Q_{(-1,-1)}^{(0,-1)}(t) \right]^2$$

- Pour la conduite (N3-R4)

$$H_{(0,-1)}(t+1) - \frac{C_{(1,-1)}^{(0,-1)}}{g_{(1,-1)} S_{(1,-1)}} Q_{(1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) = H_{(1,-1)}(t) - \frac{C_{(1,-1)}^{(0,-1)}}{g_{(1,-1)} S_{(1,-1)}} Q_{(1,-1)}^{(0,-1)}(t) - R_{(1,-1)}^{(0,-1)} \left[Q_{(1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) \right]^2 + R_{(1,-1)}^{(0,-1)} \left[Q_{(1,-1)}^{(0,-1)}(t) \right]^2$$

D'autre part, on peut écrire au nœud (N 3), que la somme algébrique des débits est nulle:

$$Q_{(0,0)}^{(0,-1)}(t+1) - Q_{(-1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) - Q_{(1,-1)}^{(0,-1)}(t+1) = 0$$

Si on pos que $j=\{-1;0;1\}$ on peut écrire

$$H_{(0,-1)}(t+1) + (-1)^j \frac{C_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}}{g_{(j,-|j|)} S_{(j,-|j|)}} Q_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}(t+1) = H_{(j,-|j|)}(t) + (-1)^j \frac{C_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}}{g_{(j,-|j|)} S_{(j,-|j|)}} Q_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}(t) - R_{(j,-|j|)}^{(0,-1)} \left[Q_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}(t+1) \right]^2 + R_{(j,-|j|)}^{(0,-1)} \left[Q_{(j,-|j|)}^{(0,-1)}(t) \right]^2$$

Nous appliquons le même raisonnement aux nœuds N2; N3 pour déterminer la charge de coup de bélier au niveau des nœuds.

7.5. Données Numériques Et Résultats :

Afin d'illustrer le raisonnement ci-dessus qu'on vient d'exposer dans ce chapitre, les deux Figure (7.5 et 7.6.) est prise comme une base de données. Elles représentent un réseau de rang 2 et rang 3 symétrique, caractérisé par les données suivantes. L'exemple consiste à trouver la variation de la charge nodale H_N et celle H_p à la sortie de la pompe pour le réseau de rang 2 et H_{N1}, H_{N2} et celle H_p à la sortie de la pompe pour le réseau de rang 3, en fonction du temps, dans les deux cas de réseaux libre et enterré. Par la suite une représentation graphique sera présentée. On considère de ce fait :

✓ *Les propriétés du liquide :*

La masse volumique de l'eau : $\rho = 10^3 \text{ Kg/m}^3$.

Le module d'élasticité de l'eau : $K_e = 2.10^9 \text{ Pa}$.

✓ *Les côtes des plans d'eau invariables des réservoirs d'extrémité :*

$H_1 = H_2 = 200 \text{ m}$ (rang 2).

$H_1 = H_2 = H_3 = H_4 = 200 \text{ m}$ (rang 3).

✓ *Les propriétés du sol :*

Le module d'élasticité : $E_s = 2.108 \text{ Pa}$.

Le Coefficient de Poisson : $\nu_s = 0,33$.

✓ *Données de base du réseau :*

Les données concernent les conduites en acier, en P.V.C et en PEHD et les rapports diamètre/épaisseur ont été choisis d'après les recommandations pratiques. Les longueurs géométriques des conduites, et les célérités de propagation d'onde y correspondant, ont été choisies de telle façon à ce que leurs rapports, longueur/célérité, sont égaux. Cette hypothèse suppose que les ondes de pression arrivent en même temps au nœud, afin d'avoir leur superposition. : (Voir tableau N°7.1)

Conduites		Coeff. de Poisson	Débîts (l/s)	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Rapport D/e	Mod. d'élast. E_c (Pa)	Rugosité (m)
Acier	1	0,3	11	1047	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
	2	0,3	22	1020	150	100	2.10^{11}	10^{-4}
	3	0,3	11	1047	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
P .V.C	1	0,46	11	428	100	23.81	3.10^9	10^{-4}
	2	0,46	22	383	150	18.75	3.10^9	10^{-4}
	3	0,46	11	428	100	18.75	3.10^9	10^{-4}
PEHD	1	0,476	11	316	100	14.8	$1.2.10^9$	10^{-4}
	2	0,476	22	315	150	18.83	$1.2.10^9$	10^{-4}
	3	0,476	11	316	100	14.67	$1.2.10^9$	10^{-4}

Tableau N°7.1 : Caractéristiques du réseau de rang 2 de la figure 7.5

7.6. Commentaire :

Les résultats obtenus lors de l'application de notre model sont présentés au niveau de l'annexe I.

Le graphique 7.7 « ANNEXE I » présente une variation de charge au niveau de la pompe avec une valeur minimale environ de 62,5 m_{ce} (coup de bélier de 137,6 m_{ce}) et une valeur maximale de 237,8 m_{ce} qui donnera une amplitude de variation de 175,4 m_{ce} pour une conduite en acier non enterrée et sans pertes de charge. Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

Au niveau du nœud, la variation des charges est en même phase que celle de la pompe mais avec un taux d'amplitude plus faible caractérisé par une valeur minimale de 126,3 m_{ce} (coup de bélier de 73,7 m_{ce}) et une valeur maximale de 221 m_{ce}, donc l'amplitude est de 94,6 m_{ce}. Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}, pour la même conduite citée auparavant.

Sur le même graphique, nous avons les mêmes remarques si nous prenons en considération l'influence des pertes de charge mais avec des valeurs de coup de bélier légèrement faible (au niveau de la pompe une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (79,2 m_{ce}, 120,8 m_{ce}, 231,5 m_{ce}, 152,3 m_{ce}) ; au niveau du nœud une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (140,7 m_{ce}, 59,4 m_{ce}, 221 m_{ce}, 80,3 m_{ce})).

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en acier non enterré.

Le graphique 7.8 « ANNEXE I » présente une variation de charge au niveau de la pompe avec une valeur minimale environ de 62,7 m_{ce} (coup de bélier de 137,3 m_{ce}) et une valeur maximale de 237,8 m_{ce} qui donnera une amplitude de variation de 175,1 m_{ce} pour une conduite en acier enterrée et sans pertes de charge. Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qu'est de 200 m_{ce} ,

Au niveau du nœud la variation des charges est en même phase avec celle de la pompe mais avec un taux d'amplitude plus faible caractérisé par une valeur minimale de 126,4 m_{ce} (coup de bélier de 73,6 m_{ce}) et une valeur maximale de 221,0 m_{ce} , donc l'amplitude est de 95 m_{ce} . Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} , pour la même conduite citée auparavant.

Sur le même graphique nous avons les mêmes remarques si nous prenons en considération l'influence des pertes de charge mais avec des valeurs de coup de bélier légèrement faible (au niveau de la pompe une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (79,5 m_{ce} , 120,5 m_{ce} , 231,5 m_{ce} , 152 m_{ce}); au niveau du nœud une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (140,7 m_{ce} , 59,3 m_{ce} , 221 m_{ce} , 80 m_{ce}).

Alors, nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en acier enterré. En plus, nous ne remarquons pas une grande différence entre les valeurs du coup de bélier qui auront lieu dans des conduites en acier soit enterrées ou non enterrées. Cela est comme présenté par le graphique (7.9; 7.10« ANNEXE I ») qui représente des variations comparatives des charges des coups de bélier pour les deux réseaux enterrés et non enterrés avec ou sans pertes de charge et ça c'est le cas du réseau de rang 2 en acier.

Maintenant, si nous changeons le matériau de canalisation par exemple on utilise le PVC avec les configurations citées par le tableau N°7.1 nous obtenons les graphiques suivants :

1- graphique 7.11: Variation comparative des charges $H_{(i)}$ avec et sans pertes de charge pour le cas de conduite en PVC pour un réseau de rang 2 non enterré qui présente :

a) une courbe de variation de la charge $H(i)$ au niveau de la pompe sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (149,5 m_{ce} ; 50,5 m_{ce} ; 214,2 m_{ce} ; 64,8 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

b) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau de la pompe avec considération des pertes de charge caractérisées par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (155,7 m_{ce} ; 44,3 m_{ce} ; 211,8 m_{ce} ; 56 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

c) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud sans considération des pertes de charge caractérisées par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (172 m_{ce} ; 28 m_{ce} ; 208 m_{ce} ; 36 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

d) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud avec considération des pertes de charge caractérisées par une valeur de charge

minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (177,5 m_{ce}; 22,5 m_{ce} ; 208 m_{ce}; 30,5 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en PVC et non enterrée.

2- graphique 7.12: Variation comparative des charges H(i) avec et sans pertes de charge pour le cas de conduite en PVC pour un réseau de rang 2 enterrée qui présente :

a) une courbe de variation de la charge H(i) au niveau de la pompe sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (146,8 m_{ce}; 53,2 m_{ce} ; 215 m_{ce}; 68,3 m_{ce}), cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

b) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge H(i) au niveau de la pompe avec considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (153,4 m_{ce} ; 46,6 m_{ce} ; 212,4 m_{ce} ; 59 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200m.

c) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge H(i) au niveau du nœud sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (170,4 m_{ce}; 29,6 m_{ce} ; 208,5 m_{ce} ; 38,2 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

d) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge H(i) au niveau du nœud avec considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (176,2 m_{ce} ; 23,8 m_{ce} ; 208,5 m_{ce} ; 32,3 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en PVC et enterrée. En plus nous remarquons une grande différence entre les valeurs de coup de bélier qui aura lieu dans des conduites en PVC dans le cas où le réseau est enterrée, le coup de bélier est plus important que si ces conduites sont sur le sol (non enterrées). Le sol a un effet sur les valeurs de coup de bélier, cela comme la présente le graphique (7.13; 7.14« ANNEXE I ») qui représente des variations comparatives des charges enterrées et non enterrée avec/sans pertes de charge dans le cas des conduites en PVC pour un réseau de rang 2.

Si nous changeons le matériau de canalisation cette fois on utilisé le PEHD avec les configurations citées par le tableau N°7.1 nous résultant les graphiques suivantes :

1- graphique 7.15: Variation comparative des charges H(i) avec et sans pertes de charge cas conduite en PEHD pour un réseau de rang 2 non enterrée qui présente :

a) une courbe de variation de la charge H(i) au niveau de la pompe sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (161,3 m_{ce} ; 38,7 m_{ce} ; 210,5 m_{ce} ; 49,2 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

b) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge H(i) au niveau de la pompe avec considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (166,0 m_{ce} ; 34,0 m_{ce} ; 208,8 m_{ce} ; 42,7 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce}.

c) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (179,5 m_{ce} ; 20,5 m_{ce} ; 205,8 m_{ce} ; 26,3 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200m.

d) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud avec considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (183,5 m_{ce} ; 16,5 m_{ce} ; 205,8 m_{ce} ; 22,3 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200m.

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prônons on considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en PEHD et non enterrée.

2-graphique 7.16: Variation comparative des charges $H(i)$ avec et sans pertes de charge cas conduite en PEHD pour un réseau de rang 2 enterrée qui présente :

a) une courbe de variation de la charge $H(i)$ au niveau de la pompe sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (158,0 m_{ce} ; 42,0 m_{ce} ; 211,4 m_{ce} ; 53,4 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

b) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau de la pompe avec considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (163,1 m_{ce} ; 36,9 m_{ce} ; 209,5 m_{ce} ; 46,4 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200m.

c) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud sans considération des pertes de charge caractérisés par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (177,7 m_{ce} ; 22,3 m_{ce} ; 206,3 m_{ce} ; 28,6 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

d) une courbe (en phase avec le précédent) de variation de la charge $H(i)$ au niveau du nœud avec considération des pertes de charge caractérisé par une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (182,0 m_{ce} ; 18,0 m_{ce} ; 206,3 m_{ce} ; 24,3 m_{ce}). Cette variation sera amortie pendant 12s pour rejoindre la pression statique qui est de 200m.

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud qu'au niveau de la pompe pour un réseau ramifié de rang 2 en PEHD et enterrée. En plus nous remarquons une grande différence entre les valeurs de coup de bélier qui aura lieu dans des conduites en PEHD dans le cas où le réseau est enterrée le coup de bélier est plus important que si ces conduites sont sur le sol (non enterrées) le sol a un effet sur les valeurs de coup de bélier, cela comme le présente le graphique (7.17; 7.18« ANNEXE I ») qui représente des variations comparatives des charges enterrées et non enterrées avec/sans pertes des charge cas conduite en PEHD pour un réseau de rang 2.

Dans les paragraphes précédents nous présentons l'effet des pertes de charge, l'influence de la ramification sur le coup de bélier pour trois matériaux (acier, PVC et PEHD) et pour deux cas (conduite enterrée et non enterrée) séparément pour un réseau de rang 2, dans les paragraphes qui suit nous allons présenter une comparaison pour les trois matériaux simultanément, comme le montre le graphique 7.19 « ANNEXE I » une comparaison des charges $H(i)$ au niveau de la pompe pour les trois matériaux (acier, PVC, PEHD) du réseau de rang 2 non enterrée, d'après l'analyse de ces courbes nous avons vu que la dépression ainsi créés est plus accentue pour l'acier que pour le PVC, et celle du PVC est plus importante par

rapport du PEHD, les mêmes remarques concernant les charges au niveau du nœud (graphique 7.21 « ANNEXE I »), si nous négligeons les pertes de charge nous aboutissons sur les mêmes remarque avec une augmentation d'intensité de coup de bélier.

Pour le réseau de rang 2 enterrée (graphique 7.20, 7.22 « ANNEXE I ») nous pouvons voir les mêmes courbes mais avec augmentation d'intensité considérable sur tout pour les deux matériaux (PVC et PEHD) de fait que les conduites sont enterrées que va augmenter la rigidité des conduites et par la suite la célérité d'onde de coup de bélier et par conséquence le coup de bélier.

Nous concluons que :

- 1- le coup de bélier est plus important pour le réseau de rang 2 dans le cas ou :
 - La conduite est plus rigide.
 - La conduite est enterrée.
 - Si on néglige les pertes de charge.
 - Au niveau de pompe qu'au niveau du nœud.
- 2- L'effet du sol sur le coup de bélier il est plus remarquable si le matériau de canalisation est flexible autrement si il est rigide nous n'allons pas distingués l'effet du sol sur l'évolution de coup de bélier.

Maintenant nous entamons l'analyse des résultats de notre application de modèle pour le réseau de rang 3 avec la configuration situé dans le tableau qui suit.

Conduites		Coeff. de Poisson	Débîts (l/s)	Longueur (m)	Diamètre (mm)	Rapport D/e	Mod. d'élast. E_c (Pa)	Rugosité (m)
Acier	Noeud1-noeud2	0,3	11	1070	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
	Pompe-noeud1	0,3	22	1044	150	100	2.10^{11}	10^{-4}
	Noeud1-noeud3	0,3	11	1070	100	90	2.10^{11}	10^{-4}
	Nœud (2/3)-R(i)	0,3	5,5	1100	67	90	2.10^{11}	10^{-4}
P . V . C	Noeud1-noeud2	0,46	11	426	100	18,75	3.10^9	10^{-4}
	Pompe-noeud1	0,46	22	407	150	16,67	3.10^9	10^{-4}
	Noeud1-noeud3	0,46	11	426	100	18,75	3.10^9	10^{-4}
	Nœud(2/3)-R(i)	0,46	5,5	455	67	14	3.10^9	10^{-4}
PEHD	Noeud1-noeud2	0,476	11	238	100	23,81	$1.2.10^9$	10^{-4}
	Pompe-noeud1	0,476	22	239	150	24,19	$1.2.10^9$	10^{-4}
	Noeud1-noeud3	0,476	11	238	100	23,81	$1.2.10^9$	10^{-4}
	Nœud(2/3)-R(i)	0,476	5,5	264	67	18,83	$1.2.10^9$	10^{-4}

Tableau N°7.2 : Caractéristiques du réseau de rang 3 de la figure 7.6

Nous avons analysé les courbes présentés dans les annexes 1 de l'exemple numérique qui a permis de connaître la variation des charges nodales $H_{Ni(i)}$, et celle des charges $H_p(i)$ juste à la sortie de la pompe du réseau de rang3, due aux coups de bélier à la suite de l'arrêt brusque de la pompe selon notre model.

Le graphique 7.23 « ANNEXE I » présente une variation de charge au niveau de la pompe avec une valeur minimal environ de $10 m_{ce}$ (coup de bélier de $190 m_{ce}$) et une valeur

maximale de 275 m_{ce} qui donne une amplitude de variation de 265 m_{ce} pour une conduite en acier non enterrée et sans pertes de charge. Cette variation sera amortie pendant 25s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} ,

Au niveau du nœud1 la variation des charges est presque en même phase avec celle de la pompe mais avec un taux d'amplitude plus faible caractérisée par une valeur minimale de 75 m_{ce} (coup de bélier de 125 m_{ce}) et une valeur maximale de 250 m_{ce} , donc l'amplitude est de 175 m_{ce} . Cette variation sera amortie pendant 25s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} ,

Au niveau du nœud 2 la variation des charges est presque en même phase avec celle de la pompe et du nœud1 mais avec un taux d'amplitude plus faible par rapport au nœud1 caractérisé par une valeur minimale de 110 m_{ce} (coup de bélier de 90 m_{ce}) et une valeur maximale de 240 m_{ce} , donc l'amplitude est de 130 m_{ce} . Cette variation sera amortie pendant 25s pour rejoindre la pression statique qui est de 200 m_{ce} .

Sur le graphique 7.23' « ANNEXE I » nous avons les mêmes remarques si nous prenons en considération l'influence des pertes de charge mais avec des valeurs de coup de bélier légèrement faibles (au niveau de la pompe une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (55 m_{ce} , 145 m_{ce} , 270 m_{ce} , 215 m_{ce}) ; au niveau du nœud1 une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (110 m_{ce} , 90 m_{ce} , 260 m_{ce} , 140 m_{ce}) ; au niveau du nœud2 une valeur de charge minimale, coup de bélier, maximale et amplitude de (140 m_{ce} , 60 m_{ce} , 250 m_{ce} , 110 m_{ce}).

Alors nous pouvons dire que le coup de bélier est diminué si nous prenons en considération les pertes de charge et il est plus faible au niveau du nœud 2 qu'au niveau du nœud 1 qui est plus faible par rapport à la pompe pour un réseau ramifié de rang 3 en acier et non enterrée.

Ce qui concerne les graphiques (7.24 et 7.24' « ANNEXE I ») qui caractérise une variation comparative des charges enterrée sans et avec perte de charge cas des conduites en acier pour un réseau de rang 3, nous avons les mêmes remarques précédentes sauf que les valeurs changent un peu sous l'effet du sol et comme le montre les deux graphiques (7.25 et 7.26 « ANNEXE I ») qui représentent une superposition des variations des charges au niveau de (pompe, nœud1 et nœud2) pour un réseau de rang 3 enterrée et non enterrée avec et sans pertes de charge.

Nous pouvons dire que l'évolution de coup de bélier pour les réseaux en acier de rang3 qui sont enterrées ou pas n'a pas une grande influence car le fait de maître le réseau enterré va augmenter la rigidité de canalisation et ce dernier est déjà rigide et que le coup de bélier diminue si nous allons de la pompe vers les nœuds et aussi si nous prenons en considération les pertes de charges.

Dans le cas où le réseau est construit avec un autre matériau comme le PVC le comportement du phénomène de coup de bélier change à cause de la célérité d'onde qui est diminuée mais l'allure des variations des charges garde la même forme comme il est visible dans les deux graphiques (7.27; 7.28 « ANNEXE I ») qui représente les variations comparatives des charges cas des conduites en PVC sans pertes de charge pour un réseau de rang 3 ,le plus remarque sur ces deux graphiques que le coup de bélier est plus important au niveau de la pompe qu'au niveau du nœud 1 et qui est aussi plus important par rapport le nœud 2, et ces valeurs de coup de bélier est plus grande si le réseau est enterrée (l'effet du sol) et dans le cas où nous ne considérons pas les pertes de charge sa est confirmé par la superposition des courbes au niveau des deux graphiques (7.29 ; 7.30« ANNEXE I »).

Autrement, l'influence de la perte de charge est visible si on compare les deux graphiques (7.27 ; 7.27' « ANNEXE I ») où (7.28 ; 7.28' « ANNEXE I ») qui représente les variations comparative des charges cas des conduites en PVC pour un réseau de rang 3 la remarque essentielle ici résulte de la diminution d'intensité de coup de bélier dans le cas au nous prenons en considération les pertes de charge et vis vers sa.

Nous pouvons dire que le coup de bélier pour les réseaux en PVC de rang 3 dans le cas où ils sont enterrés est plus grand qu'ils ne sont pas car le fait de maître le réseau enterré va augmenter la rigidité de canalisation et cette dernière n'est pas rigide et que le coup de bélier diminue si nous allons de la pompe vers les nœuds et aussi si nous prenons en considération les pertes de charge.

Dans nos jours le matériau le plus utilisé dans le réseau d'AEP est le PEHD et pour étudier le réseau avec ce matériau nous avons présenté la figure 7.31 « ANNEXE I » caractérisée par la variation comparative des charges non enterrée sans pertes de charge cas des conduites en PEHD pour un réseau de rang 3, comme il est apparu que le coupe de bélier est importante au niveau de la pompe qu'au niveau du nœud 1 et ce dernier est plus grand par rapport au nœud 2 et ces différence des valeurs est relativement proche, dans le cas au nous considérons les pertes de charge (figure 7.31' « ANNEXE I ») nous aboutissons à une diminution dans l'intensité de coup de bélier mais le graphique garde la même allure.

Autrement la plus parte de nos réseaux sont enterrées alors il faut prendre en considération l'effet du sol comme nous allons voir dans les deux cas de figures (7.32, 7.32' « ANNEXE I ») présentant la variation comparative des charges enterrées cas des conduites en PEHD pour un réseau de rang 3 par rapport au figures précédentes (7.31 ; 7.31' « ANNEXE I ») l'intensité de coup de bélier a augmenté considérablement en gardent la même allure de variation de charge.

Après l'analyse de ces quatre figures (7.31 ; 7.31' ; 7.32, 7.32' « ANNEXE I ») nous concluons que pour les réseaux en PEHD de rang 3, le coup de bélier est plus accentué au niveau de la pompe que au niveau des nœuds et dans le cas où le réseau est enterré et dans le cas où nous négligeons les pertes de charge comme le montre les figures (7.34 ; 7.34' ; 7.34'' « ANNEXE I »)

Maintenant dans le but de connaître l'influence du matériau de canalisation sur le coup de bélier nous présentons une superposition des graphiques précédant les un sur les autres au niveau de la pompe, nœud 1 et nœud 2. Selon les figures (7.35 ;... ; 7.46 « ANNEXE I ») nous remarquons que le coup de bélier est plus accentué pour l'acier que pour le pvc en plus le coup de bélier pour le PVC est plus grand par rapport au PEHD, **donc nous pouvons dire que le coup de bélier augmentera en fonction de la rigidité de la canalisation.**

Si nous voulons de connaître l'évolution de coup de bélier avec l'augmentation du degré de ramification, nous pouvons superposer les graphiques de réseau de rang 2 et de rang 3 les figures (7.47 ;... ; 7.54 « ANNEXE I ») qui nous donnent une idée sur les charges de coupe de bélier au niveau de la pompe et du nœud 1, a partir de ces graphiques, **le coup de bélier est plus grand dans le réseau de rang 3 par rapport au réseau de rang 2.**

La question qui se pose est pour quoi le coup de bélier est plus accentué pour les réseaux de rang3 que de rang2 ?

Pour répondre a cette question nous procéderons a une analyse des scenarios pour les deux cas de figures (rang2 et rang3) chaque fois nous choisissons un paramètre nous allons varier les valeurs de ce dernier tout en mettant les autre constants où fixes.

L'ANNEXE 2 va présenter les résultats obtenus de cette analyse telle que l'axe des abscisses représente le temps d'aller et retour des ondes en (s) et l'axe des ordonnées représentent les valeurs des charges hydrauliques en (m_{ce}).

Pour commencer nous allons varier le rapporte entre la vitesse dans les deux tançons (pompe-nœud et nœud -réservoir) dans réseau de rang 2 toute nous fixons la vitesse de tançons pompe-nœud (1.25 m/s) et les autres paramètres qui entre en jeu et nous allons aussi négliger l'effet de la perte de charge.

A partir du tableau 1 (ANNEXE 2), si nous allons voir comment évolue l'allure des charges au niveau de la pompe figure 7.55 (ANNEXE 2) nous remarquons que la surpression au niveau de la pompe augmente légèrement et bien aussi une augmentation de coup de bélier au niveau du nœud (figure 7.56 « ANNEXE 2 ») avec l'augmentation de la vitesse dans les tronçons nœud-réservoir et pour tant cette dernière est toujours inférieure où égale a la vitesse de tronçon pompe-nœud.

Pour la figure 7.57 « ANNEXE 2 » nous remarquons que le coup de bélier au niveau de la pompe augmente et bien aussi la même remarque au niveau du nœud (figure 7.58 « ANNEXE 2 ») avec l'augmentation de la vitesse dans le tronçon nœud-réservoir pour une valeur de cette dernière est supérieure au égale a la vitesse de tronçon pompe-nœud.

Pour la figure 7.59 « ANNEXE 2 » nous remarquons que le coup de bélier au niveau de la pompe augmente de façon inimaginable pour le courbe $\{(p) v_2/(v_1=1,25)=4\}$ où la vitesse du tronçon nœud-réservoir est égale a 5 m/s et pour le courbe $\{(p) v_2/(v_1=0,5)=8\}$ où la vitesse du tronçon nœud-réservoir est égale a 4 m/s nous avons presque la même allure que le précédant et bien aussi la même remarque au niveau du nœud (figure 7.60 « ANNEXE 2 ») en plus le coup de bélier au niveau du nœud et la pompe pour ces deux graphique est très proche.

Nous concluons d'après l'analyse des graphiques de tableau 1 annexe 2 que dans le réseau de rang 2 la vitesse du tronçon nœud-réservoir a une influence sur l'intensité du coup de bélier.

Ce qui concerne la variation des célérités d'onde au niveau du tronçon nœud-réservoir nous allons présenter les deux figure (7.61 ; 7.62 « ANNEXE 2 ») qui représente les variation des charges du coup de bélier au niveau de la pompe et nœud et nous remarquons que si nous fixons la célérité d'onde au niveau du tronçon pompe-nœud et nous allons varier dans les autres tronçon cette dernière une augmentation des valeurs de coup de bélier au niveau du nœud et de la pompe c.-à-d.que la célérité d'onde dans les tronçons nœud-réservoir a une effet sur le phénomène qui se produit dans ce réseau.

Pour terminer l'analyse de ce phénomène pour le réseau de rang 2 nous allons maintenant faire varier le débit et voir comment évolue le coup de bélier dans le réseau de rang2 pour ça nous allons présenter le tableau 3« ANNEXE 2 » qui comporte les deux graphiques (7.63 ; 7.64 « ANNEXE 2 ») qui représente les variations des charges au niveau du pompe et du nœud pour différentes valeurs de débit et nous remarquons ici que le coup de bélier évolue de façon proportionnellement avec la variation de du débit initial d'écoulement.

Ce qui concerne le réseau de rang 3 nous allons appliquer le même procédé d'analyse pour le réseau de rang 2 et les résultats sont présentés au niveau de tableau 4 « ANNEXE 2 » qui est composé de trois colonnes, la première comporte les graphiques des variations des charges au niveau de la pompe, la deuxième comporte les graphiques des variations des charges au niveau du nœud 1 et la troisième comporte les graphiques des variations des charges au niveau du nœud 2. Tous ces graphiques en fonction des rapports des vitesses dans les différents tronçons.

Nous remarquons dans la première ligne de tableau 4 « ANNEXE 2 » (figure 7.65, 7.66 et 7.67) l'augmentation de la vitesse du tronçon nœud 2-réservoir n'influe que sur l'augmentation de coup de bélier au niveau du nœud 1 et nœud 2 et au niveau de la pompe la variation de l'allure de coup de bélier n'est pas aussi remarquable sauf une légère augmentation de la suppression du coup de bélier tout cela avec des vitesses au niveau des tronçons (nœud 1-nœud 2 et nœud 2-réservoir) inférieures à celles du tronçon pompe-nœud1.

Les mêmes remarques ce qui concerne les lignes 2, 3, 4 et 5 du tableau 4 « ANNEXE 2 » (figure 7.68, jusqu'à figure 7.79) puisque les vitesses dans le tronçon (nœud 1-nœud 2 et nœud 2-réservoir) ils sont toujours inférieures ou égales à celle du tronçon pompe-nœud1.

Mais quand la vitesse dans l'un des tronçons (nœud 1-nœud 2 et nœud 2-réservoir) dépasse celle du tronçon pompe-nœud1 nous remarquons une augmentation de la dépression due au coup de bélier cette dépression augmente si le rapport de la vitesse de l'un des tronçons (nœud 1-nœud 2 et nœud 2-réservoir) par rapport à la vitesse du tronçon pompe-nœud1 dépasse 1 comme il est apparu au niveau des graphiques situés dans les lignes 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15 et 16 de tableau 4 « ANNEXE 2 » et les graphiques situés dans les lignes 2, 3, 4, 5, 6 de tableau 5 « ANNEXE 2 ».

A travers l'analyse des graphiques situés dans les deux tableaux 4 et 5 « ANNEXE 2 » nous remarquons que le coup de bélier sera influé par les valeurs des vitesses d'écoulement situées dans les autres tronçons de ramification.

Pour le tableau 6 « ANNEXE 2 » qui comporte les graphiques qui caractérisent les variations des charges de coup de bélier par rapport à la variation de rapport de la célérité d'onde nous remarquons que le coup de bélier au niveau du nœud augmente avec l'augmentation de la célérité d'onde dans les tronçons situés après le nœud considéré et le coup de bélier au niveau de la pompe sera influé si l'une des célérités d'onde du tronçon situé après le nœud dépasse celle du tronçon pompe-nœud 1 et vice versa.

Ce qui concerne la variation du débit nous allons présenter le tableau 7 « ANNEXE 2 » qui comporte les graphiques qui caractérisent les variations des charges de coup de bélier par rapport à la variation de rapport du débit par rapport à une débité considérée comme référence, nous remarquons que la charge de coup de bélier est proportionnelle à celle de débité.

7.7. Interprétation et validation :

D'après l'analyse de ces graphiques, nous remarquons que certaines entre elles présentent des valeurs de coup de bélier supérieures par rapport à celles calculées par la formule de *Joukowsky* (la valeur majorante), ce qui nous amène à dire d'où vient cette valeur supplémentaire ?

Pour reprendre à cette question, nous devons se rappeler sur les résultats et les conclusions trouvés dans le chapitre 6.

Ces résultats est déjà trouvé et confirmé par les eux travaux de *D.E. WINTERBONE and J.R.Nichols* (1985) [25] et le travail de *Arris S.TIJSSSELING., Anton BERGANT* (2007)[13]

Nous avons déjà démontré l'effet des singularités et leurs capacités d'augmenter ce phénomène à cause de leur configuration, ces singularités augmentent le coup de bélier comme nous les avons présentés auparavant dans les graphiques. La seule différence que nous avons négligé est les pertes de charge dans le chapitre 6 et dans ce chapitre nous pouvons les considérer. En plus nous démontrons que l'augmentation du degré de ramification ne signifie pas toujours la diminution du coup de bélier dans le cas où nous comparons deux réseaux similaires et de rang différent et pour simplifier, nous présentons une approche ou une vision sur ce phénomène et une méthode pour le comprendre.

Au lieu de dire que l'onde (ainsi créée au niveau de la pompe après un arrêt brusque de cette dernière) se propage dans la canalisation, nous imaginons que nous avons une vanne (V_1) imaginaire existant au niveau de la pompe, cette dernière se ferme instantanément et crée un coup de bélier dans la section de canalisation qui se situe juste après cette vanne. Alors l'onde de dépression se déplace avec une vitesse (c) après un certain temps (t_1) et va parcourir une longueur (L_1) de canalisation. Au même endroit, nous avons une autre vanne (V_2) qui se ferme brusquement au même moment (t_1) encore une fois.

Le processus se répète jusqu'à la fin de la canalisation. Dans ce cas de figure, les valeurs du coup de bélier sont égales pour les différents tronçons et le calcul de la valeur majorante se fait facilement.

Mais dans le cas où nous avons au niveau de nos vannes (v_i) imaginaires un changement de caractéristique de la conduite qui se trouve au même endroit d'une de ces vannes, la valeur du coup de bélier ainsi créée est différente dans les autres tronçons.

Maintenant, si la configuration du tronçon qui se trouve après cette vanne (v_i) et qui nous donne une valeur majorante du coup de bélier qui est plus grande que le premier coup de bélier, il en résulte une augmentation du coup de bélier dans le réseau et pour déterminer la valeur maximale du phénomène, il faut utiliser la méthode des caractéristiques pour la trouver. Dans l'autre cas, si la configuration du tronçon qui se trouve après cette vanne (v_i) et qui nous donne une valeur majorante du coup de bélier plus faible que le premier, il en résulte un amortissement du coup de bélier et la valeur maximale est celle engendrée initialement.

7.8. Conclusion :

Le fonctionnement d'un réseau de conduites, en régime transitoire, est caractérisé par des pressions et vitesses variables dans le temps et dans l'espace, contrairement au cas du régime permanent. Ces variations sont accompagnées par le phénomène de propagation des ondes des pressions qui parcourent le réseau pendant un certain temps jusqu'à leur amortissement et l'établissement d'un nouveau régime permanent. Dans ce cas de réseau, l'amortissement se fait non seulement par les pertes de charge, mais également par l'influence des nœuds de ramification.

Il a été conclu dans les chapitres II et V, que l'effet du sol provoque en effet une augmentation de la célérité de propagation de l'onde qui est loin d'être négligeable pour les conduites minces en acier, P.V.C, et en PEHD une fois enterrées et toute conduite flexible.

Le même phénomène s'observe pour le cas du réseau enterré. L'effet du sol est faible sur les conduites rigides en acier caractérisées par des célérités de l'ordre de 1200 à 1300 m/s.

Mais l'influence de la diffusion du coup de bélier diminue lorsque le degré de ramification augmente; d'où l'influence des nœuds. À chaque nœud de ramification, l'onde trouve un volume d'eau plus grand que sur la conduite par où elle arrive. Cette atténuation d'intensité est due d'une part à l'effet de l'existence du point N de ramification (coefficients de réflexion et de transmission), qui est le foyer de changement des caractéristiques des conduites y aboutissant, et d'autre part, à l'effet des pertes de charge. Ça est conditionné par les configurations favorables des nœuds et la détermination de la valeur maximale du coup de bélier se fait facilement avec la formule de *Joukowsky* appliquée au premier tronçon ayant subis ce phénomène.

Dans le cas où les configurations des nœuds sont défavorables, les nœuds jouent un rôle d'amplificateurs du coup de bélier et il ne suffit pas de calculer la pression maximale du coup de bélier par la formule de *Joukowsky* par ce que cette dernière ne représente pas la vraie valeur du coup de bélier dans les réseaux et pour la trouver, il faut se référer à la méthode des caractéristiques.

Conclusion Générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

À l'issue de ce travail, nous pouvons dire que le coup de bélier, phénomène dangereux se manifestant dans l'écoulement de fluides en charge, peut être maîtrisé et limité de manière considérable. Dans ce travail, nous avons présenté l'évolution du coup de bélier qui provoque une variation de pression, certes, mais ces variations sont liées aux configurations des canalisations en premier lieu et des configurations des singularités en second lieu et sachant que les valeurs de ce dernier sont contrôlées par la manière de sa création (fermeture rapide/lente). Ces paramètres nous permettent d'estimer la valeur maximale qui peut atteindre ce phénomène et par conséquent d'assurer la sécurité du réseau.

Cette étude va nous permettre de faire une économie dans le dimensionnement mécanique des conduites, appelées à supporter la pression maximale de fonctionnement (PMF) qui représente la somme de la pression maximale de service (PMS) et celle donnée par le coup de bélier engendré.

En considérant l'effet du sol sur le coup de bélier qui est le cas pratique réel, il a été montré que l'enterrement des conduites en charge provoque une augmentation de la célérité des ondes lorsque ces conduites sont considérées minces ou élastiques (chapitre 5) et par conséquent la valeur du coup de bélier (surpression et dépression) car l'une est proportionnelle à l'autre (formule de *Joukowsky*). Il en résulte donc certainement une modification dans le dimensionnement des ouvrages anti-béliers.

Puisque nous donnons un aperçu sur les interactions des ondes au niveau de quelques cas des accessoires (rétrécissement, élargissement, branchement de plusieurs conduites), ces derniers ont un effet d'augmenter le coup de bélier dans les cas où leurs configurations sont défavorables (chapitre 6)

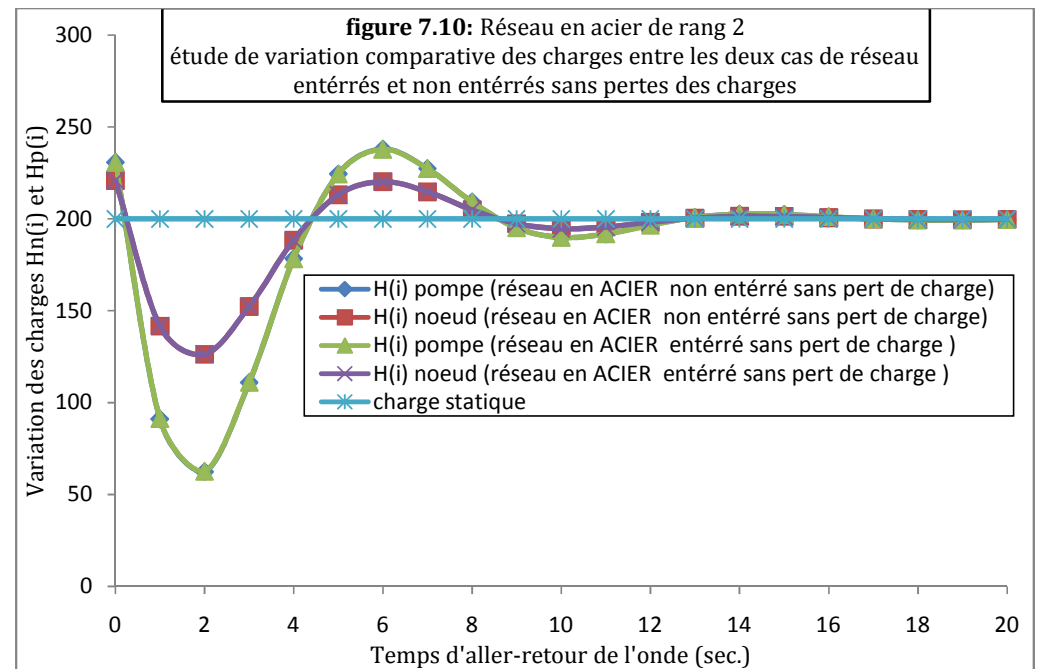
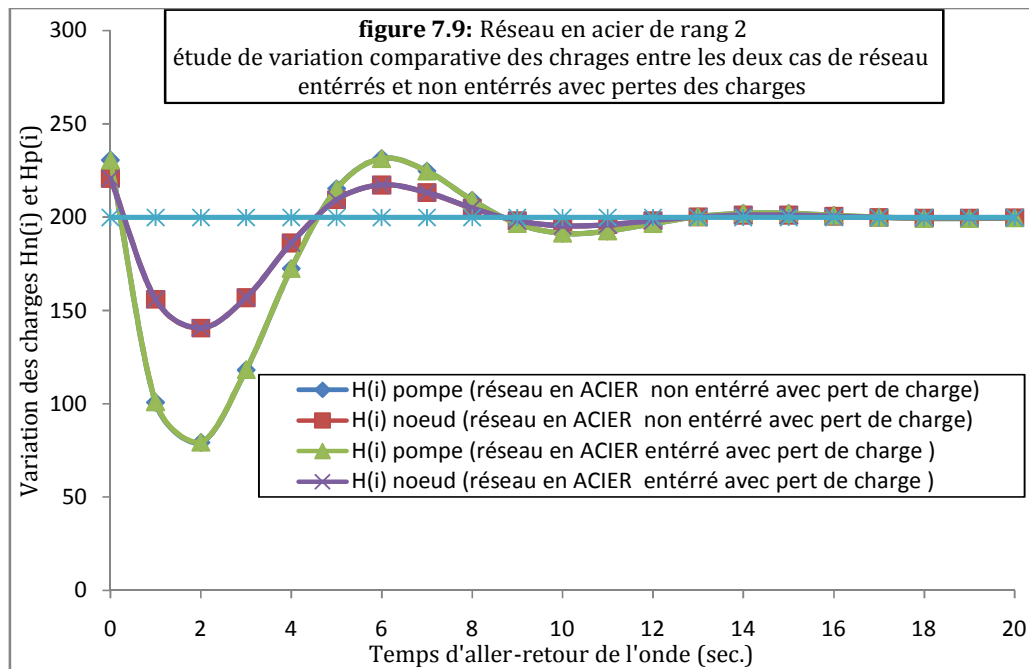
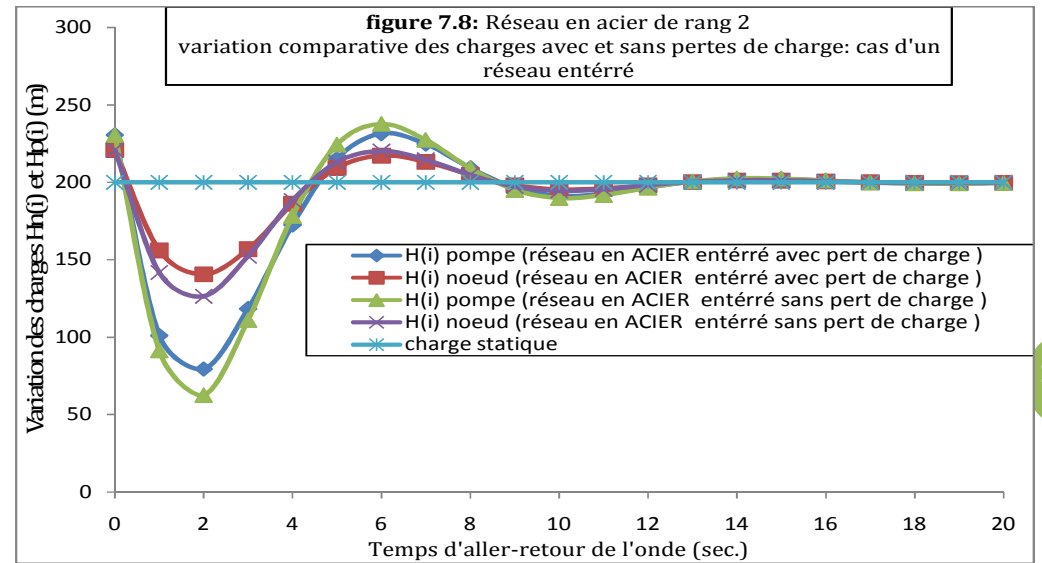
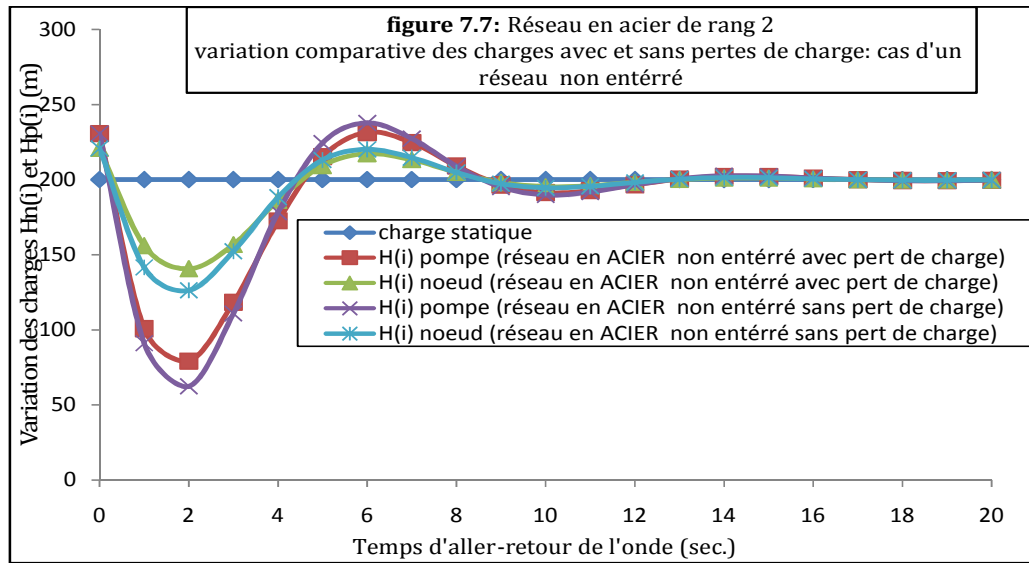
Dans notre étude, nous avons constaté une augmentation du coup de bélier dans une conduite en PEHD, qui est un matériau déformable, comparativement aux autres types de matériaux (acier et PVC) de conduites une fois ce réseau est enterré.

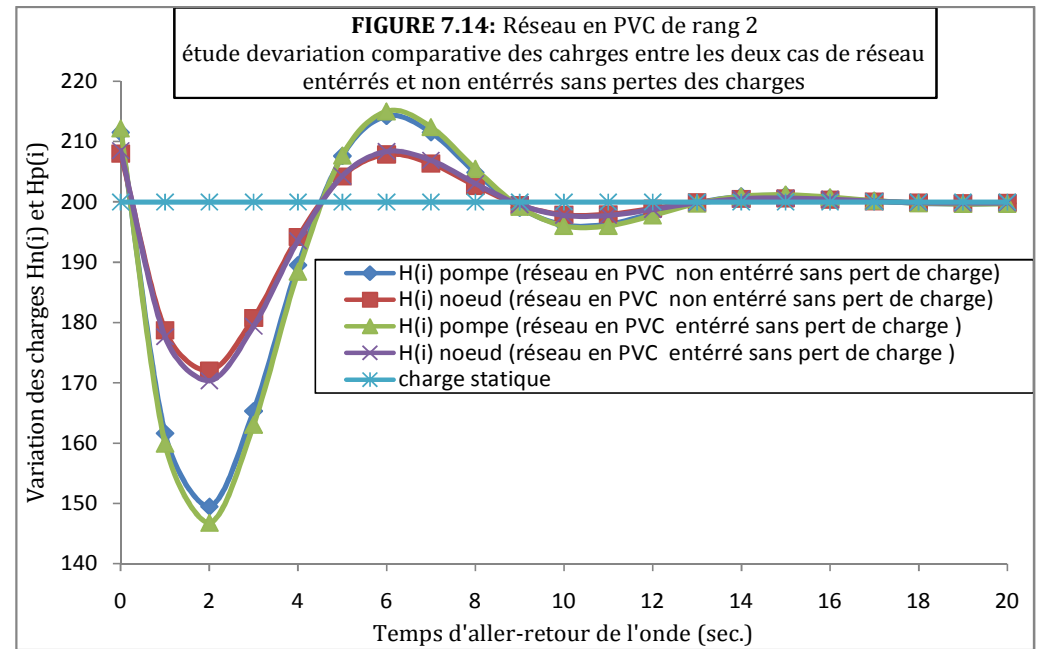
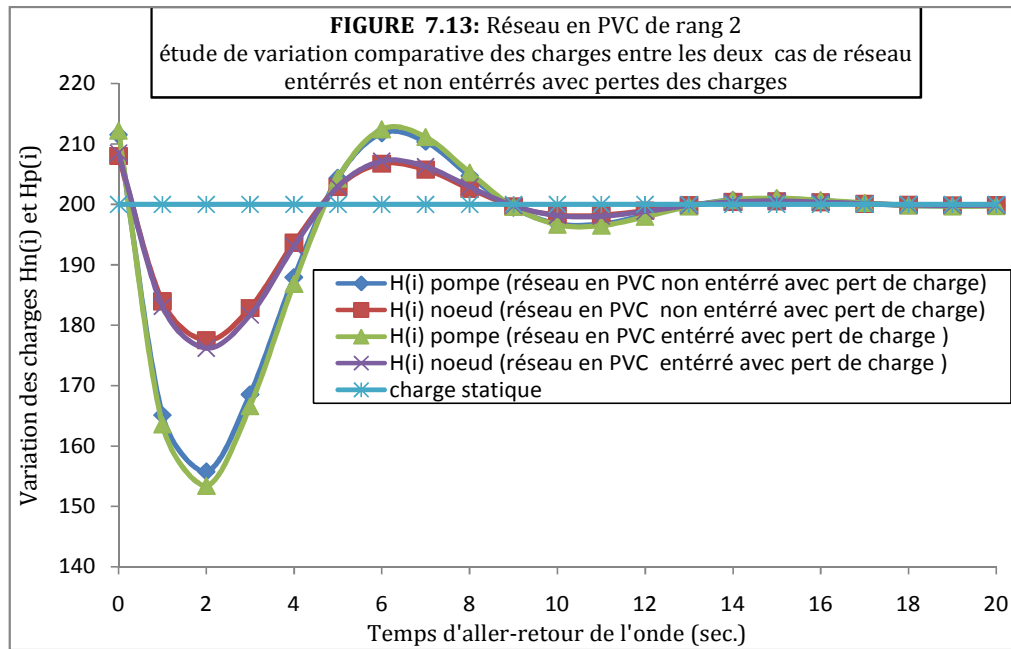
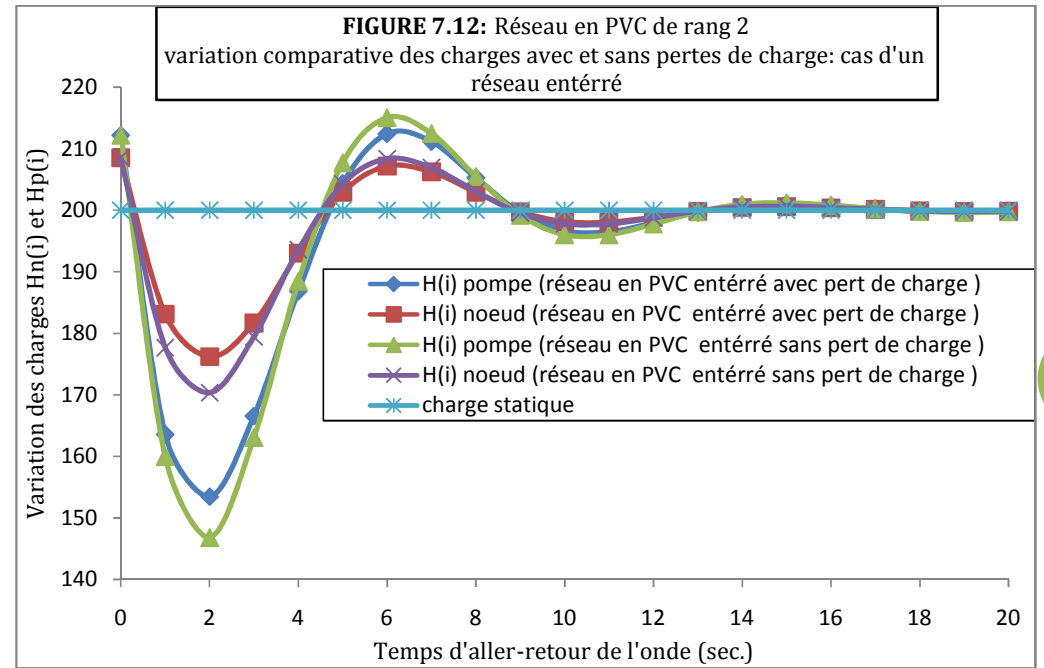
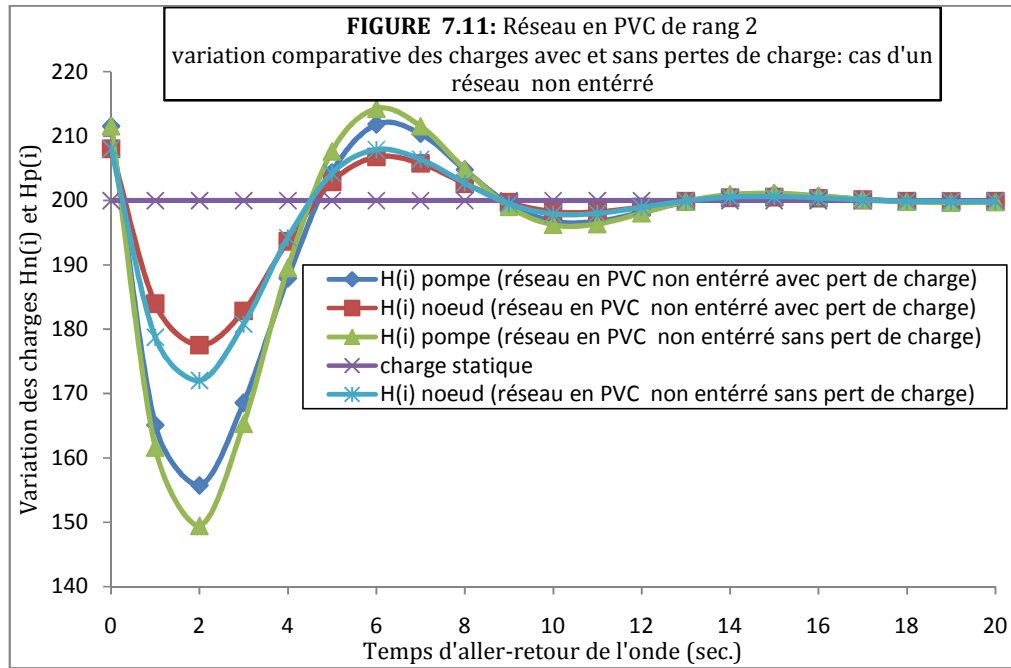
L'effet du nœud ou degré de rang du réseau participant à la diminution du coup de bélier dans le cas où la configuration du nœud est favorable a fait l'objet également de notre travail. Nous avons montré (chapitre 7) qu'il est possible de réduire le coup de bélier au niveau du nœud (coefficient de réflexion négatif). Dans le cas contraire, il peut l'augmenter et par la suite une augmentation dans le dimensionnement des ouvrages anti-béliers. Ces charges sont maximales au début du phénomène puis s'amortissent après un certain nombre d'aller-retour des ondes entre la pompe et le réservoir jusqu'à l'établissement d'un nouveau régime permanent (pression statique).

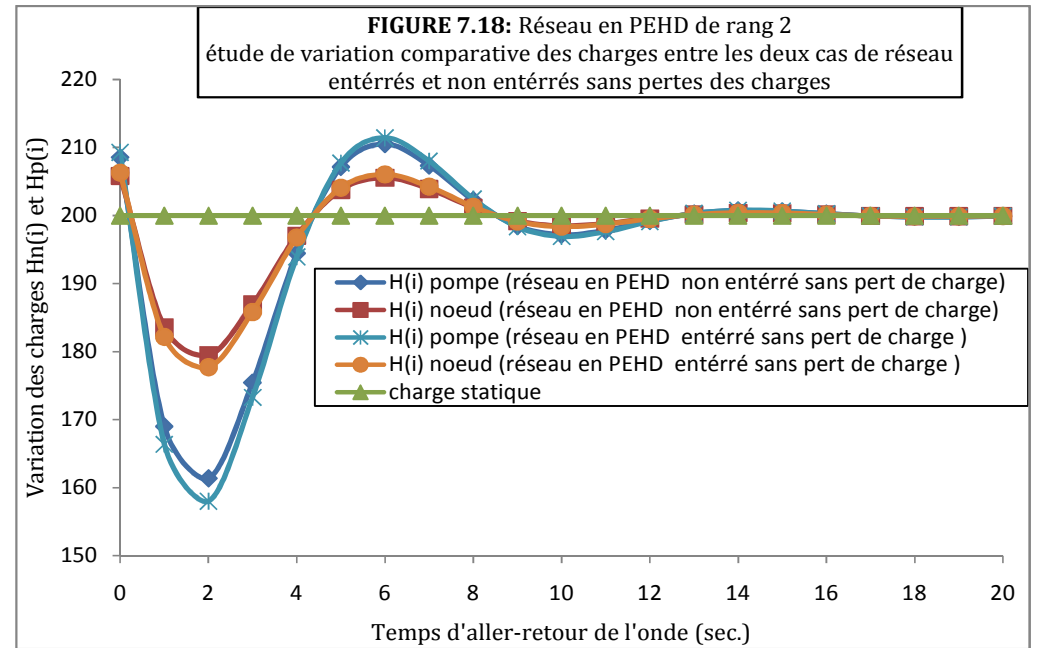
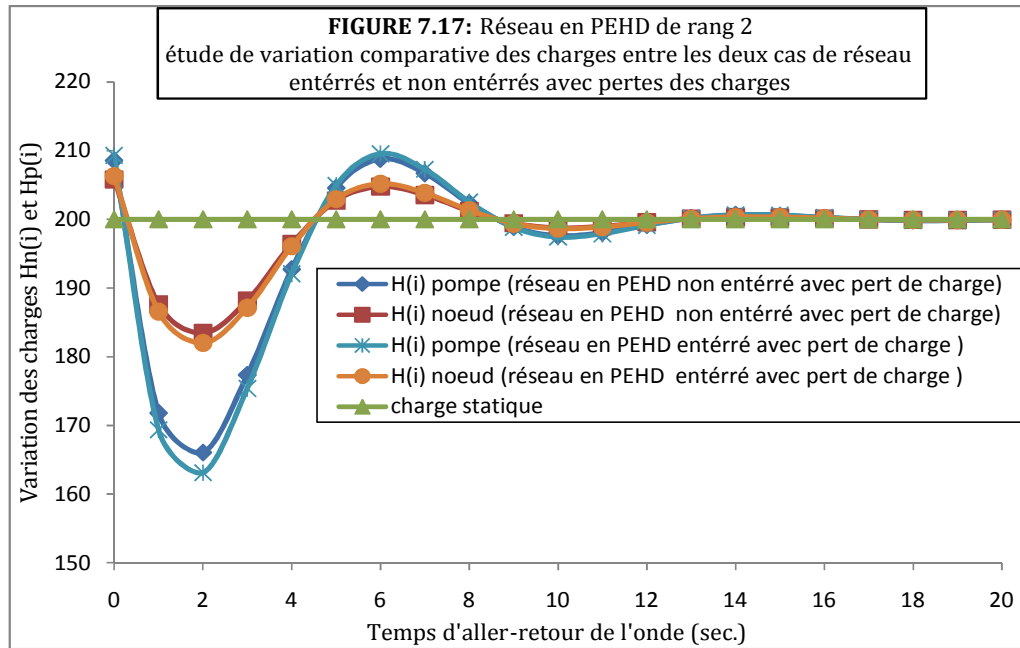
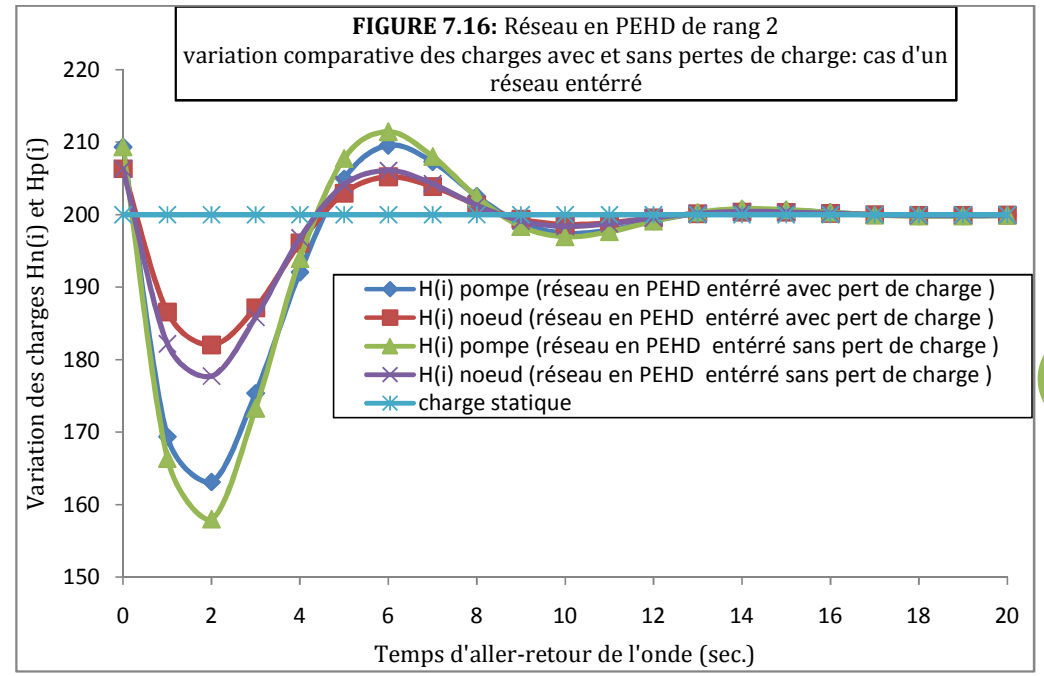
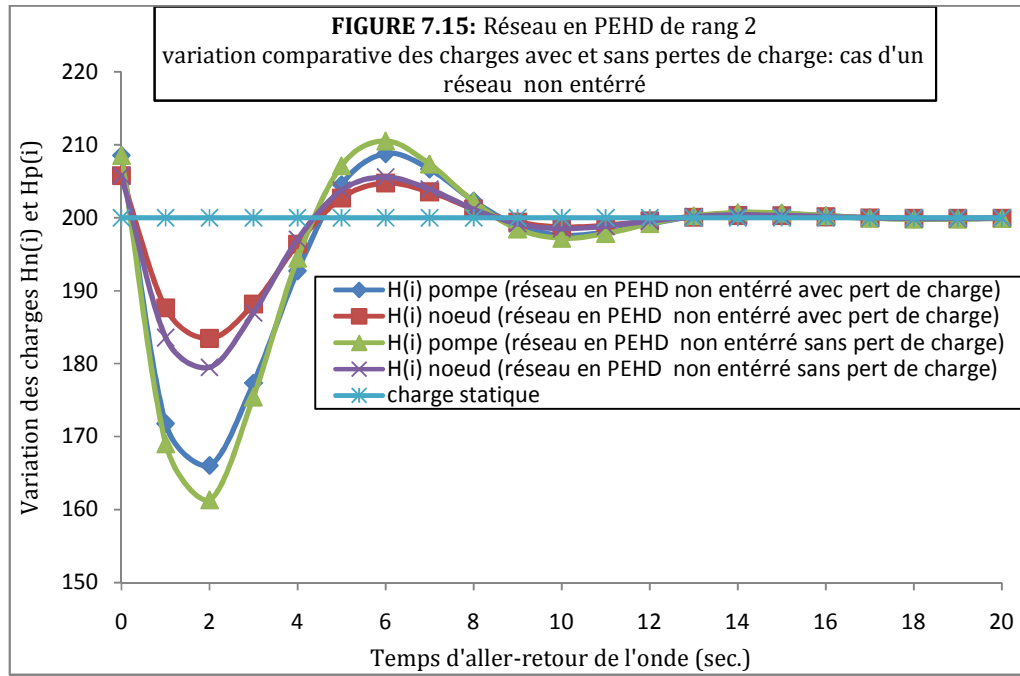
Dans ce travail, l'étude du coup de bélier s'est faite par une méthode dite des caractéristiques jugée plus maniable vu la complication du problème et vu leur simplicité de programmer. Il serait intéressant, ultérieurement dans le domaine de la recherche, de proposer un raisonnement en utilisant la méthode des caractéristiques appliquée et combinée avec la méthode des graphes qui nous permettent de généraliser le calcul du coup de bélier pour les réseaux de n rangs ou même pour les réseaux maillés. Ce qui est couramment rencontré en pratique dans les réseaux d'eau potable notamment, d'une part et d'autre part de minimiser les suppositions de notre modèle pour le rapprocher le plus possible à la réalité et en parallèle en utilisant le cheminement des ondes pour la détermination de l'évolution du coup de bélier tout en considérant les pertes de charge et l'établissement des courbes des variations des pressions et des vitesses qui nous donnent un savoir concernant le phénomène et une interprétation et/ou une comparaison entre les deux.

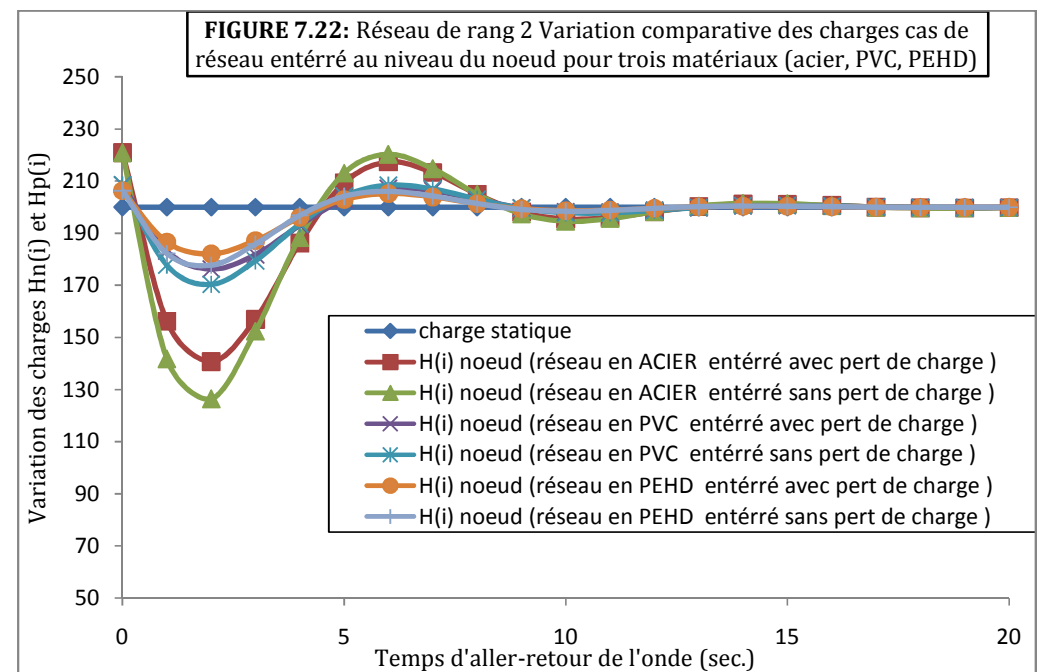
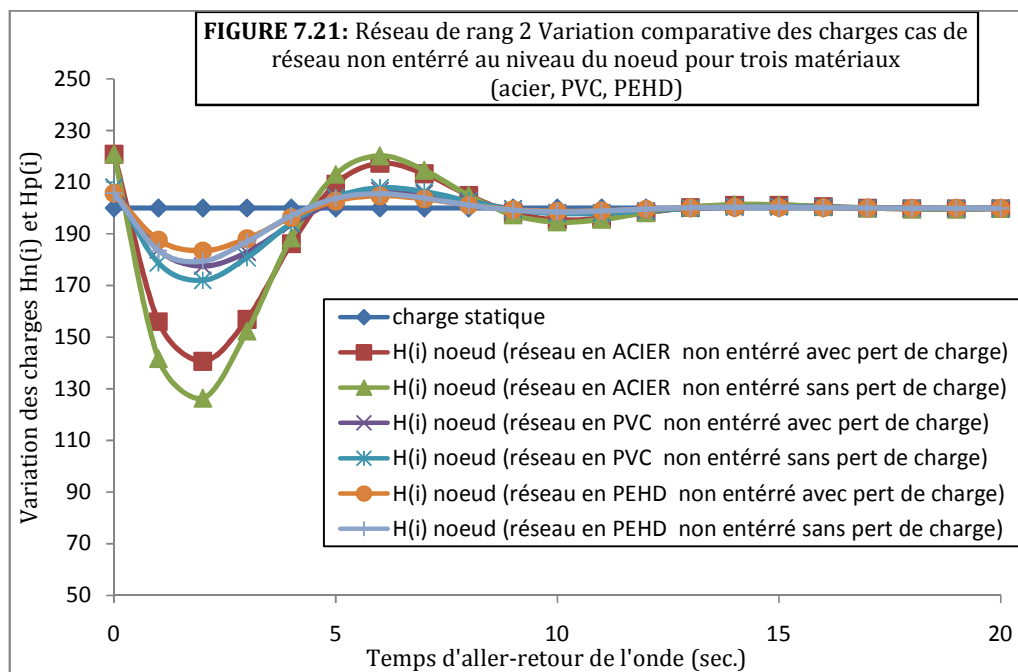
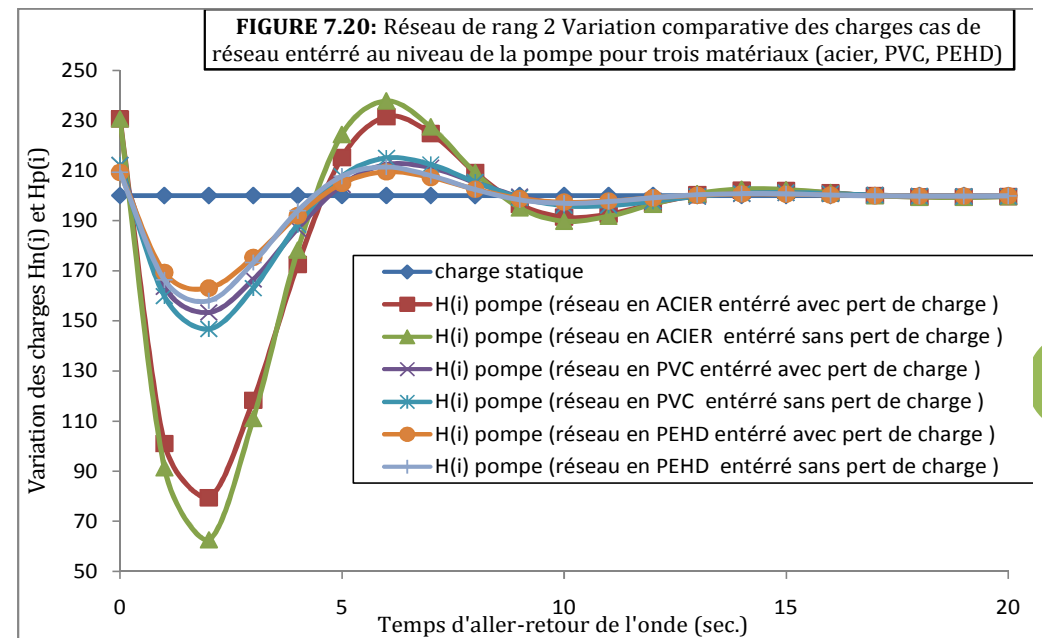
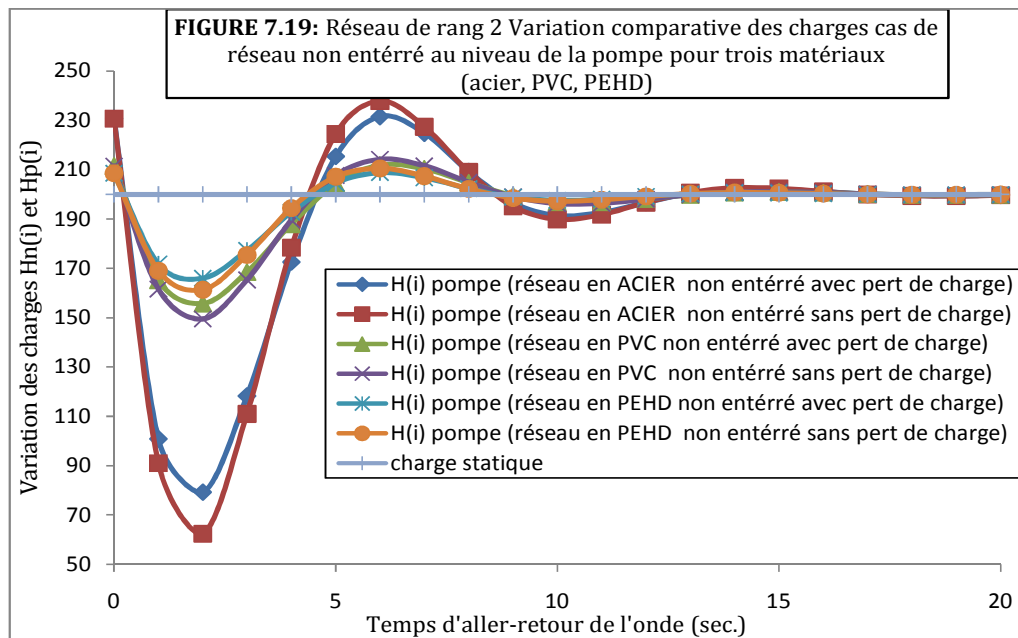
Les annexes

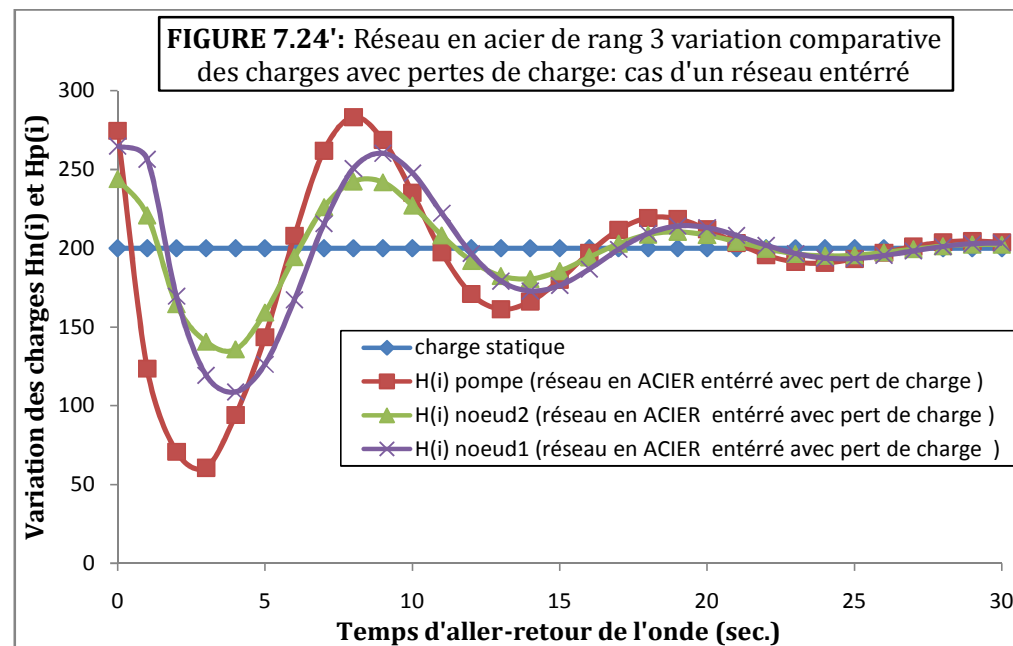
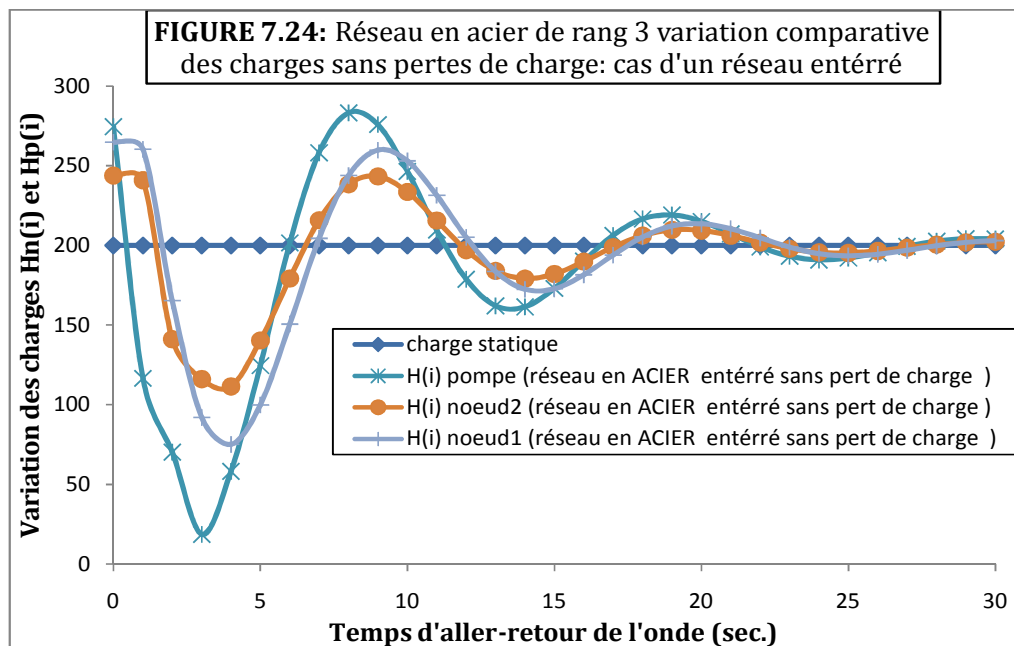
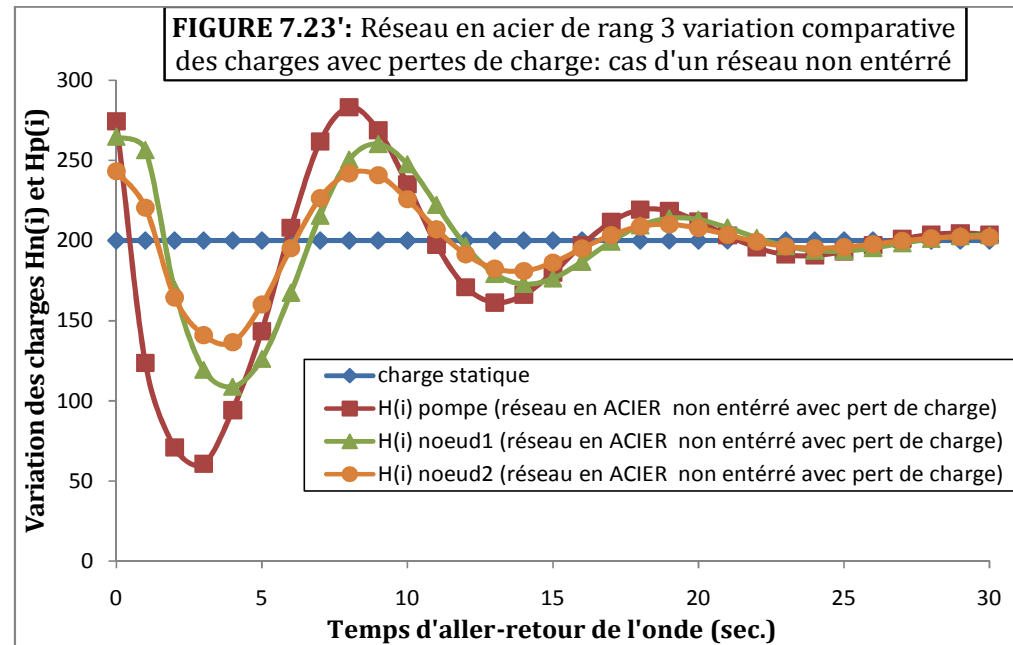
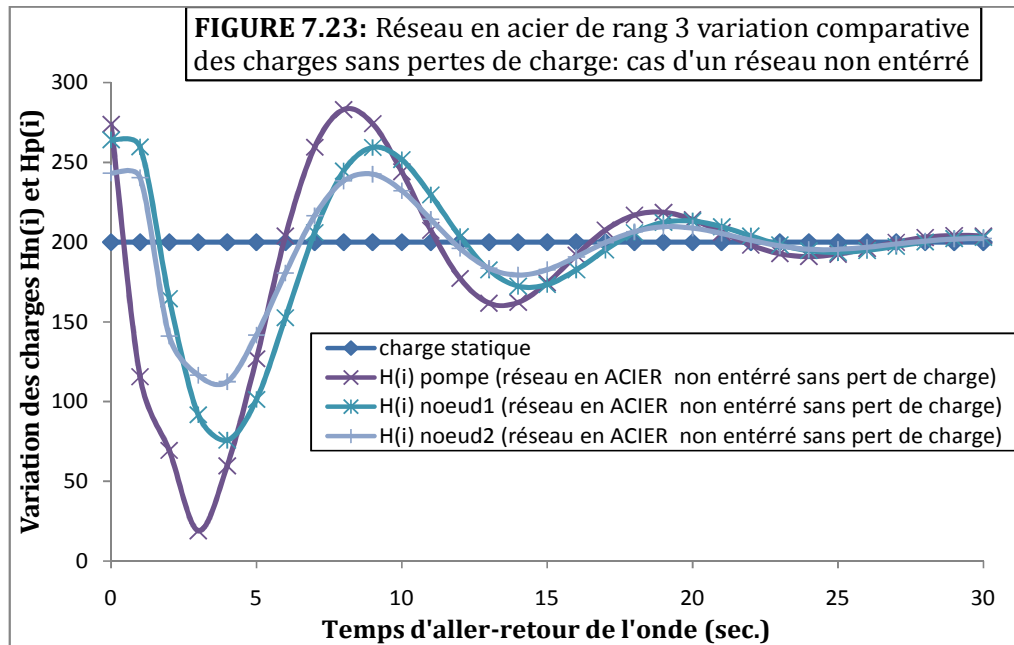
Annexe 01

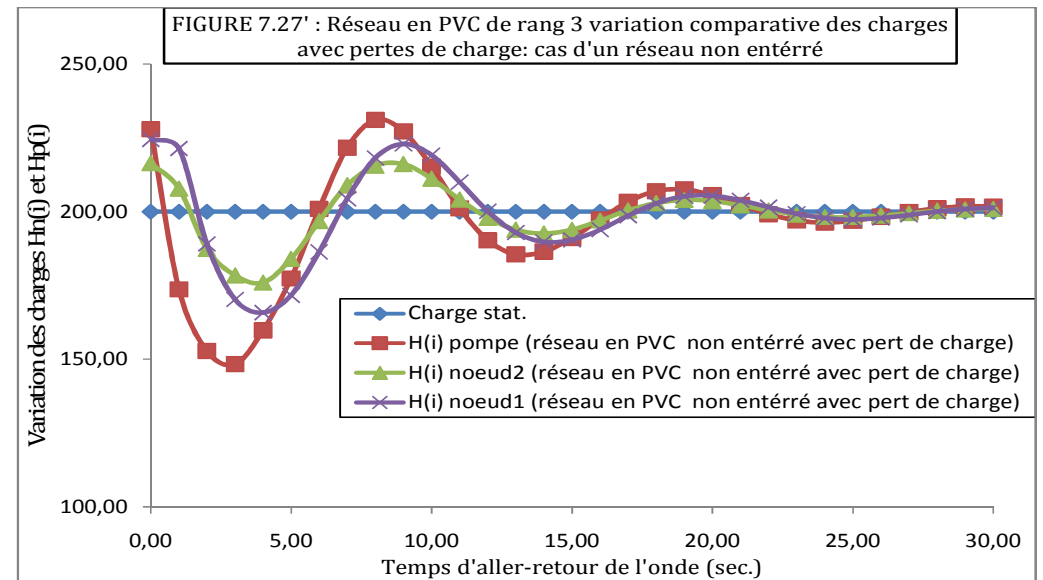
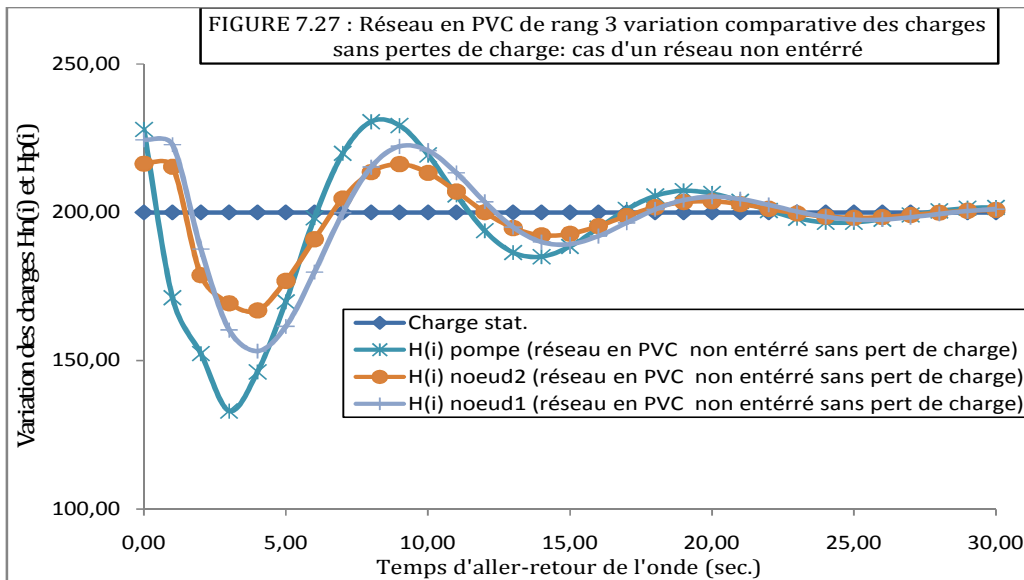
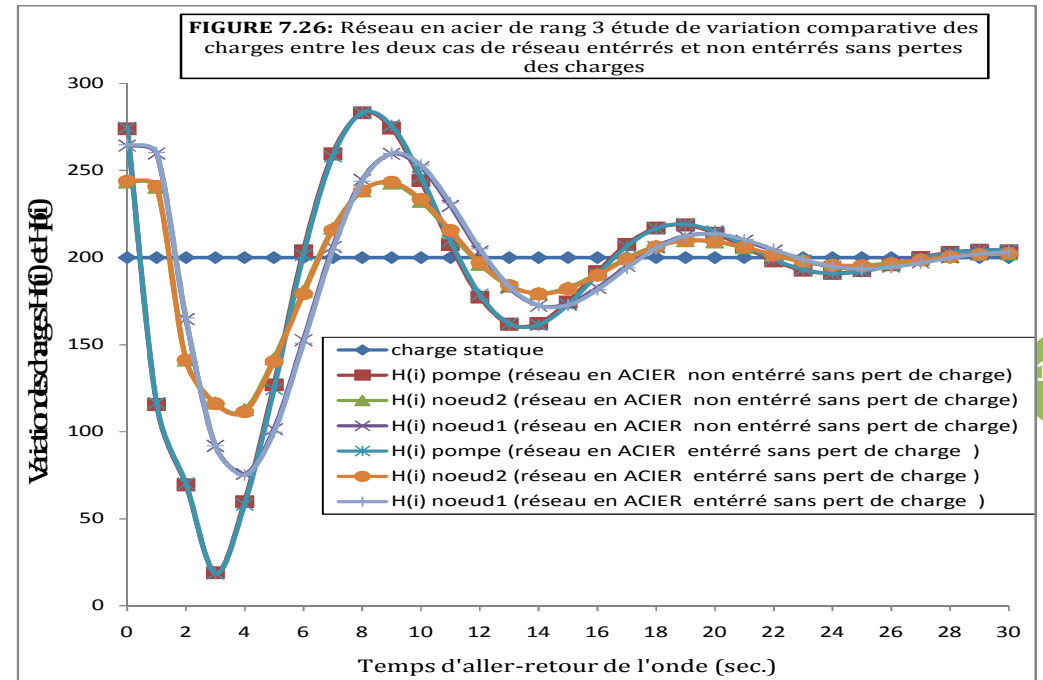
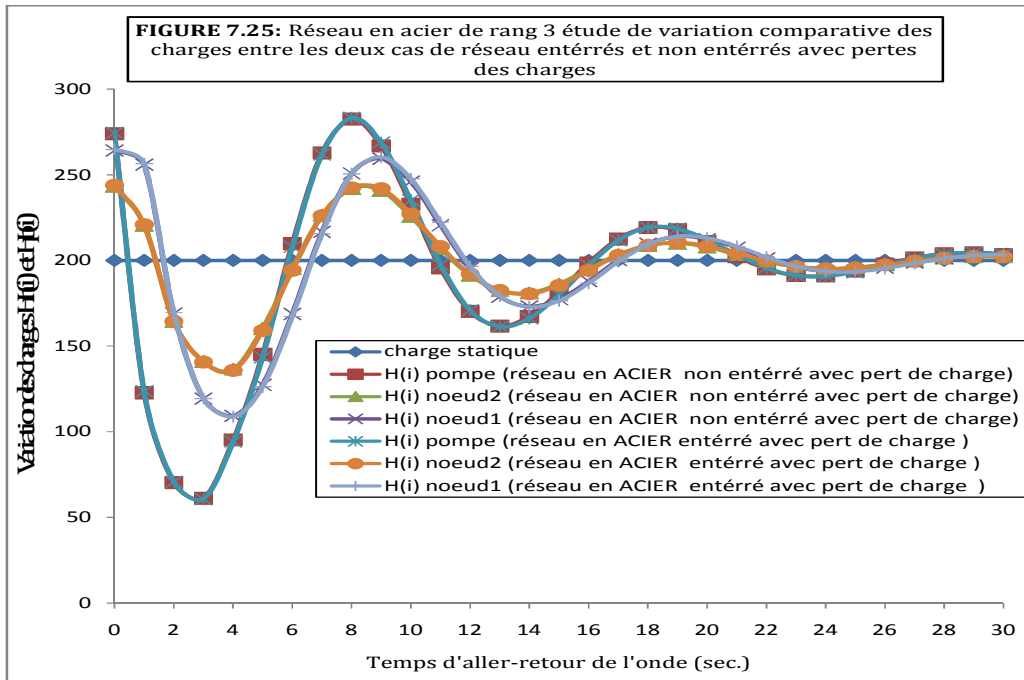


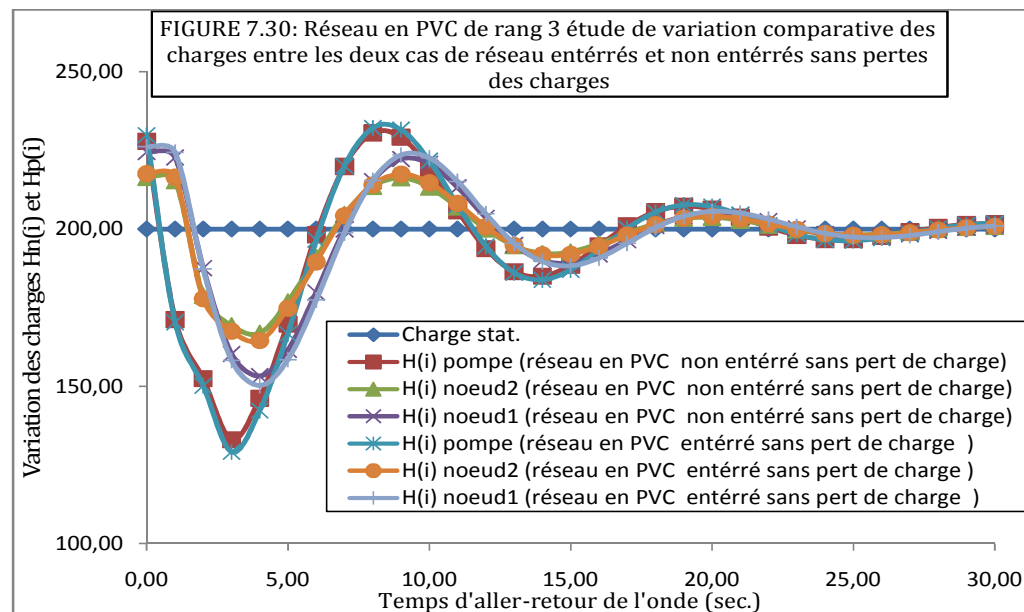
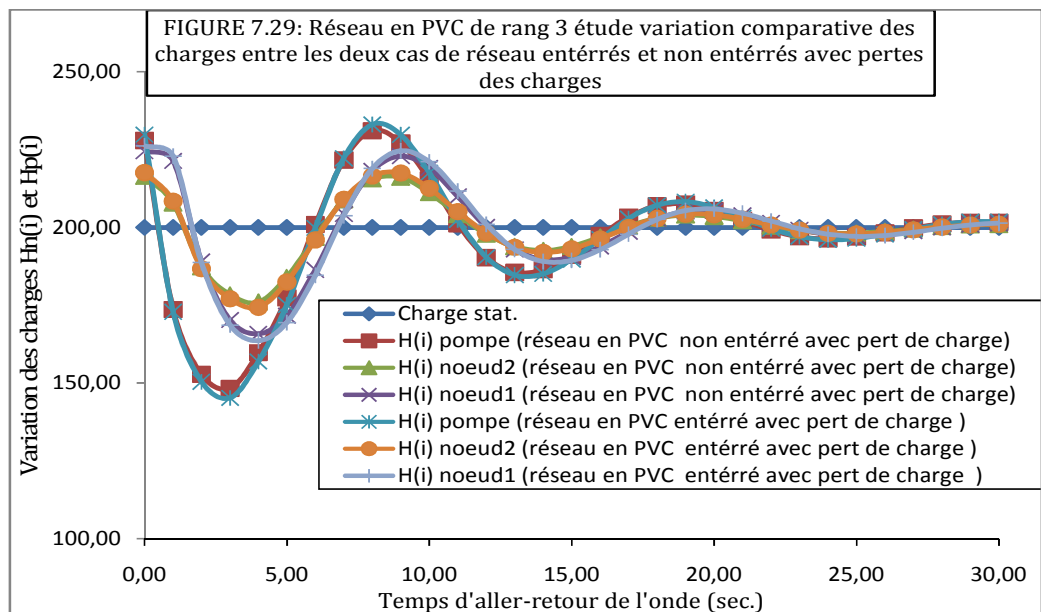
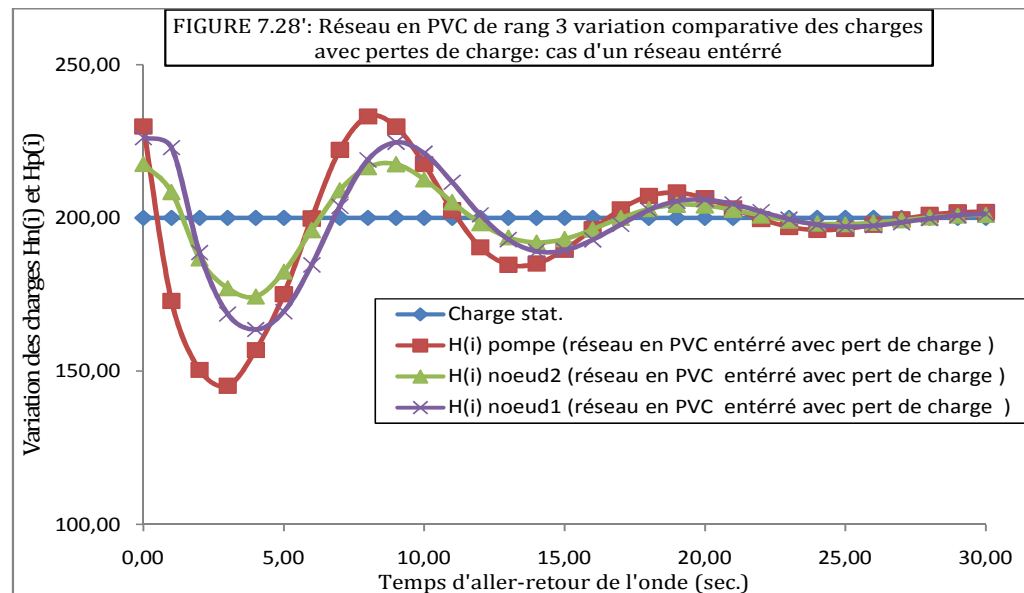
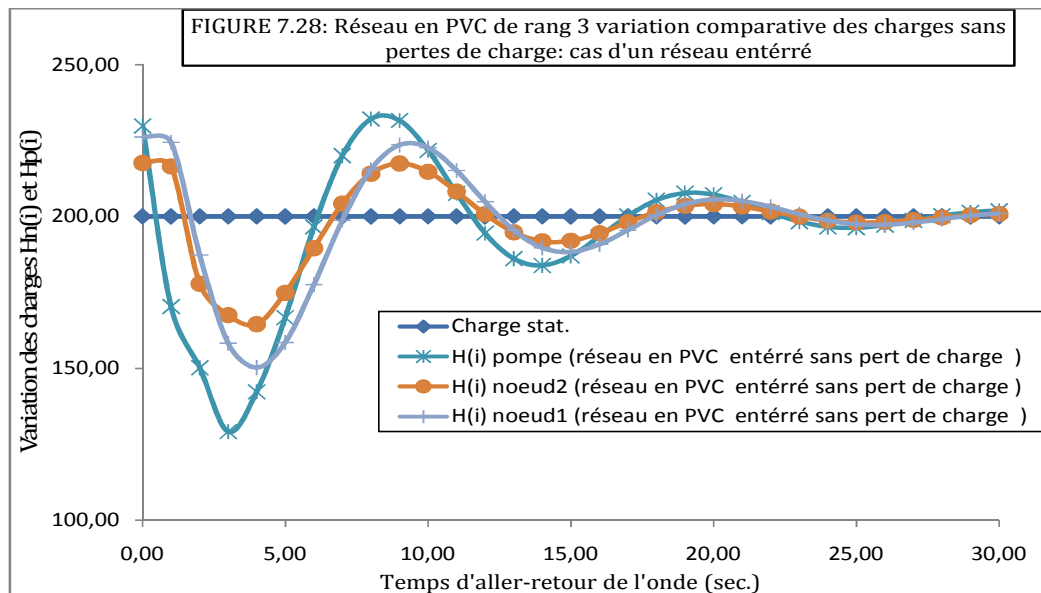


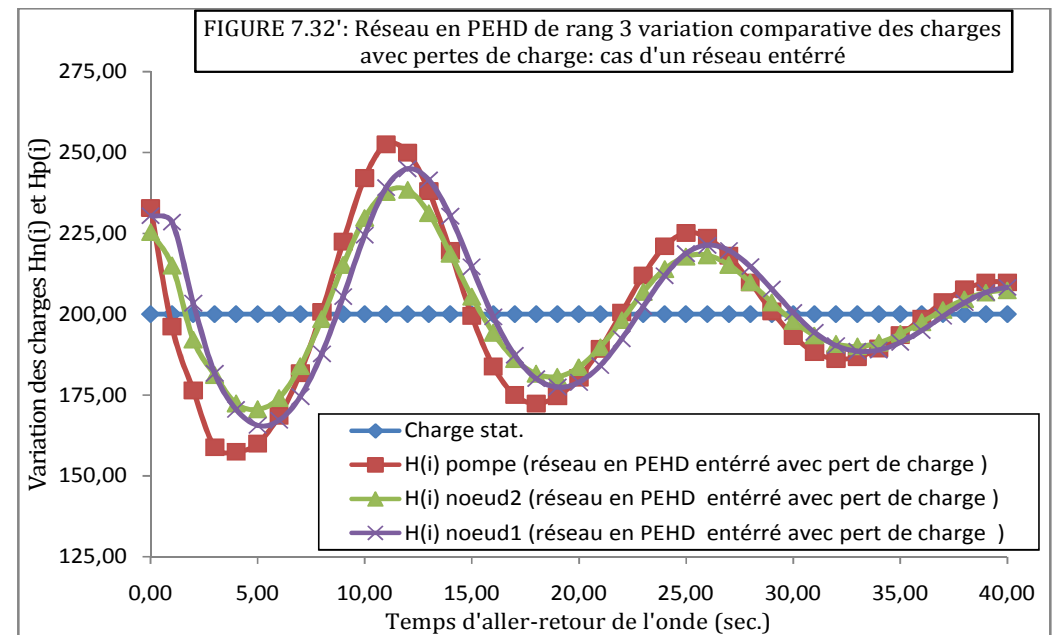
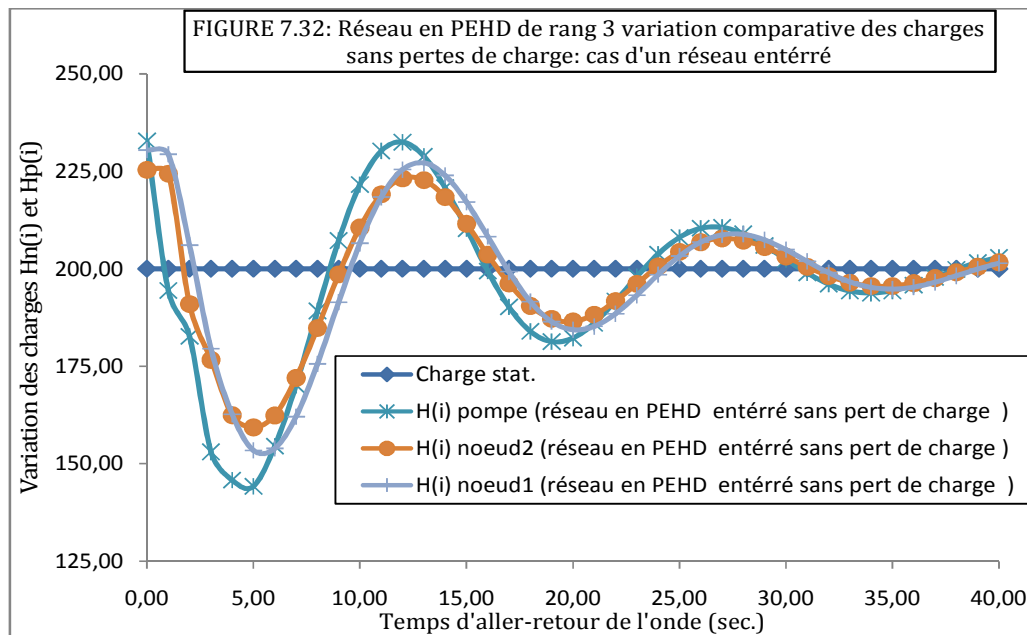
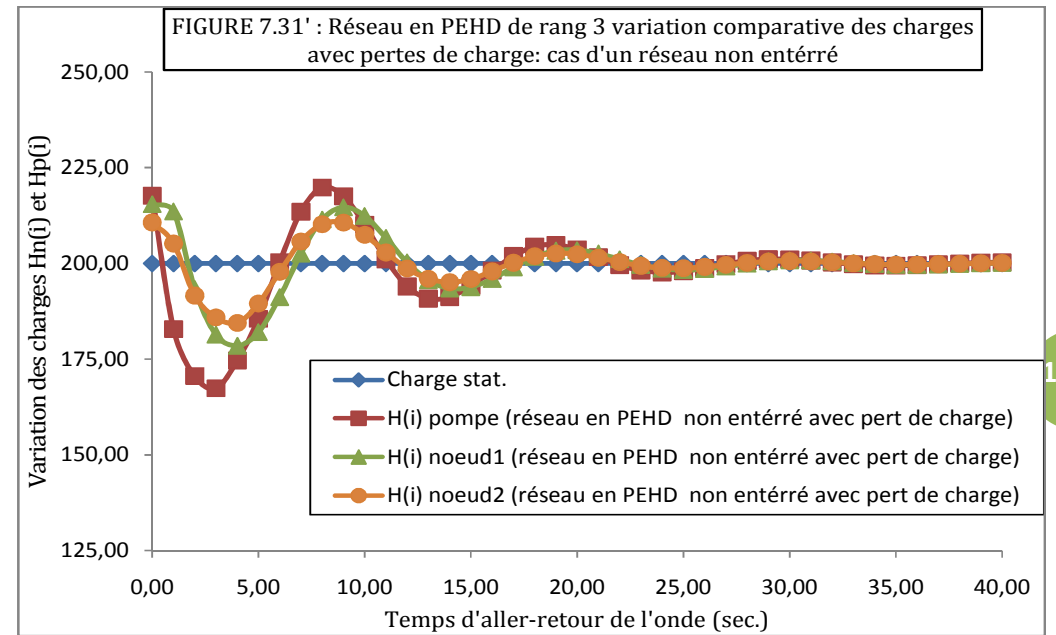
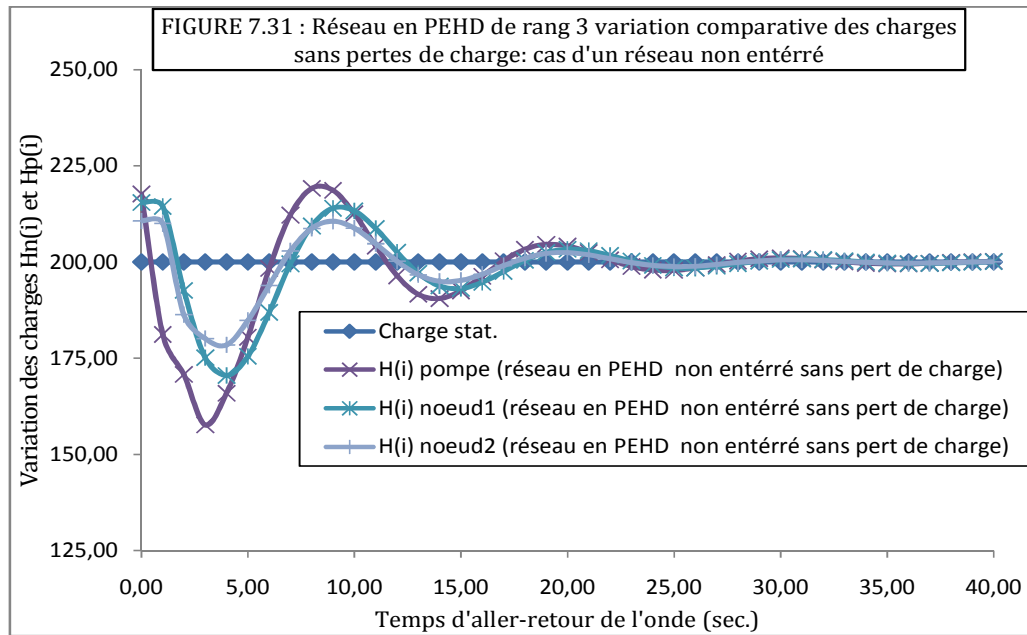


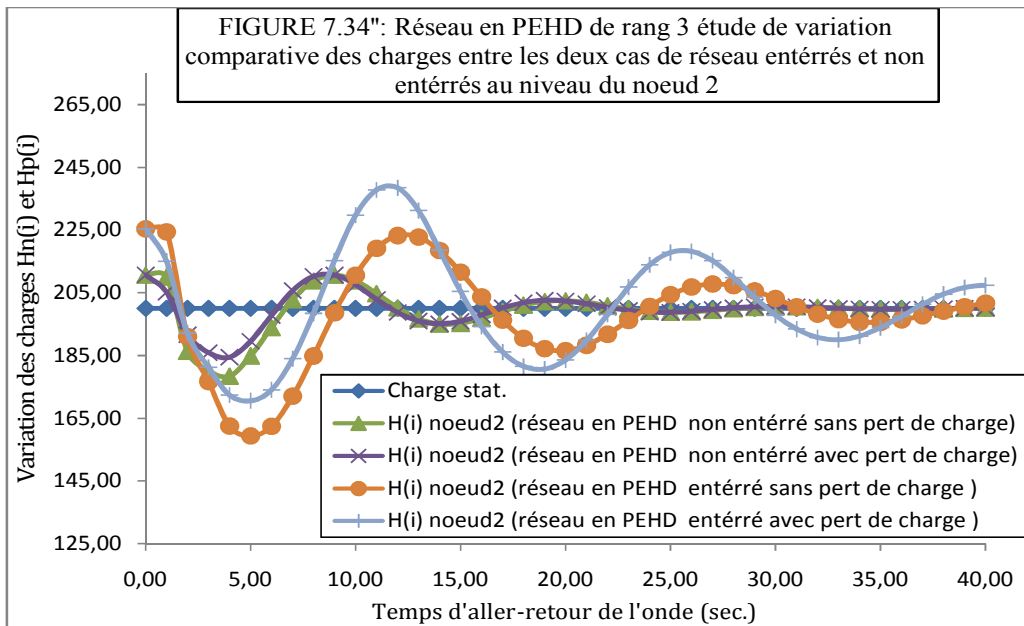
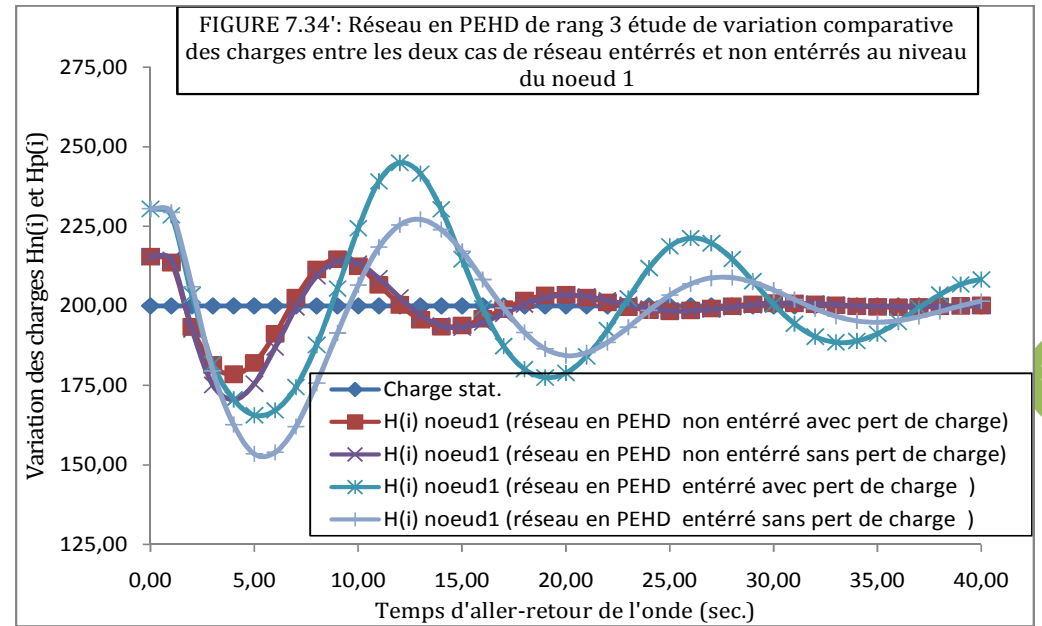
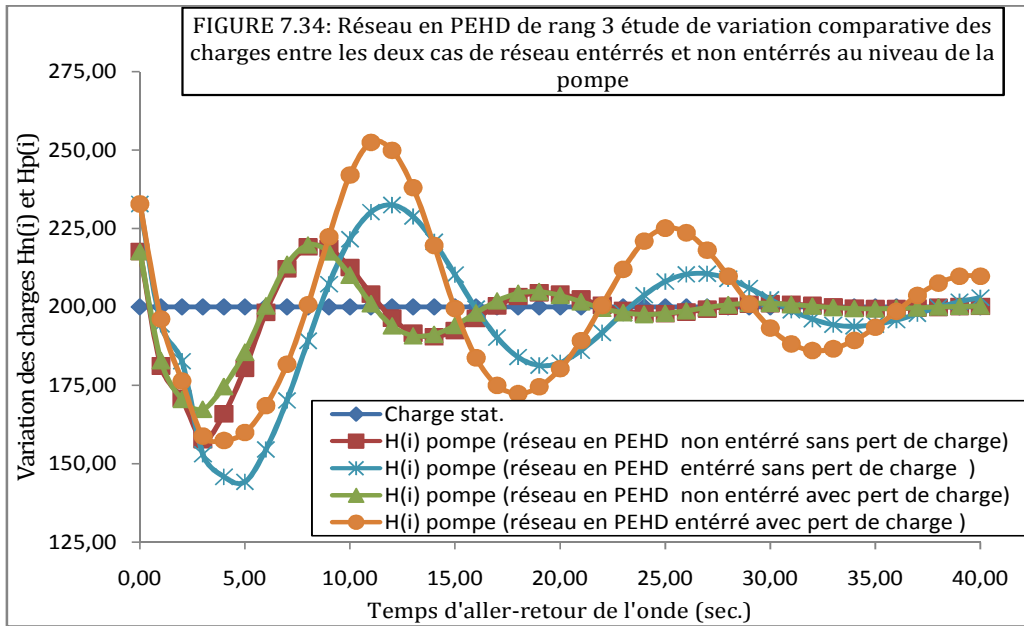


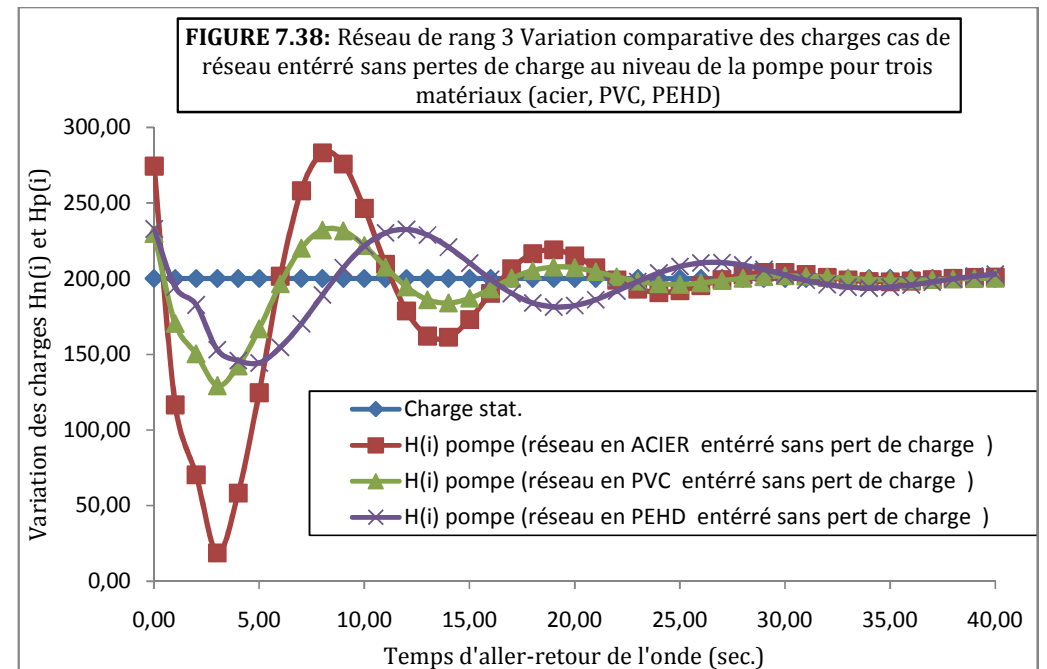
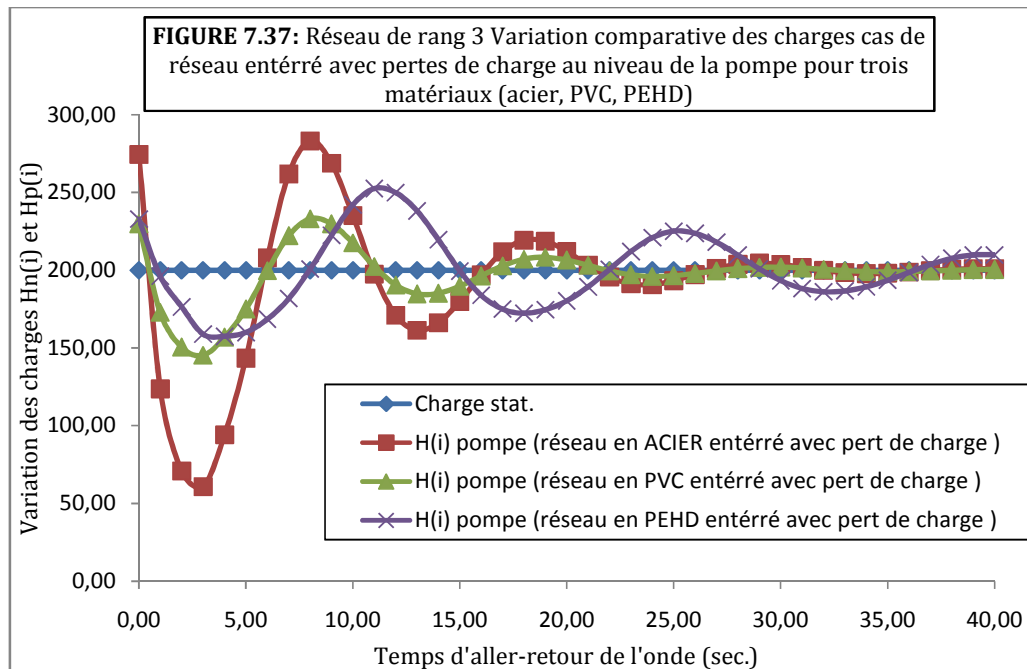
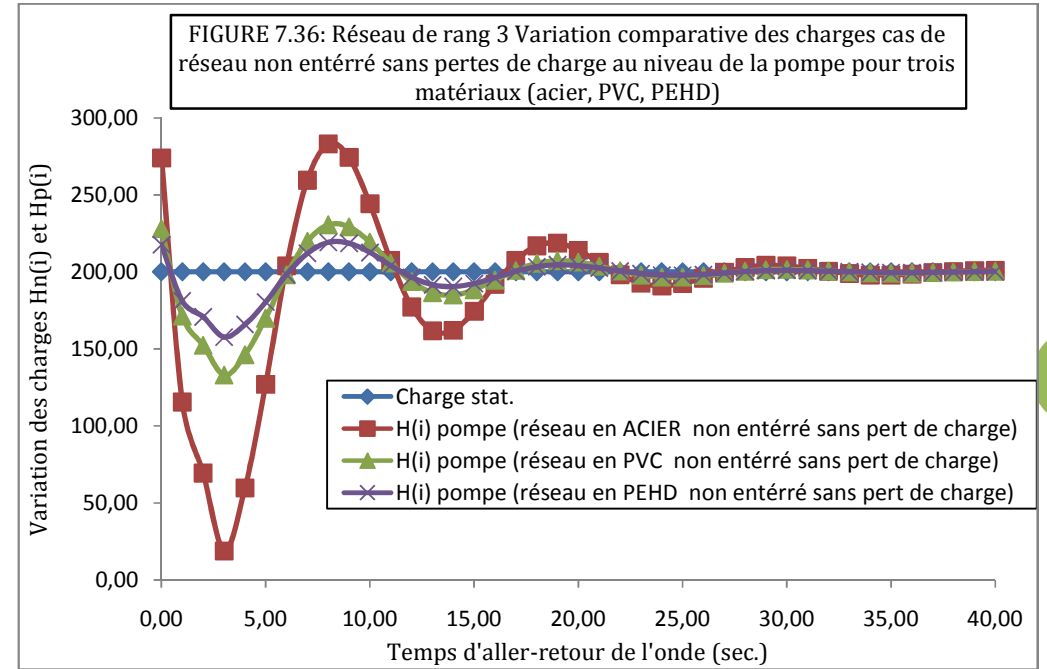
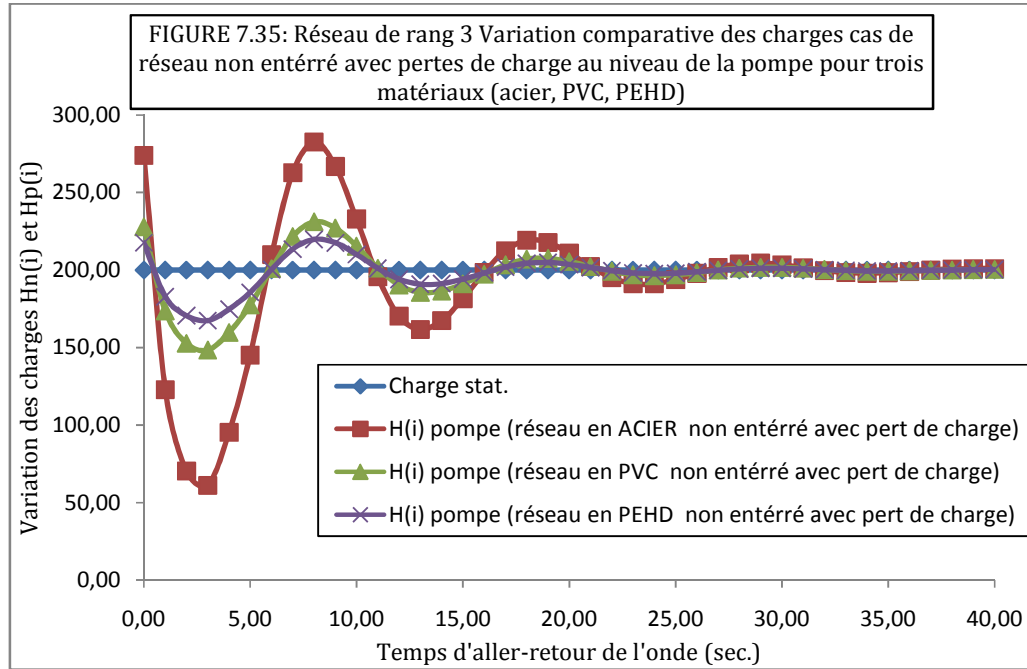


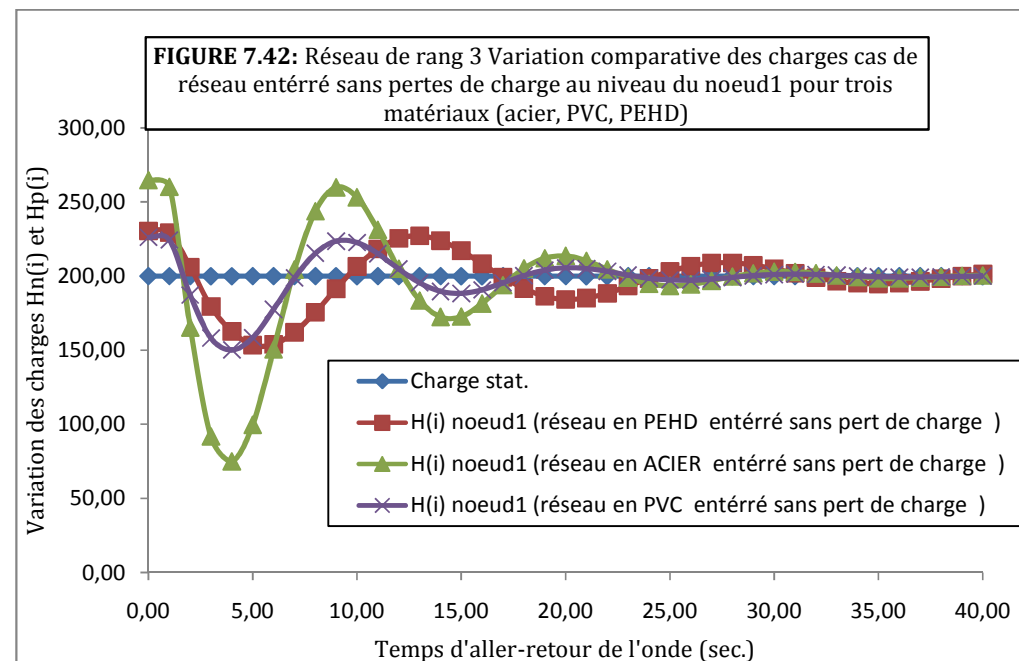
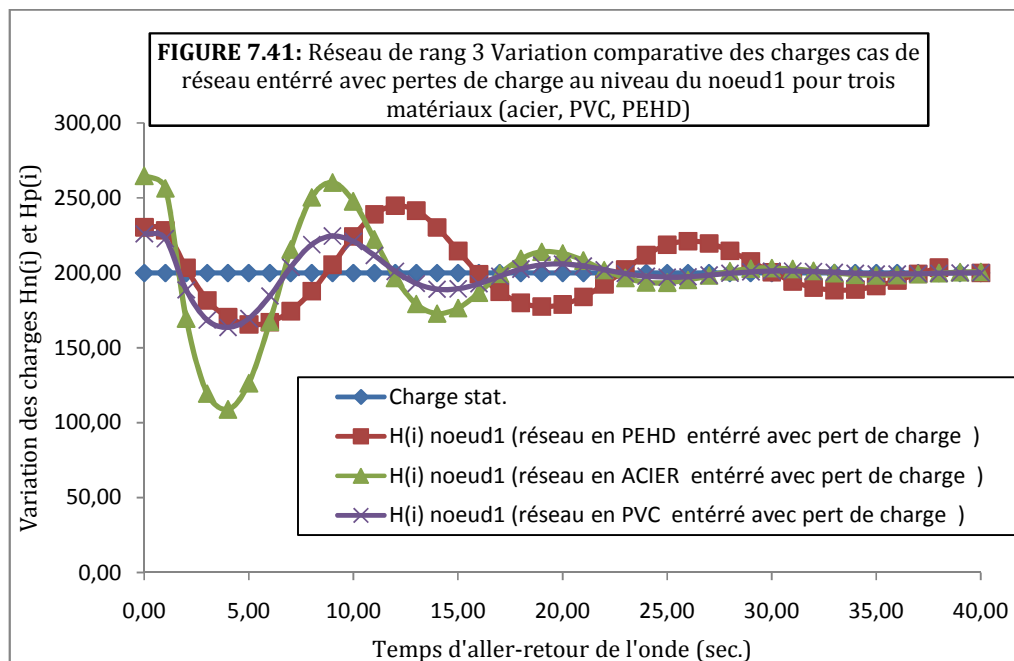
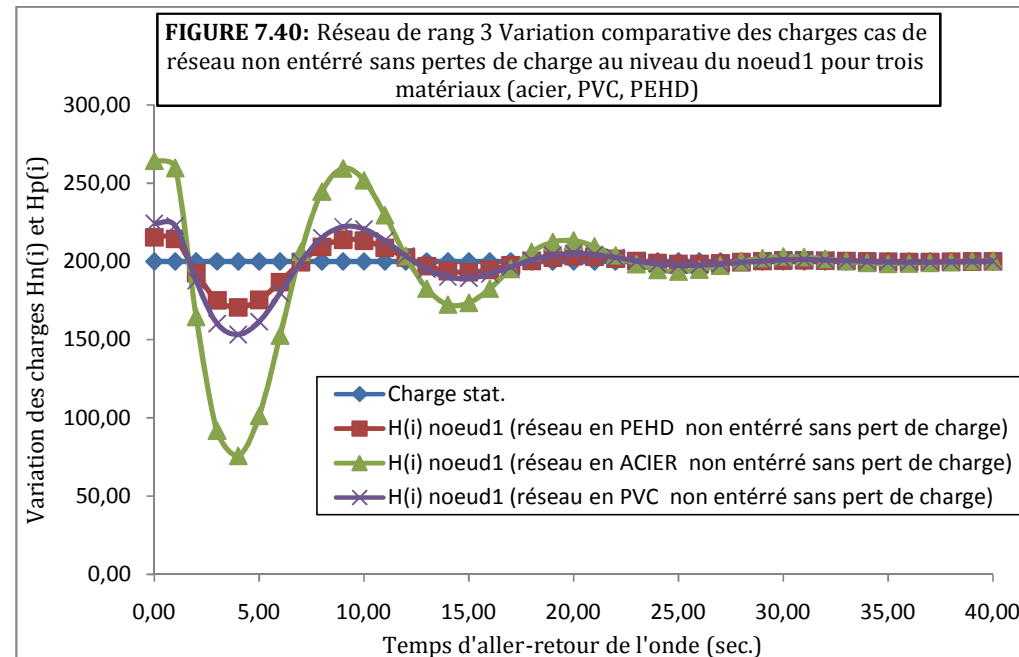
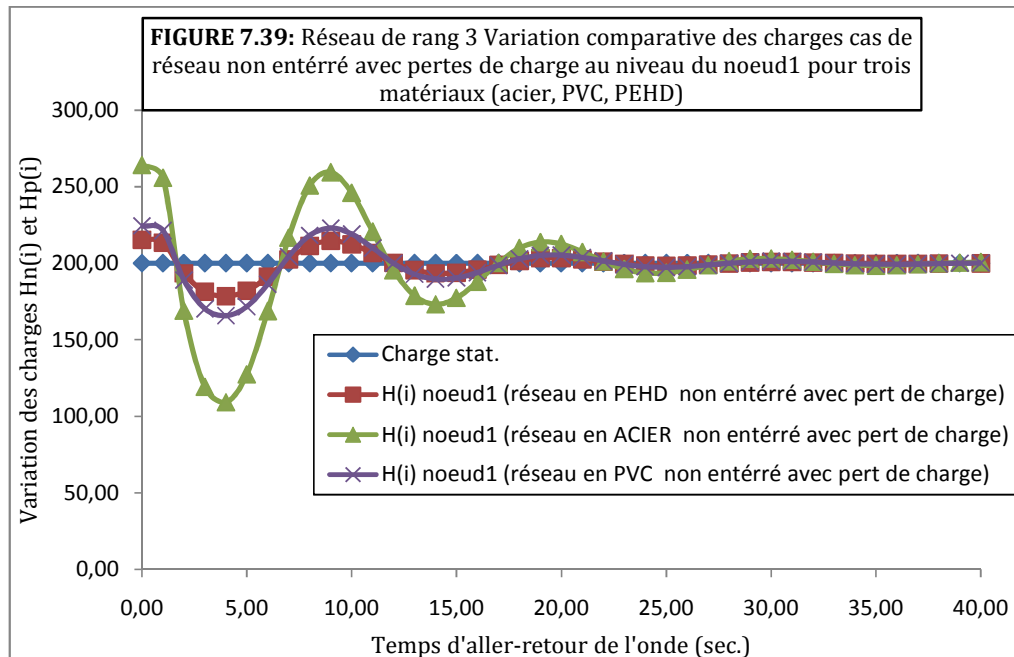


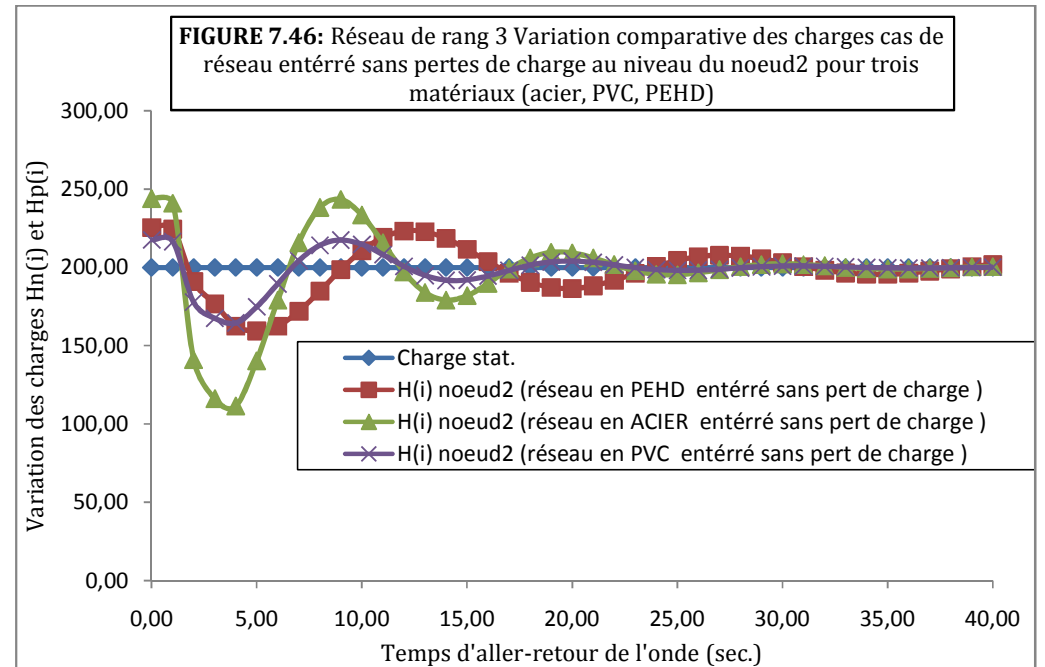
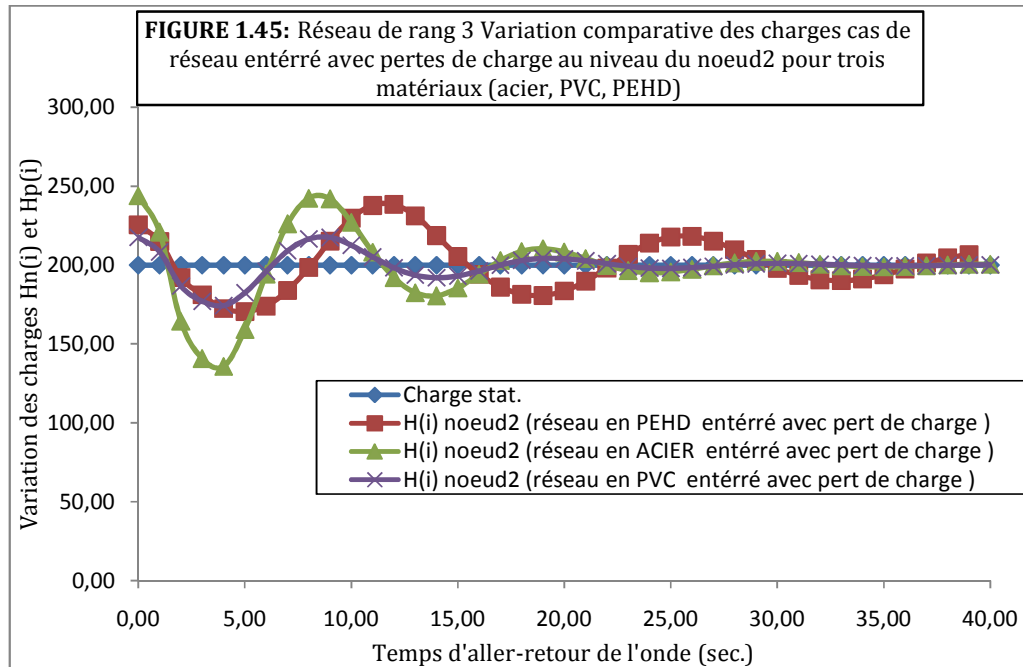
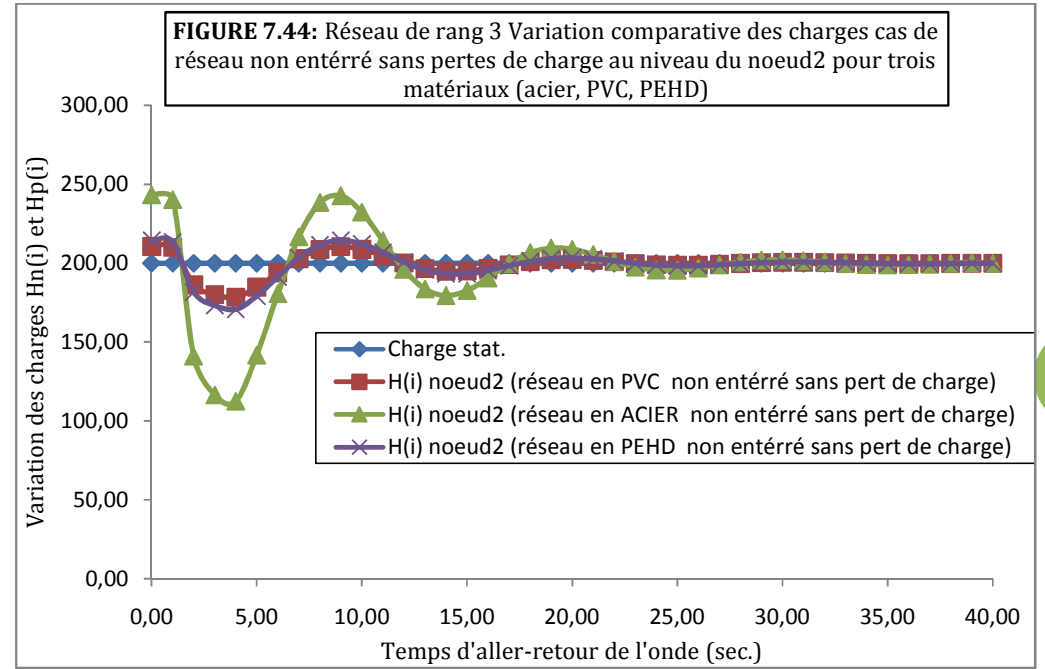
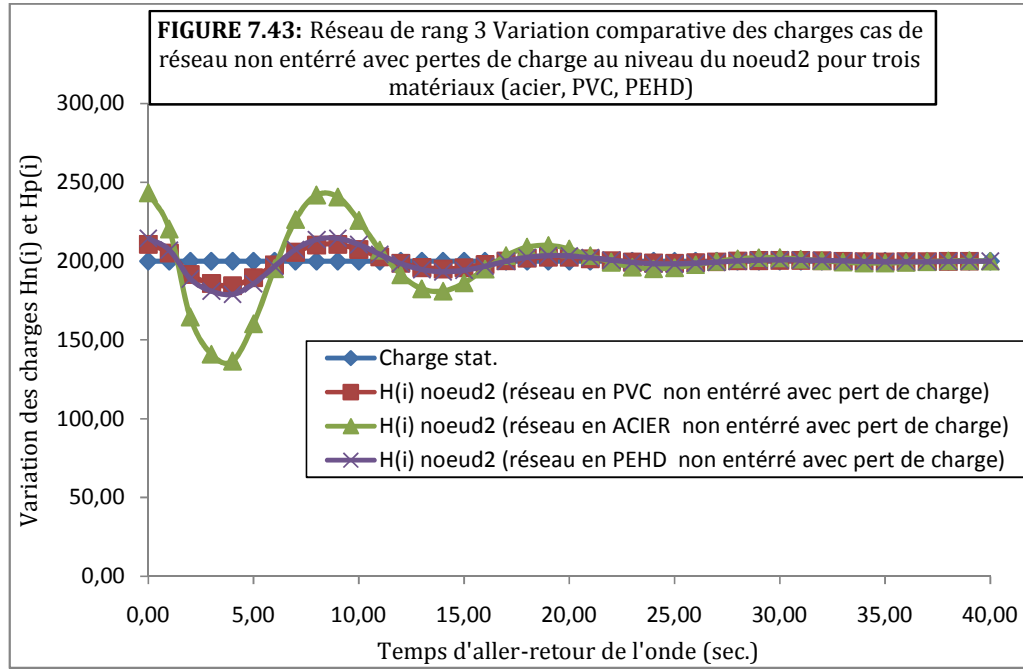


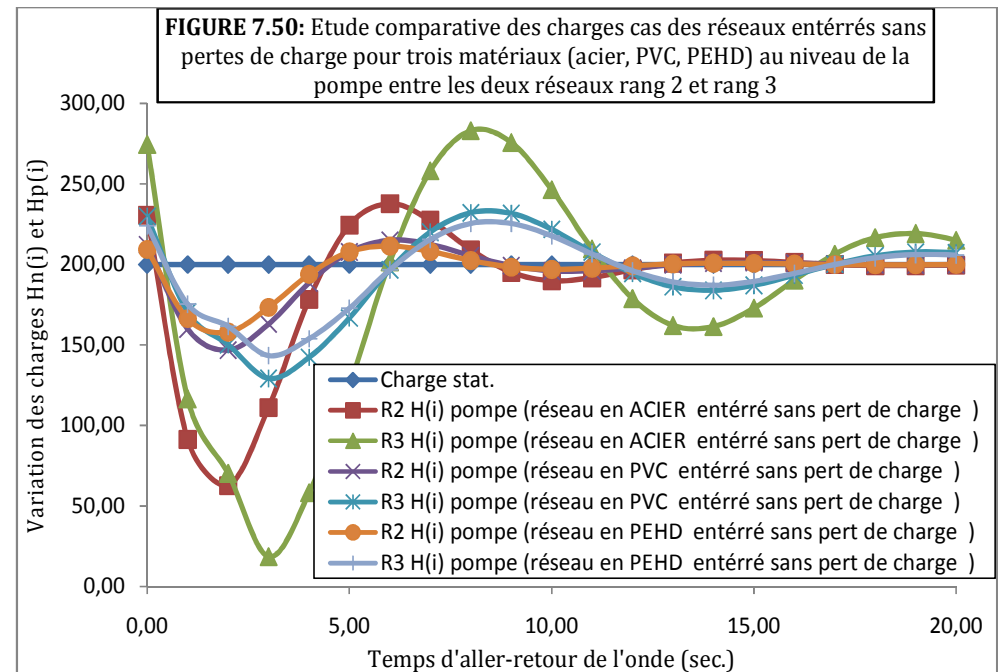
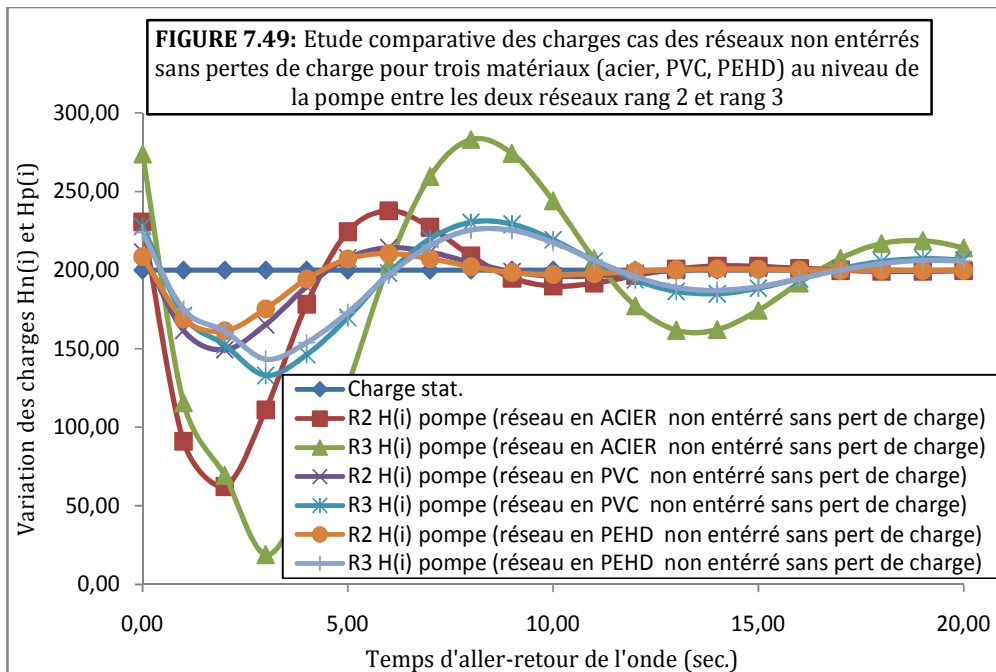
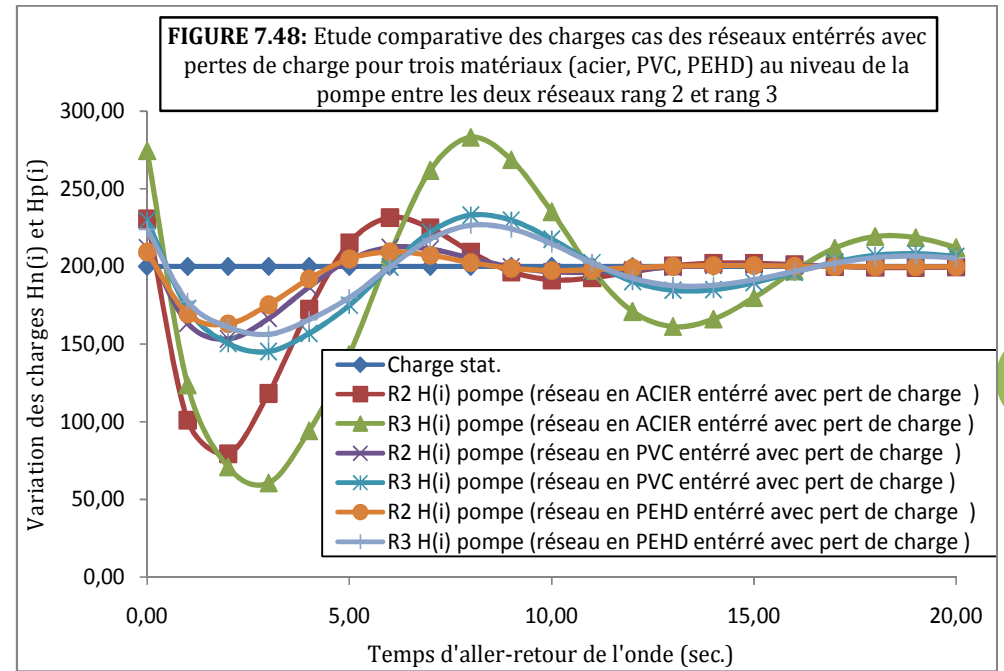
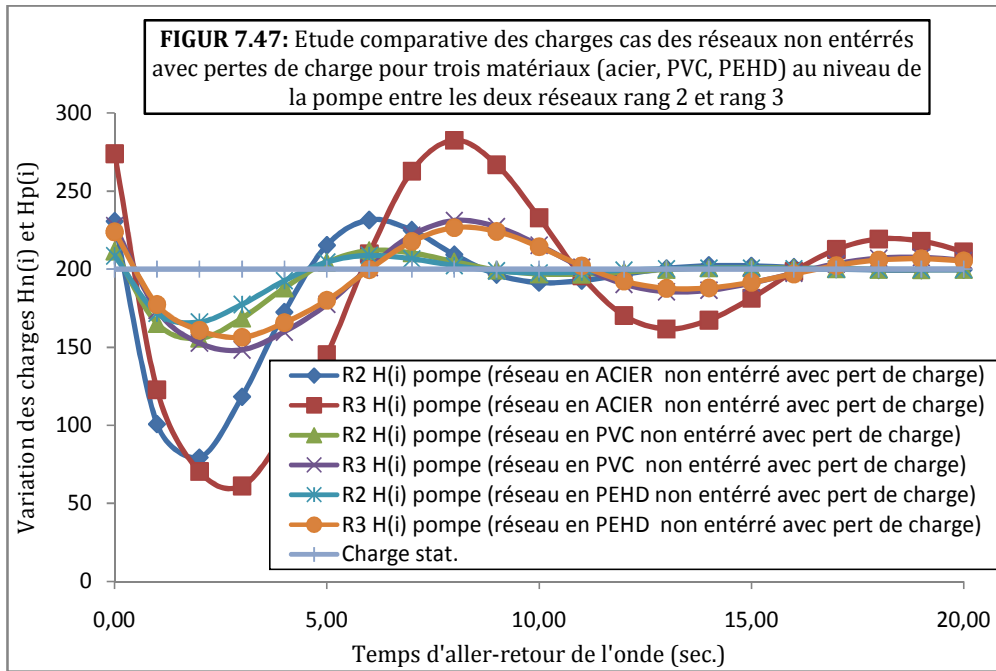


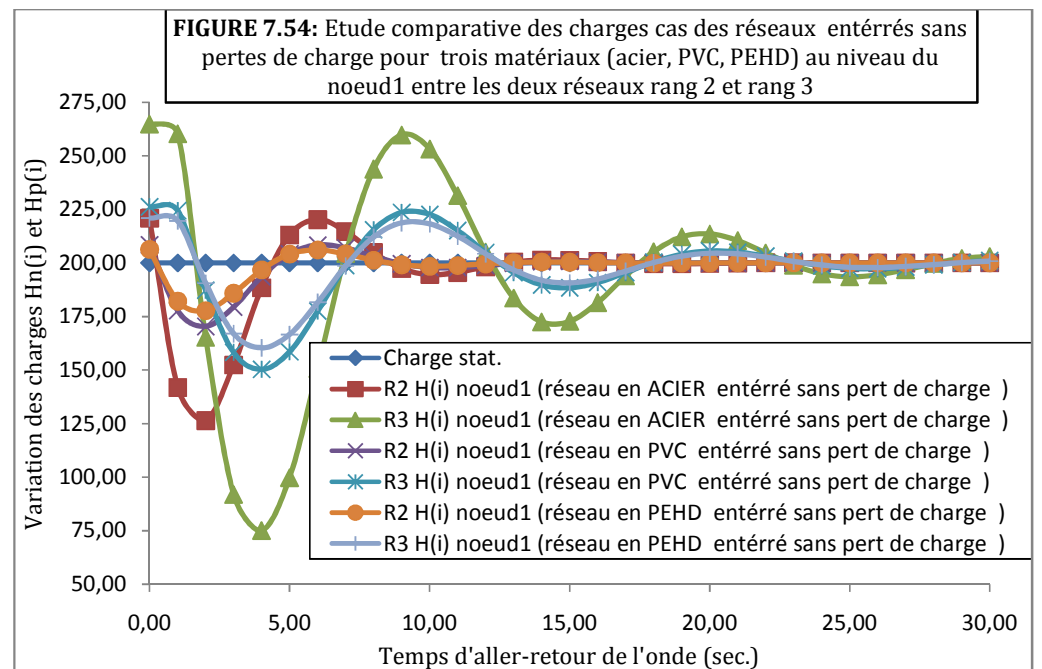
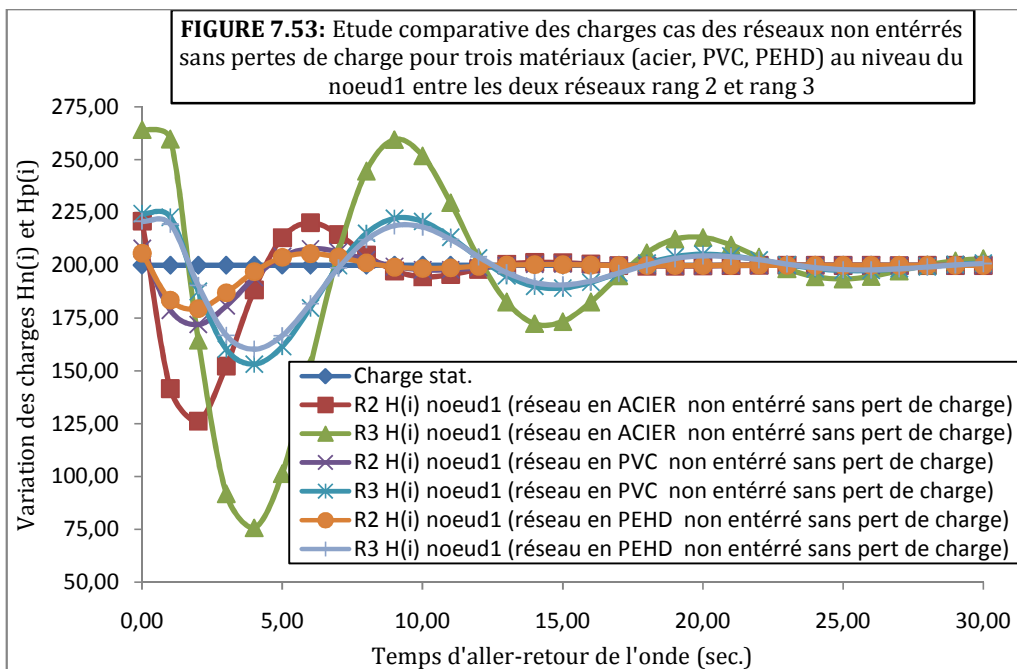
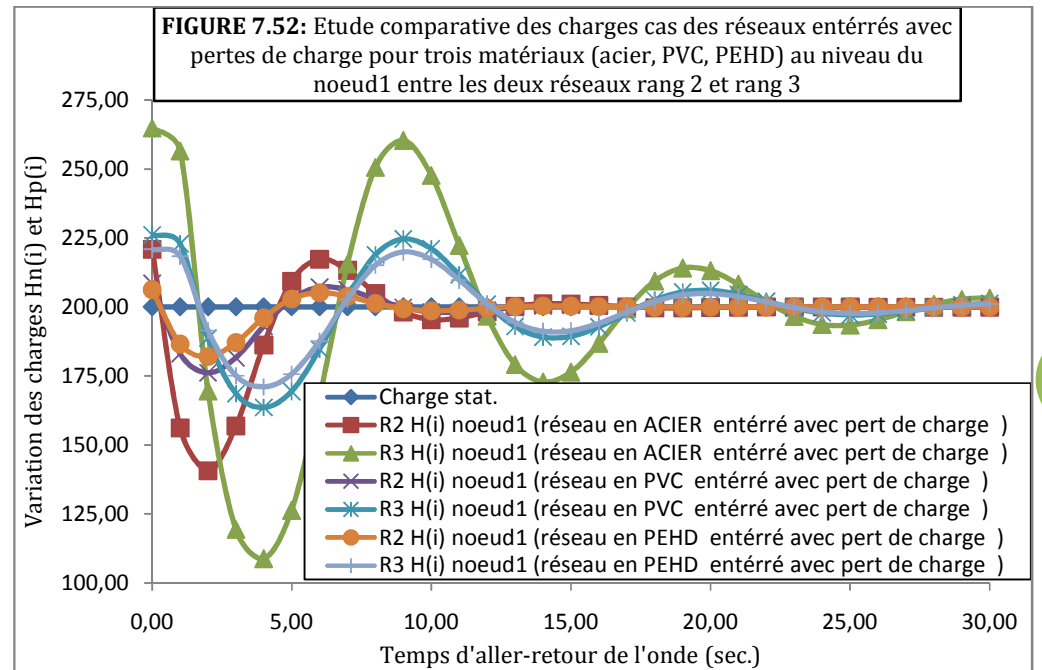
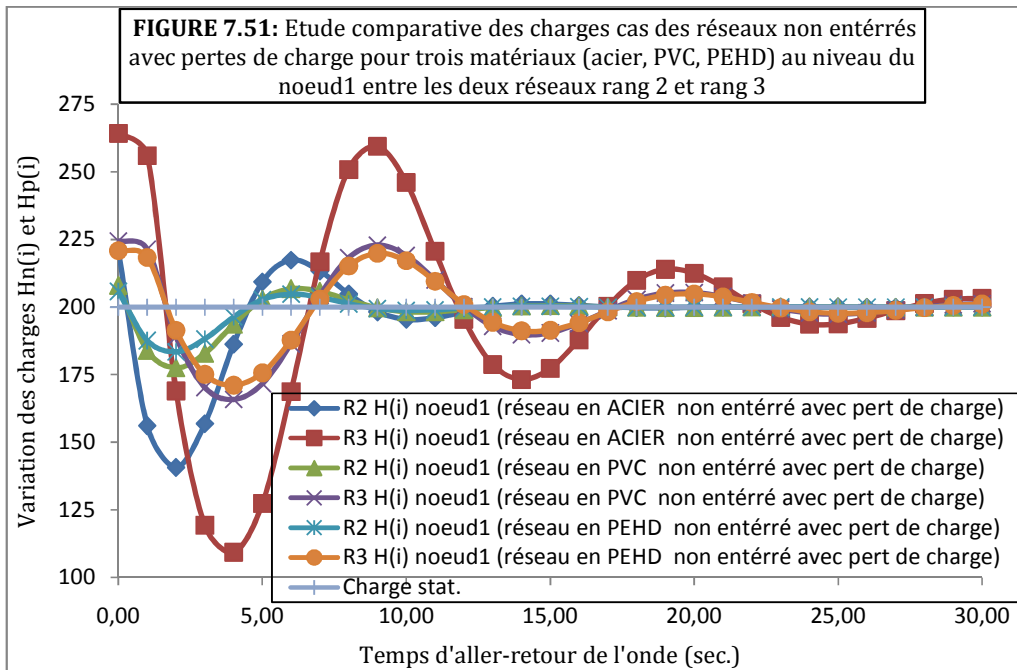












Annexe 02

Tableau 1 : Réseau en acier de rang 2 Etude comparative des charges du réseau non enterré et sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons

Réseau de rang 2 la charge H(i) au niveau de la pompe (V1 : la vitesse au niveau du tronçon pompe-nœud ; V2 : la vitesse au niveau de nœud-réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec C1=C2=1023 m/s

Réseau de rang 2 la charge H(i) au niveau du nœud (V1 : la vitesse au niveau du tronçon pompe-nœud ; V2 : la vitesse au niveau de nœud-réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec C1=C2=1023 m/s

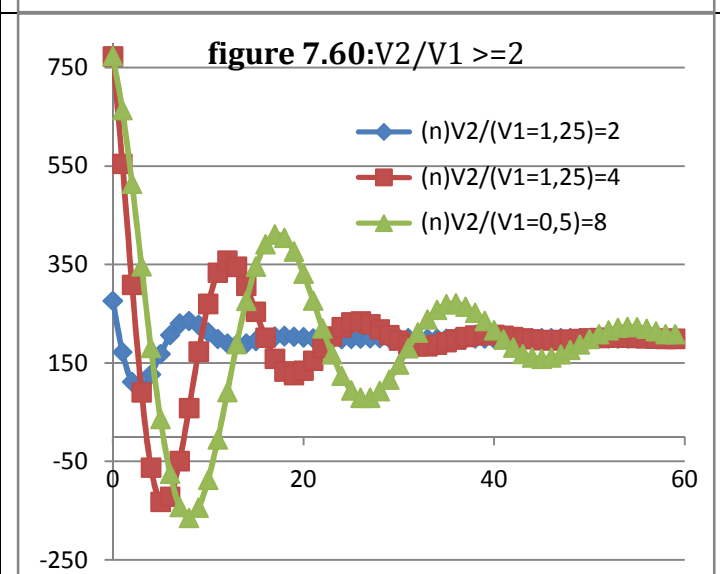
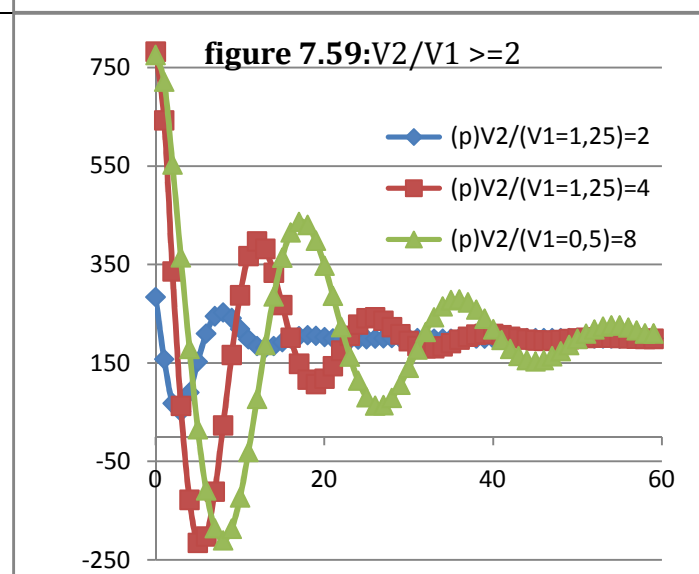
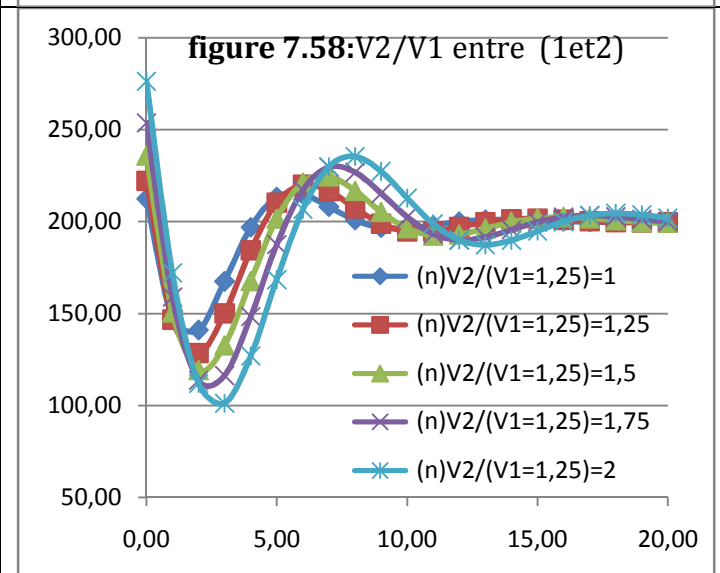
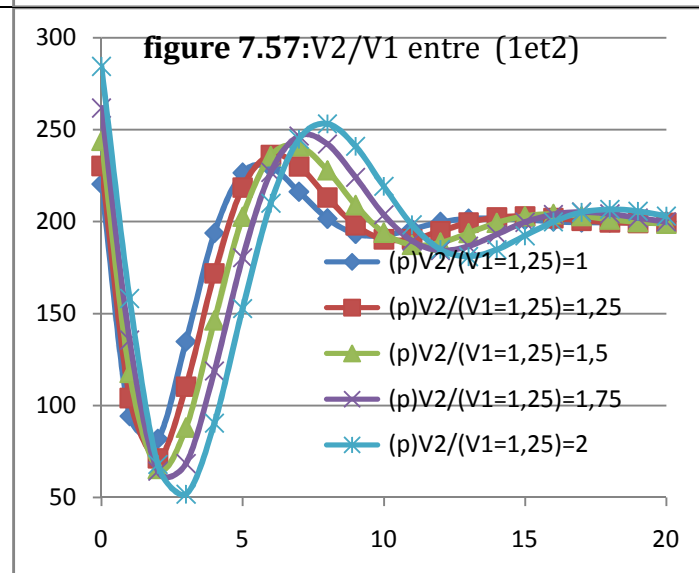
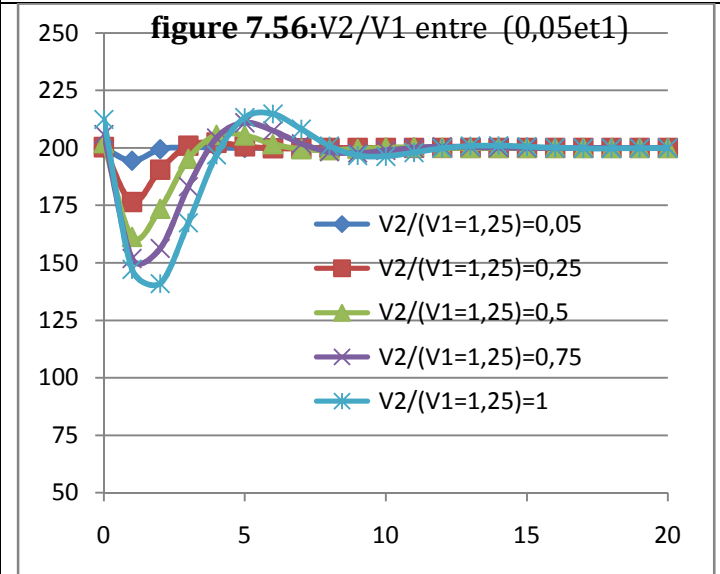
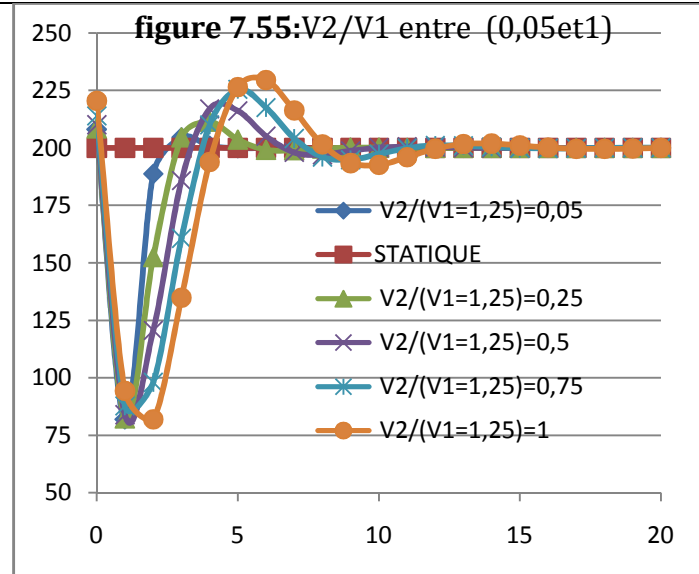


Tableau 2 : Réseau en acier de rang 2 Etude comparative des charges du réseau non enterré et sans pertes de charge selon les rapports des célérités d'onde entre les tronçons.

Réseau de rang 2 les charges H(i) au niveau de la pompe (C1 : la célérité d'onde au niveau du tronçon pompe-nœud ; C2 : la célérité d'onde au niveau de nœud-réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec V1=V2=1,25 m/s

Réseau de rang 2 les charges H(i) au niveau de nœud (C1 : la célérité d'onde au niveau du tronçon pompe-nœud ; C2 : la célérité d'onde au niveau de nœud-réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec V1=V2=1,25 m/s

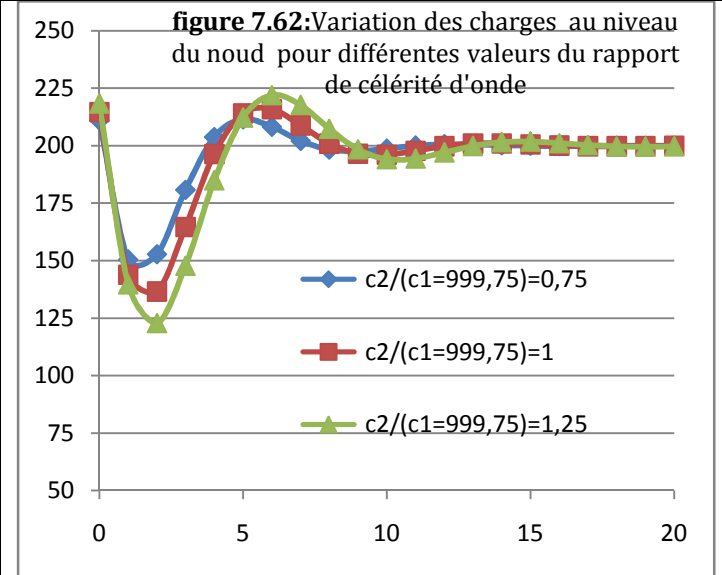
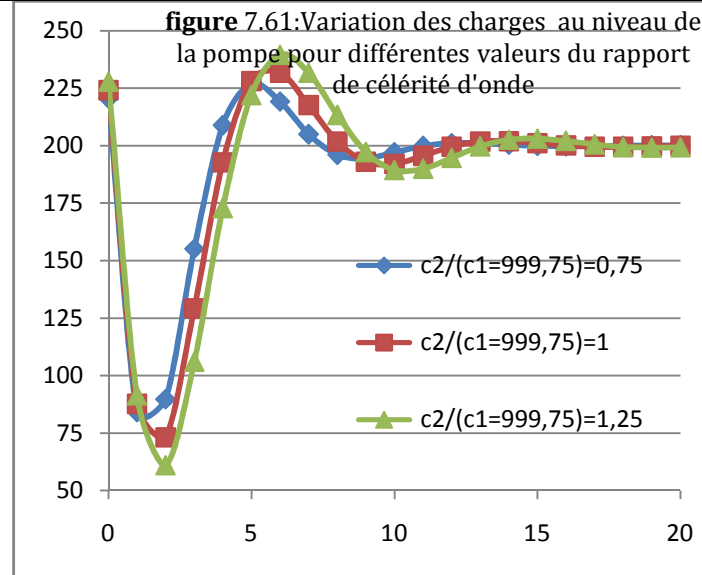


Tableau 3 : Réseau en acier de rang 2 Etude comparative des charges du réseau non enterré et sans pertes de charge selon différentes valeurs du débit

Réseau de rang 2 la charge H(i) au niveau de la pompe (Q1 : le débit au niveau du tronçon pompe-nœud) Pour une conduite non enterré en acier avec V1=V ; C1=C2=1023 m/s

Réseau de rang 2 la charge H(i) au niveau du nœud (Q1 : le débit au niveau du tronçon pompe-nœud) Pour une conduite non enterré en acier avec V1=V ; C1=C2=1023 m/s

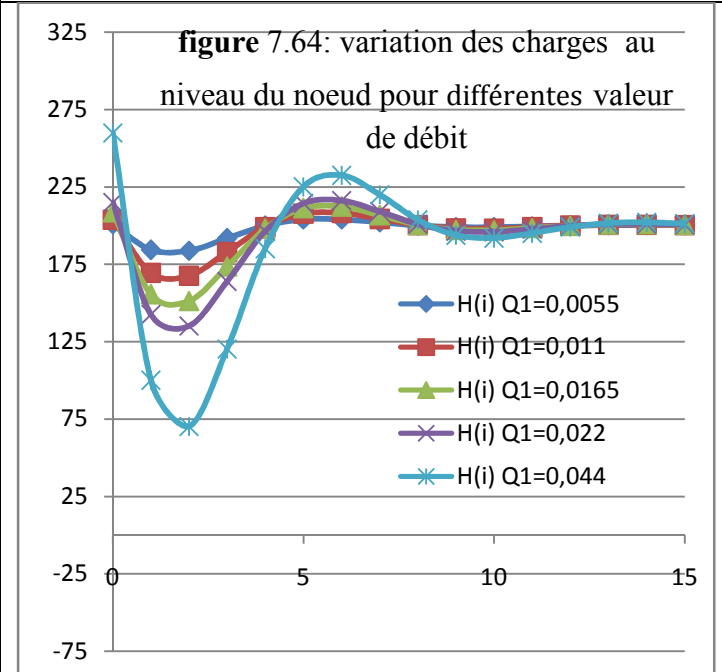
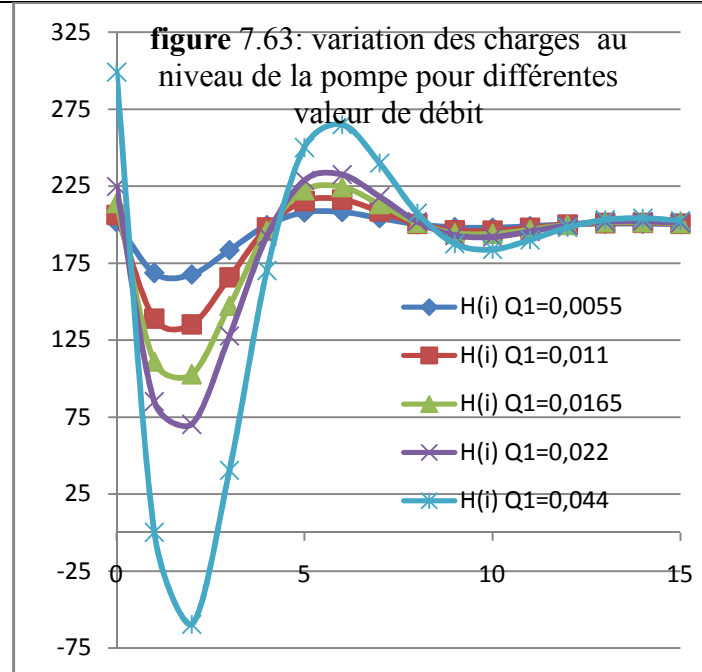


Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (noeud2-réservoir)

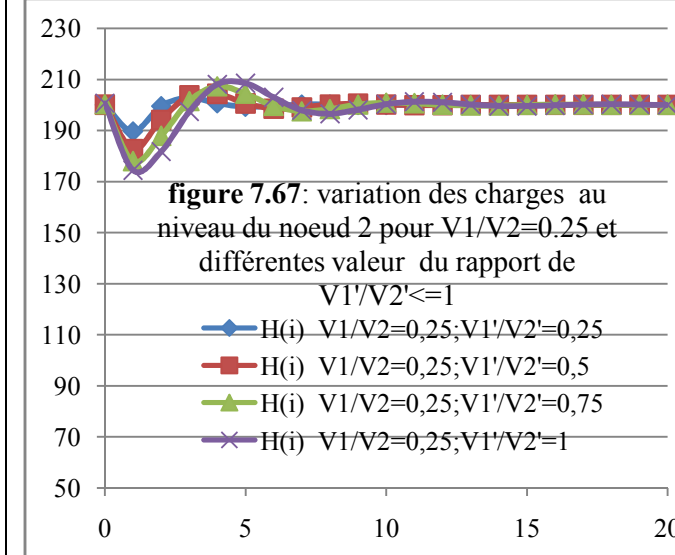
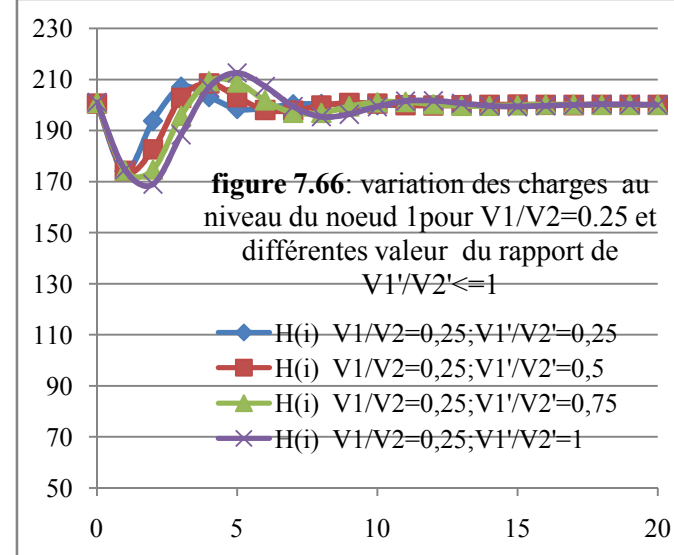
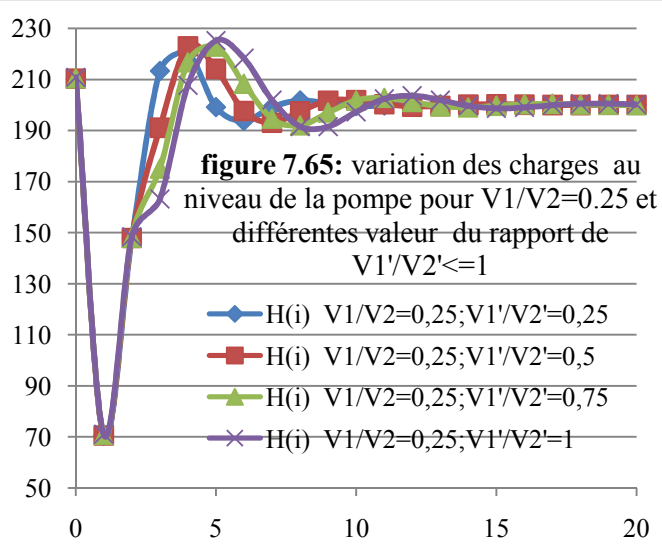
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-noeud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon noeud1- noeud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon noeud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

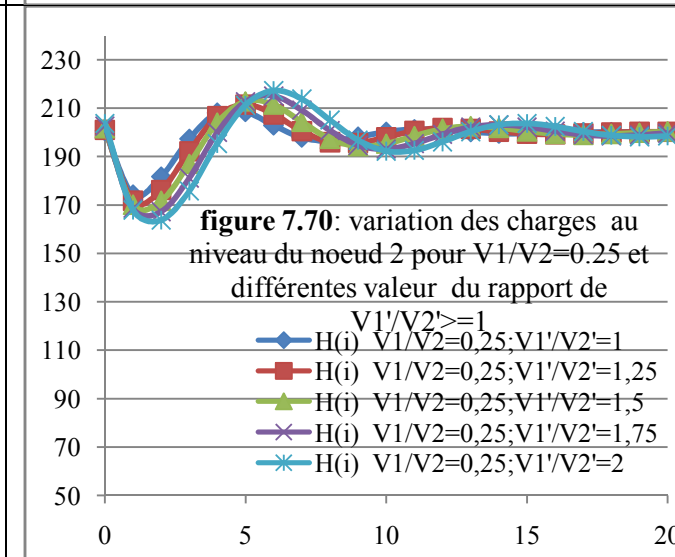
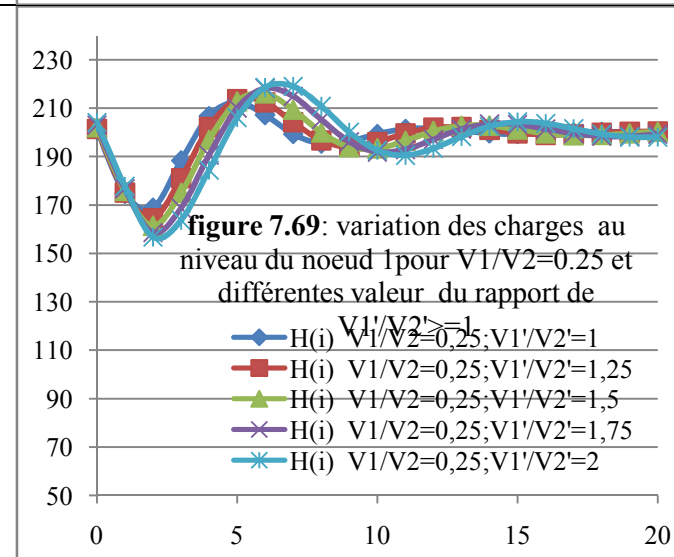
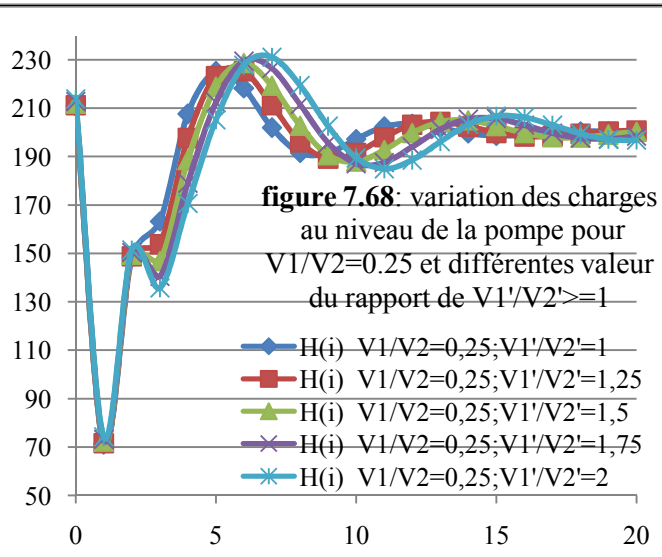
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du noeud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

1



2



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud2-réservoir)

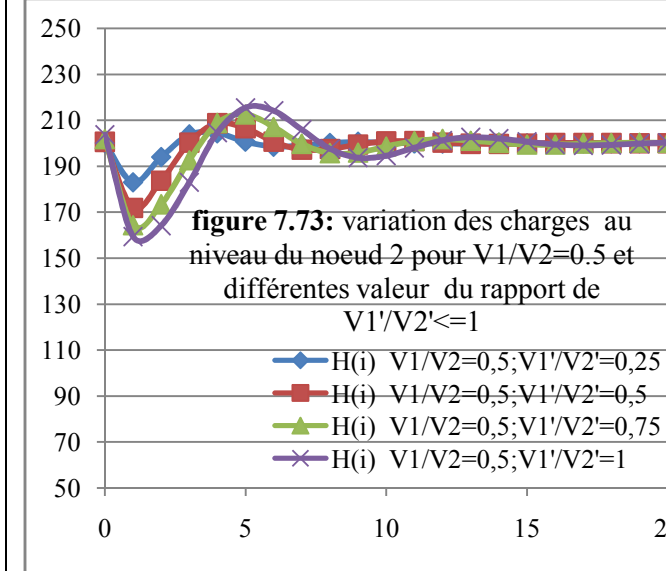
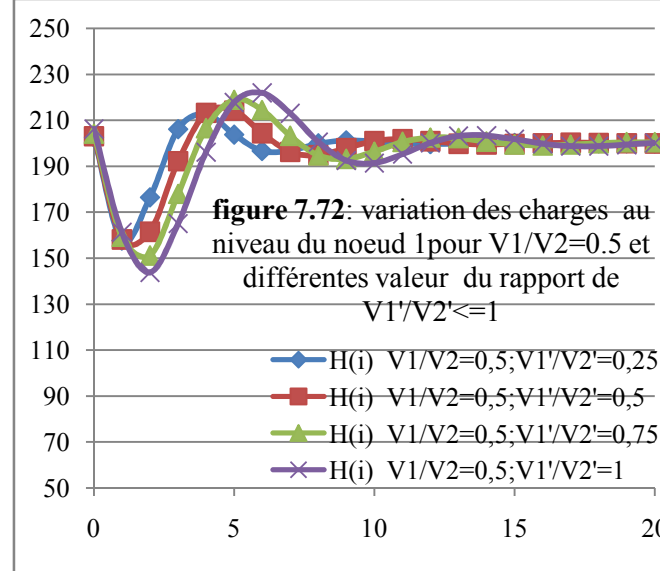
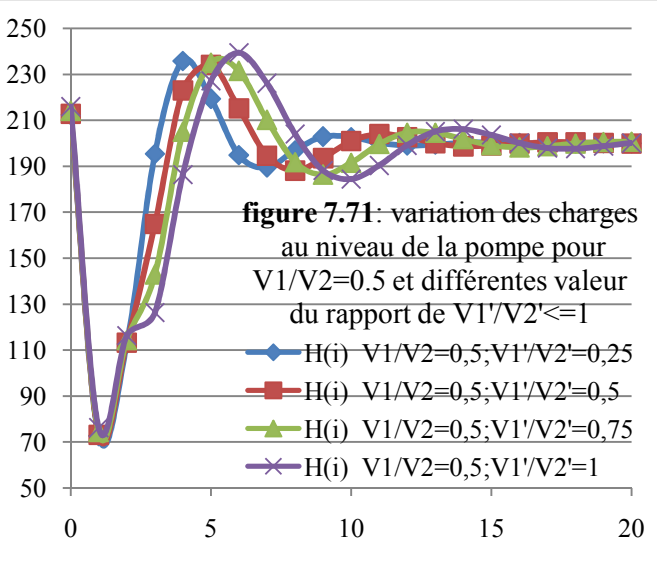
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau de du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1; noeud1-noeud2; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

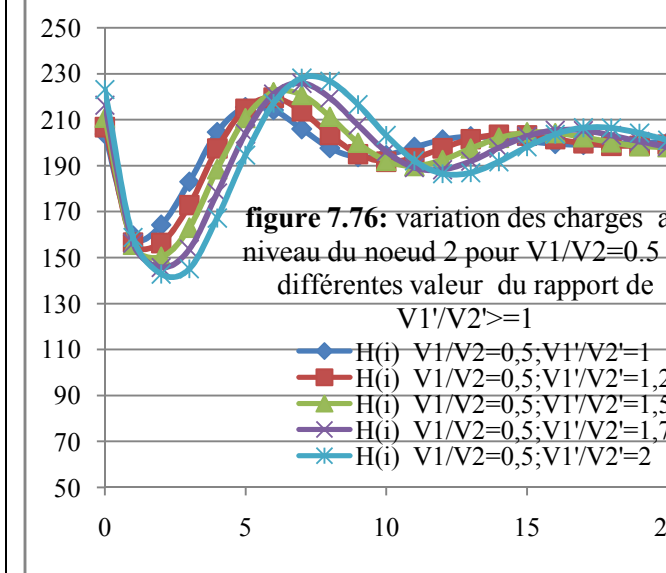
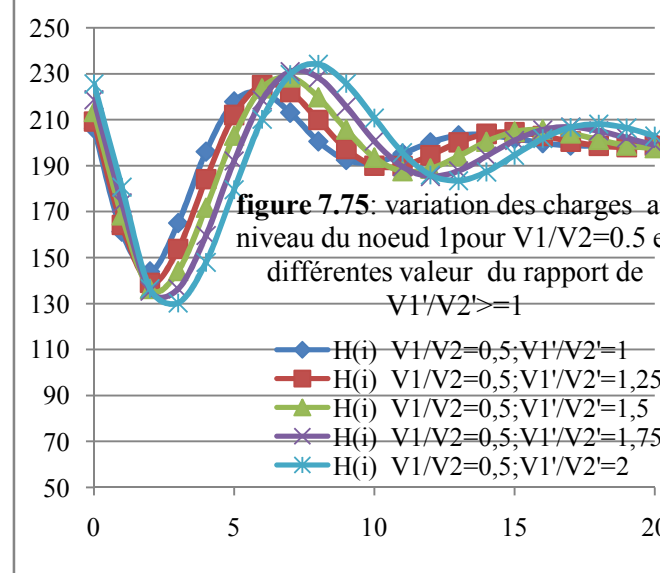
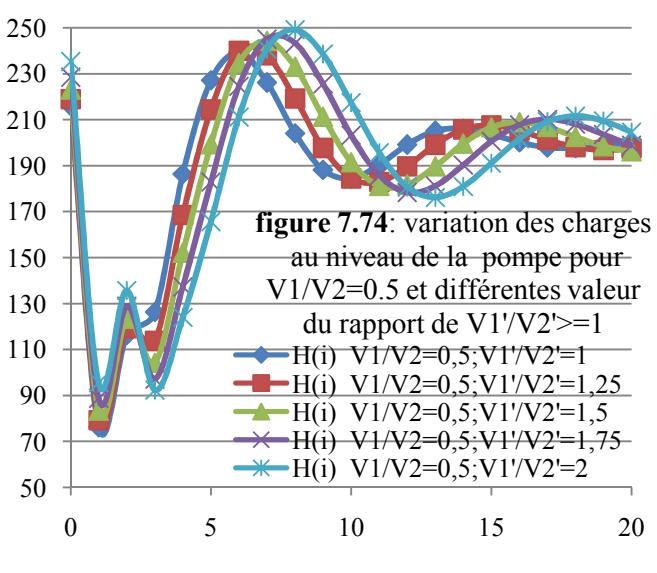
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

3



4



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (noeud2-réservoir)

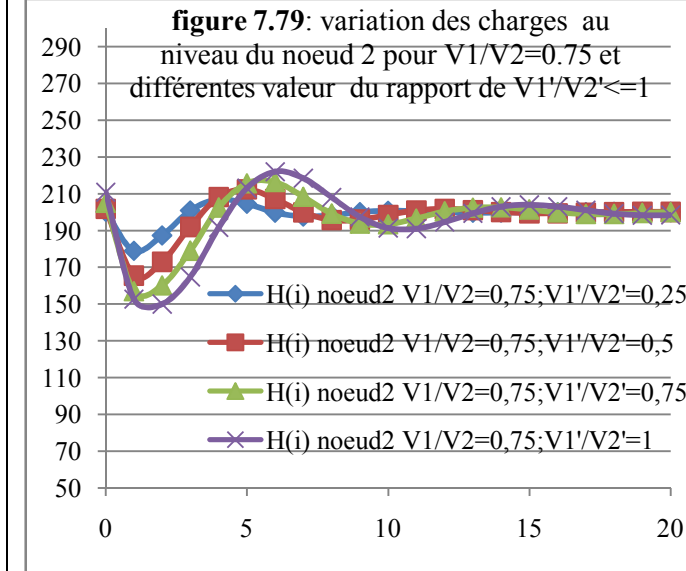
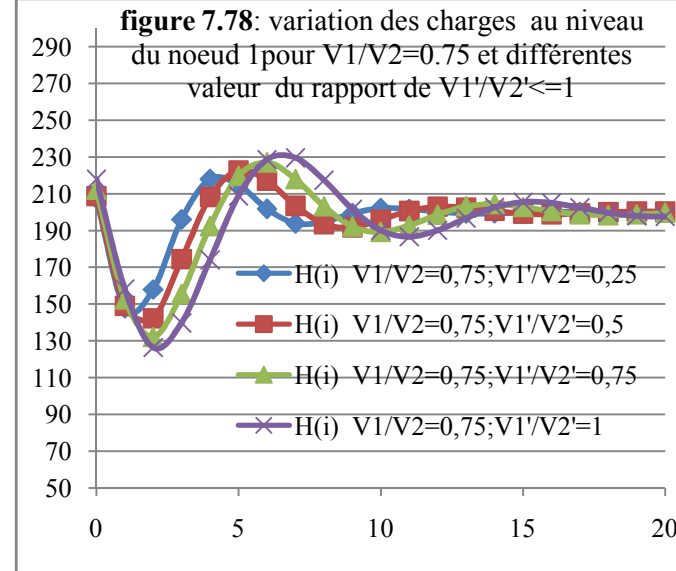
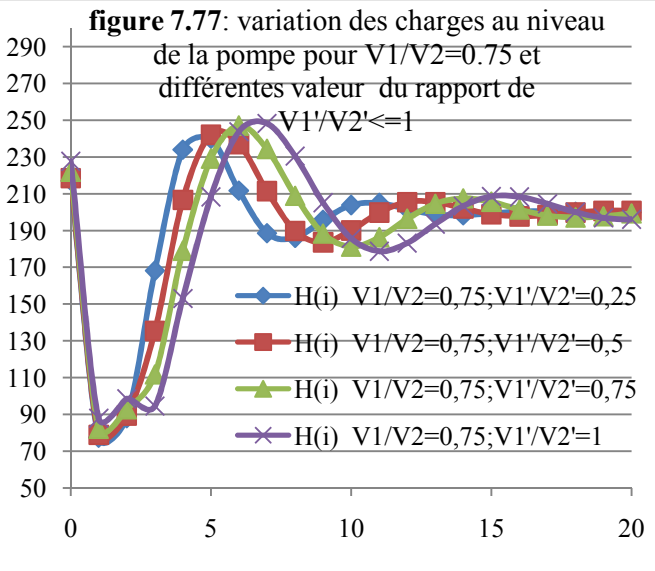
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-noeud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon noeud1- noeud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon noeud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1; noeud1-noeud2; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

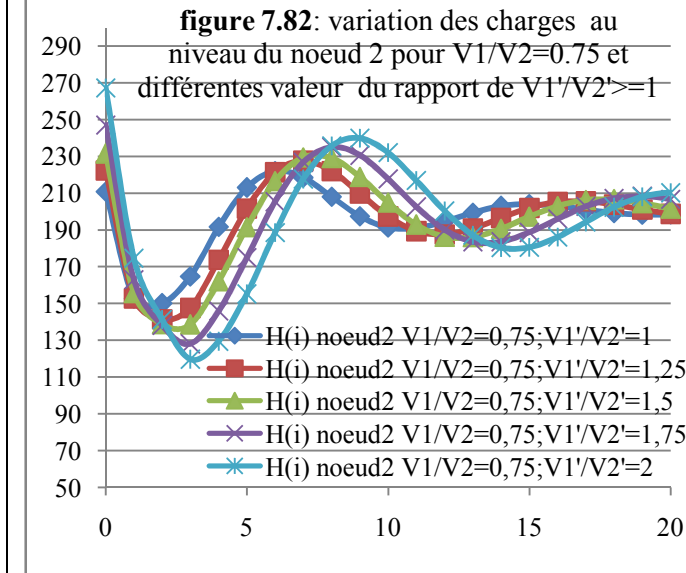
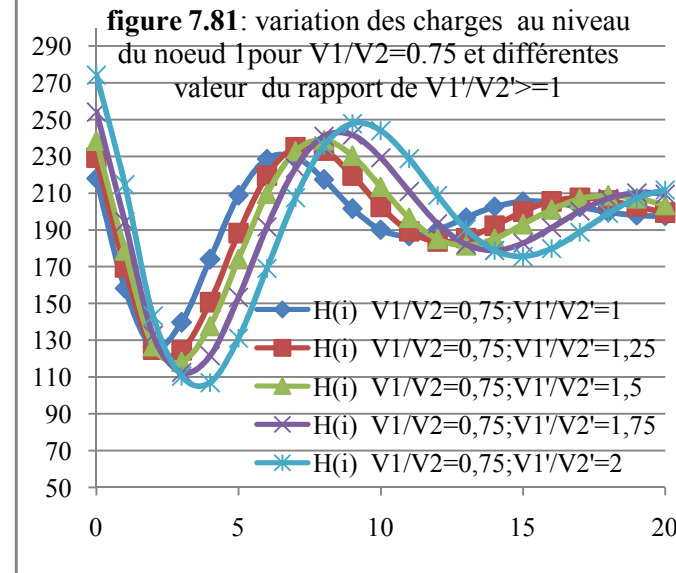
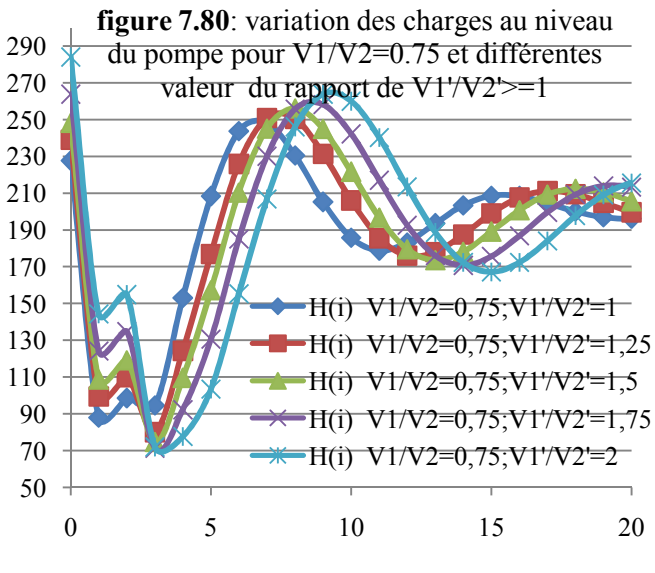
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du noeud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

5



6



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (noeud2-réservoir)

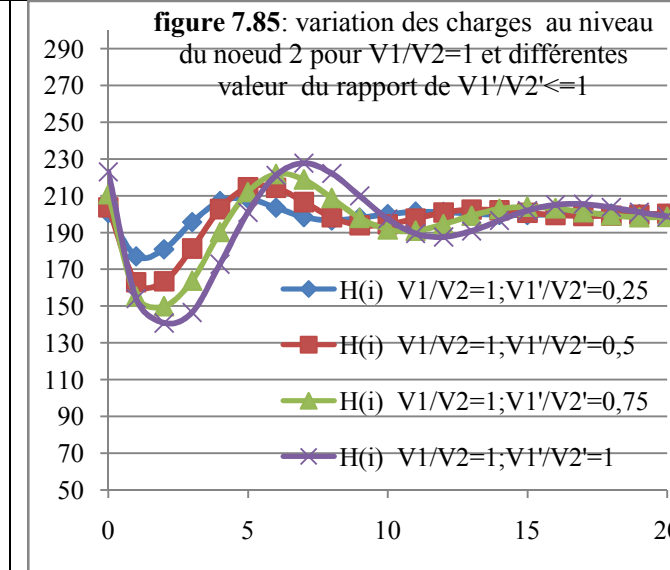
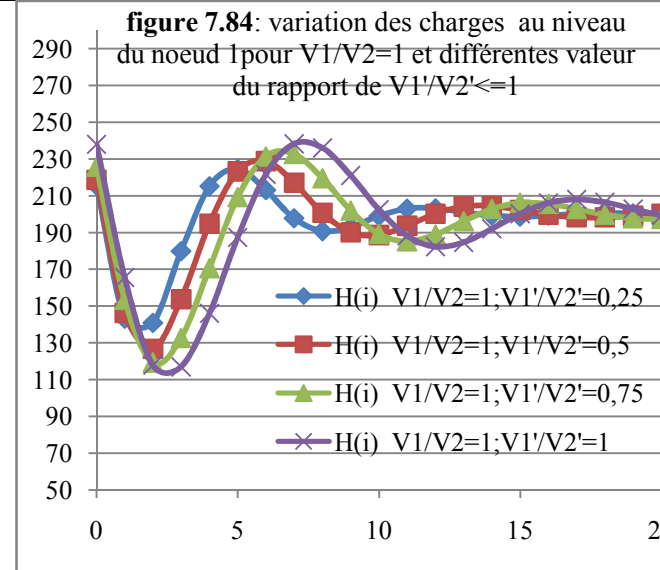
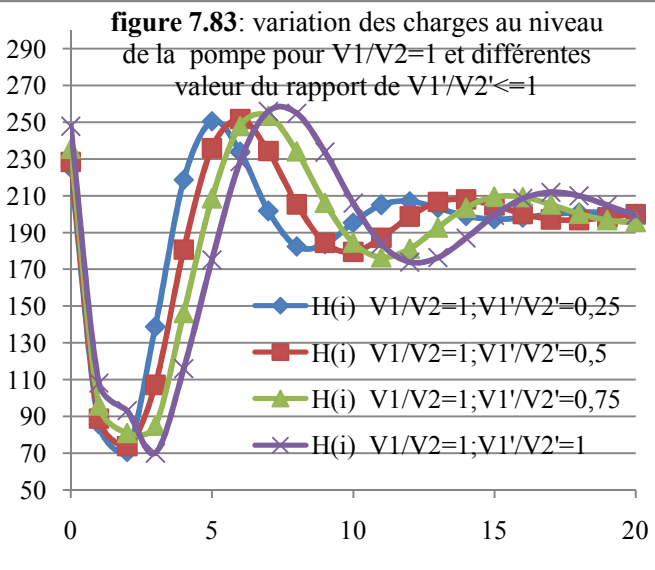
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-noeud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon noeud1- noeud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon noeud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

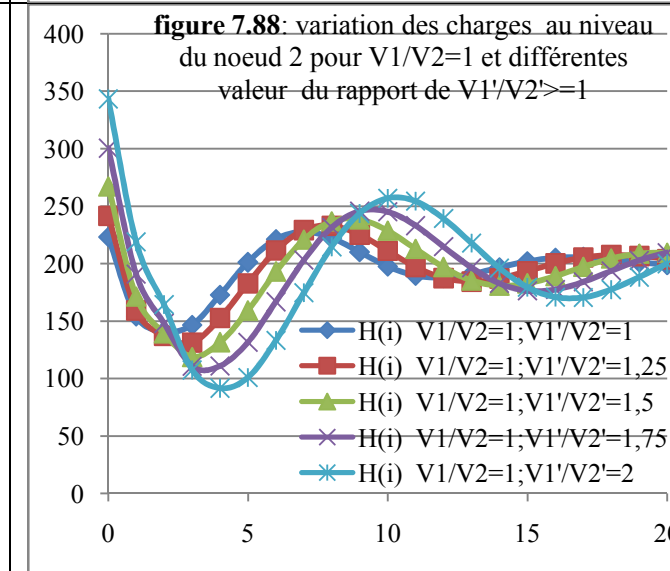
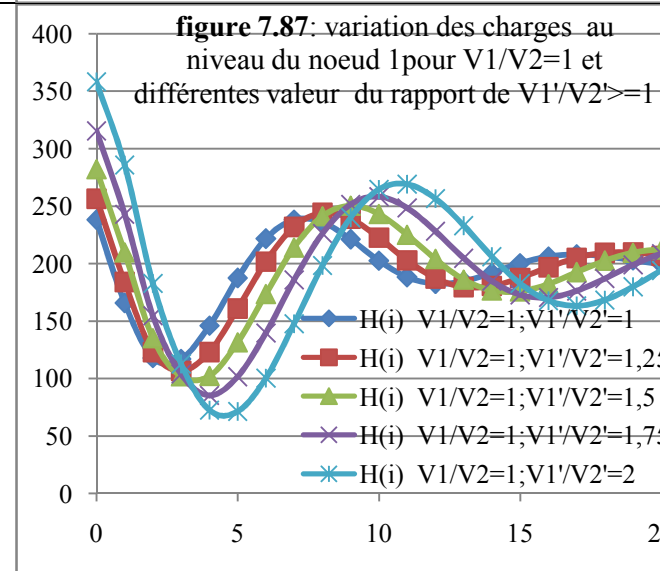
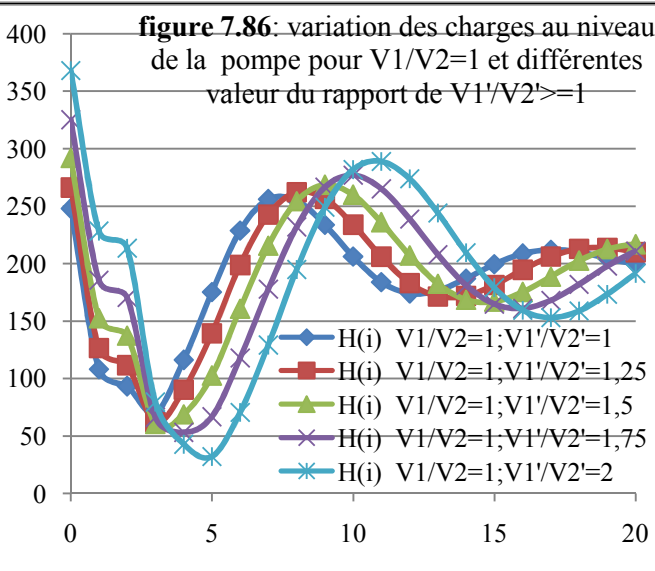
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du noeud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

7



8



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud2-réservoir)

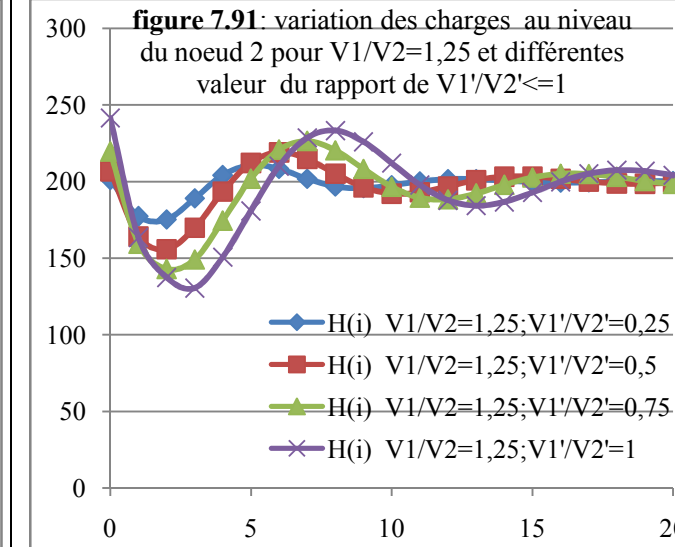
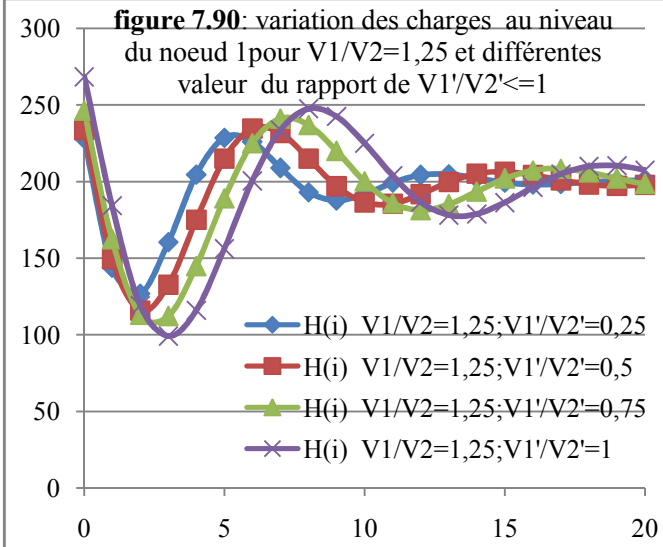
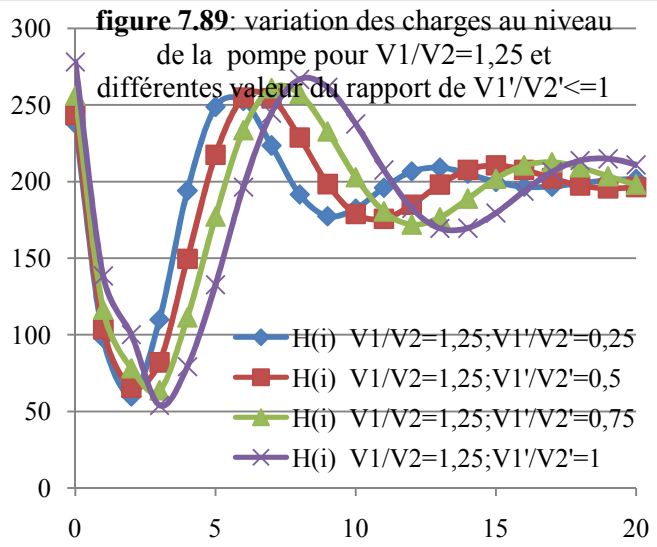
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1; noeud1-noeud2; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

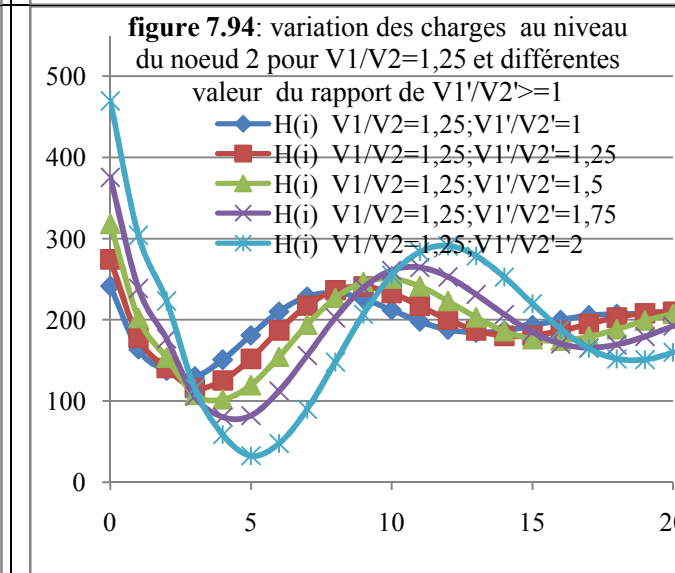
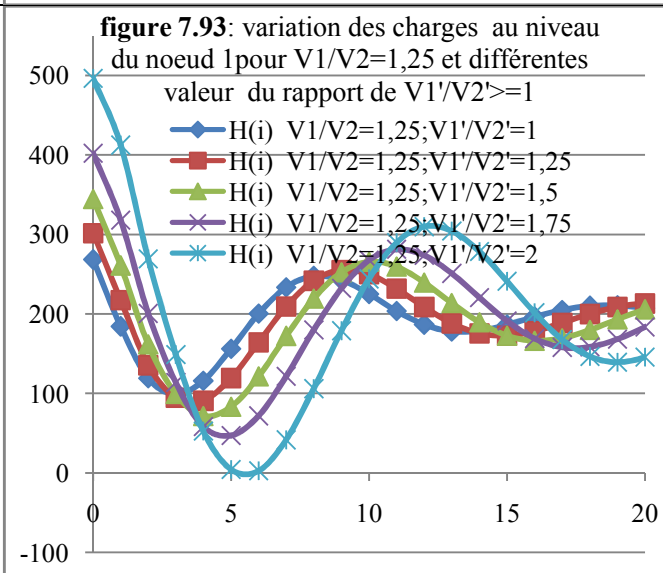
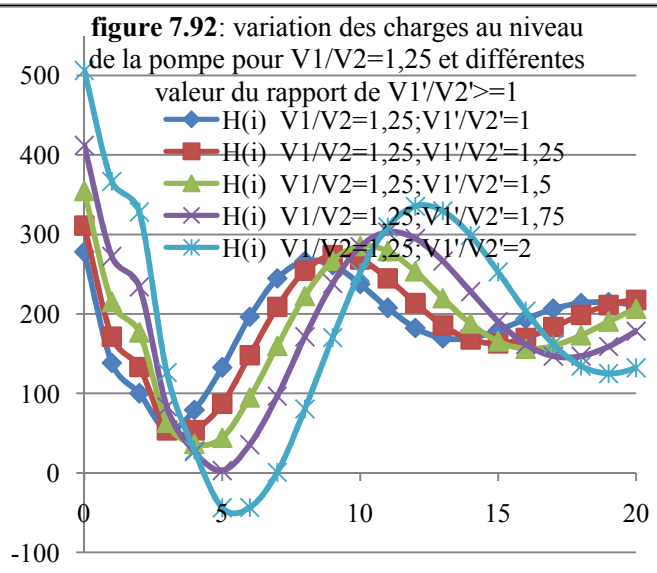
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

9



10



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud2-réservoir)

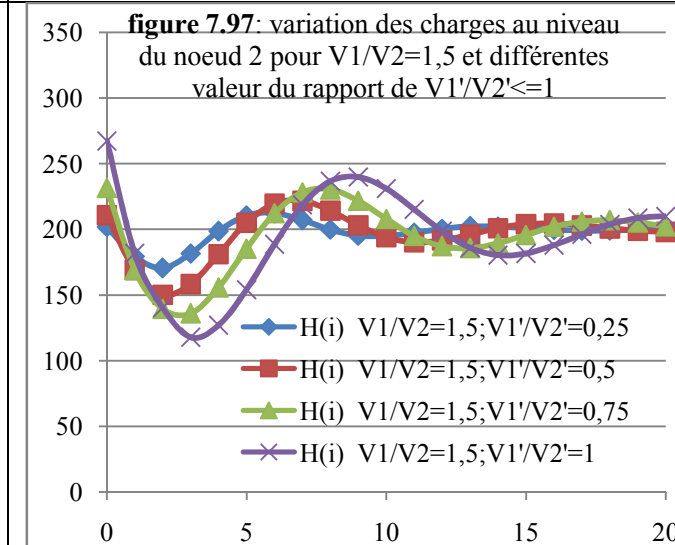
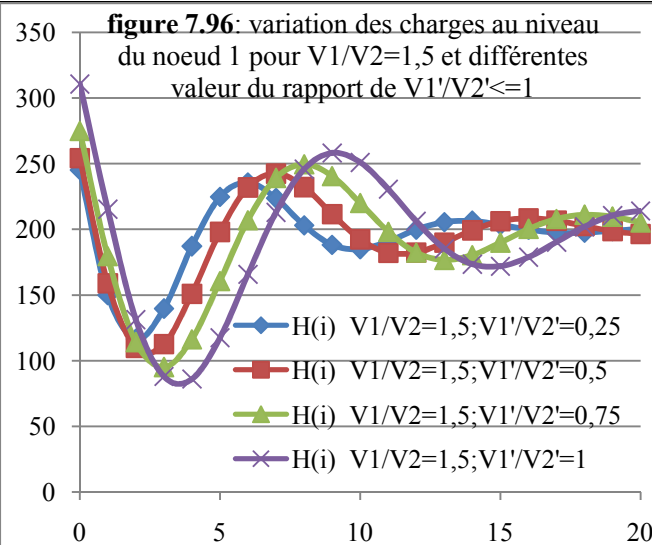
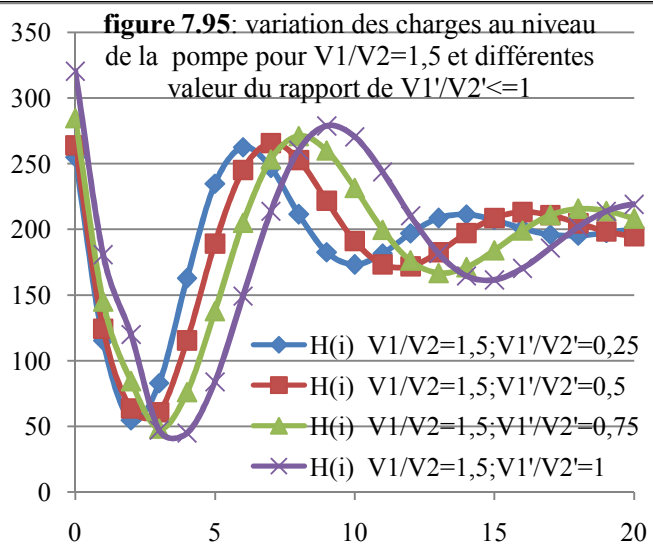
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

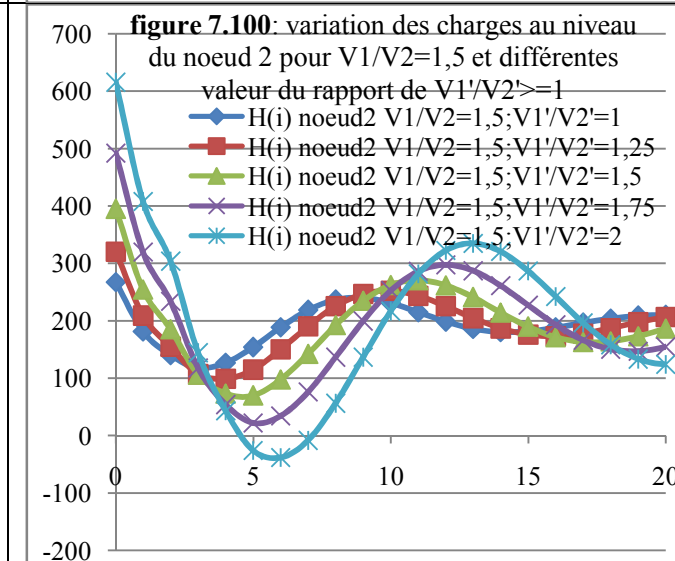
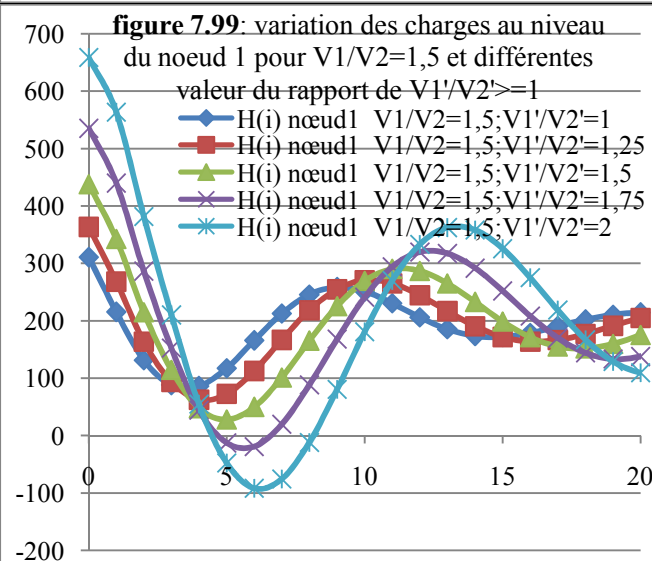
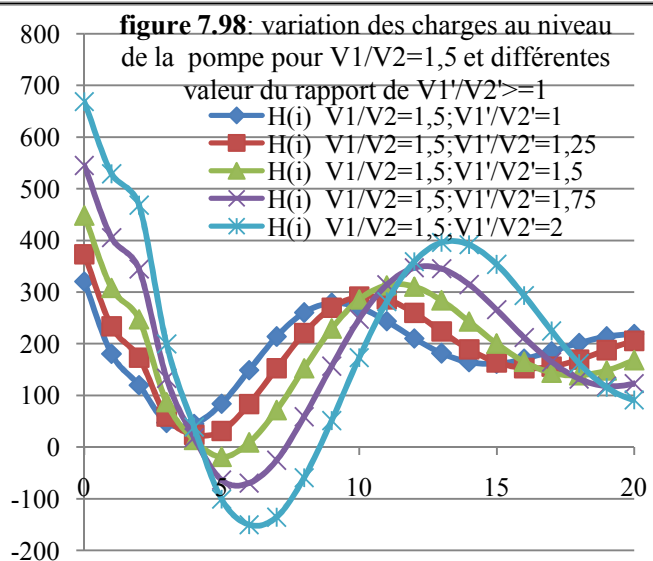
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

11



12



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud2-réservoir)

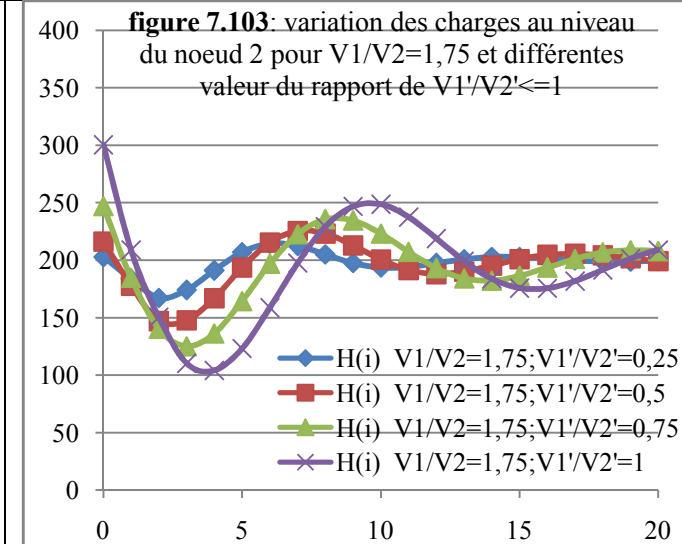
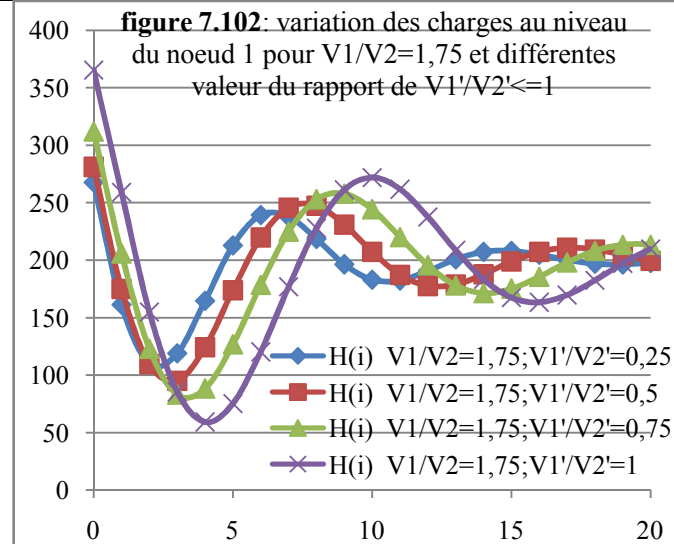
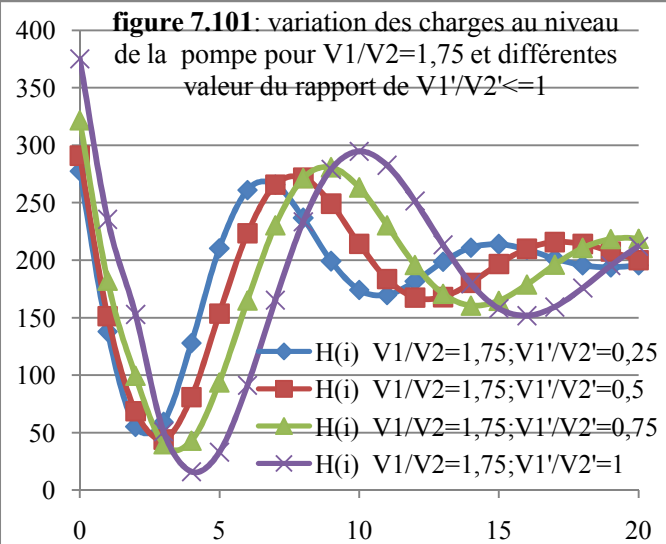
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

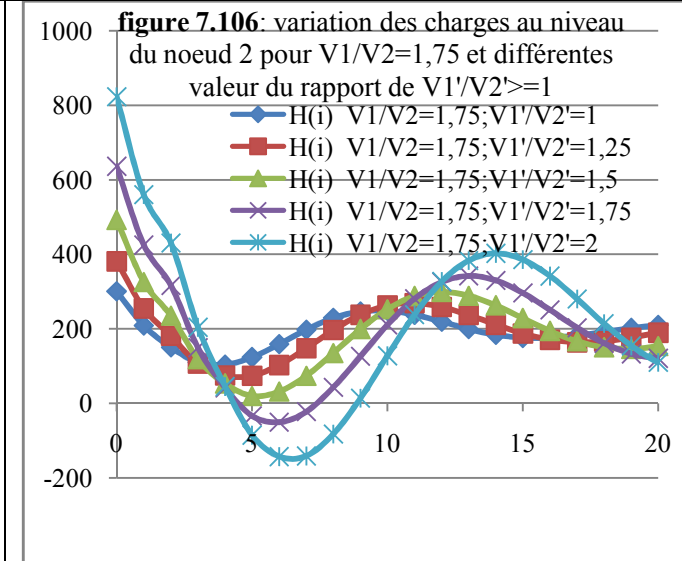
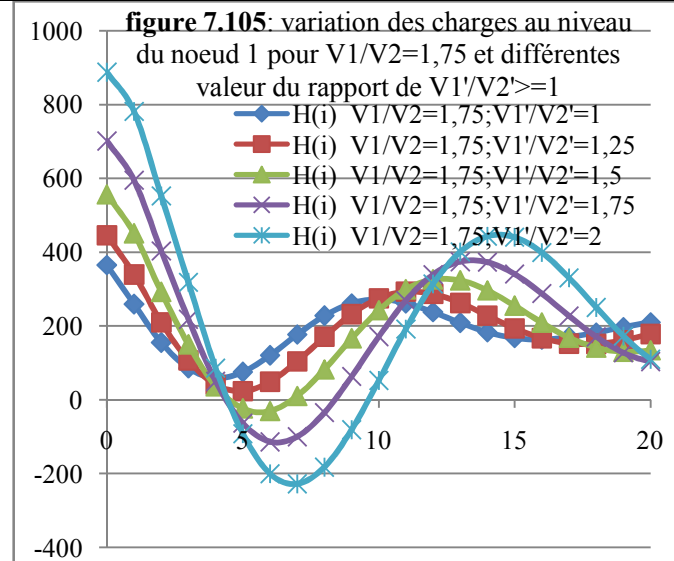
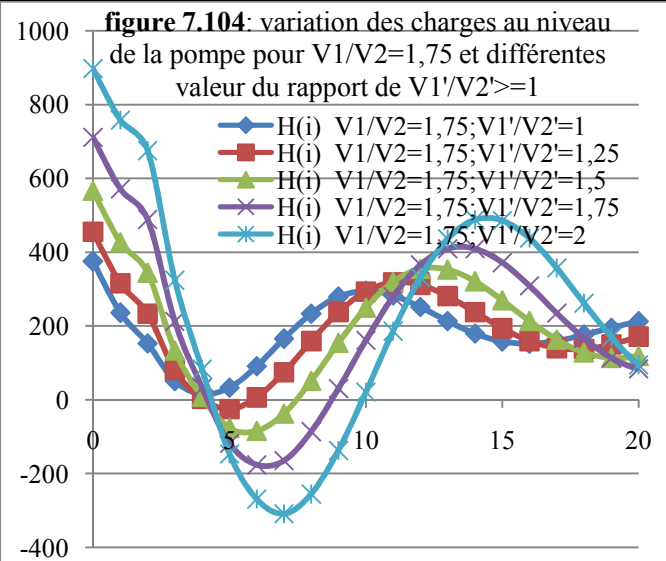
Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

13



14



Suite Tableau 4 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges ca de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud2-réservoir)

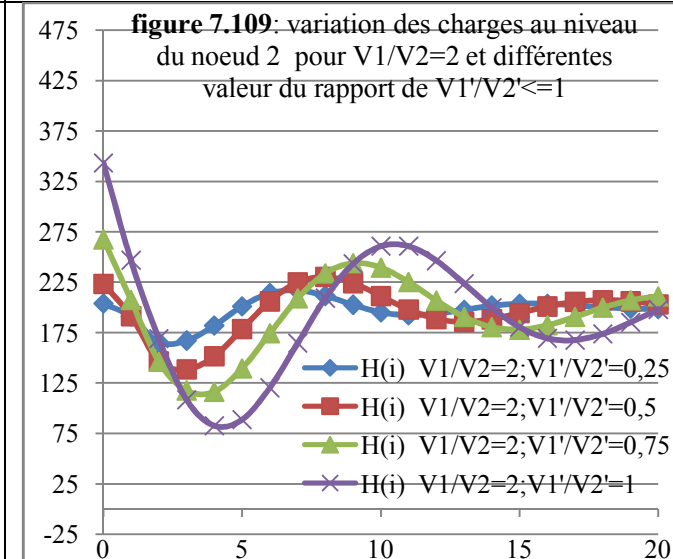
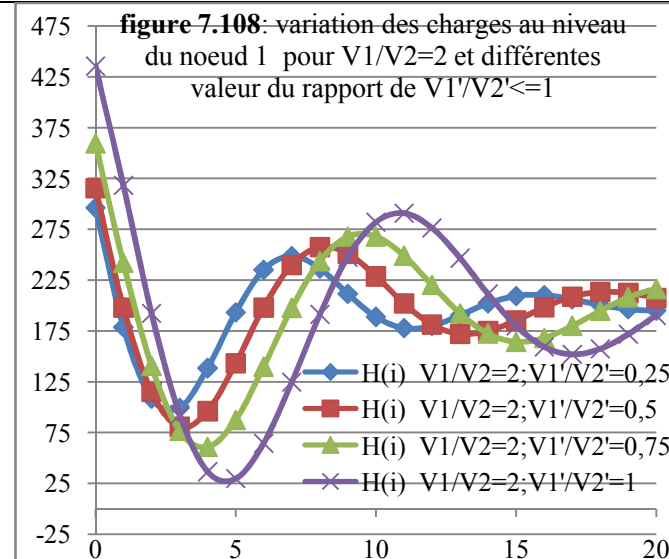
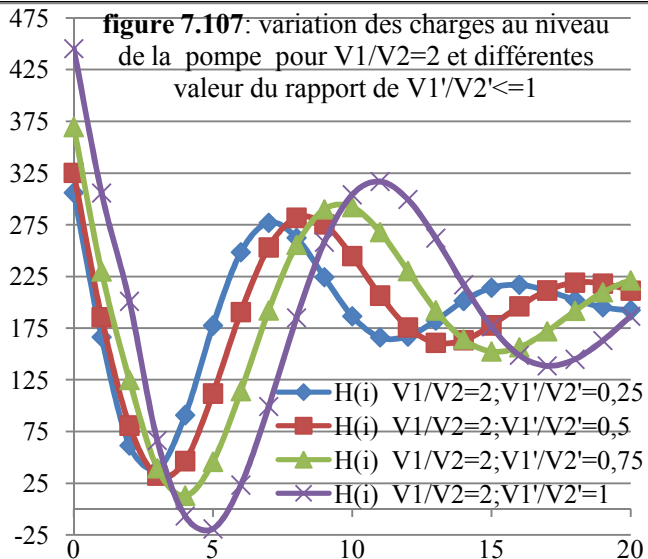
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

15



16

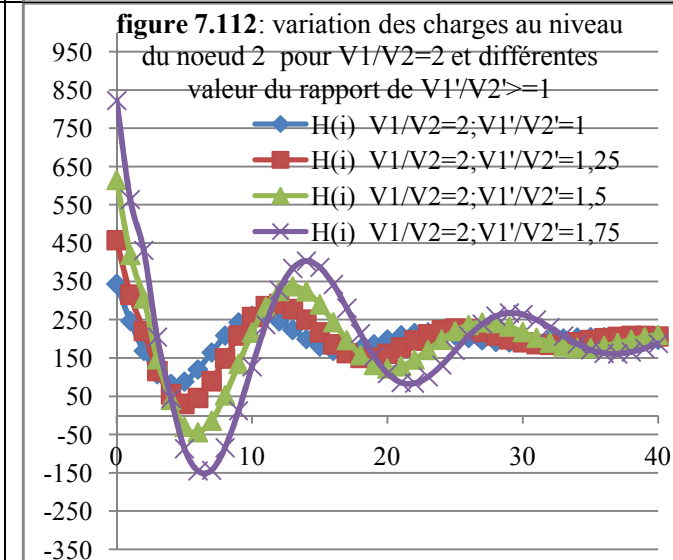
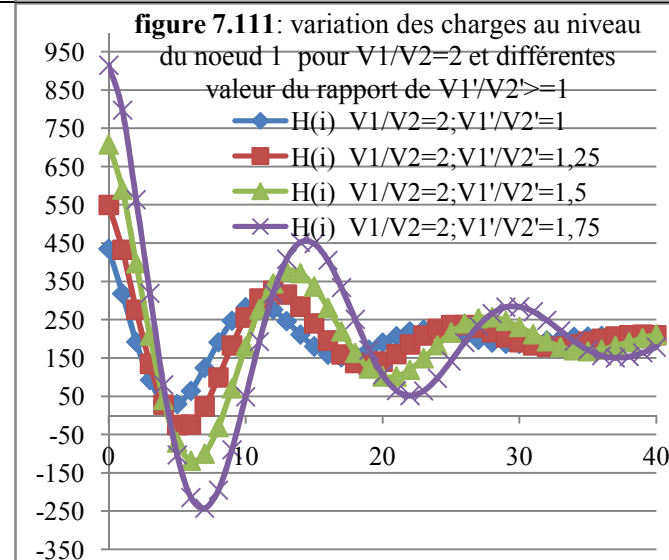
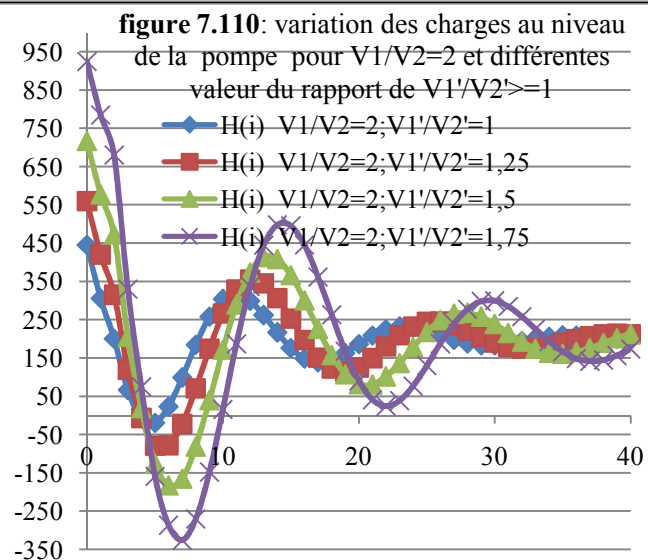
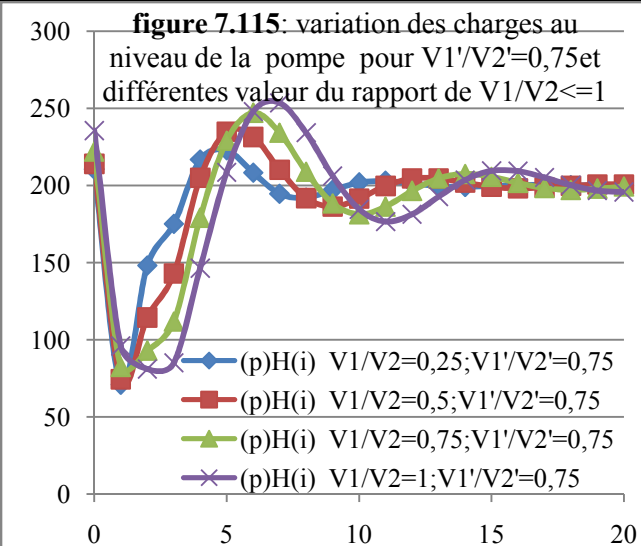
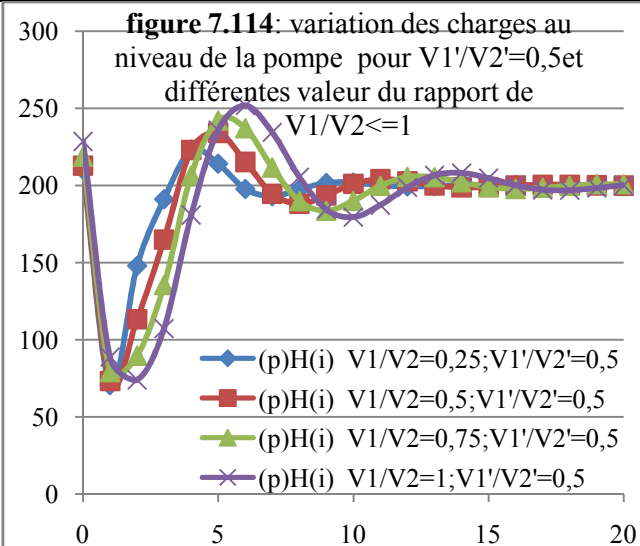
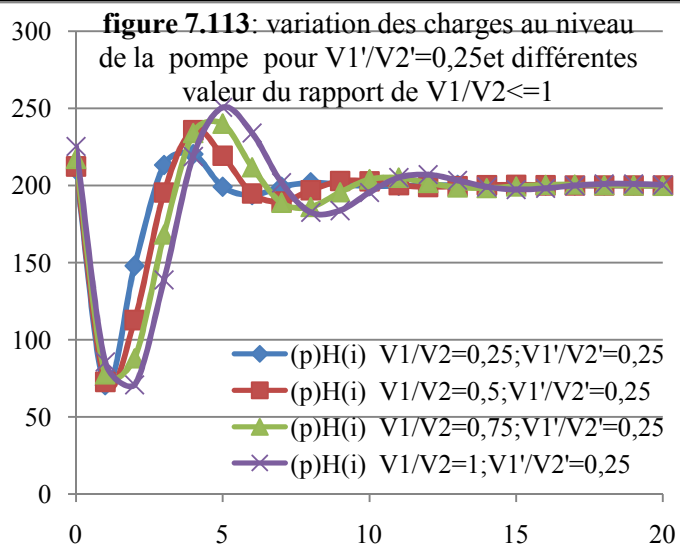


Tableau 5: Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud1-nœud2)

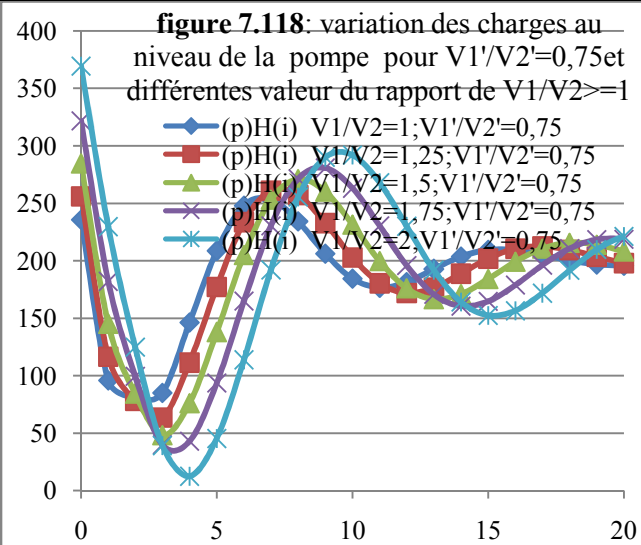
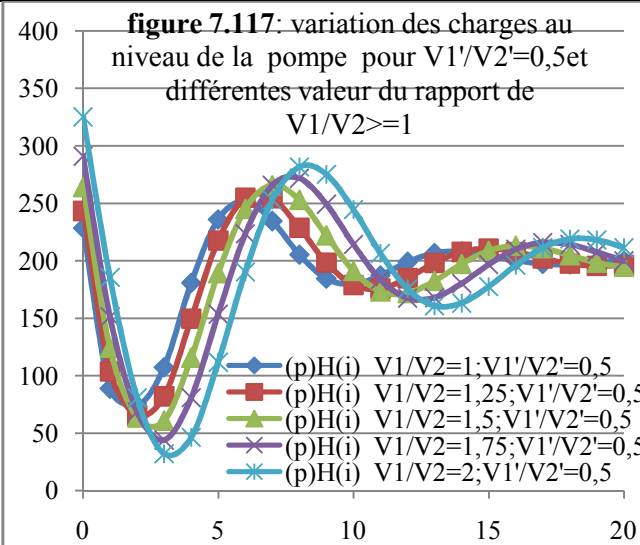
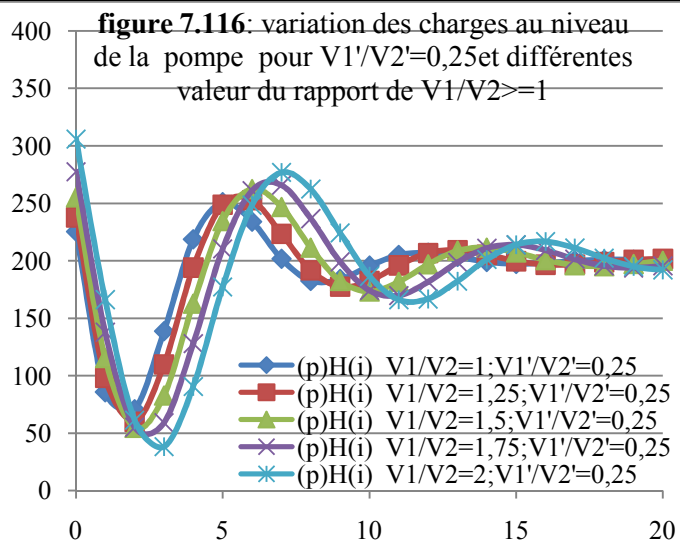
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1- nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023 \text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

1



2

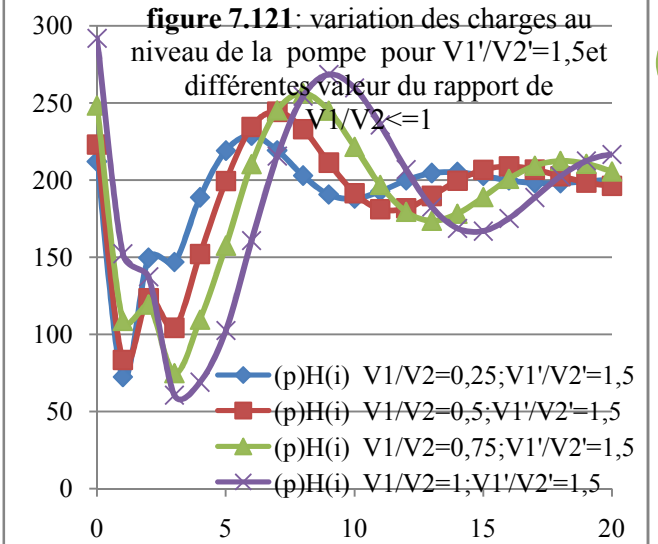
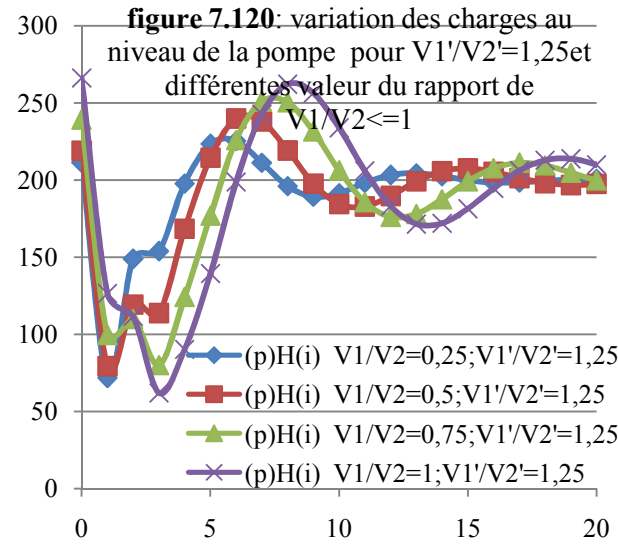
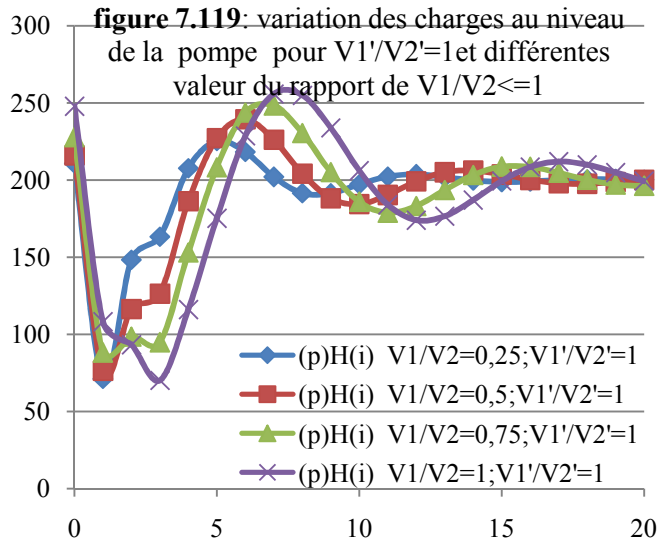


Suite Tableau 5 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud1-nœud2)

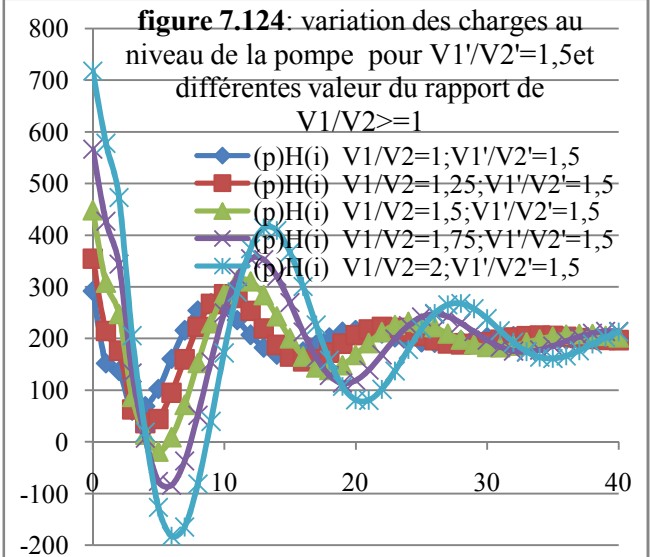
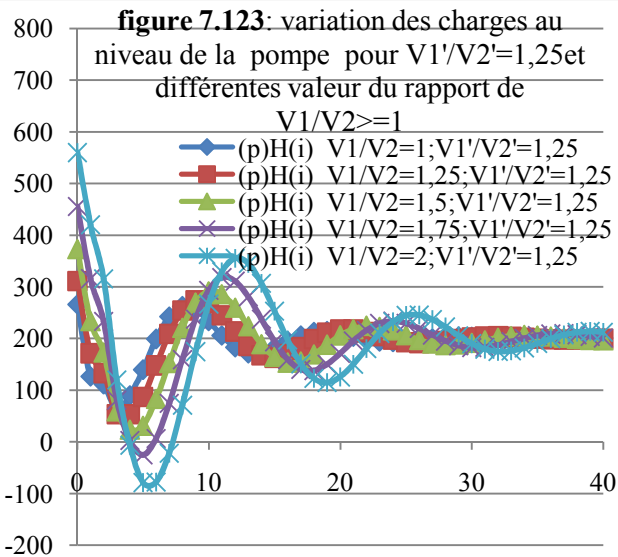
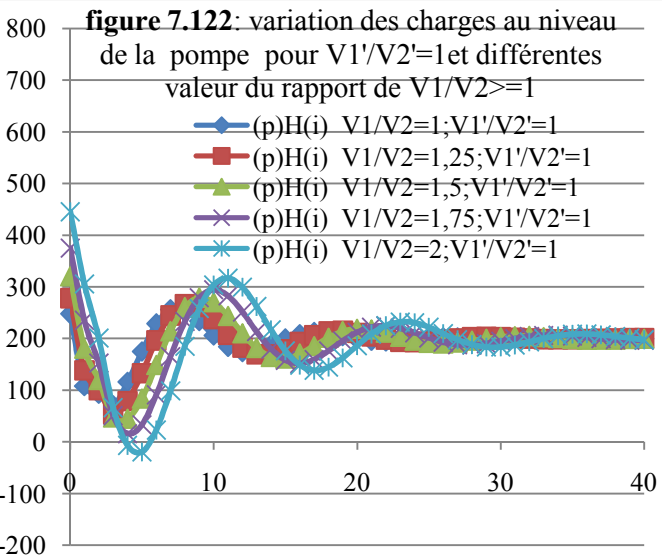
Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023\text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

3



4

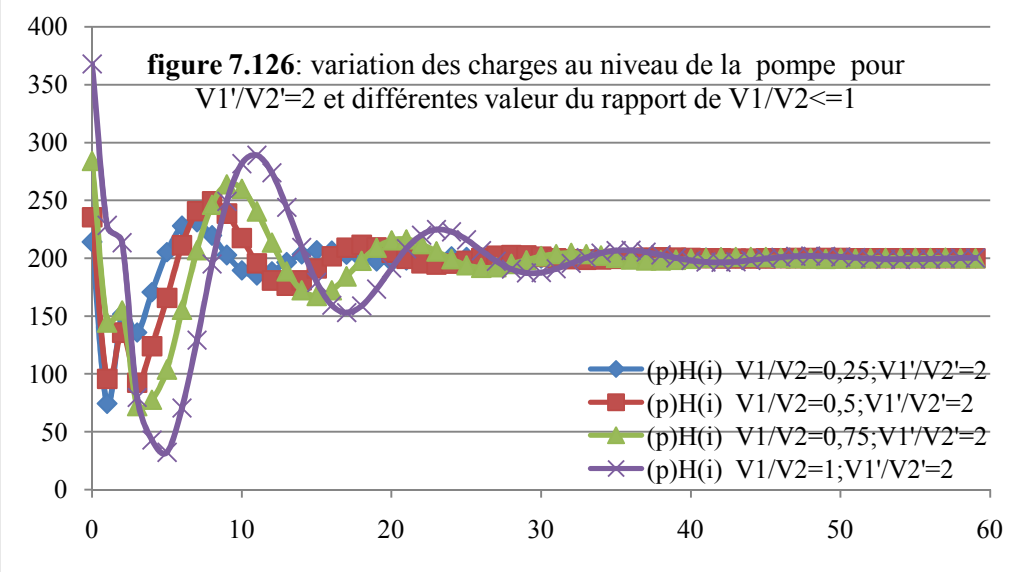
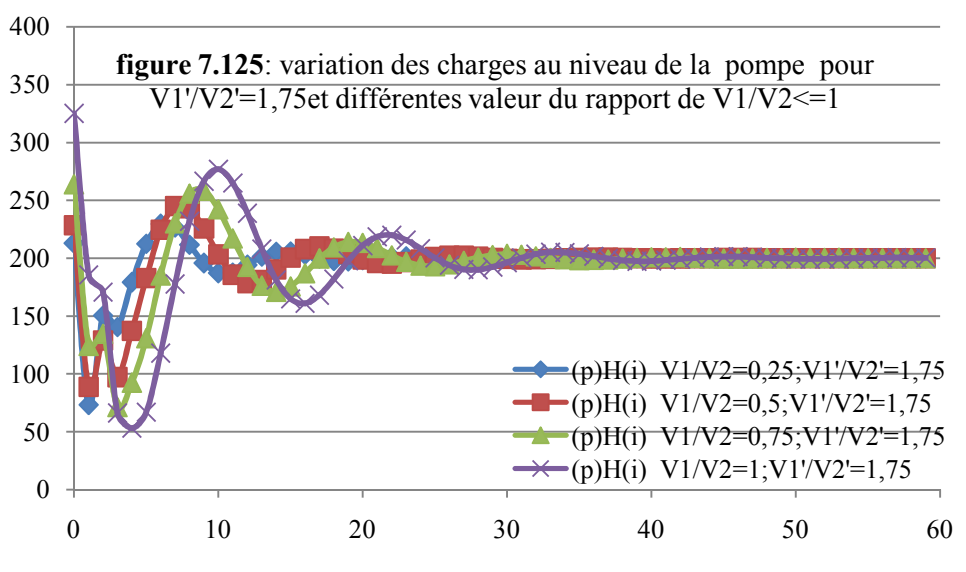


Suite Tableau 5 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des vitesses entre les tronçons (nœud1-nœud2)

Réseau de rang 3 ($V_2=1,25\text{m/s}$; $D_2=150\text{mm}$: vitesse et diamètre au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; $V_1 = V_2'$: la vitesse au niveau du tronçon nœud1-nœud2 ; V_1' : la vitesse au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_2=C_1= C_3=1023\text{ m/s}$ (pompe-noeud1 ; noeud1-noeud2 ; noeud2-réservoir)

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe (m) / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

5



6

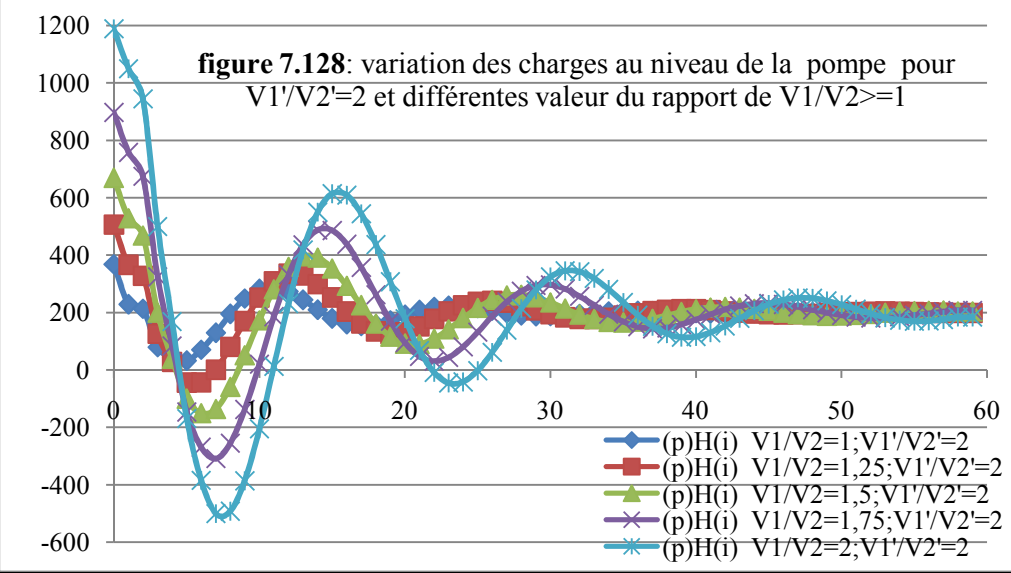
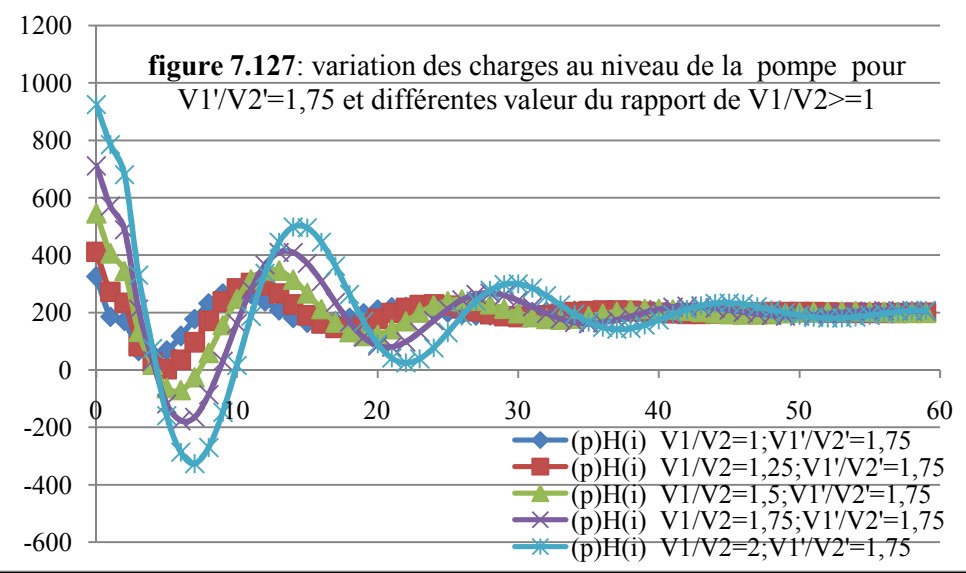


Tableau 6: Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des célérités des ondes entre les tronçons (nœud1-réservoir)

Réseau de rang 3 (C1 : la célérité d'onde au niveau du tronçon pompe-nœud1 ; C2 : la célérité d'onde au niveau du tronçon nœud1- nœud2 ; C3 : la célérité d'onde au niveau du tronçon nœud2- réservoir) Pour une conduite non enterré en acier avec C1=1000 m/s ($V_1= V_2= V_3$)

les charges H(i) au niveau de la pompe / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

les charges H(i) au niveau du noeud1 / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges H(i) au niveau du nœud 2 / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

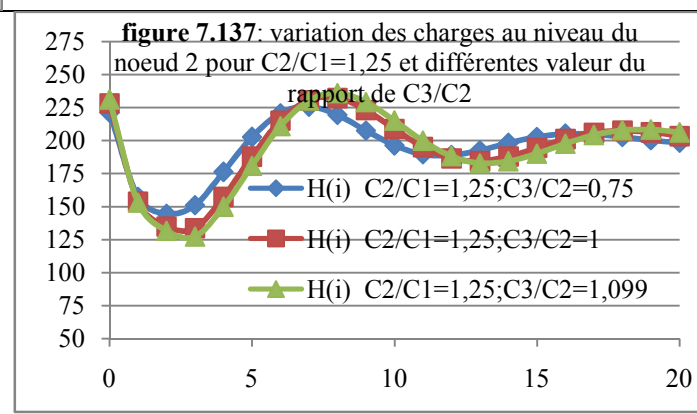
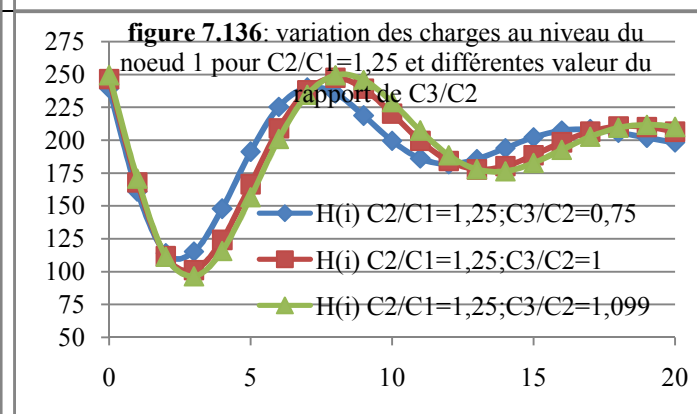
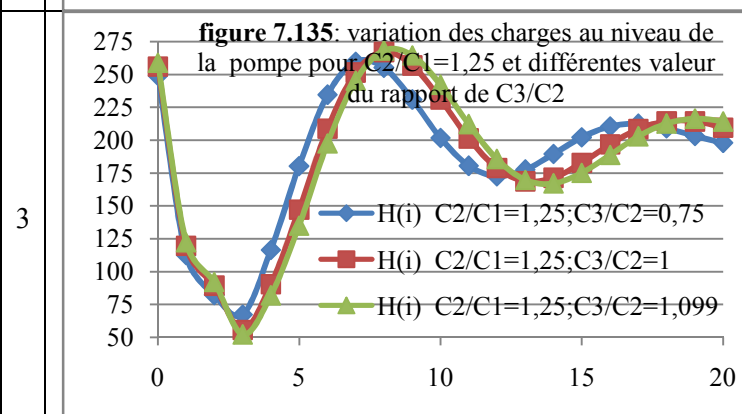
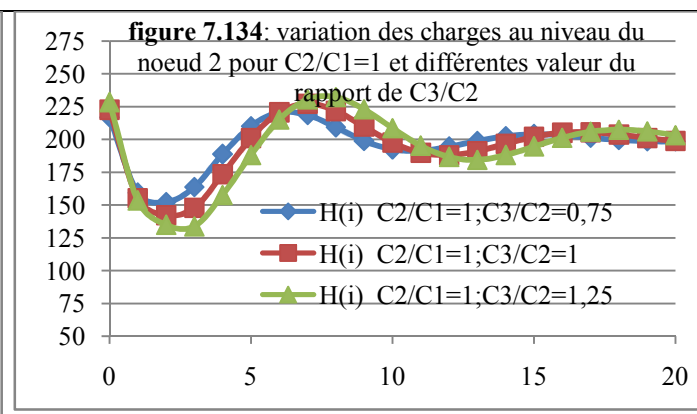
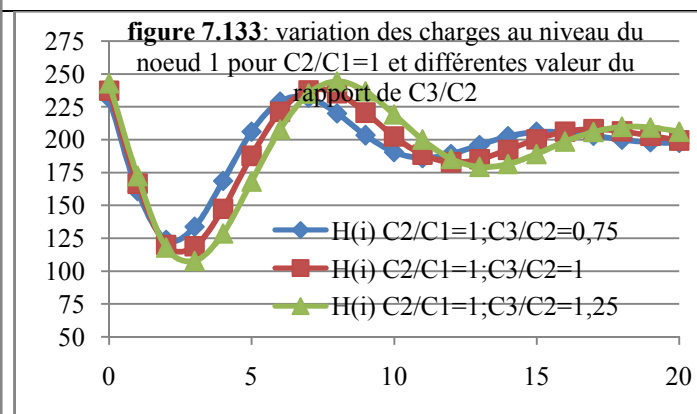
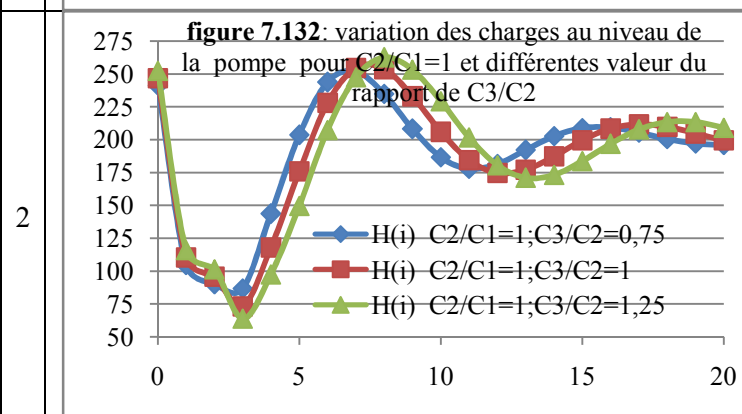
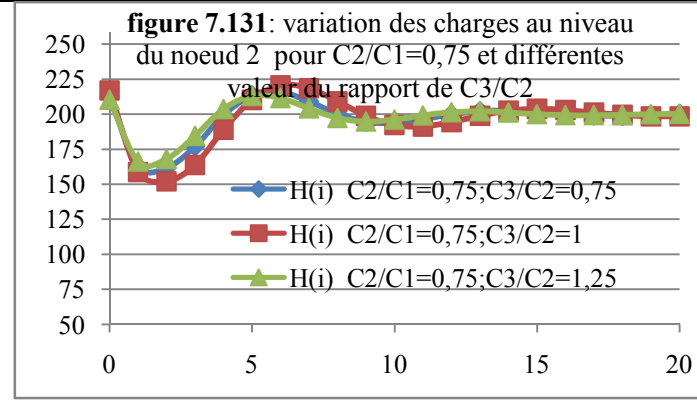
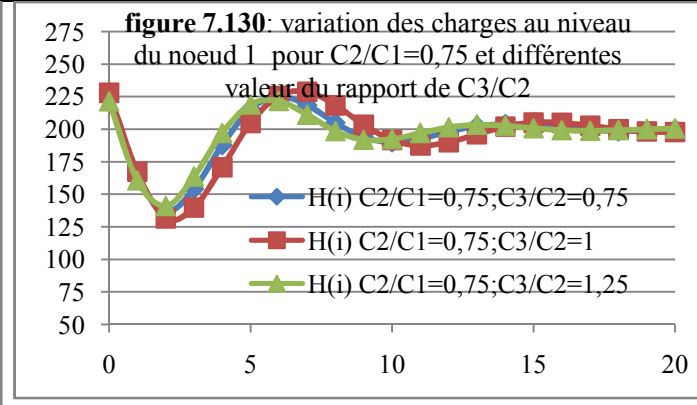
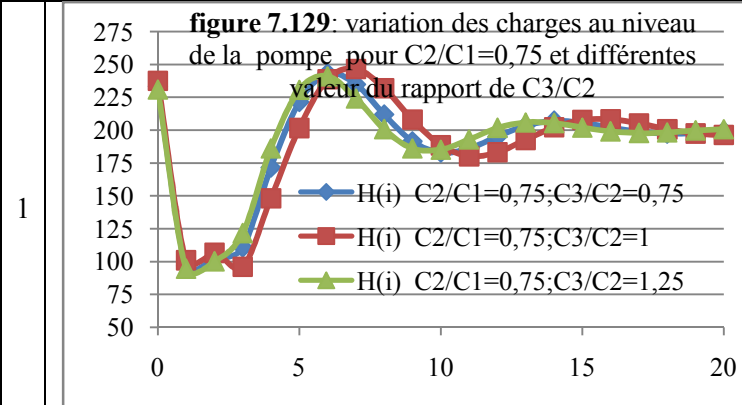


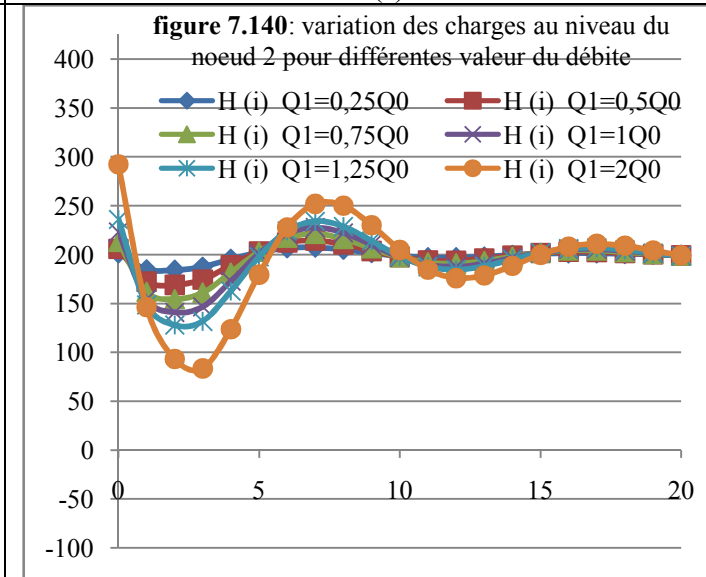
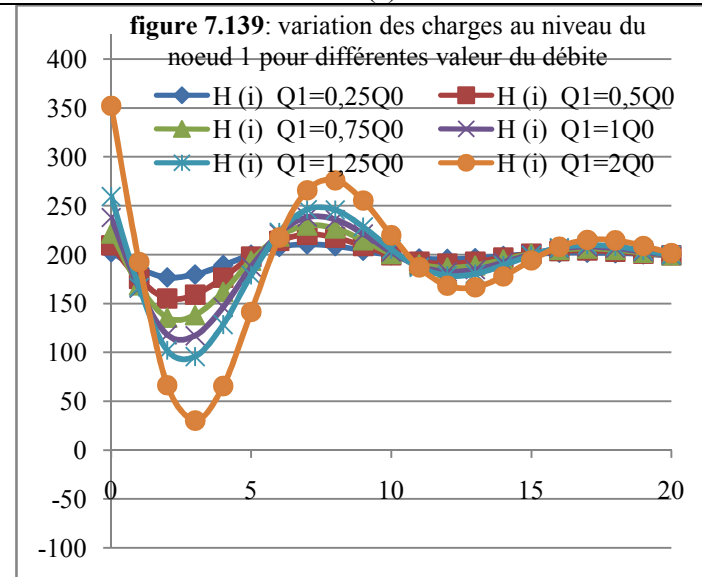
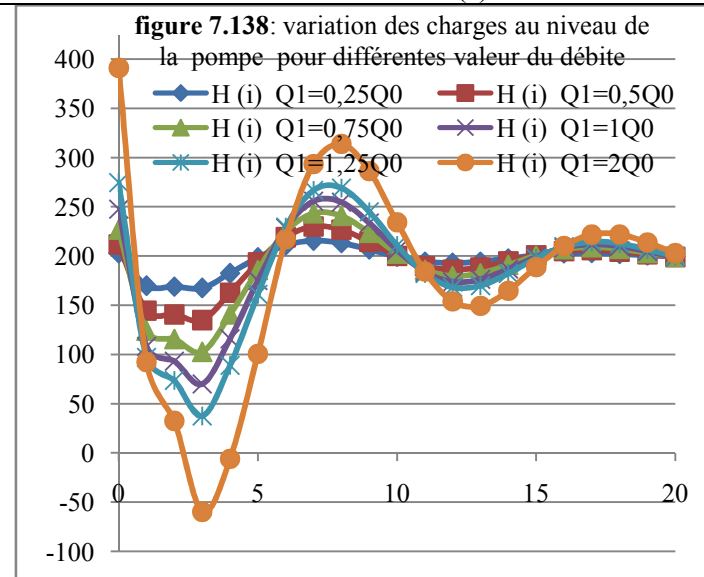
Tableau 7 : Réseau en acier de rang 3 Etude comparative des charges cas de réseau non enterré sans pertes de charge selon les rapports des valeurs du débit

Réseau de rang 3 ($Q_1, Q_0=22$ l/s : le débit au niveau du tronçon pompe-nœud1) Pour une conduite non enterré en acier avec $C_1=C_2=C_3=1023$ m/s ; $V_1=V_2=V_3$; $D_1=150$ mm; $D_2=106$ mm; $D_3=75$ mm;

Les charges $H(i)$ au niveau de la pompe / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

les charges $H(i)$ au niveau du noeud1 / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)

Les charges $H(i)$ au niveau du nœud 2 / temps d'aller retour de la célérité d'onde (s)



Annexe 03

ANNEXE 3

Tableau 6.2 : étude de propagation d'une onde dans une conduite comporte un rétrécissement:

Etapes	temps	Valeurs des ondes	La charge	schéma
1	$0 \rightarrow \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^1 = O_1 \\ O_2^1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^1 = P_0 - O_1 \\ H_2^1 = P_0 \end{cases}$	
2	$\frac{L_1}{C} \rightarrow 2 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^2 = r_j O_1 \\ O_2^2 = t_j O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^2 = P_0 - (r_j + 1) O_1 \\ H_2^2 = P_0 - t_j O_1 \end{cases}$	
3	$2 \frac{L_1}{C} \rightarrow 3 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^3 = r_j O_1 \\ O_2^3 = -t_j O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^3 = P_0 - (2.r_j + 1) O_1 \\ H_2^3 = P_0 \end{cases}$	
4	$3 \frac{L_1}{C} \rightarrow 4 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^4 = -(1 + 2r_j) O_1 \\ O_2^4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^4 = P_0 \\ H_2^4 = P_0 \end{cases}$	
5	$4 \frac{L_1}{C} \rightarrow 5 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^5 = -(1 + 2r_j) O_1 \\ O_2^5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^5 = P_0 + (1 + 2r_j) O_1 \\ H_2^5 = P_0 \end{cases}$	

ANNEXE 3

Suite Tableau 6.2 : étude de propagation d'une onde dans une conduite comporte un rétrécissement :

Etapes	temps	Valeurs des ondes	La charge	schéma
6	$5 \frac{L_1}{C} \rightarrow 6 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^6 = -r_j (1 + 2r_j) O_1 \\ O_2^6 = -t_j (1 + 2r_j) O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^6 = P_0 + (1 + r_j)(1 + 2r_j) O_1 \\ H_2^6 = P_0 + t_j (1 + 2r_j) O_1 \end{cases}$	
7	$6 \frac{L_1}{C} \rightarrow 7 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^7 = -r_j (1 + 2r_j) O_1 \\ O_2^7 = t_j (1 + 2r_j) O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^7 = P_0 + (1 + 2r_j)^2 O_1 \\ H_2^7 = P_0 \end{cases}$	
8	$7 \frac{L_1}{C} \rightarrow 8 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^8 = (1 + 2r_j)^2 O_1 \\ O_2^8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^8 = P_0 \\ H_2^8 = P_0 \end{cases}$	
9	$8 \frac{L_1}{C} \rightarrow 9 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^9 = (1 + 2r_j)^2 O_1 \\ O_2^9 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^9 = P_0 - (1 + 2r_j)^2 O_1 \\ H_2^9 = P_0 \end{cases}$	

ANNEXE 3

Tableau 6. 3 : étude de propagation d'une onde dans une conduite comporte un élargissement:

Etapes	temps	Valeurs des ondes	La charge	schéma
1	$0 \rightarrow \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^1 = O_1 \\ O_2^1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^1 = P_0 - O_1 \\ H_2^1 = P_0 \end{cases}$	
2	$\frac{L_1}{C} \rightarrow 2 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^2 = -r_j O_1 \\ O_2^2 = t_j O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^2 = P_0 - (1 - r_j) O_1 \\ H_2^2 = P_0 - t_j O_1 \end{cases}$	
3	$2 \frac{L_1}{C} \rightarrow 3 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^3 = -r_j O_1 \\ O_2^3 = -t_j O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^3 = P_0 - (1 - 2.r_j) O_1 \\ H_2^3 = P_0 \end{cases}$	
4	$3 \frac{L_1}{C} \rightarrow 4 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^4 = -(1 - 2.r_j) O_1 \\ O_2^4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^4 = P_0 \\ H_2^4 = P_0 \end{cases}$	
5	$4 \frac{L_1}{C} \rightarrow 5 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^5 = -(1 - 2.r_j) O_1 \\ O_2^5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^5 = P_0 + (1 - 2.r_j) O_1 \\ H_2^5 = P_0 \end{cases}$	

ANNEXE 3

Suite Tableau 6. 3 : étude de propagation d'une onde dans une conduite comporte un élargissement:

Etapes	temps	Valeurs des ondes	La charge	schéma
6	$5 \frac{L_1}{C} \rightarrow 6 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^6 = r_j (1 - 2r_j) O_1 \\ O_2^6 = -t_j (1 - 2r_j) O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^6 = P_0 + t_j (t_j - r_j) O_1 \\ H_2^6 = P_0 + t_j (1 - 2r_j) O_1 \end{cases}$	
7	$6 \frac{L_1}{C} \rightarrow 7 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^7 = r_j (1 - 2r_j) O_1 \\ O_2^7 = t_j (1 - 2r_j) O_1 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^7 = P_0 + (t_j - r_j)^2 O_1 \\ H_2^7 = P_0 \end{cases}$	
8	$7 \frac{L_1}{C} \rightarrow 8 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^8 = (1 - 2r_j)^2 O_1 \\ O_2^8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^8 = P_0 \\ H_2^8 = P_0 \end{cases}$	
9	$8 \frac{L_1}{C} \rightarrow 9 \frac{L_1}{C}$	$\begin{cases} O_1^9 = (1 - 2r_j)^2 O_1 \\ O_2^9 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_1^9 = P_0 - (t_j - r_j)^2 O_1 \\ H_2^9 = P_0 \end{cases}$	

Références bibliographiques

Références bibliographiques :

- [1] A.Bergant., A.R.Simpson., A.S.Tijsseling [[Water Hammer With Column Separation: A Historical Review]]. Journal Of Fluids And Structures - J Fluid Structure , Vol. 22, No. 2, Pp. 135-171, 2006
- [2] A.Bergant., Q.Hou., A.Keramat., A.S.Tijsseling. [[Experimental And Numerical Analysis Of Water Hammer]]. Department Of Mathematics And Computer Science Casa-Report 11-51 October 2011
- [3] A.Carron [[Un Diagnostic De Coup De Béliet Etabli Par Modèle Numérique]]. Revue De La Houille Blanche, N°1-2 (Janvier 1986), Pp. 119-126
- [4] A.Dudlik., S.B.H.Schönfeld., O.Hagemann., H.Fahlenkamp [[Water Hammer And Cavitation Hammer In Process Plant Pipe Systems]]. Water Hammer And Cavitation Hammer In Process Plant Pipe Systems, Kerntechnik 68 (2003) 3, Pp.91-96
- [5] A.Keramat., A.S.Tijsseling., A.Ahmadi [[Investigation Of Transient Cavitating Flow In Viscoelastic Pipes]]. Eindhoven University Of Technology Department Of Mathematics And Computer Science Casa-Report 10-39 July 2010
- [6] A.R.D.Thorleyandc.H.Tiley [[Unsteady And Transient Flow Of Compressible Fluids In Pipelines-- A Review Of Theoretical And Some Experimental Studies]]. Thermo-Fluids Engineering Research Centre, The City University, London, Uk 10 November 1986
- [7] Abdessemedfouzi., Dr.Fourarali [[Etude Comparative Sur Le Phénomène De Propagation Des Ondes Elastiques Dans Les Conduites En Charge]]. Le Magasin Sciencelib Editions Mersenne : Volume 3 , N°110303 Issn 2111-4706 Le 2011-03-08
- [8] Abdulrahman M.Al-Khomairi [[Water Hammer In Residential Buildings With Elevated Storage Tanks]]. The 3rd International Conference On Water Resources And Arid Environments (2008) And The 1st Arab Water Forum
- [9] Algirdas Kaliatka, Eugenijus Ušpuras., Mindaugas Vaišnoras [[RELAP5 Code Analysis Of Water Hammer Wave Behavior]]. Journal Of ENERGETIKA. 2005. Nr. 4. P. 1–9
- [10] Algirdas Kaliatka., Mindaugas Vaisnorasa., Eugenijus Uspurasa [[Water Hammer Model Sensitivity Study By The FAST Method]]. Sixth International Conference On Sensitivity Analysis Of Model Output Procedia Social And Behavioral Sciences 2 (2010) 7684–7685
- [11] Arris S Tijsseling., Alexander Anderson [[A Precursor In Waterhammer Analysis Rediscovering Johannes Von Kries]]. Journal Of Scientific Computing 01/2004;
- [12] Arris S Tijsseling., Alexander Anderson [[Thomas Young's Research On Fluid Transients: 200 Years On]]. Journal Of Scientific Computing 01/2008;
- [13] Arris S.TIJSSSELING., Anton BERGANT [[Meshless Computation Of Water Hammer]]. 2nd IAHR International Meeting Of The Workgroup On Cavitation And Dynamic Problems In Hydraulic Machinery And Systems Timisoara, Romania October 24 - 26, 2007
- [14] B.Bahrar., E.Rieutord Et R.Morel [[Influence De La Viscoélasticité De La Paroi Sur Les Phénomènes Classiques De Coup De Béliet]]. Revue De La Houille Blanche, N°1 (Février 1998), Pp. 26-32
- [15] B.Bahrar., E.Rieutord., R.Morel Et G.Zeggwagh [[Modélisation Du Phénomène De Coup De Béliet Avec Prise En Compte Du Comportement Réel De La Conduite]]. Revue De La Houille Blanche, N°1 (Février 1998), Pp. 18-25
- [16] B.Salah., A.Kettab Et F.Massouh [[Coup De Belier Dans Un Reseau Ramifie Enterre En Refoulement]]. Le Larhyss Journal, Issn 1112-3680, N° 02, Juin 2003, Pp. 55-68
- [17] B.Salah., F.Massouh., A.Kettab Et B.Mbangangoye [[Célérité De L'onde De Coup De Béliet Dans Les Conduites Enterrées]]. Revue De La Houille Blanche, N°3-4 (Juin 2001), Pp. 13-17
- [18] B.Sreejith ., K.Jayaraj ., N.Ganesan ., C.Padmanabhan ., P.Chellapandi ., P.Selvaraj [[Finite Element Analysis Of Fluid–Structure Interaction In Pipeline Systems]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 227 (2004) 313–322
- [19] Benjamin R.Strong., Jr.And Ronald J.Baschiere [[Pipe Rupture And Steam/Water Hammer Design Loads For Dynamic Analysis Of Piping Systems]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 45 (1978) 419-428 (North-Holland Publishing Company)

- [20] Bergant Anton., Tijsseling Arris S., Vitkovsky John P., Covas Didia I.C., Simpson Angus R., Lambert Martin F., [[Parameters Affecting Water-Hammer Wave Attenuation, Shape And Timing-Part 1: Mathematical Tools]]. Journal Of Hydraulic Research 2008, Vol. 46, No3, Pp. 373-381
- [21] Bergant Anton., Tijsseling Arris S., Vitkovsky John P., Covas Didia I.C., Simpson Angus R., Lambert Martin F., [[Parameters Affecting Water-Hammer Wave Attenuation, Shape And Timing-Part 2: Case Studies]]. Journal Of Hydraulic Research 2008, Vol. 46, No3, Pp. 382-391
- [22] C.Bourdarias., M.Ersoy And S.Gerbi [[A Kinetic Scheme For Pressurised Flows In Non Uniform Closed Water Pipes]]. Laboratoire De Mathématiques, Université De Savoie 2009
- [23] C.V.Kameswara Rao & K.Eswaran [[On The Analysis Of Pressure Transients In Pipelines Carrying Compressible Fluids]]. Int. J. Pres. Ves. & Piping 56 (1993) 107-129
- [24] C.V.Kameswara Rao ., K.Eswaran [[Pressure Transients In Incompressible Fluid Pipeline Networks]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 188 (1999) 1-11
- [25] D.E.Winteraone And J.R.Nlcnots [[A Graphic Description Of The Interaction Of Waves With Various Boundaries]]. Printed In Great Britain Int. J. Mech. Sci. Vol. 27. No. 7,8. Pp 543-550. 1985
- [26] Dídia Covas., Ivan Stoianov., João F.Mano., Helena Ramos., Nigel Graham., Nigel Graham., Cedo Maksimovic [[L'effet Dynamique De La Viscoélasticité De La Conduite En Régimes Transitoires Hydrauliques. Partie II Développement, Calibrage And Vérification Du Modèle Mathématique]]. Journal Of Hydraulic Research Vol. 43, No. 1 (2005), Pp. 56-70
- [27] F.E.Hachem N., A.J.Schleiss [[A Review Of Wave Celerity In Frictionless And Axisymmetrical Steel-Lined Pressure Tunnels]]. Laboratory Of Hydraulic Constructions, Ecole Poly Technique Fédérale De Lausanne.
- [28] Felipe Bastos De Freitas Rachid., Rogcrio Martins Saldanha Da Gama., Herald0 Da Costa Mattos [[Modelling Of Hydraulic Transients In Damageable Elasto-Viscoplastic Piping Systems]]. Appl. Math. Modelling, 1994, Vol. 18, April
- [29] Freidoon Barez., T Werner Goldsmith And J.L.Sackman [[Longitudinal Waves In Liquid-Filled Tubes--Ii Experiments]]. Int. J. Mech, Sci., Vol. 21, Pp. 223-236. Pergamon Press 1979. (Printed In Great Britain)
- [30] Helena Ramos., Dídia Covas., Alexandre Borga., Dália Loureiro [[Effet D'atténuation Du Coup De Bélier Dans Les Systèmes De Conduits: Modelation Mathématique Et Expériences]]. Journal Of Hydraulic Research Vol. 42, No. 4 (2004), Pp. 413-425
- [31] Hemmat H.Safwat [[On The Elastic Behavior Of The Pipe Wall For Water-Hammer Applications]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 21 (1972) 85-94. (North-Holland Publishing Company)
- [32] Hemmat H.Safwat., Asif H.Arastu And Syed M.Husaini [[Systematic Methodology For Diagnosis Of Water Hammer In LWR Power Plants]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 122 (1990).
- [33] J.F.Calendray., Mme D.Iihat., J.Planchar., J.F.Lauro Et C.Velo [[Calcul Des Transitoires Dans Les Installations Hydrauliques De Production D'énergie]]. Revue De Houille Blanche, N°1-2 (Janvier 1986)
- [34] Jean-Louis Boillat Paulo De Souza [[Modélisation Des Systèmes Hydrauliques A Ecoulements Transitoires En Charge]]. Communication 16 Laboratoire De Constructions Hydrauliques Ecole Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2004
- [35] Jean-Marie Seynhaeve Et Michel Giot [[The WAHA Code: A Numerical Tool For Water Hammer In Two-Phase Flow - Some Simulations Of Experiments]]. Revue De La Houille Blanche, N°2 (Mars-Avril 2006), Pp. 32-42
- [36] Jesús Mora-Rodríguez., P.Amparo López-Jiménez ., Helena M.Ramos [[Intrusion Problematic During Water Supply Systems'Operation]]. International Journal Of Energy And Environment; Volume 2, Issue 3, 2011 Pp.391-400
- [37] Jing-Yang Yu., Zheng-Yi Wu., Yi-Xing Yuan., Ming Zhao And Chen-Guang Wu [[Optimal Valve

- Closure For Long-Distance Water Transmission]]. *Sustain. Environ. Res.*, 20(5), 287-291 (2010) (Formerly, *J. Environ. Eng. Manage.*)
- [38] Josié, L. Sánchez Bribiesca [[A Finite-Difference Method To Evaluate Water Hammer Phenomena]]. *Journal Of Hydrology*, 51 (1981) 305--311
- [39] L. Escande [[Coup De Béliet Dû À Une Fermeture Instantanée Dans Une Conduite À Caractéristiques Multiples]]. *Revue De La Houille Blanche* 1958
- [40] LI Jinping, WU Peng, And YANG Jiandong [[Cfd Numerical Simulation Of Water Hammer In Pipeline Based On The Navier-Stokes Equation]]. *V European Conference On Computational Fluid Dynamics* 2010.
- [41] M. Meunier [[Le Coup De Béliet Et La Protection Des Réseaux D'eau Sous Pression]]. *Ecole Nationale Du Génie Rural Des Eaux Et Des Forêts* (Décembre 1980)
- [42] Marcel Frelin [[Dossier Techniques De L'ingénieur L'expertise Technique Et Scientifique De Référence]]. *Techniques De L'ingénieur* 41315
- [43] Massimo Greco, Armando Carravetta [[Water Hammer In Branched Networks]]. *Dipartimento Di Ingegneria Idraulica Ed Ambientale, Università Di Napoli «Federico II»*
- [44] Mukhtar Hussain Khan [[Chambres D'équilibre]]. *Lausanne* Juillet 1964
- [45] Nonclercq P. [[Hydraulique Urbaine Appliquée 3ème Partie : Le Calcul Statique Des Collecteurs Urbains]]. *Ed. CEBEDOC, Liège* 1982, Pp 39-114.
- [46] P.C. Jennings A., J. Peddieson B., S. Munukutla B [[New Exact Solutions For Fluid Transients]]. *Mechanics Research Communications* 32 (2005) 597-603
- [47] P.G. Provenzano, F. Baroni And R.J. Aguerre [[The Closing Function In The Water hammer Modeling]]. *Latin American Applied Research*; 2011
- [48] P. THEVENET [[Impact Balistique D'une Balle OTAN 7.62 Sur Réservoir : Expérimentation Et Simulation Du Coup De Béliet]]. *19ème Congrès Français De Mécanique Marseille, 24-28 Août 2009*
- [49] Paul Bergeron [[Complexité Des Phénomènes De Coups De Béliet Sur Les Installations De Pompage Et Essai De Classification Des Solutions Générales Pour Y Remédier]]. *Revue De La Houille Blanche, N° Spécial B* (1949), Pp. 724-732
- [50] R. CHAPPEY [[Calcul Des Coups De Béliet Et Des Phénomènes Transitoires Par Calculateurs Electroniques]]. *Revue De La Houille Blanche, N°2* (Mars 1967), Pp. 193-194
- [51] R.J. Hammersley, G.T. Elicson, R.E. Henry [[Two-Phase Flow And Waterhammer Transient Assessments With The Tremolo Computer Code]]. *International Meeting On "Best-Estimate" Methods In Nuclear Installation Safety Analysis (BE-2000)* Washington, DC, November, 2000.
- [52] R. McGeorge And L.F. SWEC., [[The Steamhammer Problem: Dynamic Shock Loading Of Critical Reactor Piping Systems]]. *Journal Of Nuclear Engineering And Design* 32 (1975) 121-128.
- [53] R. VENET, P. LEGER, A. PAVIE. [[Pression Pulsee Ou Coup De Béliet Hydraulique. Le Miracle De Saint Janvier : Hypothèse Sur L'origine De L'hémorragie Cérébrale Du Sujet Hypertendu]]. *Service De Chirurgie Cardiaque. Institut Du Cœur (Pr Gandjbakhch). Hôpital Pitié-Salpêtrière 75013 Paris.*
- [54] Ricardo A. Prado, Axel E. Larreteguy, [[Un modèle des contraintes transitoires pour l'analyse des problèmes de coup de béliet laminaire]]. *Journal Of Hydraulic Research, Vol. 40, 2002, No. 1*
- [55] Rich., G., R., [[Water Hammer Analysis]]. "Water Hammer Analysis By The Laplace- Mellin Transformation", (July, 1945), *Transaction Of The A.S.M.E.*, Pages (361-376).
- [56] Rossendorf Et Fraunhofer UMSICHT [[ABS-Armatur]]. *L'entreprise Fraunhofer Gesellschaft En Allemagne*
- [57] S.P.R. Czitrom A., R. Godoy A., E. Prado A., P. Pe´Rez A., R. Peralta-Fabi B [[Hydrodynamics Of An Oscillating Water Column Seawater Pump Part I: Theoretical Aspects]]. *Journal Of Ocean Engineering* 27 (2000).
- [58] Terushige Fujii A And Koji Akagawa B [[Water Hammer Phenomena In A One-Component Two-Phase Bubbly Flow]]. *Journal Of Nuclear Engineering And Design* 141 (1993) 101-110
- [59] Torres Ortiz Flor Lizeth [[Modèles Et Observateurs Pour Les Systèmes D'écoulement Sous Pression. Extension Aux Systèmes Chaotiques]]. *Thèse De Doctorat Soutenue Au Niveau De*

L'université De GRENOBLE Le 28 Janvier 2011

[60] Traian Damsa., Estera Appel., Vasile Cristidis [[“Blood-Hammer” Phenomenon In Cerebral Hemodynamics]]. American Elsevier Publishing Company, Inc., 1976

[61] Willi H.Hager., Vaw., Eth-Zentrum [[Contribution Suisse A La Théorie Du Coup De Béliet]]. Journal Of Hydraulic Research, Vol. 39, 2001, No. 1

[62] WPOA Operations Committee [[Water-Hammer]]. 4th Quarter FY-2011 Report – July 1, 2011

[63] Yong W.Shin And William L Chen [[Numerical Fluid-Hammer Analysis By The Method Of Characteristics In Complex Piping Networks]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 33 (1975) 357-369.

[64] Yuanching CHOU., Peter GRIFFITH., [[Admithng Cold Water Into Steam F][I]jed Pipes Without Water Hammer Due To Steam Bubble Collapse]]. Journal Of Nuclear Engineering And Design 121 (1990) 367-378.

[65] Yves Lecoffre [[Le Bruit De Cavitation]]. Le Spécial Congrès Surveillance 5 Acoustique & Techniques n° 38