

Higher National School of Hydraulic

The Library

Digital Repository of ENSH



المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة

المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري



The title (العنوان):

Calcul numérique du coup de belier dans une conduite en
refoulement.

The paper document Shelf mark (الشفرة) : 1-0021-10

APA Citation (APA توثيق):

Kirouane, Takfarinas (2010). Calcul numérique du coup de belier dans une
conduite en refoulement[Mem Ing, ENSH].

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics.

المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا للري هو منصة خاصة بتقييم الإنتاج العلمي لأساتذة و باحثي المدرسة.

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشورا أو غير منشور (أطروحات، مطبوعات بيداغوجية، مقالات الدوريات، كتب....) و بثه على الخط.

المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحة و يتم إدارته من طرف مديرية المكتبة للمدرسة العليا للري.

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE L'HYDRAULIQUE

«ARBAOUI ABDELLAH »

DEPARTEMENT DE GENIE DE L'EAU

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME

D'INGENIEUR D'ETAT EN HYDRAULIQUE

OPTION : Conception Des Systèmes d'Alimentation En Eau Potable.

THEME :

**CALCUL NUMERIQUE DU COUP DE BELIER DANS UNE
CONDUITE EN REFOULEMENT**

Présenté par :

M^r KIROUANE. Takfarinas

Promoteur :

M^r HACHEMLA

Devant le jury composé de :

Présidente: M^{me} F.AMMOUR

Examineurs: M^{me} H.MEDDI

M^{me} W.MAHMOUDI

M^r B.BOUTAHRAOUI

M^{me} N.ZENDAGUI

Octobre 2010

Remerciements

Je tien a remercié tout d'abord le bon Dieu tout puissant pour son aide que j'ai pu terminer ce modeste travail.

Je tiens à remercier vivement tous ceux qui m'ont apportés un soutien pour l'élaboration de ce mémoire de fin d'étude, particulièrement ma famille.

Toute ma gratitude pour mon promoteur M^r HACHEMIA, pour ses judicieux conseils ainsi que sa disponibilité tout au long de l'élaboration de ce travail.

Je remercie vivement Mme la présidente et les membres du jury pour leur attention et leurs conseils.

Mes remerciements à l'ensemble du personnel, enseignant de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Hydraulique qui ont contribué de près ou de loin à ma formation.

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail en signe de Respect et de
Reconnaissance à :*

Mon cher père de qui je tiens ma fierté et ma persévérance

;

Ma très chère mère qui est un être cher et qui a longtemps souffert ;

Mon très cher frère.

*Mes amis de l'ENS, et à tous les autres amis (es) que j'ai connu sans
exception.*

Toute personne qui a contribué de près ou de loin à ma réussite.

Takfarinas.K

ملخص:

تعتبر ظاهرة المطرقة المائية لانتشار الموجة مضرّة بملحقات الري على الخصوص محطات الضخ و المنشآت الهيدروكهربائية بهدف دراسة النظام الانتقالي. استعملنا منهجية وصفية في الحساب العددي نظرا لبساطتها وسهولتها قصد تشخيص هذه الظاهرة قمنا بإعداد برنامج آلي. باستعمال المطالب من أجل حساب ارتفاع الضغط و انخفاضه في قنوات الدفع بعد الانقطاع المفاجئ للمضخة.

Résumé :

Le coup de bélier de propagation d'onde présente un problème capital dans domaine hydraulique surtout dans les grandes installations hydrauliques comme les centrales hydroélectriques et les stations de pompage. L'application des techniques de calcul numérique a eu comme conséquence l'élaboration des programmes de simulation dont la précision et la fiabilité sont acceptable.

A priori, notre travail envisage le calcul des surpressions et des dépressions dans une conduite en refoulement suite à l'arrêt brusque d'une pompe. Vue sa simplicité et sa fiabilité on a utilisé la méthode des caractéristiques pour la résolution des équations gouvernants l'écoulement transitoire en utilisant le logiciel de programmation MATLAB.

Abstract:

The water hammer of wave propagation especially presents a capital problem in hydraulic field in the large hydraulic installations like the hydroelectric stations and the pumping stations. The application of the techniques of numerical calculation had like consequence the development of the simulation programs whose precision and reliability are acceptable.

A priori, our work considers the calculation of overpressures and the depressions in a discharge pipe following the abrupt stop of a pump. Sight its simplicity and its reliability one used the method of the characteristics for the resolution of the equations controlling the transitory flow by using the software of programming MATLAB.

LISTE DES TABLEAUX :

Tableau I.1 : Valeurs du coefficient « k », pour différents matériau.....	10
Tableau I.2 : Célérité d'onde en fonction des considérations de chaque auteur.....	12
Tableau V.1 : Données à introduire dans le programme.....	83
Tableau V.2 : Valeurs du module d'élasticité et la célérité d'onde de chaque matériau.....	88
Tableau V.3 : Valeurs de l'épaisseur et de la célérité d'onde (Acier).....	89

LISTE DES FIGURES :

Figure I.1 : Détermination de la PMS	4
Figure I.2 : Forces appliquées sur une conduite enterrée	11
Figure I.3 : Quatre étapes d'un cycle de variation de pression	16
Figure I.4 : Deux premières étapes d'un cycle de rupture de la colonne d'eau	19
Figure II.1 : Forces et contraintes radiales dans un tuyau	22
Figure II.2 : Déplacement d'un élément liquide	23
Figure II.3 : Forces exercées sur une tranche liquide	26
Figure II.4 : Théorème des quantités de mouvement	26
Figure III.1 : Conduite de refoulement –dépression (fermeture rapide)	33
Figure III.2 : Conduite de refoulement –dépression (fermeture lente)	34
Figure III.3 : Conduite de refoulement –dépression (fermeture lente)	34
Figure III.4 : courbes caractéristiques de la pompe $H=f(Q)$	36
Figure III.5 : diagramme de karman-knapp	38
Figure III.6 : Domaine d'opération d'une pompe axiale	40
Figure III.7 : Courbe de performance	41
Figure III.8 : Courbes caractéristiques pompe –réseau	43
Figure III.9 : Schéma de fonctionnement des soupapes à ressort	45

Figure III.10 : Cheminée à étranglement	48
Figure III.11 : Cheminée à épanouissement	48
Figure III.12 : Cheminée différentielle	48
Figure III.13 : Schéma de principe des ballons anti-bélier	49
Figure III.14 : Organes dissymétriques à la base des ballons anti-bélier	50
Figure III.15 : coupe type du volant d'inertie	51
Figure III.16 : Schéma d'une dérivation	52
Figure III.17 : Schéma de principe d'une ventouse	53
Figure IV.1 : Schéma utilisé pour la méthode des caractéristiques	56
Figure IV.2 : Représentation des deux ondes F et f	61
Figure IV.3 : Représentation graphique de la solution	62
Figure IV.4 : Circulation des ondes dans une conduite	64
Figure IV.5: Epure de BERGERON pour un cas général	65
Figure IV.6 : Méthode implicite dans le cas d'une conduite	68
Figure IV.7 : Méthode implicite dans le cas d'un réservoir	70
Figure IV.8 : Méthode implicite dans le cas d'une pompe.....	72
Figure IV.9 : Schéma de discrétisation du domaine	74
Figure V.1 : Organigramme général.....	81,82
Figure V.2 : Discrétisation de la conduite de refoulement	83
Figure V.3 : Evolution de la hauteur de refoulement le long de la conduite à un instant donné (temps est fixe).....	84
Figure V.4 : Evolution de la hauteur de refoulement en un point donné au cours du temps (distance est fixe).....	84
Figure V.5 : Evolution de la hauteur de refoulement juste après la pompe.....	85
Figure V.6 : Evolution de la charge au cours du temps au niveau de la pompe	85

Figure V.7 : Evolution du débit au cours du temps au niveau de la pompe	86
Figure V.8 : Influence du nombre de courant sur la convergence de la méthode	87
Figure V.9 : Influence du matériau sur le coup de bélier	88
Figure V.10 : Influence de l'épaisseur sur le coup de bélier.....	89
Figure V.11 : Influence des pertes de charge sur le coup de bélier.....	90
Figure V.12 : Influence du diamètre sur la charge	91
Figure V.13 : Influence du diamètre sur le débit	91

NOMENCLATURE :

C : Célérité de propagation d'onde (m/s)

C^- : Caractéristique négative

C^+ : Caractéristique positive

C_0 : vitesse du son dans le fluide (m/s)

D : diamètre interne (m)

e : épaisseur de la conduite (m)

e_m : Epaisseur de conduite (m).

E : Module de Young du matériau de la conduite (Pa)

E_m : Module de Young de la conduite (matériau) (Pa).

E_s : Module de Young du sol considère (Pa).

H : Charge hydraulique (m)

j : Gradient hydraulique

m : masse de la tranche liquide (kg)

p : Pression interne (Pa)

Q : Débit (m^3/s)

R : Rayon extérieur (m)

r : Rayon intérieur (m)

U : vitesse d'écoulement (m/s)

ρ : masse volumique (kg/m^3)

ΔH_l : pertes de charge linéaires (m)

ΔH_s : Pertes de charges singulières (m)

K_s : coefficient de pertes de charges singulières.

λ : coefficient de pertes de charge linéaire ou de DARCY.

L : longueur de la conduite (m)

ΔL : la variation de longueur de l'élément liquide (m)

k : Coefficient qui tient compte de la nature du matériau formant la canalisation

ν_m : Coefficient de poisson du matériau de la conduite.

ν_s : Coefficient de poisson de sol entourant la conduite.

t : temps (s)

S : la section (m^2)

σ_1 : la contrainte longitudinale (MPa).

σ_2 : la contrainte radiale (MPa).

ζ_1 : la déformation longitudinale.

ζ_2 : la déformation radiale.

Cr : Nombre du courant

R : résistance de la conduite

P_a : puissance absorbée (KW)

p_u : puissance utile (KW)

η : rendement (%)

ϖ : Poids spécifique de l'eau (dan/m³)

N : vitesse de rotation (tr/mn)

g: accélération de la pesanteur (m/s²)

T : le couple de torsion (N.m)

K_e : coefficient d'élasticité de l'eau (Pa).

ν : Coefficient de Poisson.

f : fonction représentant l'onde de dépression.

F : fonction représentant l'onde de surpression.

Δt : Pas de temps en (s).

Δx : Pas d'espace en (m).

n : nombre de points de discrétisation

Indice :

i : indice qui varie en fonction du pas d'espace (axe d'abscisse)

j : indice qui varie en fonction du pas de temps (axe de coordonnée).

* : Prédiction valeur.

0 : se rapporte à la condition initiale.

n : se rapporte à la condition nominale.

Introduction générale :

Dans les systèmes hydrauliques, les phénomènes physiques les plus intéressants qui se créent sont aussi les plus complexes à étudier, ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non linéaires interagissant entre eux.

Le principe d'un modèle est de remplacer un système complexe par un opérateur simple reproduisant les aspects ou les comportements principaux de l'originale (ex : modèle réduit, modèle mathématique ou numérique,...), la construction d'un modèle mathématique permet souvent de résoudre des systèmes d'équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaire dont on ne connaît pas de solutions analytiques en général. Il faut donc résoudre le problème numériquement en transformant les équations contenues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul appelé le maillage. Dans certains cas, les simulations numériques sont menées en parallèle avec des expérimentations.

Le recours à une série d'expériences pour analyser les paramètres et les grandeurs physiques d'un système, mais les essais peuvent s'avérer très coûteux et même très difficile à mesurer (essais avec matériaux rares instrumentations très chères, ...). En fait, la mécanique des fluides repose sur l'hypothèse de continuité, selon laquelle toutes les variables physiques peuvent s'exprimer comme des fonctions continues des coordonnées spatiales et du temps. L'application des principes de base de la physique permet d'établir les équations aux dérivées partielles qui lient ces fonctions. En raison de la complexité des équations non linéaires à résoudre, il n'existe de solution analytique que dans de très rares cas. Pour résoudre les problèmes d'écoulement des fluides, plusieurs voies doivent être empruntées :

L'approche théorique abondamment employée, consiste à chercher des solutions analytiques pour des problèmes simplifiés sous forme d'expressions mathématiques (équations linéaires).

L'approche expérimentale, elle est capable d'être la plus réaliste quoique on est confronté à des inconvénients comme les équipements requis, les problèmes d'échelles, les difficultés de mesures et le coût des opérations.

Enfin, au cours des dernières années, s'est développée une troisième approche, à savoir la simulation numérique, qui consiste à chercher une solution numérique pour des problèmes

linéaires, et même pour traiter des équations et des géométries complexes, mais cette approche n'échappe pas à la règle car, elle a aussi des inconvénients.

Les problèmes de l'écoulement transitoire dans les systèmes hydrauliques produit par les changements rapides des conditions de l'écoulement dans les frontières du système, des vagues de compression produites pendant ces événements dues aux fluctuations de la pression provoquant ainsi le changement du régime d'écoulement.

Un bruit caractéristique se produit dans l'installation hydraulique suite à la fermeture d'un mécanisme de contrôle du débit à l'extrémité de la conduite Forcée peut engendrer des pressions transitoires importantes, cet exemple est à l'origine de l'appellation « Coup de bélier » qui est donné à tous les phénomènes de variation de pression dans une conduite due au changement de vitesse du liquide transporté.

Dans l'optique d'une meilleure compréhension du phénomène et des paramètres intrinsèques qui le caractérise, on se propose dans le cadre de ce travail d'étudier le régime transitoire en établissant les équations qui le régisse, puis on se penche sur la présentation des différentes méthodes de résolution issus des lois de conservation de la masse (équation de continuité) et de la quantité de mouvement (équation dynamique) qui sont appelés également les équations de SAINT-VENANT dont on s'intéresse à la méthode des caractéristiques de type explicite pour simuler le phénomène du coup de bélier produit dans une conduite de refoulement suite à l'arrêt d'une pompe.

Enfin dans le cadre de la gestion et de l'exploitation des systèmes hydrauliques causés par Le coup de bélier, il est nécessaire d'incorporer des dispositifs de commande et de protection contre les dépressions et surpressions et réduire la raison du changement des conditions de l'écoulement.

Chapitre I

Présentation du régime transitoire

I.1. Introduction :

Le but de ce chapitre est en effet de faire appréhender la réalité physique de façon à ce que les raisonnements qu'il faut faire pour concevoir une protection anti-bélier sur une analyse exacte du phénomène en examinant les cas les plus fréquents qui sont à l'origine de son apparition. En outre, nous tenterons une explication et une clarification des termes que nous serons amenés à rencontrer tout au long de cet ouvrage de façon à assurer la cohérence d'ensemble.

I.2. Classification des écoulements : [14]

I.2.1. Ecoulement permanent :

Un écoulement du liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps, c'est à dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

U : vitesse d'écoulement,

P : la pression,

ρ : masse volumique.

Les régimes permanents sont appelés parfois : régimes stationnaires

I.2.2. Ecoulement non permanent :

Un écoulement du liquide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps (t) en un point donné de l'espace (x) rempli de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont en fonction de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées (x, y, z) du point examiné et le temps (t).

I.2.3. Ecoulement uniforme :

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide à un instant donné, suivant une même direction a une même intensité en tout points de ce fluide $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$.

I.2.4. Ecoulement non uniforme :

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre suivant une même direction c'est-à-dire $\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0$.

I.2.5. Ecoulement transitoire : [4]

Un écoulement est dit transitoire lorsque les paramètres hydrauliques à savoir la vitesse et la pression et les propriétés du fluide sont en fonction de temps et de l'espace $U=U(t)$, $P=P(x, t)$, $\rho=\rho(x, t)$, à titre d'exemple on peut écrire :

$$\frac{\partial \rho}{\partial X} \neq 0, \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial U}{\partial X} \neq 0, \frac{\partial U}{\partial t} \neq 0$$

Avec :

U : vitesse d'écoulement.

P : la pression.

ρ : masse volumique de l'eau à température constante.

Le phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge par accroissement ou décroissement du débit, il est défini comme étant un régime variable, qui peut se manifester entre deux régimes stationnaires, on pourra citer quelques exemples d'écoulements transitoires dans le cas d'une conduite en charge. Une bonne connaissance du régime transitoire permet d'établir des procédures de manœuvre des groupes afin de ne pas solliciter de manière dommageable l'apparition du coup de bélier. Le phénomène du coup de bélier est une phase du régime transitoire où les paramètres modificateurs (pression et vitesse) sont prépondérants.

I.3. Equations de pertes de charge :

Une très grande variété de formules de pertes de charge, plus ou moins empiriques ont été abandonnées peu à peu en faveur notamment de la formule de COLEBROOK, qui a l'avantage d'être rationnelle et, de plus, applicable à tous les fluides, son seul inconvénient est son expression mathématique complexe, et c'est pourquoi quelques formules empiriques équivalentes sont encore en usage. On distingue deux types de perte de charge :

I.3.1. Pertes de charges linéaires : [3]

Appelée également quelquefois formule de DARCY-WEISBACH, c'est la formule fondamentale qui définit la perte de charge dans une canalisation. Elle est de la forme :

$$\Delta H_i = \frac{\lambda * L}{D} * \frac{U^2}{2 * g}$$

Ou ΔH_i : pertes de charge linéaires (m).

λ : coefficient de pertes de charge linéaire ou de DARCY.

D : diamètre de la conduite (m).

L : longueur de la conduite (m).

g : la pesanteur (m/s^2).

U : vitesse d'écoulement (m/s).

On constate que les pertes de charge linéaire dépendent des éléments suivants :

- La perte de charge est proportionnelle à la longueur de la canalisation : elle augmente quand la longueur de canalisation augmente.
- Quand le diamètre diminue, la perte de charge augmente considérablement. Le liquide a plus de difficultés à s'écouler donc les frottements augmentent pour un débit identique.
- Plus le débit augmente (vitesse plus élevée), plus les forces de frottements augmentent pour un diamètre identique.

I.3.2. Pertes de charges singulières : [3]

Les pertes de charge singulières se produisent lorsqu'on change les caractéristiques géométriques de la canalisation, elles s'expriment comme suite :

$$\Delta H_s = K_s * \frac{U^2}{2g}$$

K_s : coefficient de pertes de charges singulières.

ΔH_s : Pertes de charges singulières.

Dans le cas général le coefficient de pertes de charge singulières se détermine par voie expérimentale et ce n'est que pour certains appareils que l'on peut estimer par voie théorique.

Il est bien connu que les lois de pertes de charge sont complexes et varient avec le type d'écoulement, les formules et abaques qui permettent de connaître la relation débit/pertes de charge ne sont valides que pour des vitesses inférieures à 2 m/s, ils ne seront donc utilisés que dans ces limites. Le nombre de singularité qu'on peut rencontrer en pratique dans un circuit hydraulique étant très important dont il nous est impossible de les reproduire, à cet effet on peut citer: les coudes, les convergents et les divergents, les vannes, les crépines, les clapets,...etc.

I.4. Inventaire terminologique du terme « pression »:

La répartition de la pression varie selon le type du courant : si le courant est uniforme, on a une distribution hydrostatique de la pression ($P = \rho g z$). Par contre si le courant est non uniforme, il existe une accélération qui provoque la force d'inertie et la répartition de la pression n'est pas hydrostatique. Pour un courant extérieurement concave, la force centrifuge augmente les pressions, pour un courant convexe, cette force diminue les pressions. Dans le dernier cas, elle peut même les rendre inférieures à la pression atmosphérique, provoquant un décollement du liquide du fond du canal, ainsi qu'à la formation du phénomène de cavitation.

I.4.1. Pressions dans le domaine hydraulique : [2]

I.4.1.1. La pression dynamique :

C'est la pression supportée effectivement par une canalisation bien déterminée pour un régime donné de fonctionnement. Elle est souvent quantifiée de façon relative en enlevant la pression atmosphérique de la pression absolue correspondante. Si le régime hydraulique est variable, la pression dynamique varie au cours du temps. Elle peut donc en général servir à déterminer la classe d'une canalisation.

I.4.1.2. La pression de service :

C'est la pression dynamique supportée par une conduite lorsque l'installation a un seul régime de fonctionnement.

I.4.1.3. La pression statique :

C'est la pression supportée par la conduite à débit nul. Suivant les installations, elle est supérieure ou inférieure à la pression dynamique. Elle est très difficile à déterminer dans le cas d'une injection directe dans le réseau.

I.4.1.4. La pression maximale de service (PMS) :

C'est la pression dynamique la plus élevée en régime de fonctionnement permanent (sans coup de bélier). Son obtention est simple dans le cas du réseau gravitaire et de refoulement dans un réseau d'extrémité. Dans le cas d'un réseau qui fonctionne en refoulement – distribution sans réservoir d'extrémité.

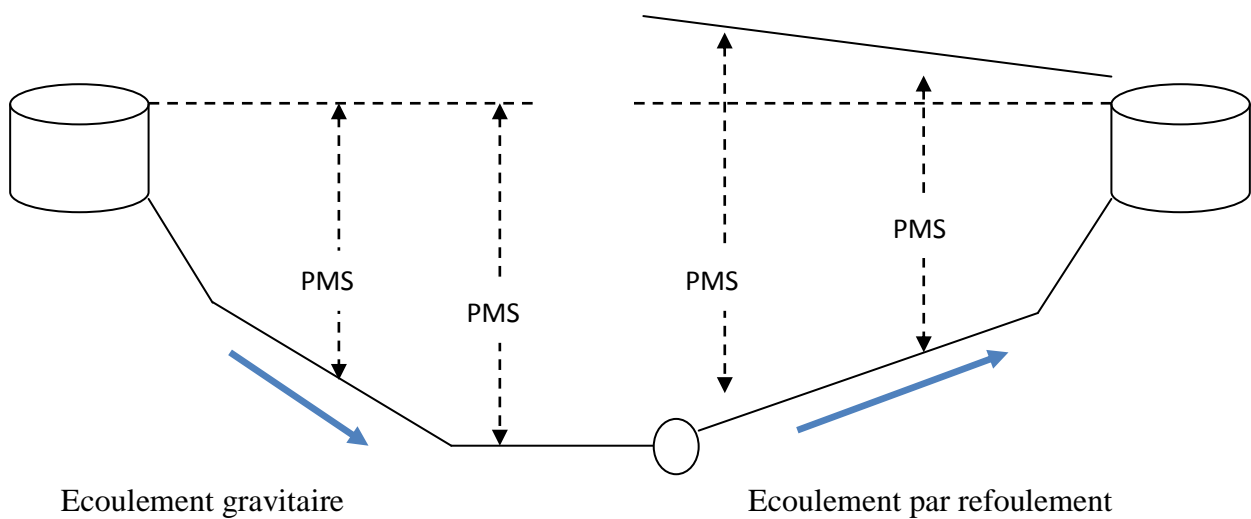


Figure I.1 : Détermination de la PMS. [2]

I.4.1.5. La pression maximale de fonctionnement (PMF) :

C'est une pression qui correspond à la (PMS) augmentée du coup de bélier : il s'agit la plupart du temps d'une marge de pression que le concepteur se donne pour dimensionner la protection anti-bélier de l'installation.

I.4.2. Pressions dans le domaine du matériel hydraulique : [2]

I.4.2.1. La pression nominale(PN) :

C'est la pression qui sert de base à la détermination des dimensions d'une conduite à une température donnée (par ordre de sécurité $PN > PMF$).

I.4.2.2. La pression d'épreuve à l'usine (PEU) :

Pour l'amiante-ciment, on l'appelle classe. Les PVC ne subissent pas en général les essais à l'usine. On parle de pression de rupture.

I.4.2.3. La pression maximale admissible(PMA) :

Elle correspond à la pression pour laquelle la conduite est vendue. Certains praticiens l'appellent PET (pression d'essai en tranchée).

On a :

PET=1,8 PMS, pour le cas de refoulement.

PET=1,5 PMS, pour le cas gravitaire.

I.5. Aperçu bibliographique sur le régime transitoire: [4]

A travers l'aperçu bibliographique, plusieurs travaux antérieurs ont eu lieu et ont donné suite à des résultats appréciables où de nombreuses méthodes numériques ont fait l'objet d'application pour la résolution des systèmes d'équations différentielles régissant le phénomène transitoire d'une manière générale.

L'analyse des écoulements transitoires dans les tuyauteries, le but communément recherché est le contrôle des ondes de pression pour protéger les éléments des conduites contre les surpressions et les dépressions qui apparaissent. Dans l'analyse du phénomène transitoire, on peut considérer une variation lente du débit et de la pression dans la conduite en admettant que la loi d'évolution de l'écoulement est donnée d'une façon approchée par l'équation régissant les mouvements non permanents. Dans ce cas, le fluide est supposé incompressible et la conduite indéformable : Les paramètres hydrauliques tels que le débit, la vitesse, et les accélérations sont identiques en un instant donné en tout point de la conduite ; C'est le mouvement dit en masse qui est considéré par hypothèse lors des dimensionnements des cheminées d'équilibre, qui sont abandonnées à l'heure actuelle.

Couramment en pratique, dans les réseaux d'eau potable, on constate une variation rapide des écoulements, provoquant ainsi un gradient de débit ou de pression important. Dans cette situation, la déformation de l'enveloppe de la conduite et la compressibilité de l'eau sont à considérer nécessairement dans le temps et dans l'espace. Cette variation n'est pas constante

et se présente sous 04 forme d'onde : on a donc affaire à un mouvement dit d'ondes (ou coup de bélier) qui peut être croissant ou décroissant suivant la loi de la manœuvre de la vanne

Dans toute forme, l'analyse du régime transitoire nécessite comme base d'étude commune :

- l'équation de continuité.
- l'équation du mouvement.

L'étude des écoulements transitoires a commencée par l'examinassions des propagations des ondes sonores dans l'air, la propagation des ondes dans l'eau peu profonde et l'écoulement du sang dans les artères.

Le médecin THOMAS YOUNG en 1808 a élaboré expérimentalement à sa théorie de la propagation des ondes de pression due aux pulsations cardiaques. L'occasion de ses études il introduisit le célèbre module de YOUNG.

NEWTON qui a étudié la propagation des ondes dans les canaux. Il a obtenu expérimentalement la vitesse du son dans l'air comme égale à 348m/s.

En 1789 MANGE a développé une méthode graphique d'intégration des équations hyperboliques aux dérivées partielles, connue sous le nom de méthode des caractéristiques.

En 1869 RIEMANN a développé et appliqué une équation tridimensionnelle du mouvement et sa forme simplifiée unidimensionnelle dans différents domaines (ondes sonores, cordes vibrantes etc. ...).

KOTWEG fut le premier à déterminer la célérité d'onde en considérant l'élasticité de la conduite et de la compressibilité du fluide en même temps.

Bien que WOOD considère MICHAUD comme étant le premier à avoir traité le problème du « coup de bélier » des équations récentes faites par ANDERSON montrent que le général MENABREA (1858) fut le premier à avoir étudié ce problème.

GROMEKA a introduit pour la première fois, les frottements dans l'analyse de « coup de bélier ». Il a considéré cependant que le liquide était incompressible et que les frottements étaient directement proportionnels à la vitesse d'écoulement.

EN 1897 JOUKOWSKI a publié son rapport classique sur la théorie de base du « coup de bélier » qui est basée sur ses études expérimentales et théoriques, il a développé une formule

pour la célérité d'onde en tenant compte de l'élasticité de la conduite et celle de l'eau. Il a développé la relation entre la variation de la vitesse d'écoulement et celle de la pression. Il a supposé que la pression est uniforme à chaque instant dans toutes les sections transversales du tuyau.

La solution définitive du problème a été donnée par l'Italien LORENZO ALLIEVI dans un mémoire magistral publié en décembre 1901 dans les annales de la société des Ingénieurs et Architectes Italiens. IL a étudié le coup de bélier et a trouvé une formule générale qui donne la célérité d'onde.

Plusieurs auteurs ont étudié l'application aux problèmes particuliers posés par les conditions usuelles de la pratique courante (conduites forcées, conduites de refoulement etc....) parmi les Savants et Ingénieurs qui ont apporté leur contribution à l'étude de ces phénomènes complexes, citons MM BOUSSINESQ, KORTWEG, JOUGUET, CAMMICHEL, GABERIEL, LOUIS BERGERON, ESCANDE, DUBIN, EYDOUX, etc....

GIBSON introduit une méthode qui permet de mesurer le débit d'une canalisation (généralement une conduite forcée) en provoquant volontairement un coup de bélier suivant une loi de fermeture quelconque et en enregistrant les variations de pression qui en résultent. Cette méthode fut utilisée pour la première fois en 1921 pour la mesure d'un rendement des turbines de la centrale du NIAGARA.

Le suisse OTHMAR SCHNYDER a proposé, en 1929 une méthode graphique de calcul du coup de bélier dans les conduites de refoulement des pompes. Qu'il a ensuite étudié aux systèmes en charge quelconques en particulier aux conduites forcées (1932).

Indépendamment de SCHNYDER le français LOUIS BERGERON a proposé en 1931 la même méthode. Le principe de la méthode avait été donné par les autrichiens KREITNER et LOWY en 1928.

En 1957, JEAGER a élaboré la célérité d'onde dans les galeries creusées dans une roche et les galeries blindées dont on tenir compte la théorie des conduites épaisses et la déformabilité de la conduite, mais négligeant le coefficient de POISSON.

L'événement du calcul numérique vers la moitié de ce siècle a déroute dans des perspectives nouvelles. Une procédure numérique s'appuyant sur la méthode des caractéristiques a été élaborée par la contribution de PARMARKIAN (1963), de WILIE et STREETER (1967).

Cette procédure n'a cessé d'être élargie et consolidée pour rendre compte des divers phénomènes qui accompagnent le passage des ondes de coup de bélier dans les tuyauteries.

PARMARKIAN a étudié l'influence des efforts longitudinaux sur la célérité de propagation dans les conduites à parois minces uniquement, mais il a considéré l'influence des contraintes et déformations longitudinales de la conduite.

En 1936, HALLIWEL élargit les travaux de PARMARKIAN pour inclure la conduite à parois épaisses tout en prenant en compte les contraintes et les déformations de la conduite, mais il exprime la célérité de la même façon que PARMARKIAN.

En 1977, E.HADJ TAYEB a montré l'influence de la déformabilité des parois et de la compressibilité du fluide sur la propagation des ondes de pression dans le domaine diphasique. Il a montré que la propagation des ondes de pression est étroitement liée à l'élasticité des parois et la compressibilité du fluide.

En 1979, F.MASSOUH traitant les équations de continuité et dynamique par la méthode d'ALLIVI ou par la méthode des caractéristiques et détermine une nouvelle expression de la célérité de propagation qui tient compte des efforts longitudinaux dans les conduites à parois minces et épaisses.

Dans le même domaine, B.BAHRAR, H.RIEUTORD, et R.MOREL, ont mené une étude avec le minimum d'hypothèse tant sur l'écoulement que sur le comportement de la paroi, ou sont également prises en compte les déformations de flexion et de cisaillement ainsi que les effets dynamiques liés à l'inertie de la paroi.

Actuellement, B.SALAH analyse tous les travaux de JEAGER et HALLIWEL et développe un modèle mathématique permettant le calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées, en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol et de la conduite.

Le développement de l'outil informatique et l'accroissement constant de sa puissance ont permis de traiter des problèmes beaucoup plus complexes et d'améliorer la précision de calcul.

I.6. Etude de la célérité des ondes du coup de bélier :

La science montre que les ondes de pression diffèrent lorsqu'on se trouve dans un écoulement à surface libre ou dans une conduite en charge. Dans le premier cas, l'onde de

pression se présente sous forme d'une déformation de la surface libre du liquide, dans le deuxième cas, l'onde de pression élastique est générée par la déformation du système conduite-liquide. Ce mouvement d'onde élastique peut être créé couramment suite à une manœuvre d'une vanne, un clapet anti-retour, ou par un arrêt et démarrage d'un groupe électropompe.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur l'étude de la célérité d'onde, et leur avis commun montre que ce paramètre dépend uniquement des caractéristiques du liquide et du matériau formant la canalisation. L'étude de la célérité d'onde de pression présente une utilité pratique importante notamment dans le dimensionnement mécanique des conduites (prise en compte de la pression instantanée), et de la commande à distance de la réserve d'incendie dans les réservoirs d'alimentation en eau potable.

I.6.1. Aperçu Bibliographique Sur la célérité d'onde de pression :[4]

Vers les années 1808, YOUNG a estimé la vitesse de propagation d'une onde dans un tube élastique. Par la suite, en se basant sur l'idée de YOUNG, ALLIEVI a étudié en 1903 et 1921, le coup de bélier à partir de la forme originale donnant la célérité de propagation de l'onde. Cette forme originale dépendant de la compressibilité du liquide et la déformabilité de la conduite, elle s'annonce comme suit :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right) \quad (I.1)$$

Où : $\frac{d\rho}{\rho dP}$ et $\frac{dS}{S dP}$ représentent respectivement la compressibilité du liquide et la déformabilité de la conduite.

Avec :

C : Célérité d'onde.

ρ : La masse volumique de l'eau.

S : la section du liquide au régime transitoire.

En supposant certaines hypothèses à savoir :

- Conduite à paroi mince et élastique, obéissant à la loi d'HOOKE.
- Conduite comportant plusieurs joints, avec les efforts longitudinaux considérés comme nuls.
- Température de l'eau supposée constante à 25 C°, ALLIEVI aboutit à travers son raisonnement à une expression plus compacte pour l'eau :

$$C = \frac{9900}{\sqrt{50 + K \frac{D}{e}}} \quad (I.2)$$

Avec :

D : diamètre de la conduite.

e : épaisseur de la conduite.

K : Coefficient qui tient compte de la nature du matériau formant la canalisation.

Tableau I.1 : Valeurs du coefficient « K », pour différents matériaux : [13]

Matériaux	Coefficient « K »
Acier	0,5
Fonte	1
Amiante – ciment	4
Béton	5
Plomb	7
P.V.C (chlorure de polyvinyle)	35
P.E.H.D. (Polyéthylène haute densité)	70
P.E.B.D. (Polyéthylène basse densité)	300

I.6.1.1. Conduites libre (non enterrée) : [23]

La célérité d'onde « C » donnant le coup de bélier est déterminé par la formule habituelle suivante :

$$C = \frac{\sqrt{\frac{Ke}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{KD}{E * e}}} \quad (I.3)$$

Avec :

Ke : coefficient d'élasticité de l'eau : $Ke = 2,07 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

E : module d'Young de la conduite (voir annexe II).

e : épaisseur de la conduite (m)

ρ : masse volumique de l'eau : 1000 kg/m^3

D : diamètre intérieure de la conduite (m)

I.6.1.2. Conduite enterrée (cas réel) : [23]

Pour tenir compte de l'effet du sol sur la conduite .B.SALAH trouve et publie la formule ci-après, donnant la célérité d'onde du coup de bélier quand la conduite est enterrée. La formule donnée par l'auteur pour cette hypothèse est d'ordre général, elle tient compte des caractéristiques mécaniques de la conduite (considération du coefficient de Poisson de tous les matériaux dans le cas de conduite composite) et du sol l'entourant, ainsi que du type d'ancrage de la conduite. Cette formule est autant valable pour les conduites simples (minces et épaisses) que pour les conduites composites (blindées ou à simple revêtement).

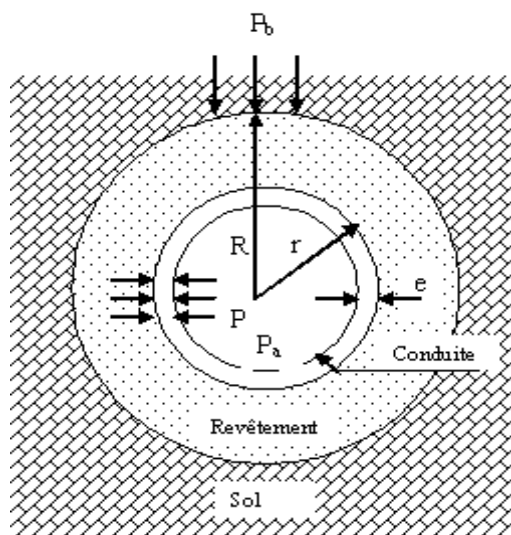


Figure I.2 : Forces appliquées sur une conduite enterrée.

$$C = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{\rho}} \sqrt{1 + \frac{K \cdot 2 \cdot r(1 - \nu_m^2) \cdot (1 - \nu_s)}{(1 - \nu_m^2) \cdot r \cdot E_s + E_m \cdot e_m(1 - \nu_s)}} \quad (I. 4)$$

Avec :

r : Rayon intérieur de la conduite.

ν_m : Coefficient de poisson du matériau de la conduite.

ν_s : Coefficient de poisson de sol entourant la conduite.

E_m : Module de Young de la conduite (matériau).

E_s : Module de Young du sol considéré.

e_m : Epaisseur de conduite.

I.6.2. Travaux antérieurs sur les modes d'ancrage des conduites en charge: [4]

Au cours d'un régime transitoire et plus précisément lors d'un phénomène de propagation d'onde, il en résulte des déformations de la canalisation qui est beaucoup plus radiales que longitudinales, question sur laquelle les avis des auteurs suivants sont partagés, en pratique on a à faire le plus souvent à des conduites avec des épaisseurs différentes et soumises à différents efforts qui influent sur la forme géométrique de la conduite.

Certains auteurs en analysant les modes d'ancrage, ont proposé diverses formules donnant la célérité d'onde. Néanmoins certains d'entre eux, comme le montre le tableau suivant, présentent des avis divergent sur les modes d'ancrage et par conséquent les paramètres composant la formule donnant la célérité d'onde.

Tableau I.2 : Célérité d'onde en fonction des considérations de chaque auteur. [13]

Auteurs	Conduites considérées	Considération de l'ancrage	Formules donnant la célérité d'onde
ALLIEVI	Paroi mince	Non considéré	$C = \left[\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} \right) \right]^{-1/2}$
JAEGER	Paroi mince et épaisse	Non considéré	$C = \left[\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} \right) \right]^{-1/2}$
PARMAKIAN	Paroi mince	Considééré	$C = \left[\rho \left(\frac{dP}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} + \frac{dL}{L dP} \right) \right]^{-1/2}$
HALLIWELL	Paroi mince et épaisse	Considééré	$C = \left[\rho \left(\frac{\Delta \rho}{\rho \Delta P} + \frac{\Delta S}{S \Delta P} + \frac{\Delta L}{L \Delta P} \right) \right]^{-1/2}$
MASSOUH	Paroi mince et épaisse	Considééré	$C = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{-1/2}$
B.SALAH	Paroi mince et épaisse	Considééré	$C = \left[\rho \left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \chi \frac{dS}{S dP} \right) \right]^{-1/2}$

I.7. Phénomène du coup de bélier :

I.7.1. Définition :

D'une manière générale, le coup de bélier (en anglais, Water Hammer) exprime toute variation de pression dans une conduite en charge, consécutive à une manœuvre quelconque de l'obturateur aval. Le coup de bélier est un phénomène non stationnaire de propagation d'ondes de pression à très hautes vitesses. Par conséquent, les forces dynamiques qui en résultent nécessitent le renforcement des ouvrages concernés, en particulier les conduites appelées alors conduites forcées, c'est le nom que l'on donne à une onde de choc hydraulique, lorsqu'un liquide non compressible comme l'eau est stoppé dans une canalisation. Autrement

dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un robinet (ou tout autre appareil) se ferme. Le coup de bélier est produit par un changement rapide de la vitesse d'écoulement dans les canalisations qui peuvent être provoquées par l'ouverture soudaine d'une valve ou sa fermeture, mise en marche ou l'arrêt des pompes, échec mécanique d'un dispositif,... etc.

Elle pourrait avoir comme conséquence le changement violent de la pression, qui est alors propagée dans la canalisation sous forme d'une vague de pression menant aux dommages graves. La vitesse de cette vague peut dépasser 1000 m/s et les valeurs de la pression peuvent osciller très hautes ou très basses. L'intensité du coup de bélier dépend de plusieurs facteurs, notamment la vitesse de l'eau et la vitesse de fermeture de la valve.

Vous pouvez aisément entendre ce "bang" quand une laveuse à linge ou une machine à vaisselle termine son cycle de remplissage. Tout le monde considère ce bruit comme normal et faisant partie du processus. Vous pouvez recréer vous-même cet effet en fermant rapidement un robinet de cuisine ou de salle de bain.

I.7.2. Causes du coup de bélier : [23], [4], [13]

Les causes les plus fréquentes du coup de bélier sont les suivantes :

- L'ouverture ou la fermeture instantanée et rapide d'une vanne de sectionnement.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- Arrêt brutal d'un ou plusieurs groupes électropompes ou la coupure d'électricité dans une station de pompage qui est la cause la plus répandue du coup de bélier.

I.7.3. Les risques dus aux coups de bélier : [5], [13]

Le coup de bélier, dont la brutalité est susceptible d'entraîner des ruptures de tuyaux, peut atteindre des valeurs très élevées pouvant être égale à plusieurs fois la pression de service sur les réseaux à basse pression.

Il est donc de toute première importance d'étudier des moyens propres à limiter ses effets puisqu'il en résultera une économie dans la construction des tuyaux, lesquels sont calculés notamment, pour résister à une pression intérieure donnée.

Ce phénomène se produit dans une conduite en charge et peut provoquer plusieurs risques suite à une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques.

I.7.3.1. Fortes pressions :

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante qui se produit suite à une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement. Si la somme de la surpression et de pression initiale dépasse la pression maximale admissible de la conduite, il peut y avoir fissuration de cette dernière, dislocation des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés).

I.7.3.2. Pressions négatives :

C'est une conséquence du coup de bélier suite à une dépression provoquée par l'arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement, si cette pression devient inférieure à 10 m.c.e, il se produit une poche de cavitation provoquant l'implosion de la conduite, aspiration des joints.

Une autre conséquence de la cavitation est la détérioration de l'enduit intérieur du tuyau, mais le risque le plus grave est celui d'éclatement de la conduite lors du retour à des pressions positives: les pressions obtenues à ce moment sont en effet souvent très importantes

I.7.3.3. Fatigue de la conduite :

En régime transitoire les alternances et la succession des surpressions et des dépressions qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquent la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible.

I.8. Régime transitoire dans les systèmes hydrauliques : [1]

Dans les systèmes hydrauliques, une analyse des différents régimes transitoires permettra de déterminer les conditions de dimensionnement ainsi que les mesures de protection pour les cas exceptionnels, il n'existe pas des solutions analytiques complètes permettant de résoudre le problème mais d'autres méthodes approximatives, graphiques et même numériques ont prit place pour permettre aux ingénieurs de quantifier ce type de phénomènes. La disponibilité croissante de la puissance de calcul des ordinateurs a permis de développer des outils

numériques de simulation dont la précision et la fiabilité sont déjà fort acceptable tant qu'on respecte les conditions d'utilisation.

Les objectifs de ce cours sont donc :

- Examiner les concepts de bases de la modélisation des transitoires hydrauliques.
- Définir les conditions d'utilisation d'un tel modèle.
- Considérer l'exploitation surtout en matière de protection contre les effets néfastes des variations de pression.

I.8.1 Description des phénomènes physiques en jeu :

I.8.1.1. État d'équilibre d'un système hydraulique : [1]

Les phénomènes transitoires hydrauliques apparaissent lorsque l'équilibre des forces agissant sur un système est modifié. Quand un liquide est en mouvement dans une conduite et que ce mouvement ne varie pas dans le temps, il y a un état d'équilibre permanent. En effet, il y a équilibre entre l'énergie disponible (ou potentielle) et les énergies dues au mouvement (cinétique) et perdues par le frottement, ce qui définit un mouvement permanent. Cette vision est macroscopique car, à une échelle plus petite, on observe que les vitesses fluctuent constamment autour d'une valeur moyenne, c'est une manifestation de la turbulence. Pour les besoins de l'analyse que nous ferons ici, nous ne considérerons que les effets globaux, moyens dans le temps, de la turbulence, notamment en ce qui concerne l'évaluation des forces de frottement selon le régime d'écoulement.

I.8.1.2. Onde élastique et oscillation en masse : [6]

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux comportements différents. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il ne contient pas d'endroit où il est possible d'accumuler de l'eau en grande quantité, on observe une variation locale importante de la pression; c'est le coup de bélier par onde élastique. Dans le cas où l'eau peut être accumulée dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre on parle plutôt d'oscillation en

masse. Dans ce qui suit, nous examinerons avec plus d'attention le phénomène d'onde élastique car il entraîne des effets plus contraignants sur le matériel que le phénomène, plus particulier aux cheminées d'équilibre, de l'oscillation en masse.

I.8.1.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions : [1]

Si on considère la conduite dans laquelle coule un liquide en régime permanent, le niveau de la pression est fort raisonnable, soit inférieur à celui de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Qu'advient-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement par accélération ou décélération? La réponse du physicien se base sur les principes de la mécanique newtonienne. Il y aura un transfert d'énergie entre les énergies potentielle et cinétique pour chercher à atteindre un nouvel équilibre en tenant compte des pertes et sa transgresser le principe de conservation de l'énergie.

Cette réponse, toute rigoureuse qu'elle soit, peut nous paraître bien aride et nous pouvons nous demander comment cela peut s'appliquer au simple cas de la masse d'eau qui circule en régime permanent dans une conduite et qui voit son mouvement modifié. Partant des principes que, dans un fluide, l'énergie potentielle se traduit par une énergie de pression et que, d'autre part, l'eau n'est pas absolument incompressible et que la conduite admet des déformations élastiques, on peut analyser un cas particulier.

I.9. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie :

I.9.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe : [1]

Considérons donc un système, analogue à une situation en refoulement, où l'eau coule à une vitesse V_0 pour alimenter un réservoir dont le niveau est constant. Le phénomène illustré à la figure I.3, peut être décrit en quatre phases.

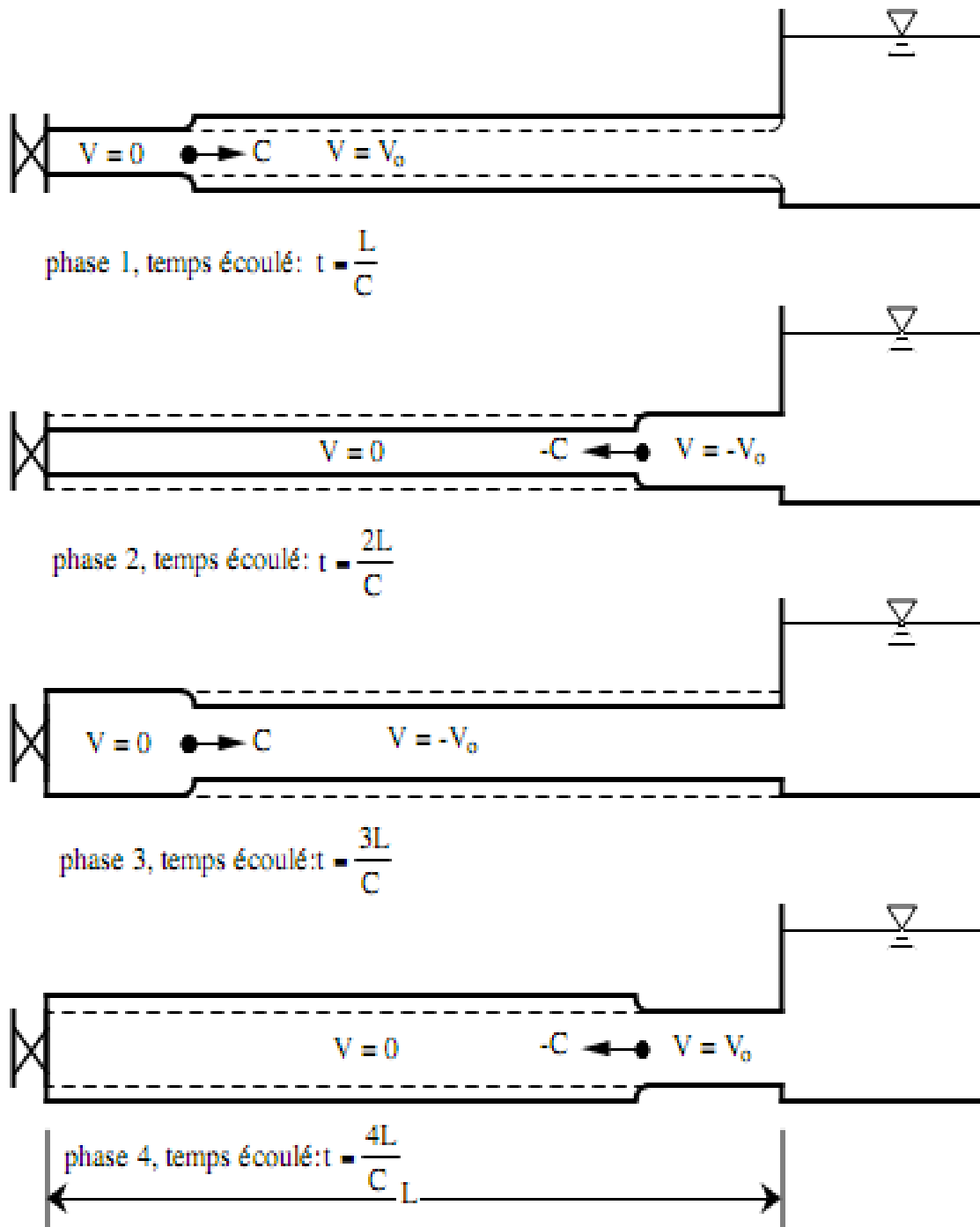


Figure I.3 : Quatre étapes d'un cycle de variation de pression. [1]

Étape 1: au temps $t = 0$, le débit à travers la pompe est brusquement interrompu, la vanne clapet située à l'amont du système est fermée, immédiatement et à proximité de la vanne, la vitesse d'écoulement s'annule, donc l'énergie cinétique fait de même et doit être compensée

par un gain d'énergie potentielle sous forme d'une dépression puisque le mouvement initial de l'eau a tendance à tirer sur la partie de la colonne d'eau qui est immobile.

Cette énergie de dépression se traduit mécaniquement par une énergie de déformation qui tend à réduire le diamètre de la conduite. Ce phénomène se poursuit jusqu'à ce que toute la conduite soit mise en compression, ce qui prend un temps égal au rapport de la longueur 'L' sur la célérité de l'onde de déformation 'C'.

Étape 2: lorsque que l'onde de dépression atteint le réservoir, celle-ci se dissipe puisqu'il règne à cet endroit une pression constante. À ce moment précis, plus rien ne retient la mise en compression de la conduite et elle commence à reprendre sa forme à proximité du réservoir. L'augmentation de volume ainsi créée, entraîne le remplissage de la conduite à une vitesse équivalente à la vitesse initiale du fluide puisque la déformation initiale de la conduite est directement liée à cette dernière. Ce phénomène a la même durée que celle de l'étape précédente.

Étape 3 : au moment où toute la conduite a repris sa forme, la vitesse de l'eau doit s'annuler en frappant la vanne fermée. Encore une fois, on doit avoir transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle par contre, cette fois, l'énergie de pression est positive puisque l'inertie de l'eau tend à comprimer la partie immobile de la colonne d'eau. Cette surpression met en tension la conduite qui se dilate. La vitesse de l'onde de déformation 'C' étant constante, la durée de cette étape est identique à celle des précédentes.

Étape 4: le surplus d'eau dû à l'augmentation du volume de la conduite commence à s'évacuer près du réservoir à une vitesse V_0 de façon à ce que la conduite reprenne son diamètre initial. À la fin de cette étape, toute la conduite aura retrouvé les conditions initiales et l'étape 1 pourra recommencer.

Ce cycle de période $T = 4L/C$ se répéterait indéfiniment, s'il n'y avait pas de frottement. Les effets du frottement agissent essentiellement sur l'amortissement de l'amplitude de la variation de pression. Le cas que nous venons d'étudier, est typique d'une installation de refoulement car il commence par une dépression à l'amont du système. Toutefois, un autre cas critique est à considérer, celui de la conduite forcée ou de l'adduction gravitaire. Dans cette configuration la manœuvre d'une vanne à l'aval du système entraîne une surpression au voisinage de la vanne semblable à celle observée à l'étape 3 du cas précédent. Le phénomène suit alors l'étape 4, 1, et 2.

Ces deux cas sont considérés dans le cas d'un arrêt ou d'une décélération, cependant, ils peuvent aussi être soumis à des départs ou accélérations plus ou moins rapides qui entraîneront des variations importantes de pression.

Dans l'exemple précédent, nous avons considéré que le fluide était parfaitement élastique quelque soit son état de contrainte, compression ou tension. Cependant, en situation réelle, un liquide se rompt en tension. Pour l'eau, une dépression d'environ -10,25 m d'eau entraîne cette rupture. Il se crée alors une cavité de vide ou presque puisqu'il y subsiste une pression de vapeur saturante.

Dans un cas concret, les conséquences de cette rupture sont nombreuses et importantes. Dans le cas que nous avons examiné précédemment, si on admet que cette rupture survient au moment de la fermeture de la vanne et à proximité de celle-ci, le comportement du système sera radicalement différent. Lors de la phase 1, la colonne d'eau n'est plus retenue que par la cavité de vide et elle s'éloignera avec une vitesse initiale V_0 . Puis, dans une deuxième phase, la pression négative de la cavité créera une force de rappel constante qui ralentira la colonne d'eau.

Une analyse par modèle mathématique simple permet de constater que cette force de rappel finira par inverser la vitesse de la colonne d'eau et que cette dernière viendra refermer avec une vitesse proche de V_0 la cavité. L'impact, en général assez violent, générera une onde de surpression qui se propagera comme dans les phases 3 et 4 du cas précédent pour recommencer, si la dépression est suffisante par un autre cycle initié par une rupture. Il est important de souligner ici que les étapes 1 et 2 ne se déroulent plus sur des périodes réglées par la célérité de l'onde de pression mais plutôt par des vitesses de l'ordre de celle de l'écoulement initial. [1]

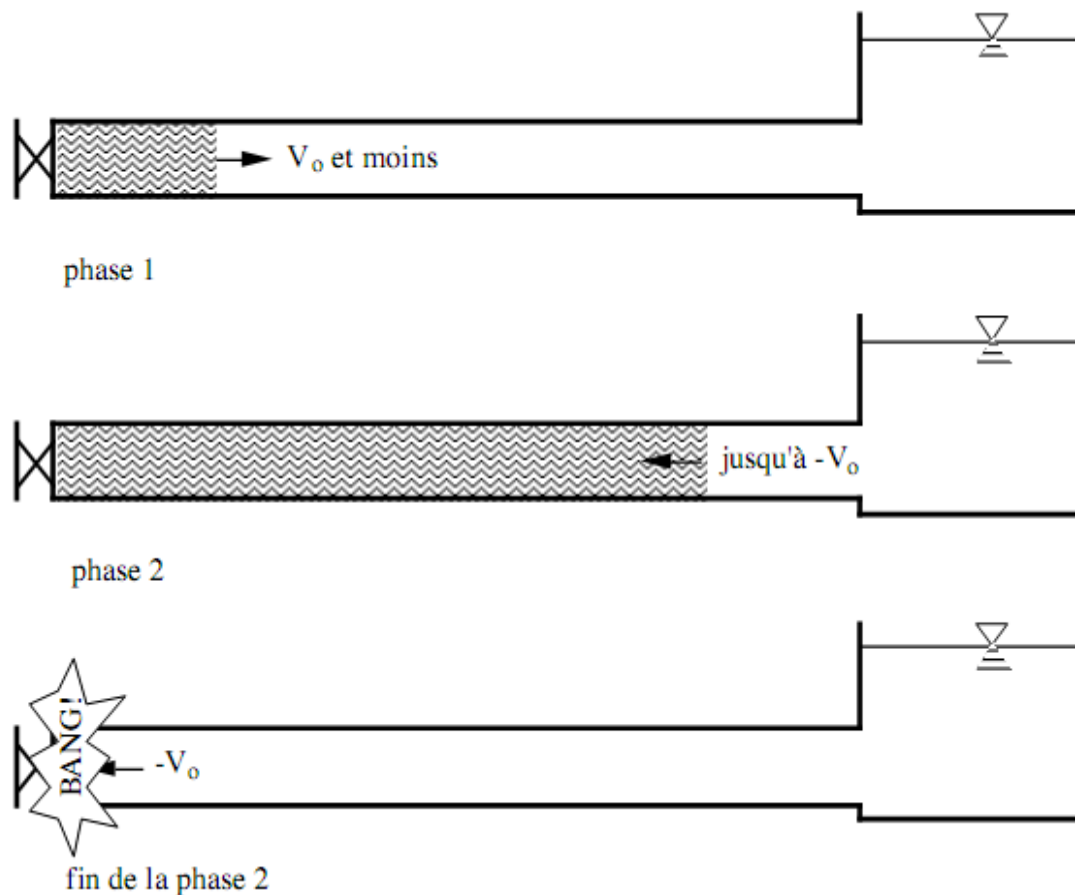


Figure I.4 : Deux premières étapes d'un cycle avec rupture de la colonne d'eau. [1]

Ces deux exemples jettent les bases des comportements physiques dont on devra considérer les conséquences dans l'analyse d'une station de refoulement d'eau.

I.9.2. Cas d'une fermeture brusque d'une vanne placée à l'aval d'une Conduite :

Dans le cas de la fermeture brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite, la manœuvre d'une vanne à l'aval du système entraîne une surpression au voisinage de la vanne semblable à celle observée à l'étape 3 du cas précédent. Le phénomène suit alors l'étape 4, 1, et 2. Au bout du temps $t = L/C$ serait engendrée dans le réservoir une onde d'équilibre qui se propagerait jusqu'à la vanne, où elle arriverait dans le temps $t = 2L/C$ (Phase 4).

À ce moment-là prendrait naissance une onde de dépression, qui atteindrait le réservoir dans le temps $t = 3L/C$ (phase 1), suivie d'une onde d'équilibre, qui attendrait la vanne dans le temps $t = 4L/C$ semblable à la phase 2, et le phénomène recommencerait s'il n'y avait pas de frottement.

I.10. Conclusion :

Ce chapitre nous a permis de décrire le phénomène transitoire, son apparition et son évolution suite à une manœuvre instantanée et le mécanisme qui le régit en se basant sur les différents travaux antérieurs relatifs aux écoulements transitoires et les paramètres entrant en jeu dans le phénomène du coup de bélier.

Chapitre II

Modèle mathématique

II.1.Introduction :

Il est possible de définir un système à deux équations aux dérivées partielles pour décrire le comportement physique du système eau-conduite, en faisant les bilans de la masse et les forces exercées sur un élément de fluide. Ces équations reposent sur :

- La théorie de conservation de la masse (équation de continuité).
- Le principe de la conservation de la quantité de mouvement (équation dynamique).

II.2. Model mathématique de SAINT-VENANT :

II.2.1. Hypothèse de base : [14]

Afin qu'on puisse appliquer les deux lois sur une tranche d'un fluide, des hypothèses de base ont été émises :

- La conduite est peu déformable, il en résulte que les composantes de l'accélération perpendiculaire à l'axe de la conduite sont négligeables.
- le liquide est très peu compressible.
- La répartition de la pression et la vitesse sont uniformes et constantes à travers une section, il en résulte que l'inertie liée à l'écoulement radial dans une section est négligeable et que la vitesse est une fonction de x et t .
- La paroi de la conduite n'a pas d'inertie c'est-à-dire que la variation de la pression est suivie instantanément par la déformation de la paroi.
- Le niveau du réservoir est supposé constant.

Par souci de simplicité est vue les hypothèses simplificatrices présentées ci-dessus, nous présenterons le modèle mathématique, dans le cas d'un fluide homogène. Les grandeurs définissant les conditions d'écoulement en un point de la conduite sont :

- La pression (charge) : $P(x, t)$, $H(x, t)$
- La vitesse moyenne : $V(x, t)$

II.2.2. Equation de continuité : [2]

Nous allons d'abord rappeler certains résultats de mécanique des matériaux et les utiliser pour déterminer les contraintes dans les tuyaux sous pression.

Appelons σ_1 et σ_2 les contraintes longitudinale et radiale, ζ_1 et ζ_2 les déformations correspondantes, E le module d'élasticité de la conduite (module de YOUNG) et ν le module de poisson.

La loi de HOOKE permet d'écrire :

$$\zeta_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\zeta_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

σ_1 et σ_2 : désignent les contraintes longitudinale et radiale.

ζ_1 et ζ_2 désignent les déformations correspondantes.

E : désigne le module de Young du matériau de la conduite.

ν : désigne le coefficient de Poisson du matériau de la conduite

Essayons d'exprimer les contraintes σ_1 et σ_2 comme suit :

Contrainte σ_2 :

Si "D" est le diamètre et "e" l'épaisseur du tuyau. La pression interne "P" exerce une force "P.D" sur une demi-circonférence.

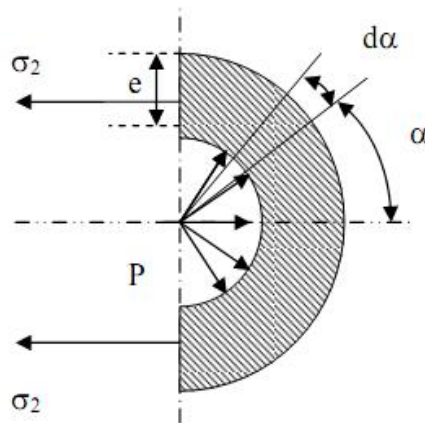


Figure II.1 : forces et contraintes radiales dans un tuyau. [2]

La contrainte est donc : $\sigma_2 = \frac{PD}{2e}$

Contrainte σ_1 :

On distingue deux cas :

- **Premier cas :** Si la conduite a suffisamment de joints, on peut considérer qu'il n'y a ni contraintes, ni déformations longitudinales et que les éléments cylindriques successifs sont indépendants entre eux (donc $\nu = 0$). Dans ce cas, on a $\nu_1 = \nu = 0$ (ν n'est pas alors le module de poisson du matériau proprement dit mais son équivalent pour la canalisation globale).
- **Deuxième cas :** La contrainte longitudinale doit être prise en compte. Elle dépend dans ce cas de la façon dont le tuyau est ancré aux extrémités.

Tuyau ancré aux deux extrémités : on a donc $\zeta_1 = 0$ et par conséquent :

$$\sigma_1 = \nu \cdot \sigma_2$$

Tuyau libre à une extrémité : la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est égale $\frac{P \cdot \pi \cdot D^2}{4}$. Cette pression peut être nulle dans le cas où la vanne d'extrémité est grande

ouverte. Cette force s'exerce sur le périmètre entier du tuyau $\pi \cdot D$, donc sur la surface $\pi \cdot D \cdot e$,

la contrainte est donc $\sigma_1 = \frac{P \cdot D}{4e}$ qu'on peut écrire : $\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$

- **Récapitulation :**

L'expression de la contrainte radiale : $\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{2e}$

L'expression de la contrainte longitudinale : $\sigma_1 = K_c \sigma_2$

Avec K_c coefficient d'ancrage, on peut avoir trois cas :

- Cas A : conduite sans joints, libre à une extrémité $K_c = 1/2$,
- Cas B : conduite sans joints, ancrées aux deux extrémités $K_c = \nu$,
- Cas C : conduite avec de nombreux joints $K_c = 0$.

II.2.2.1. Expression de l'équation de continuité :

Nous allons exprimer l'équation de continuité en analysant les déformations à masse constante d'un volume de liquide entre les instants « t » et « t+dt » ; cette masse étant constante est égale à : $\rho v = \rho \cdot S \cdot \Delta L$ reste constante.

Soit :
$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = 0 \quad (\text{II.1})$$

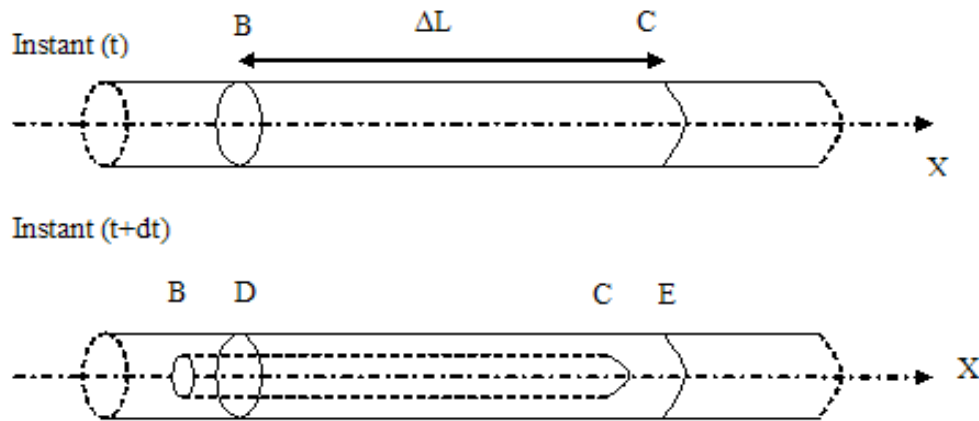


Figure II.2 : Déplacement d'un élément liquide. [2]

Avec :

ρ : la masse volumique du liquide.

S : la section radiale.

ΔL : la variation de longueur de l'élément liquide.

II.2.2.1.1. Variation de longueur de l'élément liquide :

Exprimons la variation de ΔL :

$$\Delta L (t) = X_C - X_B$$

$$\Delta L (t + dt) = X_E - X_D$$

$$d(\Delta L) = (X_E - X_C) - (X_D - X_B)$$

$$d(\Delta L) = U_C \cdot dt - U_B \cdot dt = (U_C - U_B) dt$$

D'où
$$d(\Delta L) = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \Delta L \cdot dt$$

$$\text{Et} \quad \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot dt \quad (\text{II.2})$$

II.2.2.1.2. Variation de la masse volumique de l'élément liquide :

Par définition, le module d'élasticité du fluide ε est égal à $dP / (d\rho/\rho)$.

On en déduit l'égalité suivante :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon} \quad (\text{II.3})$$

II.2.2.1.3. Variation de section de l'élément liquide :

La section de l'écoulement liquide reste en permanence égale à celle de l'élément de tuyau qui l'entoure. On a donc :

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dr}{r} = 2d\zeta_2 = \frac{2}{E} (d\sigma_2 - \nu d\sigma_1)$$

On a vu précédemment que $\sigma_1 = K_c \sigma_2$. Si on pose $f = 1 - K_c \nu$, on obtient :

$$\frac{dS}{S} = \frac{2f}{E} d\sigma_2 = \frac{D}{E \cdot e} f dP \quad (\text{II.4})$$

Avec :

S : La section de la conduite,

E : Module de Young du matériau,

e : Epaisseur de la conduite,

D : Diamètre de la conduite.

II.2.2.1.4. Résultats :

Il suffit de remplacer chaque terme de l'équation II.1 par les expressions données dans les équations II.2, II.3 et II.4, on obtient l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \frac{dP}{dt} = 0 \quad (\text{II.5})$$

On voit que le terme $\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right)$ dépend d'une part de la compressibilité de l'eau (ε), d'autre part des caractéristiques du tuyau $\left(\frac{D}{E \cdot e} \right)$ et de la façon dont ce dernier est assemblé et ancré (f).

Ce terme est donc en général une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le coup de bélier. On pose donc :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \quad (\text{II.6})$$

Ce qui donne comme nouvelle expression de l'équation de continuité :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0 \quad (\text{II.7})$$

On a obtenu ainsi la première équation de SAINT-VENANT.

II.2.2.1.5. Remarques :

L'équation II.7 traduisant la continuité n'est en toute rigueur établie que pour les trois cas particulier de canalisation, pour d'autres cas il faut tenir compte de la modification de contrainte longitudinale par modification des conditions aux limites en faisant intervenir d'autre facteurs négligés ici (influence des joints et pièces spéciales, comportement du matériau enterré, effet du remblai et de son hétérogénéité, etc...).

En utilisant la définition du module d'élasticité du fluide « ε » et celui de YOUNG du matériau dans le cas d'un tuyau élastique. En remplaçant ε et $\frac{D}{E \cdot e} f$ par leurs valeurs tirées dans les équations II.3 et II.4, l'équation II.6 notamment devient :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{d\rho}{\rho \cdot dp} + \frac{dS}{S \cdot dp} \right) \quad (\text{II.8})$$

II.2.3. Equation dynamique : [2]

Considérons un élément de petit volume qui se déplace dans un cylindre ci-dessous :

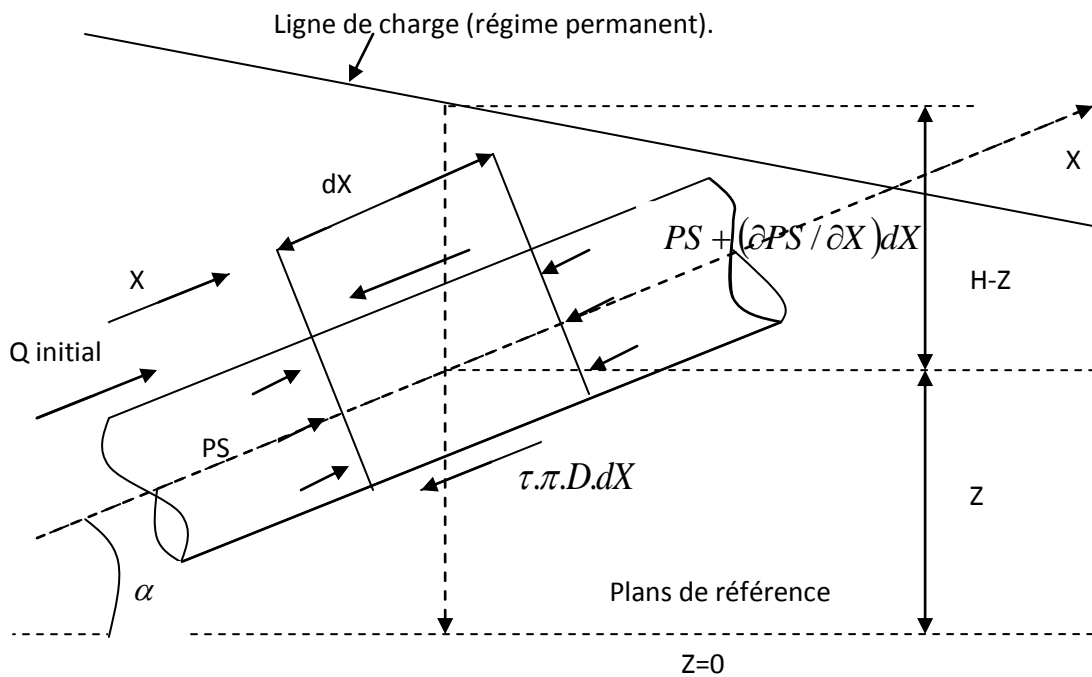


Figure II.3 : Forces exercées sur une tranche liquide. [13]

Appliquant le théorème des quantités de mouvement sur cet élément :

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum F_{ex}$$

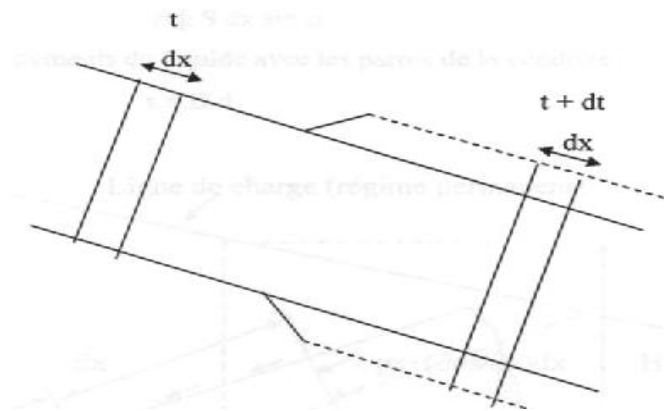


Figure II.4 : Théorème des quantités de mouvement. [2]

Qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(mU)}{dt} = \frac{dm}{dt}U + m\frac{dU}{dt}$$

Avec :

ΣF_{ex} : La somme des forces extérieures.

m : La masse de la tranche liquide.

U : La vitesse d'écoulement.

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement, on a donc : $\frac{dm}{dt} = 0$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{d(mU)}{dt} = m\frac{dU}{dt} = \rho \cdot S \cdot dX \cdot \frac{dU}{dt}$$

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite sont :

- La pression $-\frac{\partial P}{\partial X} S \cdot dX$
- La gravité $\rho \cdot g \cdot S \cdot dX \cdot i$
- Le frottement $-\rho \cdot g \cdot S \cdot dX \cdot j$

On obtient donc :

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g(i - j) \quad (\text{II.9})$$

Qu'on peut écrire également sous la forme :

$$\frac{dU}{dt} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} - g(i - j) = 0 \quad (\text{II.10})$$

Ou bien encore, $P^* = P + \rho gh$ et $\frac{\partial h}{\partial x} = -i$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial X} = -g \cdot j \quad (\text{II.11})$$

L'équation (II.10) représente la 2^{ème} équation de SAINT-VENANT.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g(i - j) \end{array} \right. \quad (\text{II.7})$$

$$(\text{II.10})$$

Par conséquent les équations (II.7) et (II.10) représentent le système d'équations de SAINT-VENANT.

La première équation exprime le fait qu'une variation spatiale du débit entraîne une évolution temporelle de la pression; en effet, si, par exemple, il entre plus de débit dans un volume donné qu'il en sort, il faut que la pression augmente de façon à ce que le volume augmente s'il est élastique.

La deuxième équation est en fait l'expression de l'équilibre des forces selon la loi de Newton. Cet équilibre fait intervenir l'accélération du fluide par la variation temporelle du débit, les différences de pression sous forme de gradient et les forces de frottement causées par la vitesse du fluide sur les parois plus ou moins rugueuses de la conduite.

II.3. Equations aux caractéristiques : [2]

Les deux équations de SAINT-VENANT établies ci-dessus permettent de traduire tous les mouvements transitoires. Nous allons les transformer pour obtenir des équations plus maniables et ayant un sens physique plus évident.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) \end{array} \right. \quad (\text{II.7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g(i - j) \end{array} \right. \quad (\text{II.10})$$

Multipliant la première par $\frac{C}{\rho}$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g(i - j) \end{array} \right.$$

Ajoutons-les d'abord puis retranchons la première de la deuxième. On obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + (C + U) \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (C + U) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = g(i + j) \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = g(i - j) \end{array} \right. \quad (\text{II.13})$$

La première équation montre que si on se place sur un trajet tel que $\frac{dX}{dt} = U + C$, la quantité

$\frac{\partial U}{\partial t} + (U + C) \frac{\partial U}{\partial X}$ exprime sur ce trajet la dérivée totale par rapport au temps de la

vitesse, c.à.d. $\frac{dU}{dt}$. De même pour la pression, le système d'équation II.12, II.13 donne donc

naissance au système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = U + C \\ \frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{dP}{dt} \right) = g(i + j) \end{array} \right. \quad (\text{II.14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = U - C \end{array} \right. \quad (\text{II.15})$$

Remarquons ici que dans le cas qui nous intéresse, la vitesse du fluide U est toujours petite devant C , célérité des ondes et qu'on peut donc la négliger. On obtient donc le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ \frac{C}{g} dU \pm \frac{1}{\rho g} dP = (i - j) C dt \end{array} \right. \quad (\text{II.16})$$

$$(\text{II.17})$$

Remarquons en outre que $C dt = \pm dX$ et que $C dt = \pm dX$.en multiplions par ± 1 , on obtient finalement :

$$\pm \frac{C}{g} dU + \frac{dP}{\rho g} + dh = -j.dX \quad (\text{II.18})$$

D'où le système final des équations aux caractéristiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ dZ \pm \frac{C}{g} dU = -j.dX \end{array} \right. \quad (\text{II.16})$$

$$(\text{II.18})$$

Qui exprime que si on se déplace de façon à ce que $\frac{dX}{dt} = C$, la quantité $Z + \frac{CU}{g}$ reste constante aux pertes de charge près, d'où cette autre expression des équations aux caractéristiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d\left(Z \pm \frac{C}{gS} Q\right) = -j.dX \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.16)} \\ \text{(II.19)} \end{array}$$

Outre leur signification physique, ces équations présentent l'intérêt d'être faciles à utiliser.

Une simplification supplémentaire sera toute fois introduite, on considèrera que la quantité $\frac{C}{gS}$

est une constante et par conséquent, on admettra que la section, prise en compte comme variable au même titre que la compressibilité du fluide et l'allongement de la conduite dans l'établissement des équations, est maintenant est constante en face des variations de débit et de la cote piézométrique. On exclura également de notre domaine d'étude les matériaux très flexibles pour lesquels la célérité n'est pas constante au cours de l'évolution du phénomène, ou bien on admettra que les calculs obtenus en considérant une célérité constante donnent seulement un ordre de grandeur des résultats. On obtient ainsi le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ dZ \pm \frac{C}{gS} dQ = -j.dX \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.16)} \\ \text{(II.20)} \end{array}$$

Terminant ce paragraphe les équations aux caractéristiques en notant le parallélisme avec le domaine d'hydraulique à surface libre ou les équations s'écrivent sous la forme suivante, en négligeant la variation de la section mouillée $\frac{\partial S}{\partial x}$ à tirant d'eau. Y constante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = U \pm C \\ dY \pm \frac{C}{g} dU = (i - j).dX \end{array} \right.$$

La célérité C est égale à $\sqrt{\frac{gS}{L}}$, où L est la largeur au miroir. Elle est du même ordre de grandeur que la vitesse U du fluide qui ne peut donc plus être négligée devant la célérité.

II.4. Les équations d'ALLIEVI : [2]

Les équations II.7 et II.10 de SAINT-VENANT sont générales et traduisent tous les mouvements transitoires. On peut donc les simplifier en rétrécissant le champ de leur validité. Négligeons les pertes de charge et admettons qu'on ne s'intéresse qu'aux variations telles que

$U \cdot \frac{\partial U}{\partial X}$ soit négligeable devant $\frac{\partial U}{\partial t}$. ceci est souvent vrai en hydraulique sous pression

puisque en front d'onde $\frac{\partial U}{\partial t}$ est égal à $(-C \frac{\partial U}{\partial t})$ et que U est faible devant C , on peut

également négliger $(U \frac{\partial U}{\partial X})$ devant $\frac{\partial P}{\partial t}$.

Le système des équations II.7 devient alors :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g.i$$

Comme : $i = -\frac{\partial h}{\partial X}, \frac{\partial h}{\partial t} = 0$ et $P^* = P + \rho g Z$ On peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P^*}{\partial t} \right) = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.21)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial X} = 0 \end{array} \right. \quad \text{(II.22)}$$

Ces deux équations s'intègrent pour donner le système de solutions :

$$\left\{ \begin{array}{l} P^* = P^*_0 + F\left(t - \frac{X}{C}\right) + f\left(t + \frac{X}{C}\right) \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U = U_0 + \frac{1}{\rho C} \left[F\left(t - \frac{X}{C}\right) - f\left(t + \frac{X}{C}\right) \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.24})$$

Où F et f représentent des fonctions quelconques des variables $\left(t - \frac{X}{C}\right)$ et $\left(t + \frac{X}{C}\right)$.

C'est à partir de ces équations que sont établies les solutions analytiques pour les cas simples, en faisant intervenir les conditions aux limites.

II.5. Conclusion :

Ce chapitre nous a permis d'établir les équations de base régissant les mouvements transitoires en hydraulique sous pression en appliquant le théorème de la quantité de mouvement et de continuité, ces équations sont connues sous le nom des équations de SAINT-VENANT.

En portant quelques simplifications sur les équations de base précédentes, nous avons abouti aux équations aux caractéristiques et celles d'ALLEIVI.

Chapitre III

Phénomène du coup de bélier dans
une conduite en refoulement

III.1. Introduction :

La présence du coup de bélier dans les conduites en refoulement suite à des variations importantes de pression peut avoir des effets néfastes sur les canalisations. Afin de réduire l'amplitude des surpressions et des dépressions, il est indispensable de considérer des équipements de protection anti-bélier.

III.2. Répartition du coup de bélier le long de la conduite :

En cas d'arrêt brusque ($t \leq \frac{2L}{C}$), le coup de bélier, maximal près de la pompe (cas de la conduite de refoulement), ou près du robinet de réglage d'extrémité (cas de la conduite d'adduction), il conserve sa valeur maximale $\frac{C.U_0}{g}$ jusqu'à une distance égale à $(L - \frac{C.t}{2})$, puis décroît pour devenir nul à l'autre extrémité.

Nous remarquons, notamment, que si la conduite de refoulement présente un point haut P, il y aura risque de cavitation.

On peut également voir les cas cités dessous qui illustre cette répartition :

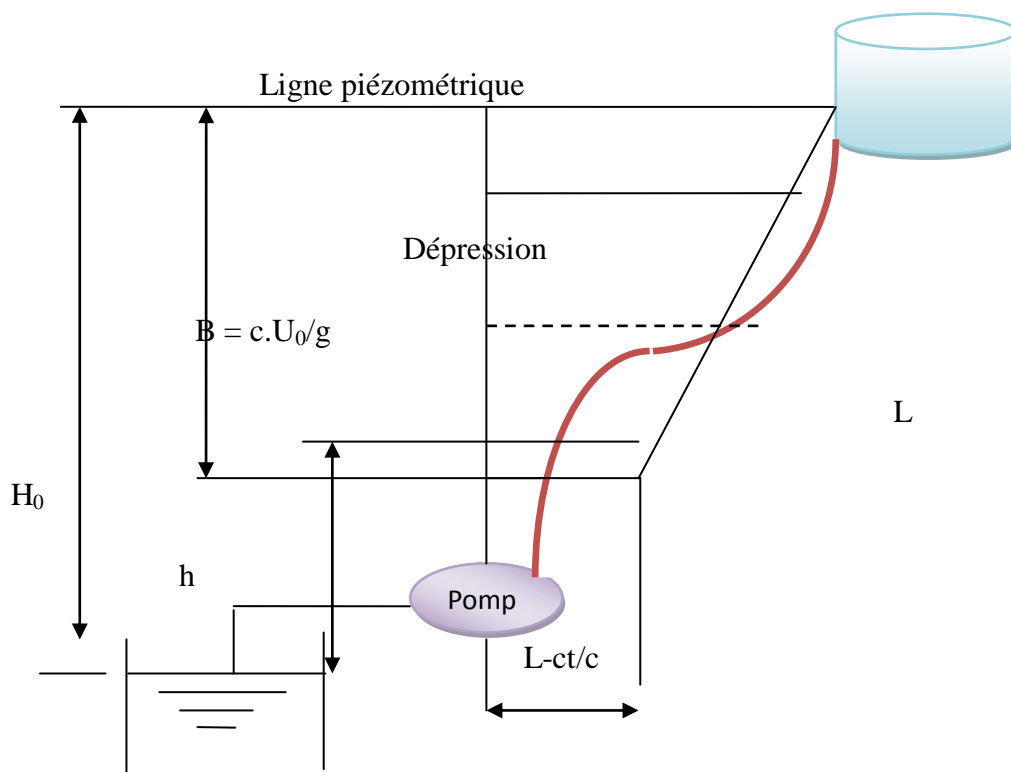


Figure III.1 : Conduite de refoulement – dépression (fermeture rapide). [16]

En cas d'arrêt lent ($t > \frac{2L}{C}$), le coup de bélier décroît linéairement depuis sa valeur maximale

$\frac{2LU_o}{gt}$ jusqu'à zéro, à l'autre extrémité.

Ce sera la répartition qui sera admise dans l'étude des installations équipées en vue d'atténuer les effets du coup de bélier. On pourra ainsi tracer la ligne piézométrique en régime transitoire et examiner si certains points du tracé en profil ne risquent pas d'être soumis à la cavitation.

On aura les diagrammes donnés par les figures (III.2) et (III.3).

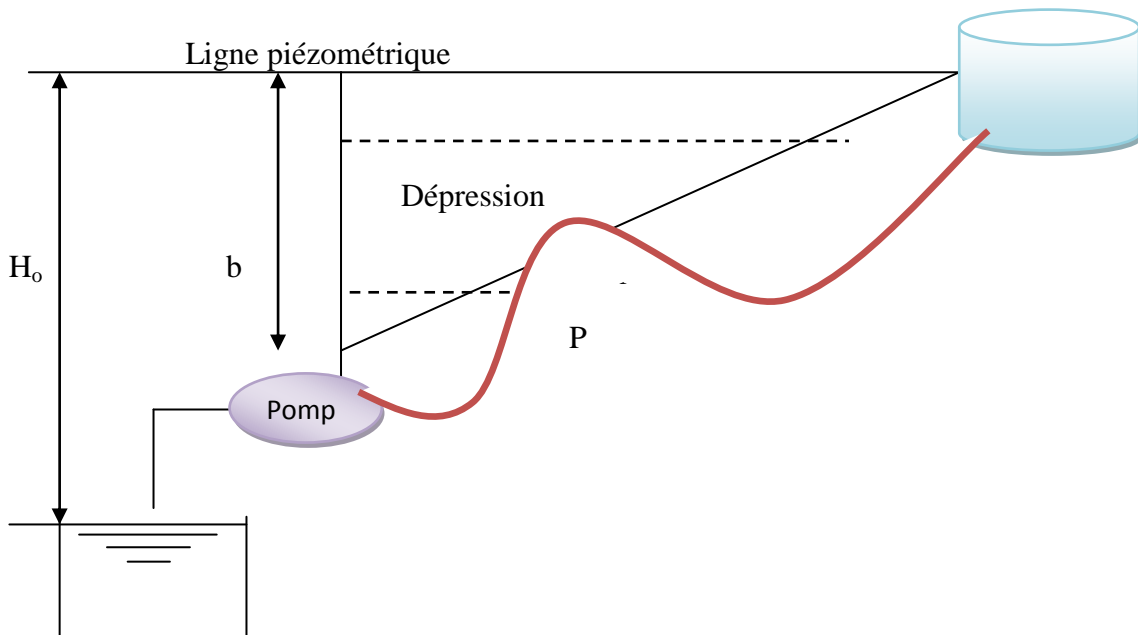


Figure III.2 : Conduite de refoulement-dépression (fermeture lente). [16]

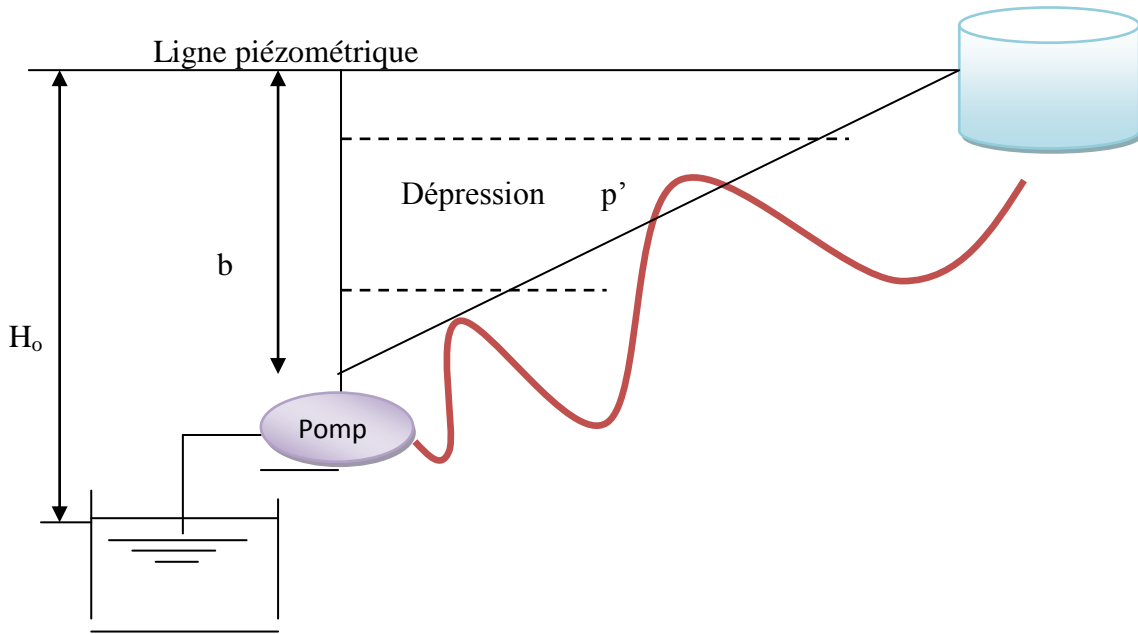


Figure III.3 : Conduite de refoulement-dépression (fermeture lente). [16]

Nous pouvons constater l'avantage retiré dans le cas du refoulement, pour le point haut P qui bénéficie encore d'une pression positive.

Mais, si le profil du refoulement est celui représenté sur la figure (III.3) et que la dépression est importante au départ, il y aura tout intérêt à protéger cette conduite plus efficacement.

III.3. Prise en compte des pompes :

Suite à une panne de courant des moteurs qui actionnent les pompes dans un système de transport de liquide, la vitesse de rotation des pompes diminue assez rapidement puisque l'inertie des pompes est habituellement faible vis-à-vis de l'inertie du liquide dans la conduite de refoulement. Puisque le débit des pompes et la charge qu'elles produisent sont réduits, une onde de pression négative se propage vers l'aval à partir des pompes, et une onde positive se propage vers l'amont dans la conduite d'alimentation des pompes. Le débit passant à travers les pompes continue à diminuer puis devient négatif. Au moment de la renverse du débit, il est possible que le rotor des pompes continue à tourner dans le sens de l'opération normale, mais le débit négatif finit par provoquer une renverse de la direction de rotation des pompes.

A ce moment, les pompes opèrent comme des turbines. Le débit (négatif) des pompes continue à augmenter jusqu'à ce que celles-ci atteignent leur vitesse d'emballement. L'augmentation de la vitesse de rotation dans la direction négative peut provoquer un certain

étranglement au niveau des pompes, ce qui engendre une onde de pression positive dans la conduite de refoulement et une onde négative dans la conduite d'alimentation. [9]

Le fonctionnement d'une pompe centrifuge ou toute autre turbomachine dans des conditions inhabituelles (vitesse de rotation positive, débit négative) se produit lors de sa mise en marche et dès son arrêt. On distingue à cet égard quatre modes de fonctionnement possibles :

1. Sens de rotation et d'écoulement positifs $N > 0$, $Q > 0$: dans ce cas la caractéristique $H(Q)$ pour une vitesse de rotation N donnée revêt l'allure montée sur le cas 1. [3]
2. Sens de rotation négatif, sens de l'écoulement positifs $N < 0$, $Q > 0$: un tel cas se présenter par suite d'une erreur de connexion au sein du moteur d'entraînement et par conséquent ne présente pas d'intérêt pour l'étude du coup de bélier, dans ce cas les courbes $H(Q)$ sont beaucoup inférieure et très tombantes par rapport aux courbes normales comme le montre le cas 2. [3]
3. Sens de rotation positif, débit négatif $N > 0$, $Q < 0$: ce cas peut se présenter par exemple lors de la disjonction de la pompe. En effet la vitesse de rotation décroît dans ce cas mais restant toujours positive et il arrive que la hauteur du réservoir aval soit supérieure à celle du réservoir amont proprement dit à la pompe, dans ce cas la courbe revêt l'allure de le cas 3. [3]
4. Sens de rotation négatif, sens d'écoulement inverse $N < 0$, $Q < 0$: lors d'une disjonction de la pompe, il peut arriver, à cause de différence de hauteur de remplissage, que le débit de remplissage augmente, si ce débit est assez important il se peut que cette pompe fonctionne comme une turbine hydraulique c'est-à-dire que le fluide entraîne la pompe dans le sens de rotation inverse, cet écoulement de sens inverse ne s'arrêtera qu'avec la fermeture complète du clapet anti-retour (installé juste après la pompe), la courbe $H(Q)$ revêt l'allure du cas 4. [3]

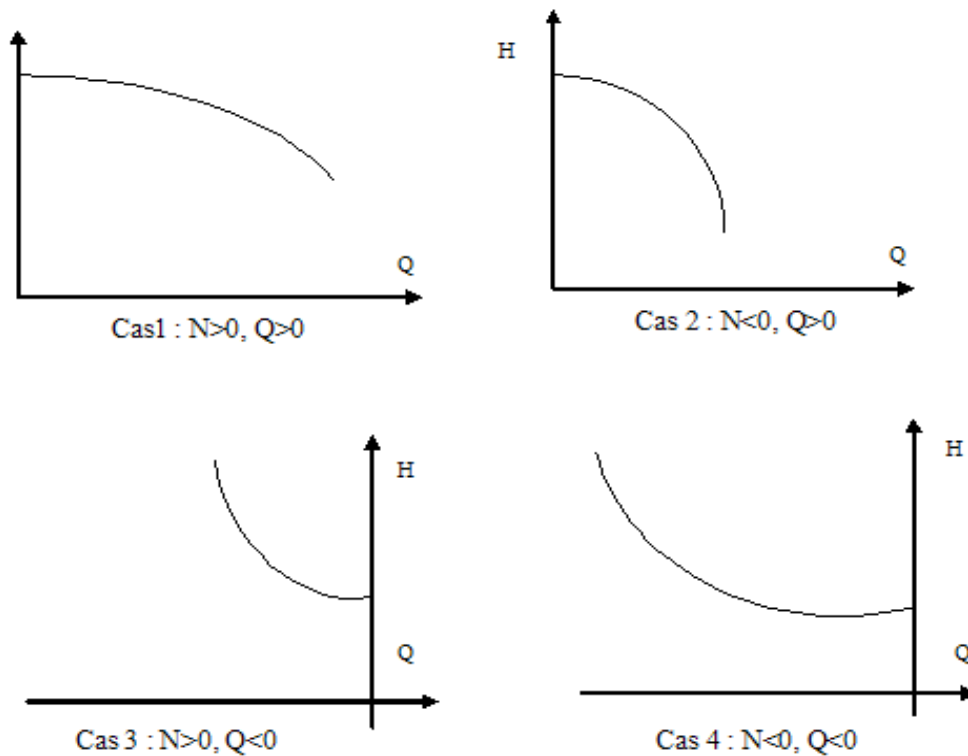


Figure III.4 : Courbes caractéristiques de la pompe $H=f(Q)$. [3]

Lors de l'étude du coup de bélier dans une conduite, il n'y a pas lieu de prendre en considération le cas n°2, c'est-à-dire en aura uniquement que :

- Zone normale de pompage ou la vitesse et le débit sont positifs.
- Zone d'énergie de dissipation ou le débit est inversé mais la pompe est toujours en rotation dans la direction normale ;
- Zone de fonctionnement en turbine ou le débit est négatif et la pompe est en rotation inverse. [3]

III.3.1. Caractéristiques complètes d'une pompe : [20]

Les caractéristiques d'une pompe sont nécessaires pour fournir les rapports des débits, vitesses et couples pour résoudre le problème d'opération de pompe. L'efficacité est une fonction des autres variables ainsi elle peut être déterminée si les autres valeurs sont connues. Des caractéristiques de pompe peuvent normalement être obtenues à partir du fabricant pour les conditions normales. Cependant, pendant des états passagers, les pompes agissent

anormalement et les caractéristiques du dysfonctionnement sont nécessaires. La première recherche sur les pompes actionnées dans des conditions anormales ont été faites par KITTREDGE et THOMA en 1931 où ils ont couru une petite pompe dans des conditions de pression, d'écoulement, et de vitesse négatifs.

Quelques années après, KNAPP, a continué cette recherche avec une plus grande, plus efficace pompe qui a représenté une installation moderne (Knapp 1937). Il a utilisé deux pompes dans une boucle pour simuler la gamme complète des conditions actionnées. Les résultats étaient un ensemble de courbes caractéristiques pour tous les types d'opération.

VON KARMEN a proposé un diagramme complet comprenant toutes les caractéristiques dans une figure simple (Knapp 1937). Cette figure, connue sous le nom de diagramme de cercle de Karman-Knapp, est arrangée avec la vitesse sur l'axe des abscisses et le débit sur l'axe des ordonnées divisant la figure en quatre quarts de cercle, et les lignes de traçage de la charge constante et du couple constant.

Les quatre quarts de cercle sont arrangés d'un mode dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Le quart de cercle I, à débit positif et la rotation positive. Le quart de cercle II a débit positif et la rotation négative. Le quart de cercle III a débit négatif et la rotation négative, et le quart de cercle IV à débit négatif et la rotation positive. En plus de combiner quatre ensembles de courbes dans une figure, le diagramme de cercle de Karman-Knapp est utile en visualisant et en comprenant l'image physique aussi bien. Beaucoup de points de fonctionnement critiques peuvent être obtenus directement à partir du diagramme.

Les lignes continues sont des lignes de charge constante, et les lignes tirées sont des lignes de couple constant. Quelques dispositifs importants du diagramme sont les lignes d'un écoulement nul, de la charge, de la vitesse et du couple. L'exemple de l'échec de pompe discuté dans le commencement de ce chapitre peut être employé pour montrer l'utilité de ce diagramme. À l'heure de la panne de courant, la pompe fonctionne dans le quart de cercle I dans le secteur de l'opération normale de pompe. L'exemple est un où la charge est constante ainsi on peut suivre la ligne principale constante pour trouver les caractéristiques pendant l'événement passager. Car l'écoulement ralentit la vitesse à laquelle les inverses d'écoulement peuvent être trouvés en trouvant l'intersection de la ligne principale constante avec l'axe d'écoulement. Après ce point la pompe fonctionne dans le quart de cercle IV dans le secteur de la dissipation d'énergie. Le point où la pompe cesse de tourner dans la direction positive et commence à fonctionner pendant qu'une turbine peut être trouvée par où la ligne principale

constante intersectée avec l'axe de vitesse. Maintenant la pompe fonctionne dans le quart de cercle III dans le secteur de l'opération normale de turbine. La pompe atteint l'équilibre au point où la ligne principale constante intersectée avec la ligne du couple nul. La vitesse à la ligne du couple nul est la vitesse d'emballage de la machine.

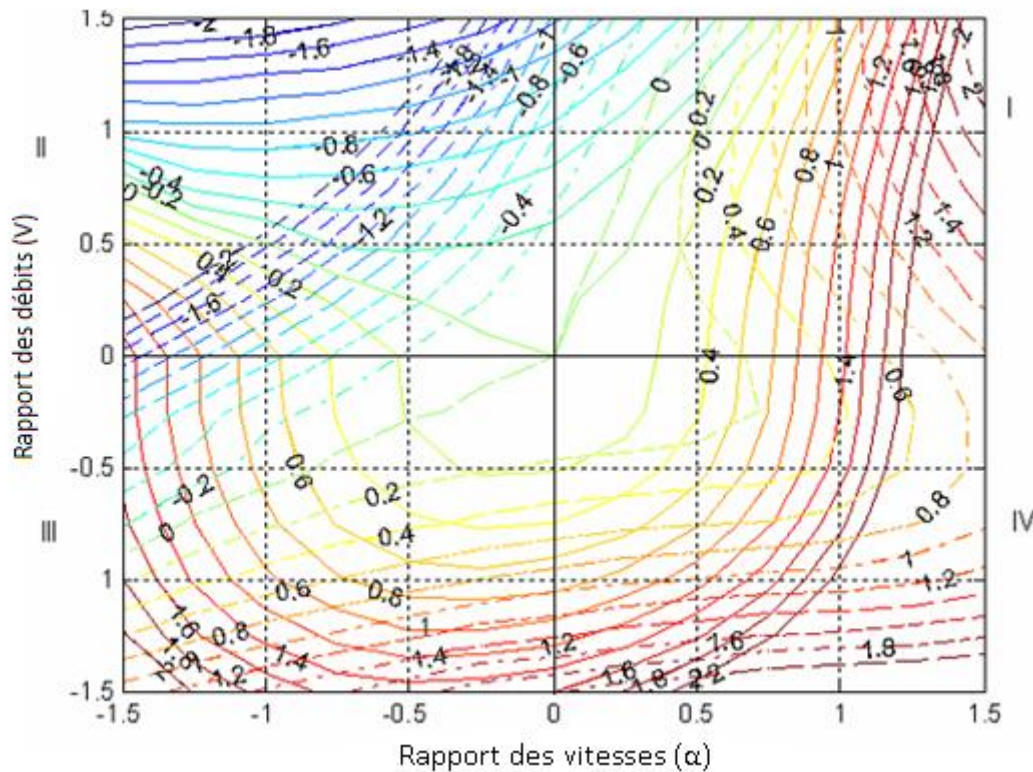


Figure III.5 : Diagramme de karman-knapp. [20]

Pour l'étude du coup de bélier il est important de connaître les paramètres nominaux de la pompe : débit nominal Q_n , hauteur d'élévation nominale H_n , assurés à la vitesse nominale N_n , à cela il faudra connaître aussi les courbes caractéristiques de la pompe, Plutôt que de travailler avec Q_p , N_p , H_p et T_p , il est plus commode de considérer les variables réduites suivantes:

$$V = Q_p / Q_n, \quad \alpha = N_p / N_n, \quad h = H_p / H_n, \quad \beta = T_p / T_n$$

On distingue plusieurs modes de représentation des relations hauteur-débit :

- La première consiste à reporter H en ordonnées et Q en abscisses, on obtient ainsi une caractéristique dimensionnelle $H=f(Q)$ pour chaque valeur de N .
- La seconde manière consiste à reporter en abscisses Q_p/Q_n , et en ordonnées

$$H_p/H_n$$

Ces deux représentations posent problème si le point de fonctionnement se situ aux cadrans II, III, IV du système 0QH.

- La troisième consiste à reporter, pour une vitesse de rotation spécifique N_s donnée, en abscisses v/α ou α/v et en ordonnées la fonction h/α ou h/v .

Où l'indice « n » se rapporte aux conditions à efficacité maximale (conditions nominales). Pour caractériser complètement l'état d'une pompe, il s'agit alors de connaître v , α , h et β , évidemment, durant l'opération «normale», ces quatre variables sont positives. Pour une pompe donnée, on peut établir un graphique ($\beta - h$), puis tenter d'y tracer une famille de lignes iso- v et une autre famille d'iso- α . De cette manière, en connaissant le débit et la vitesse de rotation de la pompe en question (et donc v et α), on devrait pouvoir repérer ce point sur le maillage formé par les deux séries d'iso-lignes, puis lire sur les axes de coordonnées les valeurs de h et de β correspondantes. Nous avons tracé à la figure (III.4), un tel graphique pour une pompe axiale dont la vitesse spécifique est de 1,61 unité S.I. On y constate que les lignes iso- v et iso- α ne forment pas un quadrillage étendu, mais viennent plutôt se chevaucher et se superposer. Le domaine d'opération possible de cette pompe est donc assez restreint puisque l'état de la pompe se situe toujours sur la courbe. Celle-ci étant fermée, Marchal et ses collaborateurs (1965) ont proposé une représentation circulaire du domaine d'opération d'une pompe en définissant l'angle θ suivant:

$$\theta = \pi + \tan^{-1}(\alpha / v)$$

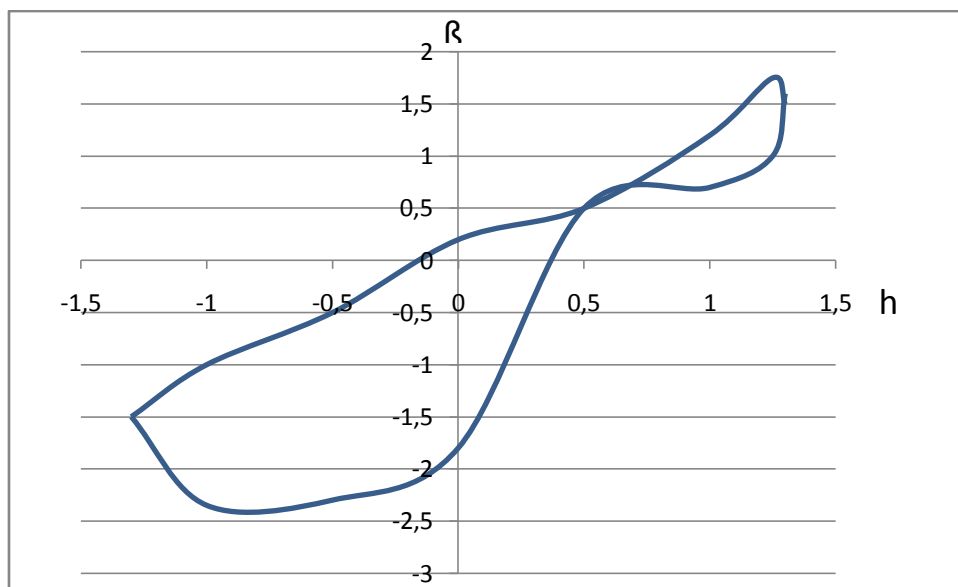


Figure III.6 : Domaine d'opération d'une pompe axiale. [9]

De point de vue compilation la troisième manière présente un inconvénient car ces variables peuvent changer de signe et peuvent même s'annuler.

C'est ainsi qu'en prenant en compte le signe de v et α , on réussit à diviser le domaine d'opération d'une pompe en quatre quadrants. Avec cette approche, une seule courbe exprime la relation entre h et θ , une autre caractérise la relation entre β et θ . L'équipe MARCHAL, FLESCH et SUTER triomphèrent judicieusement de cette difficulté en utilisant les fonctions Suivantes :

$$WH = h / (\alpha^2 + v^2) \quad ; \quad WB = \beta / (\alpha^2 + v^2)$$

Pour des fins de calcul, on conserve donc en mémoire les courbes de performance d'une pompe ($WH - \theta$) et ($WB - \theta$). La figure (III.5) présente les courbes de performance de la pompe qui a servi à tracer la figure (III.4). Remarquons que, bien que les figures (III.4) et (III.5). Soient deux représentations équivalentes de la même information, en pratique, on ne peut utiliser cette information que lorsqu'elle est présentée à la manière de la figure (III.4). A l'aide de la figure (III.5), on peut donc déterminer de façon univoque le couple (h, β) qui correspond à un couple (v, α) donné. On remarquera qu'on ne peut pas procéder en sens inverse, c'est-à-dire qu'il est impossible de déterminer à partir des courbes de la figure (III.5) le couple (v, α) qui correspond à un (h, β) donné.

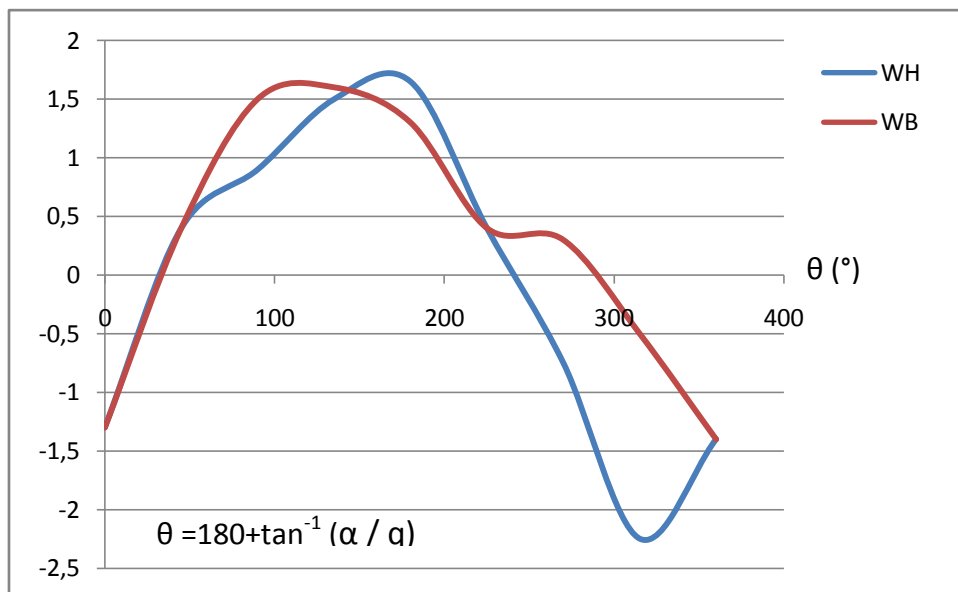


Figure III.7 : Courbes de performance. [9]

Malheureusement, pour la vaste majorité des pompes, les courbes de performance ne sont établies que pour l'« opération normale »: une partie du premier quadrant dans lequel q et α sont positifs. Evidemment, durant un coup de bélier, l'opération d'une pompe ne se limite pas à cette partie du «cercle» qu'est tout le domaine d'opération possible. Toutefois, des considérations de similitude nous apprennent qu'il est possible d'utiliser des courbes de performance établies pour une pompe autre que celle à l'étude à condition que les deux pompes soient de même géométrie et aient une vitesse caractéristique semblable. L'étude réalisée par Brown et Rogers (1980) constitue alors une excellente source d'information. En effet, dans cette étude, les courbes de performance de plusieurs pompes différentes ont été établies en effectuant des essais systématiques sur un vaste réseau au Nevada. A chaque essai, Q_p , N_p , H_p et T_p ont été mesurées directement suite à l'arrêt brusque et à la mise-en-marche soudaine des pompes. [9]

III.3.2. Courbes caractéristiques :

Les courbes caractéristiques d'une pompe pour une vitesse de rotation constante sont généralement fournies par le constructeur. Elles sont obtenues par voie expérimentale, en utilisant l'eau comme fluide à une température de 18°C.

1. Courbe de la conduite de refoulement : ($H_c - Q$)

Connaissant les caractéristiques d'une canalisation (longueur, diamètre, rugosité des parois), il est possible de calculer, pour les différents débits « Q » qui la traverse, la perte de charge totale « J » qui en résulte (pour l'ensemble de la canalisation d'aspiration et de la canalisation de refoulement). On peut traduire ces résultats en traçant avec les axes de coordonnées (H , Q) la courbe correspondante $J = f(Q)$.

2. Courbe hauteur – débit : ($H - Q$)

Le choix de la pompe dépend de deux paramètres :

La charge :
$$H = H_g + \sum h_p$$

Le débit ; $Q = Q$ appelé

Donc pour le choix de la pompe, on prend un catalogue, on vérifie le type de la pompe dans les plages de fonctionnement. Une fois qu'on a choisi le type de la pompe, on détermine les courbes caractéristiques de la pompe choisie.

3. Courbe puissance – débit : ($P_a - Q$), ($P_u - Q$)

La puissance absorbée par la pompe est donnée par la formule suivante :

$$P_a = \frac{\varpi \cdot N \cdot Q}{100} \left(u_0 \cdot N - \frac{\lambda_0}{\text{tg} B_2} \cdot Q \right)$$

La puissance utile donnée par la pompe est donnée par la formule suivante :

$$P_u = \rho \cdot g \cdot H \cdot Q$$

Avec :

P_a : puissance absorbée en(KW)

P_u : puissance utile en(KW)

Q : débit en (m³/s)

ϖ : Poids spécifique de l'eau en dan/m³

N : vitesse de rotation en (tr/mn)

g : accélération de la pesanteur (m/s²)

Les coefficients u_0 et λ_0 sont en fonction des dimensions de la roue.

4. Courbe rendement – débit : ($\eta - Q$)

Le rendement se détermine expérimentalement. Pour un régime donné, on détermine la hauteur nette H_n et la puissance P fournie à l'arbre.

Il suffit pour chaque régime de calculer :

$$\eta = \frac{H_n}{H_t} = \frac{\varpi \cdot Q \cdot H_n}{100 P_a b}$$

H_n : hauteur nette en m.

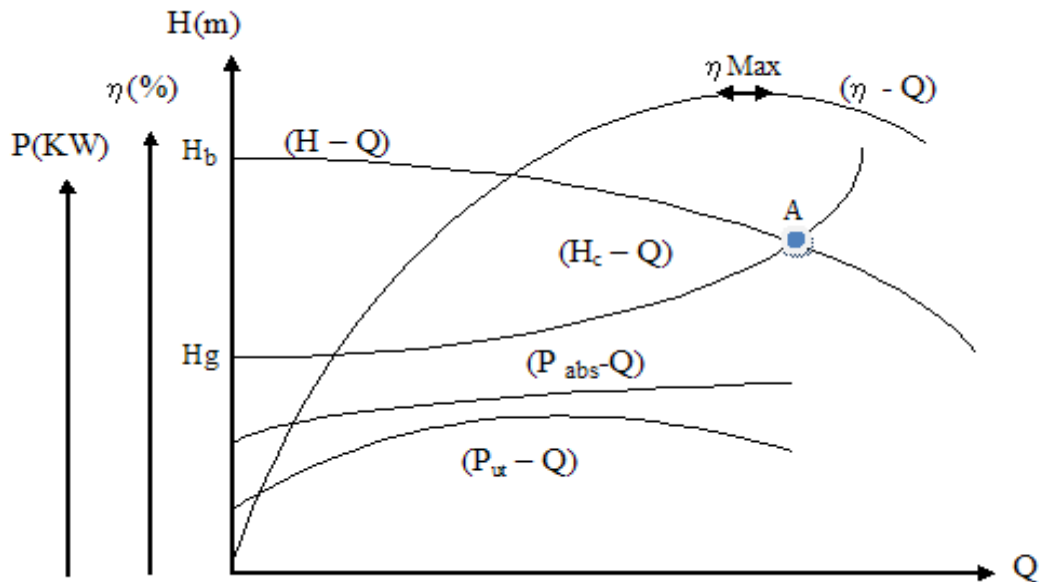


Figure III.8 : Courbes caractéristiques pompe -réseau.

Le point de fonctionnement « A » caractérise une pompe en fonctionnement.

Il est caractérisé par deux courbes essentielles.

- courbe caractéristique de la pompe ($H - Q$)
- courbe caractéristique du réseau ($H_c - Q$)

C'est l'intersection de ces deux courbes qui définit le point de fonctionnement installé.

III.4. Présence d'air dans l'écoulement : [9]

Puisque la compressibilité d'un fluide augmente avec la quantité de gaz présent, le premier effet de gaz dans un écoulement est d'amortir une onde de pression en réduisant sa célérité. Dans l'eau, on reconnaît habituellement qu'un rapport volumique de gaz de 1/10,000 réduit la vitesse de propagation des ondes de pression d'environ 50%. Il est toutefois très difficile de calculer avec précision la quantité de gaz dans un fluide puisque celle-ci, en plus d'influencer la pression, dépend à son tour de la pression. On sait aussi que du gaz initialement dissous dans le liquide peut sortir de solution si la pression dans la conduite devient inférieure à la pression atmosphérique. Evidemment, si la pression devient inférieure à la tension de vapeur du liquide, alors le liquide bout et des poches de gaz se forment. Pour cette raison, la célérité d'une onde de pression négative peut être inférieure à la célérité d'une onde de pression positive, alors que l'inverse ne se produit jamais. Lorsque deux phases cohabitent dans un seul écoulement, la grande différence de masse volumique entre la phase

liquide et la phase gazeuse d'une substance peut rendre l'approximation unidimensionnelle inadéquate. En effet, on ne sait jamais très bien où ira se loger la portion gazeuse dans le cas général.

Peut-on supposer un mélange homogène gaz-liquide ou est-ce plus exact de considérer que la poussée d'Archimède séparera nettement les deux phases? Les poches de gaz finissent-elles par se regrouper en une seule grosse bulle? Le gaz est-il transporté par l'écoulement ou reste-t-il plutôt en place aux points hauts de la conduite? etc. ... Il est essentiel de bien répondre à ces questions puisque si des poches de gaz sont transportées à des régions de pression élevée, ou si elles rencontrent une forte onde de pression positive, alors elles peuvent imploser et produire de fortes surpressions, très dommageables pour le réseau.

À cause de la complexité des écoulements diphasiques, les calculs numériques seuls ne sont pas, à l'heure présente, en mesure de solutionner les problèmes posés par les écoulements diphasiques et doivent donc être complétés par des essais en laboratoire. Aussi, on remarquera que c'est à cause de l'interdépendance entre la célérité et la pression que les méthodes de calcul usuelles ne sont plus adéquates lorsque l'on doit prendre en compte du gaz dans un écoulement. Dans ce domaine, le calcul des coups de bélier pour des applications de génie civil peut apprendre beaucoup en s'inspirant des nombreux efforts de recherche effectués pour le calcul des composantes des centrales nucléaires et des échangeurs de chaleur.

III.5. Equipements de protection :

Les équipements et moyens de protection sont très variés et sont déterminés en fonction de la protection recherchée, des caractéristiques hydrauliques et géométriques des installations, on peut citer notamment :

- Les réservoirs d'air avec ou sans clapet percés,
- Les soupapes de décharge qui interviennent dans la protection contre les surpressions.
- Les cheminées d'équilibre et les réservoirs d'air qui interviennent à la fois dans la protection contre les surpressions et les dépressions.
- Les volants d'inertie qui interviennent dans la protection contre les dépressions.
- Les soupapes d'entrée d'air.

III.5.1. Soupapes de décharge :

La soupape de décharge est définie comme étant un appareil anti-bélier qui écrête les surpressions en dérivant un certain débit à l'extérieur de la conduite dès que la pression

dépasse une certaine valeur de réglage, estimée généralement à $(1,04 \div 1,1)$ de la pression maximale admissible. Ces appareils font intervenir un organe mécanique, un ressort à boudin généralement, qui par sa compression obture en exploitation normale, un orifice placé sur la conduite au point à protéger, c'est à dire où la compression à craindre est maximale.

L'ouverture doit pouvoir s'effectuer très rapidement pour que l'opération soit efficace.

Il importe donc de réduire à l'extrême l'inertie de ces appareils et c'est sur ce point que les efforts de constructeurs ont particulièrement porté.

Généralement, chez les constructeurs, deux systèmes sont utilisés pour assurer la fermeture de la soupape jusqu'à la pression de consigne :

Un ressort maintient un clapet contre l'orifice du corps de la soupape, celui-ci se présente dans le cas des soupapes (NEYRTEC, BAYARD, RAMUS) figure (III.7).

La seule différence de conception entre ces trois constructeurs, réside dans le dispositif de centrage du clapet : disque centré hydrauliquement pour NEYRTEC et BAYARD avec en plus une membrane de guidage pour BAYARD : bague de guidage pour RAMUS.

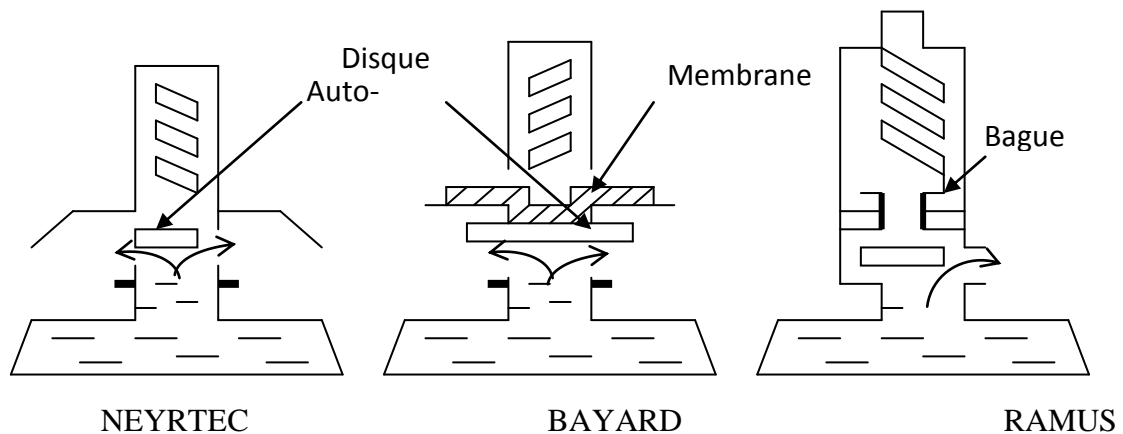


Figure III.9 : Schéma de fonctionnement des soupapes à ressort. [2]

C'est la propre pression de l'eau agissant sur les deux faces d'un piston qui maintient la soupape fermée tant qu'elle ne dépasse pas une certaine valeur. Cette valeur est détectée par un pilote qui s'ouvre à pression trop forte, mettant à la pression atmosphérique la face supérieure du piston. Celui-ci se soulève alors et la conduite se vide en se décompressant.

III.5.1.1. Choix de l'appareil :

Les caractéristiques de fonctionnement des appareils varient selon les consignes suivantes :

- La réduction du débit à évacuer par rapport au « débit maximal » d'une soupape entraîne une réduction proportionnelle de la « surpression correspondante ».
- Chaque soupape peut avoir sa pression d'étanchéité réglée depuis le maximum indiqué jusqu'à celui de la soupape à diamètre de fil immédiatement inférieur. La nouvelle pression « soupape ouverte » est par rapport à celle indiquée décalée du même nombre de mètres.
- Le débit maximal varie comme la racine carrée de la pression « soupape ouverte ».
- Sous une même pression, chaque type de soupape évacue 25 fois plus le débit que celle de diamètre inférieur.

La détermination d'une soupape nécessite la connaissance des données suivantes :

- La pression maximale susceptible d'être appliquée à l'appareil dans des conditions normales, c'est à dire sans qu'il soit censé s'ouvrir. C'est la pression statique, ou dans le cas d'un refoulement, la pression à débit nul des pompes.
- La valeur de l'augmentation de pression admise (surpression) lors de l'évacuation de ce débit.
- Le débit à évacuer se détermine normalement au terme d'une étude des surpressions dans le système de conduite considéré. En première analyse, il sera pris égal au débit nominal.
- Le relief du terrain

Une fois les trois grandeurs ci-dessus précisées, la spécification du matériel approprié est facilement établie. Si le débit à évacuer dépasse les possibilités de la soupape de plus grand diamètre disponible, ou si le décrétement de pression est supérieur à celui qui est désiré, il sera fait appel à deux appareils en plus fonctionnant en parallèle.

III.5.2. Cheminées d'équilibre :

La cheminée d'équilibre est une réserve d'eau en contact permanent avec la conduite et dont la surface libre traduit exactement les variations de pression du fluide, elle doit donc avoir une section assez large pour combler la dépression sans se vider complètement et elle doit être assez haute pour ne pas déborder lorsqu'une surpression fait monter son niveau. La présence d'une cheminée modifie le mouvement transitoire engendré par une disjonction. Au lieu d'un mouvement oscillatoire de période $\frac{4L}{C}$ caractéristique du coup de bélier d'onde, s'instaure un mouvement oscillatoire de période plus grande, l'oscillation en masse.

La cheminée d'équilibre est ouvrage relativement peu utilisé pour la protection des canalisations de refoulement, du fait des pressions rencontrées qui rendent ces ouvrages importants, coûteux et difficile à insérer dans le site.

III.5.2.1. Domaine d'application:

Les cheminées d'équilibre sont usuellement utilisées lorsque l'installation est constituée d'une longue canalisation ou d'un long chenal d'amenée à faible pente suivi d'une canalisation à forte pente terminée par un appareil de manœuvre susceptible d'engendrer des variations plus ou moins rapides de débit. Ce dispositif trouve essentiellement des applications :

- Pour la protection des canalisations de refoulement d'eaux usées (charge généralement faible, intérêt de simplicité du dispositif.
- Pour la protection de points hauts difficiles à protéger et disposés le long de la canalisation.

Ce dispositif est par contre beaucoup utilisé en hydro-électricité pour la protection des galeries et pour assurer la stabilité de fonctionnement des groupes.

En dehors du domaine de l'hydroélectricité, on rencontre des cas semblables de canal d'amenée à faible pente dans les grands aménagements qui ont des débits trop importants pour qu'on puisse les véhiculer en conduites. On utilise alors des canaux et des galeries en charge pour traverser les reliefs importants. Lorsqu'il y a des organes de manœuvre à la sortie de ces galeries en charge, une cheminée comme appareil de protection est alors tout indiquée.

Dans le domaine des réseaux sous pression, les cheminées sont rarement utilisées car il faudrait qu'elles aient une hauteur supérieure à la hauteur manométrique totale ; on n'imagine pas une telle cheminée dès que la hauteur de refoulement dépasse quelques mètres. Son emploi redevient d'ailleurs maintenant d'actualité puisqu'on réalise de plus en plus des conduites d'assainissement sous pression. Les hauteurs de refoulement y sont en général faibles et la cheminée présente de réels avantages de simplicité de fonctionnement et de robustesse qui la rendent intéressante. Elle résout en outre le problème de l'évacuation d'air et on peut facilement envisager de l'installer pour protéger localement un point haut puisqu'elle fonctionne sans apport d'énergie.

III.5.2.2. Types de cheminées :

De point de vue construction, on a plusieurs types de cheminées :

1. Cheminée à étranglement :

Un étranglement à la base de la cheminée produit des pertes de charge importantes qui contribuent à :

- Réduction de l'amplitude des oscillations et par conséquent la hauteur atteinte par l'eau dans la cheminée.
- Amortissement des oscillations, qui s'ajoute à celui créé par les pertes de charge dans la galerie d'amenée.

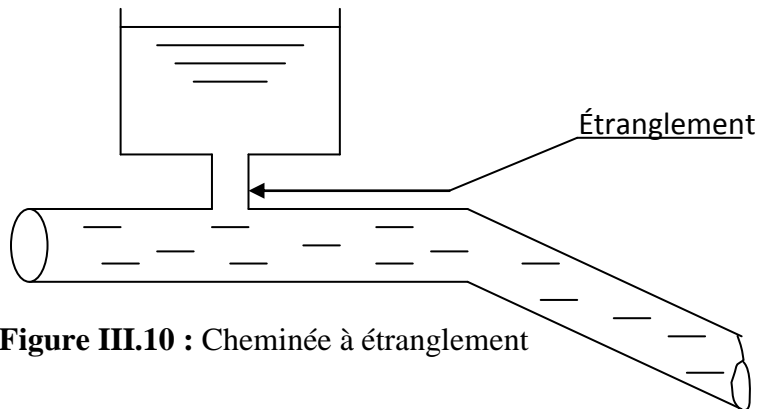


Figure III.10 : Cheminée à étranglement

2. Cheminée à épanouissement :

Il est possible de réduire le volume total de l'excavation en donnant à la cheminée une forme évasée vers le haut.

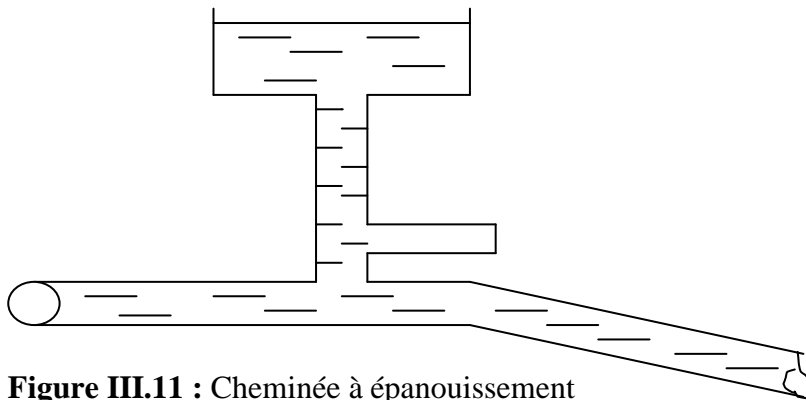


Figure III.11 : Cheminée à épanouissement

3. Cheminée différentielle:

Elle comporte deux chambres C1 et C2 de sections différentes S1 Et S2 alimentées en dérivation sur la galerie d'amenée.

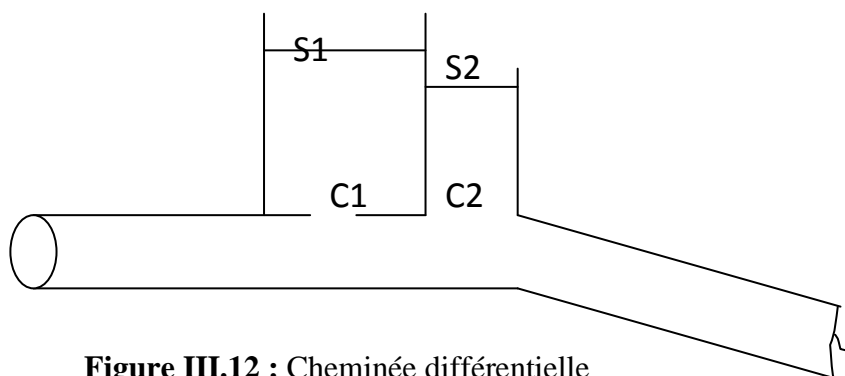


Figure III.12 : Cheminée différentielle

III.4.3. Réservoirs d'air :

Le réservoir d'air est une réserve d'eau qui se vide pour combler les dépressions et grossit pour absorber les surpressions, c'est le procédé le répondu pour la protection de stations de pompage dans une gamme de débit de quelques litres par seconde et des gammes de pression de quelques mètres à quelques centaines de mètres, c'est un dispositif simple, relativement peu onéreux. Le principe de fonctionnement est le même que pour les cheminées d'équilibre, la différence provient de ce que cette réserve n'a pas une surface libre à la pression atmosphérique mais se trouve à la pression absolue du fluide à l'endroit où est piqué le ballon. C'est le volume d'air enfermé dans le ballon qui régularise les variations de pression du liquide en se comprimant ou en se détendant au gré des besoins.

On peut distinguer deux grands types de ballon :

III.4.3.1. Les ballons à membrane ou à vessie :

L'air et l'eau n'y sont pas en contact, ce qui évite la dissolution de l'air dans l'eau. On n'a donc pas le problème de rétablir de façon périodique le volume d'air nécessaire au bon fonctionnement du ballon. Ces ballons doivent être pré-gonflés à la pression de pré-gonflage désirée. De point de vue sécurité, le liquide n'est pas en contact avec la partie métallique du vase. Le risque de corrosion est donc supprimé. Le tube de niveau permet de contrôler à tout moment le volume de liquide contenu dans la vessie.

III.4.3.2. Les ballons sans membrane :

Leurs inconvénients proviennent du contact air-eau : l'air se dissolvant dans l'eau, il est nécessaire d'avoir en permanence un compresseur qui rétablit périodiquement et automatiquement le volume d'air dans le ballon. Cette complication pose alors le problème des fuites, soit fuite d'air lorsque l'alimentation d'air arrive par le dessus du ballon, soit fuite d'eau dans le compresseur lorsque cette alimentation se fait par le bas du ballon.

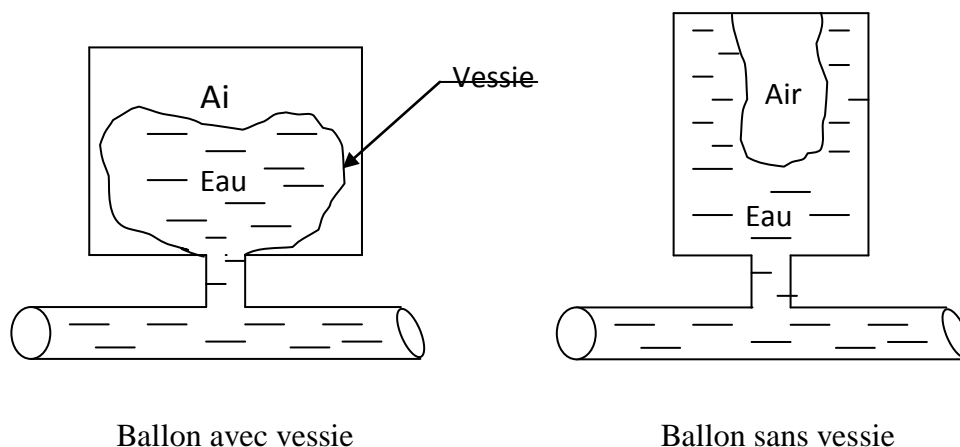


Figure III.13 : Schémas de principe des ballons anti-bélier. [2]

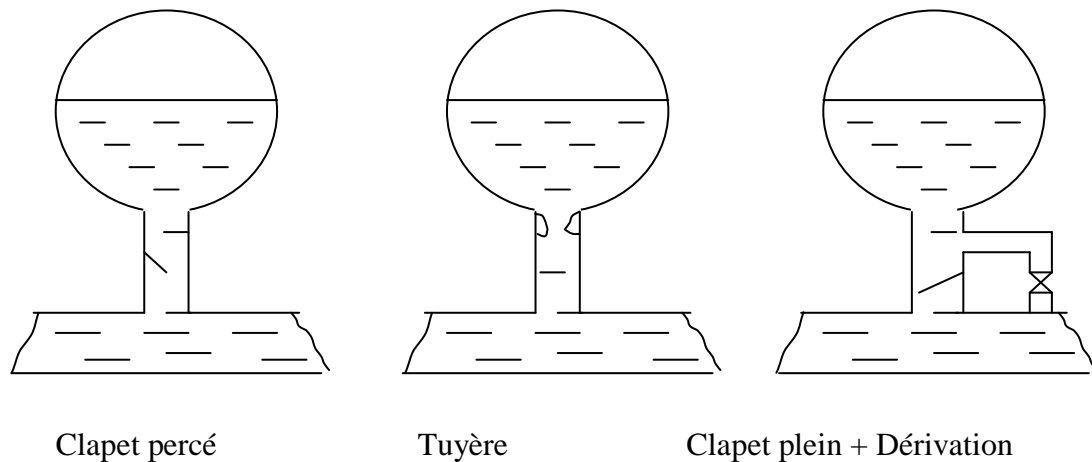
III.4.3.3. Dispositifs à la base du ballon:

Les ballons comportent souvent à leur base un dispositif permettant un échange d'eau non symétrique : on désire en effet avoir pour la vidange une perte de charge aussi faible que possible et, par contre, on désire que cette perte de charge ne soit pas négligeable lors du remplissage. Plusieurs possibilités existent pour créer cette perte de charge dissymétrique : on peut disposer un clapet percé qui se ferme au remplissage, ou bien une tuyère, ou bien un clapet plein avec un petit tuyau de dérivation qui assure seul la communication avec le ballon en phase de remplissage .

Le clapet percé est un dispositif très utilisé car il est facile d'adapter le diamètre du trou à la perte de charge qu'on veut assurer au remplissage. Par contre, il présente les inconvénients des pièces mobiles (risques de casse ou de blocage, coups de bélier parasites).

L'inconvénient de la tuyère provient de sa difficulté de fabrication et de dimensionnement. La tuyère, fonctionnant au retour de l'eau comme un ajutage rentrant de BORDA, permet, théoriquement, d'avoir une perte de charge quatre fois plus grande au retour qu'à l'aller.

Le troisième système présente les inconvénients du premier, avec le risque d'obstruction en plus, mais présente par contre le très gros avantage de pouvoir modifier la perte de charge au remplissage en installant une vanne de réglage sur la dérivation. C'est une méthode employée très souvent dans les petites installations pour lesquelles la perte de charge au remplissage n'est pas étudiée mais elle est réglée par essais réels lors des premières mises en route.



Clapet percé

Tuyère

Clapet plein + Dérivation

Figure III.14 : Organes dissymétriques à la base des balcons anti-bélier. [2]

III.4.4. Volants d'inertie : [1]

Le volant d'inertie est un des moyens qui permettent de prolonger artificiellement l'alimentation d'une conduite après disjonction du groupe de pompage. Etant calé sur l'arbre du groupe, il restitue en cas l'énergie qu'il a accumulée et augmente le temps d'arrêt de la pompe. Ce dispositif ne peut être envisagé valablement que pour des conduites dont la longueur « L » n'excède pas quelques centaines de mètres (le temps d'arrêt de la pompe doit être significatif vis-à-vis du temps d'allée et retour d'onde $2L/C$ et au moins supérieur à ce temps). Le principe de calcul est basé sur la quantité d'énergie cinétique de rotation accumulée par le volant :

$$E_c = \frac{1}{2} I w^2$$

Avec :

I : Le moment d'inertie.

w: La vitesse angulaire.

Ces variables sont calculés par :

$$I = mK^2 \quad \text{et} \quad w = \frac{2\pi N}{60}$$

K : Le rayon de giration.

N : Le nombre de tours par minute.

m : la masse du volant.

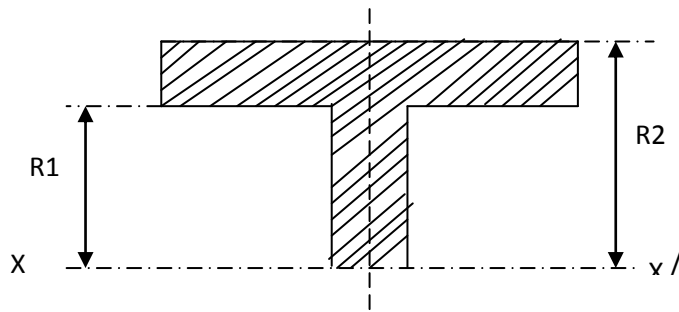


Figure III.15 : Coup type du volant d'inertie. [1]

Le rayon de giration est donné par :

$$K^2 = \frac{R^2_1 + R^2_2}{2}$$

Sachant que le taux de variation de l'énergie cinétique est égal au travail des forces appliquées :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) = T \omega$$

Où le couple T est défini par :

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{100 \cdot g \cdot Q_0 \cdot H_0}{\omega \eta}$$

Avec P la puissance hydraulique fonction de Q_0 et H_0 le débit et la charge en régime permanent, et η le rendement.

En discrétisant, par différence finie, on peut écrire qu'une variation de vitesse angulaire est proportionnelle à un pas de temps.

$$\Delta \omega = \frac{T}{I} \Delta t$$

Cette relation permettra au modèle de déterminer le pas de temps après l'évolution de la vitesse de rotation en fonction de la variation des paramètres hydrauliques.

III.4.5. Clapet by-pass : [7]

Un by-pass est une conduite équipée d'un clapet dans le sens amont qui court-circuite une pompe, un by-pass est placé entre l'aspiration et le refoulement de la pompe, il est muni d'un clapet fermé lorsque la pompe fonctionne normalement.

Au moment d'un arrêt brusque de la pompe, la dépression dans la conduite provoque l'ouverture du clapet et se trouve ainsi imitée à la pression existant à l'aspiration.

Le dispositif est avant tout limiteur de dépression, mais du même coup il limite la surpression, à une valeur égale au plus à la différence entre les hauteurs géométriques au refoulement et à l'aspiration. Ce dispositif s'applique à des hauteurs de refoulement faibles ou avec des canalisations ayant un profil en long favorable, Le clapet interdit par contre e retour d'eau.

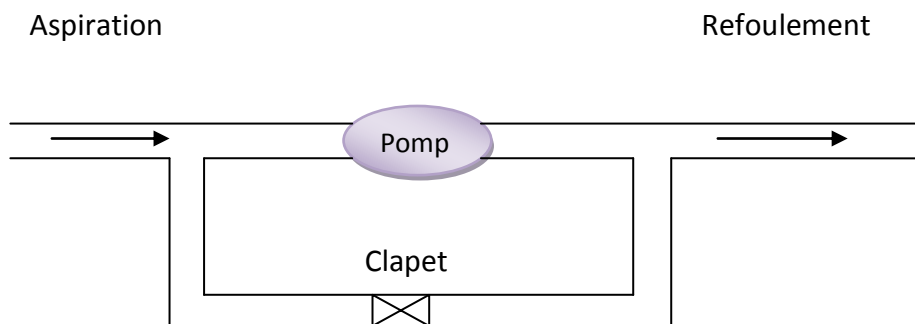


Figure III.16 : Schéma d'une dérivation.

III.4.6. Ventouse et clapet d'entrée d'air : [2]

Les ventouses sont des appareils permettant d'évacuer l'air contenu dans les conduites, elle consiste donc en un flotteur obturant un orifice lorsque la conduite ne contient pas d'air et le laissant libre lorsqu'il y a de l'air. En absence d'air, s'exercent sur le flotteur vers le haut à la fois la force de pression et la poussée d'Archimède diminuée du flotteur.

Les ventouses ont trois fonctions principales,

- Le dégazage c'est l'évacuation des gaz.
- Fonction d'entrée d'air pour limiter les dépressions.
- L'évacuation d'air à gros débit et à la pression atmosphérique pour lutter contre les surpressions.

Aux points hauts en place des ventouses à double effet (ou deux ventouses à simple effet), quand la distance entre deux points successives (haut et bas) dépasse 1km, on place des ventouses intermédiaires à mi-chemin environ.

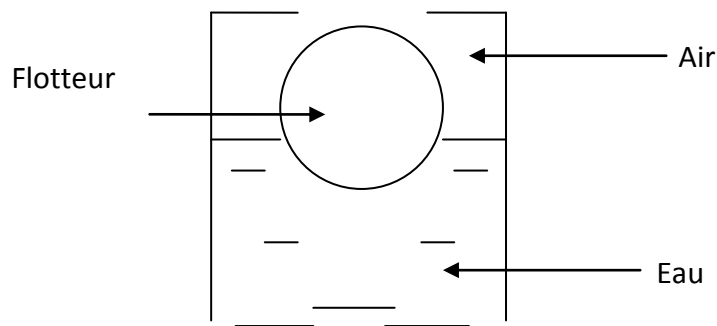


Figure III.17 : Schéma de principe d'une ventouse. [2]

III.5. Conclusion :

Nous nous sommes limités dans ce chapitre à la description du comportement de la conduite de refoulement face aux surpressions et aux dépressions en prenant en considération l'influence de la pompe sur le coup de bélier.

Dans le cas général il est impossible de supprimer complètement les effets du coup de bélier, une fois créé, mais on recherche toujours à atténuer ses effets tels qu'ils ne puissent pas être dangereux pour les installations. Les appareils anti-bélier ont donc pour rôle la limitation des variations brusques des pressions (dépression ou surpression).

Chapitre IV

Méthodes d'analyse du coup de bélier

IV.1. Introduction :

Plusieurs méthodes numériques ont été développées, toutes basées sur les équations de SAINT-VENANT qui forment un système d'équations différentielles du 1er ordre de type hyperbolique. Ces méthodes permettent toutes de quantifier le phénomène transitoire avec plus ou moins d'exactitude selon leurs hypothèses (les variations de pression et de débit dans le temps et dans l'espace). Le but de ce chapitre est de donner un aperçu descriptif de ces méthodes qui permettent de décrire le régime transitoire, parmi ces méthodes on peut citer :

- Méthode analytique.
- Méthode graphique.
- Méthode des différences finies.
- Méthode des caractéristiques.

IV.2. Méthodes numériques de résolution :

IV.2.1. Méthode analytique :

La méthode analytique est basée sur deux hypothèses :

- Pertes de charge négligeables.
- La conduite est supposée horizontale.

Les équations de coup de bélier deviennent :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot S \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Ces équations sont de type hyperbolique, donc elles admettent des solutions de la forme :

$$\begin{cases} H = H_0 + f\left(t + \frac{X}{C}\right) + f\left(t - \frac{X}{C}\right) \\ Q = Q_0 - \frac{g \cdot S}{C} \left[F\left(t + \frac{X}{C}\right) - F\left(t - \frac{X}{C}\right) \right] \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Il reste de déterminer f et F suivant les conditions initiales et aux limites. Cette méthode a été abandonnée, quand les moyens de calcul numérique étaient apparus et ont été développés, en plus elle ne présente pas la réalité à la négligence de pertes de charge.

Cette méthode a été utilisée dans le temps vu le manque de moyens informatiques.

Actuellement la méthode n'est plus applicable car elle ne représente pas la réalité des écoulements (conduites généralement inclinées, pertes de charge souvent importantes).

IV.2.2. Méthode des caractéristiques : [4]

La méthode des caractéristiques consiste à écrire les deux équations aux dérivées partielles du mouvement dans les axes liés aux trajectoires des perturbations. Ces équations sont exprimées en forme de différences finies en utilisant un intervalle de temps dt bien spécifié. Les solutions sont obtenues à l'aide d'un ordinateur. La méthode présente certains avantages dont on citera :

- Les conditions aux limites sont facilement programmables.
- La stabilité de la solution est assurée.
- Les systèmes les plus complexes peuvent être manipulés facilement.
- La programmation des équations est très aisée.

En effet lorsqu'un réseau multi branches est composé de plusieurs conduites avec des propriétés différentes, de termes non linéaires des équations principales sont importants, ou encore dans le cas des écoulements diphasiques, ce qui nécessite d'utiliser autres méthodes qui peuvent résoudre ce genre de problème (schémas explicites ou implicites).

Considérons l'équation de continuité et l'équation de mouvement sans frottement que nous multiplions par $c/g.S$:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gS} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \quad (\text{IV.3})$$

$$\frac{C}{gS} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot S \frac{\partial H}{\partial X} \right) = 0 \quad (\text{IV.4})$$

En combinant ces deux équations par addition et soustraction, nous obtenons:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] \pm C \frac{\partial}{\partial X} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0 \quad (\text{IV.5})$$

Cette forme est égale à la dérivée totale par rapport au temps:

$$\frac{d}{dt} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0 \quad (\text{IV.6})$$

Si : $\frac{dX}{dt} = \pm C$ (IV.7)

Dans un plan (x, t) l'équation (IV.7) représente des courbes (ici des droites) sur lesquelles le système (IV.6) est vérifié l'intersection de deux droites définit donc une solution de ce système d'équation voir figure ci-dessous :

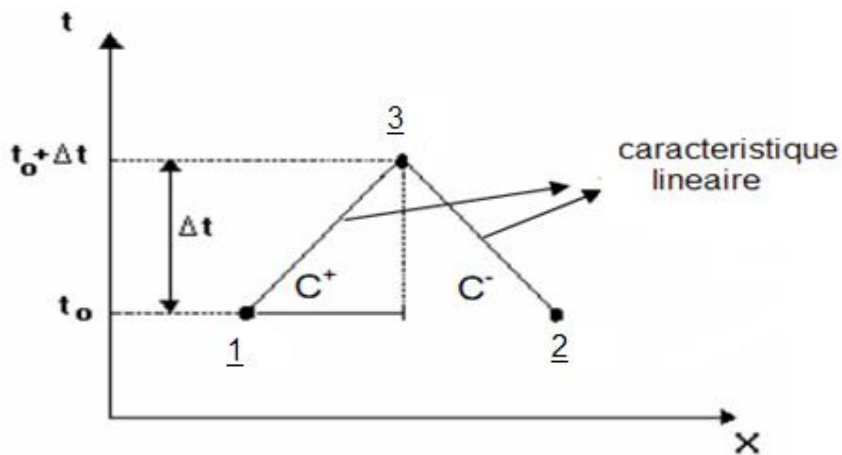


Figure IV.1 : Schéma utilisé pour la méthode des caractéristiques.

Ainsi, si les points 1 et 2, situés au temps initial, représentent des positions où les valeurs des pressions et débits sont connus, alors il sera possible de calculer les valeurs au point 3, situé en $\Delta x/2$ et $\Delta t/2$ en considérant une forme différentielle du système (IV.6).

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \left[H \pm \frac{CQ}{gS} \right] = 0$$

Ce qui donne entre 1 et 3 :

$$H_3 + \frac{CQ_3}{gS} = H_1 + \frac{CQ_1}{gS}$$

Entre 2 et 3 :

$$H_3 - \frac{CQ_3}{gS} = H_2 - \frac{CQ_2}{gS}$$

D'où :

$$H_3 = \frac{1}{2} \left[H_1 + H_2 + \frac{C}{gS} (Q_1 - Q_2) \right]$$

Et :

$$Q_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{gS}{C} (H_1 - H_2) + (Q_1 + Q_2) \right]$$

La méthode des caractéristiques ou plus exactement des équations aux caractéristiques déjà vu (chapitre II) découle de l'équation de continuité et de l'équation de la dynamique. En effet les deux équations différentielles partielles régissant le phénomène transitoire sont transformées par la méthode des caractéristiques en quatre équations différentielles totales. Pour le calcul du coup de bélier par un programme informatique les équations aux caractéristiques sont exprimées en différences finies, pour un intervalle de temps spécifié. Toute fois l'analyse du coup de bélier par cette méthode peut se faire manuellement, néanmoins c'est une procédure de calcul extrêmement longue. Cette méthode présente certains avantages à savoir :

- Le critère de stabilité de la méthode est fermement établi, c'est à dire que la précision et l'exactitude des résultats sont assurées.
- les conditions aux limites sont facilement programmables.
- les systèmes hydrauliques les plus complexes peuvent être manipulés facilement (relativement à d'autres méthodes)
- la programmation des équations est très aisée.
- c'est une méthode assez détaillée qui permet d'avoir les caractéristiques de l'écoulement en n'importe quel point de la conduite et à n'importe quel temps.

D'autre part la méthode des caractéristiques nécessite l'emploi d'un schéma d'interpolation, lorsqu'un réseau multi-branches est composé de plusieurs conduites avec des propriétés très différentes, ou lorsque les termes non linéaires des équations principales sont importants ou dans le cas des écoulements diphasiques.

IV.2.3. Méthode graphique de SCHNYDER-BERGERON : [3]

Cette méthode a été mise au point à-peu-près simultanément par le Suisse OTHMAR SCHNYDER en 1929 et le français LOUIS BERGERON en 1931. Elle est connue en France sous le nom d'épure de BERGERON.

La méthode graphique est exactement une traduction graphique des équations aux caractéristiques établies précédemment et permet de résoudre tous les problèmes, aussi complexes soient-ils, mais c'est alors au prix d'un travail long et délicat.

Toutefois, cette méthode, qui a rendu de très grands services, reste encore très intéressante du point de vue de la compréhension physique du phénomène.

IV.2.3.1. Principe de la méthode :

Pour bien saisir le mécanisme du tracé graphique nous reprenons les équations de SAINT VENANT citée au par avant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g(i - j) \end{array} \right. \quad (IV.8)$$

Puisque $P = \rho \cdot g (H - Z)$ on aura alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left[\rho \cdot g \left(\frac{\partial(H - Z)}{\partial t} + U \frac{\partial(H - Z)}{\partial X} \right) \right] = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = g(i - j) \end{array} \right. \quad (IV.9)$$

En négligeant U devant C car $U \ll C$ et les pertes de charges ($J=0$) on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(IV.10)} \\ \text{(IV.11)} \end{array}$$

En effectuant les opérations suivantes :

Dérivons l'équation (IV.10) par rapport à t et l'équation (IV.11) par rapport à X :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial t} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial t} + g \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} \quad \text{(IV.12)}$$

Dérivant l'équation (IV.10) par rapport à X et l'équation (IV.11) par rapport à t :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{g}{C^2} \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + g \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad \text{(IV.13)}$$

Donc le system à résoudre se réduit aux deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} \end{array} \right. \quad \text{(IV.14)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \end{array} \right. \quad \text{(IV.15)}$$

On sait que la méthode d'intégration consiste à procéder au changement de variables en posant :

$$\left\{ \begin{array}{l} V = X + Ct \\ W = X - Ct \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} X = (V+W) / 2 \\ t = (V-W) / 2C \end{array} \right.$$

Avec V et W sont dites variables de REIMMAN.

Calculons les différentes dérivées de H en fonction des nouvelles variables V et W

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial t} = C \frac{\partial H}{\partial V} - C \frac{\partial H}{\partial W}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C \frac{\partial(\partial H / \partial V)}{\partial t} - C \frac{\partial(\partial H / \partial W)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \frac{\partial W}{\partial t} \right] - C \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \frac{\partial W}{\partial t} \right]$$

D'où l'on a :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] - 2C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \quad (\text{IV.16})$$

On peut démontrer de même :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial X^2} = \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] + 2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \quad (\text{IV.17})$$

Reportant les équations (IV.16) et (IV.17) dans l'équation (IV.13) :

$$C^2 \left(\left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] + 2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right] \right) = C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \right] - 2C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} \right] + C^2 \left[\frac{\partial^2 H}{\partial W^2} \right]$$

D'où

$$\frac{\partial^2 H}{\partial V \partial W} = 0 \quad (\text{IV.18})$$

Intégrons par rapport à W , le premier membre sera alors la première dérivée de H par rapport à V et le second membre une constante par rapport à cette variable W ou dans le cas général une Fonction de :

$$V \frac{\partial H}{\partial V} = G(V)$$

Intégrons cette dernière équation par rapport à V

$$H - H_0 = \int G(V).dV + C^{te}$$

Où la constante est dans le cas général une fonction de W

$$H - H_0 = F(V) + f(w) \quad (IV.19)$$

Avec, H : est la hauteur totale en un point A d'abscisse X au temps t ,

H_0 : est la hauteur totale initial en tout point de la conduite en régime permanent car on a supposé que les pertes de charge sont nulles.

$$F(V) = \int G(V).dV = F(X + ct)$$

$$f(w) : \text{Constante par rapport à } V = f(X - ct).$$

En précédant de la même manière avec l'équation (II.33) nous trouvons :

$$\frac{-C}{g}(U - U_0) = F(X + Ct) - f(X - Ct) \quad (IV.20)$$

En sommant membre à membre les équations (II.39) et (II.40) on aura :

$$H - H_0 - \frac{C}{g}(U - U_0) = 2F(X + Ct)$$

$$\text{Puisque ; } U = \frac{Q}{S} \text{ et } U_0 = \frac{Q_0}{S} \quad (IV.21)$$

On obtient donc :

$$H - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2F(X + Ct) \quad (IV.22)$$

En retranchant membre à membre les équations (IV.19) et (IV.20) et en tenant compte de l'équation (IV.21) on trouve :

$$H - H_0 + \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2f(X - Ct) \quad (\text{IV.23})$$

Remarque : les deux équations (IV.19) et (IV.20) constituent les équations

D'ALLIEVI.

$$\begin{cases} H - H_0 = F(X + Ct) + f(X - Ct) \\ U - U_0 = -\frac{g}{c}[F(X + Ct) - f(X - Ct)] \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

La théorie d' ALLIEVI a montré que la suppression existant en un point quelconque d'une conduite à caractéristique unique à un instant déterminé résulte de la superposition à la pression statique de deux ondes F et f se déplaçant le long de la conduite en sens inverse l'une de l'autre avec la même vitesse C.

F et f sont des ondes de vitesse absolue «C» (célérité des ondes) et se dirigent respectivement :

- en sens inverse de la vitesse d'écoulement pour F,
- dans la même que la vitesse d'écoulement pour f.

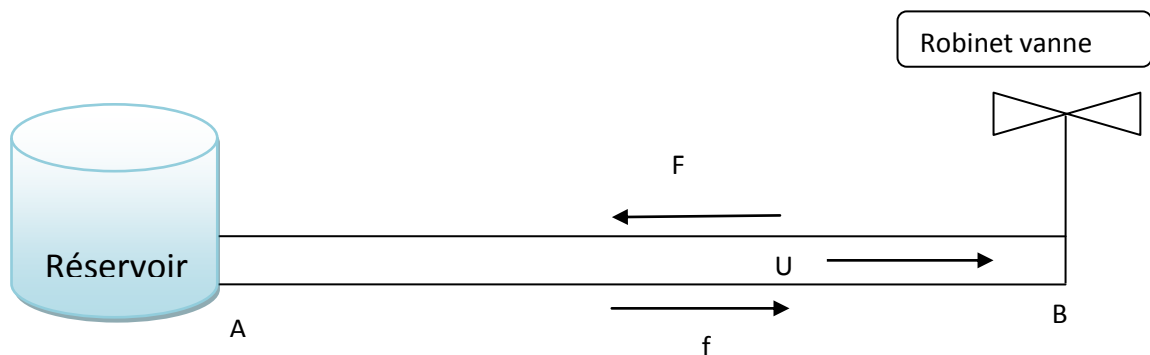


Figure IV.2 : Représentation des deux ondes F et f

Supposons un observateur se déplaçant à la vitesse C selon la loi :

$$X+C.t = C^{te} \quad \text{d'où } X = -C.t + C^{te} \text{ (caractéristique } C^-)$$

Au temps $t = t_1$ cet observateur se trouve au point de discrétisation N d'abscisse

$$X_1 = -C.t_1 + C^{te}$$

Au temps $t = t_1 + \Delta t$ cet observateur se trouve en un point A d'abscisse

$$X = X_1 - C.\Delta t$$

Remarquons que pour cet observateur $F(x+Ct)$ est une constante, en effet

$$F(X_1 + C.t_1) = F(X_1 - C.t + C.t_1 + C.\Delta t) = F(X + C.t)$$

On peut facilement démontrer que :

$$F(X_1 + C.t_1 - C.t + C.\Delta t) = F(X_1 - C.\Delta t + C.(t_1 + \Delta t))$$

$$F(X_1 + C.t_1) = F(X + C.t)$$

En conséquence si l'on applique l'équation (IV.23) pour les deux instants t_1 et t

$$H - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_0) = 2F(X + C.t)$$

$$H_1 - H_0 - \frac{C}{g.S}(Q_1 - Q_0) = 2F(X_1 + C.t_1)$$

$$\implies H - H_1 - \frac{C}{g.S}(Q - Q_1) = 0$$

$$\text{Où } H = \frac{C}{g.S}Q + \left(H_1 - \frac{C}{g.S}Q_1 \right) \quad (\text{IV.25})$$

Si on pose $y = H$, $X = Q$, $A = C/g.S$, et $B = (H_1 - C.Q_1/g.S)$ nous aurons la forme suivante :

$Y = AX + B$: c'est une équation d'une droite de pente $A = C/g.S$ qui passe par un point de coordonnées (Q_1, H_1) qui n'est autre que le point représentatif « N ».

Un autre observateur qui déplace dans le sens de l'écoulement selon la loi

$$X - C.t = C^{te} \quad \text{ou } X = C.t + C^{te} \text{ (suivant la caractéristique } C^+).$$

Pour cet observateur partant d'un point « M ». D'abscisse X_1 au temps t_1 la fonction $f(X-C.t)$ est une constante en effet comme $t=t_1+\Delta t$ et $X = X_1 + \Delta X = X_1+C.\Delta t$

On a alors :

$$f(X_1 - Ct_1) = f(X_1 - Ct_1 + C\Delta t - C\Delta t) = f(X_1 + C\Delta t - C(t_1 + \Delta t)) \Rightarrow f(X_1 + Ct_1) = f(X - Ct)$$

D'où l'on peut déduire facilement

$$H - H_2 + \frac{C}{gS}(Q - Q_2) = 0$$

$$\text{Où} \quad H = -\frac{C}{gS}Q + \left(H_2 + \frac{C}{gS}Q_2 \right) \quad (\text{IV.26})$$

La dernière équation c'est une équation d'une droite de pente $-C/g.S$ et passant par le point de coordonnées (Q_2, H_2) qui n'est autre que le point représentatif M.

Nous avons obtenu deux équations (IV.25) et (V.26) où les inconnues sont Q et H.

$$\left\{ \begin{array}{ll} H = \frac{C}{g.S}Q + \left(H_1 - \frac{C}{g.S}Q_1 \right) & \text{Sur la caractéristique } C^- \\ H = -\frac{C}{gS}Q + \left(H_2 + \frac{C}{gS}Q_2 \right) & \text{Sur la caractéristique } C^+ \end{array} \right.$$

Pour résoudre ce système de ces dernières équations aux deux inconnues H et Q par voie graphique. Il suffit de tracer les deux droites. Le point d'intersection de ces droites sera défini les inconnues H et Q.

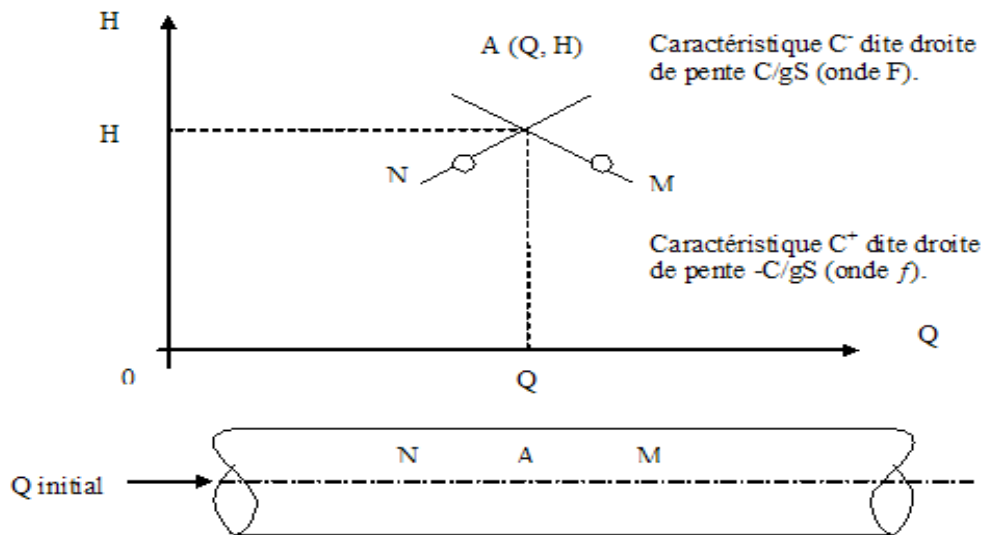


Figure IV.3 : Représentation graphique de la solution.

IV.2.3.2. Application à un cas général :

Supposons un tronçon de conduite de longueur L et de section S , dans lequel la célérité d'onde est « c », terminé à ses extrémités par des appareils A et B quelconques (vanne, turbine, pompe, réservoir d'air etc....) dont les courbes caractéristiques $H(Q)$ sont respectivement ψ_A et ψ_B et sont variables dans le temps à chaque instant.

Supposons que la vitesse dans la canalisation soit dirigée de A vers B , choisissons comme unité de temps $T = L/c = 1$ temps mis par l'observateur pour se déplacer entre A et B .

Prenons comme origine des temps l'instant où le premier des appareils, A par exemple, commence à varier et supposons que le second appareil B commence à varier au temps θ tel que $0 < \theta < 1$.

Avant le temps 0 , le point figuratif du régime en tout point de A à B est O_M point d'intersection des courbes caractéristiques $\psi_A(O)$ et $\psi(O)_B = \psi_B(\theta)$ des deux appareils à l'instant 0 , ce point O_M reste valable pour tout observateur partant de B à un temps antérieur à θ et pour tout observateur partant de A à un temps antérieur à 0 .

D'autre part le temps -1 est le dernier instant lequel l'observateur parti de B trouve encore en A le régime initial puisqu'il arrive au temps 0 .

En fin $\theta-1$ est le dernier instant pour lequel l'observateur parti de A trouve encore en B le régime initial puisqu'il y arrive au temps θ .

Soit $\psi_{A(\theta+1)}$ et $\psi_{B(1)}$ les courbes caractéristiques ψ_A à l'instant $\theta+1$ et ψ_B à l'instant 1.

Supposons que l'observateur parti de B au temps θ ; le régime en B à son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M=O_B$.

La droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point θ_B et le coefficient angulaire C/gS car il sera déplacé en sens contraire de la vitesse d'écoulement à son arrivée en A au temps $(\theta+1)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_A(\theta+1)$ de l'extrémité $A0$; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+1)_A$.

Si maintenant l'observateur rebrousse chemin de A vers B la droite caractéristique du régime en tout lieu où il passe sera pour lui la droite ϕ .

Passant par le point connu $(\theta+1)_A$ et de coefficient angulaire $-c/gS$ puisqu'il se déplace dans le même sens que la vitesse d'écoulement.

En arrivant en B au temps $(\theta+2)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(\theta+2)$ de l'appareil B, à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+2)_B$.

En faisant repartir l'observateur on détermine successivement les lignes :

- En A à l'extrémité $(\theta+3)$ soit le point $(\theta+3)_A$
- En B à l'extrémité $(\theta+4)$ soit le point $(\theta+4)_B$

Supposons maintenant l'observateur parti de A au temps limite 0 le régime en A, 0 son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M=O_B=O_A$, la droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point O_A de coefficient angulaire $-C/g.S$.

A son arrivée en B au temps 1 le point figuratif du régime sera donc à l'intersection de la droite ϕ et la courbe caractéristique $\psi_B(1)$ de l'appareil B à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 1B si maintenant l'observateur rebrousse chemin de B vers A la droite caractéristique du régime en tout points où il passe sera la droite ϕ passant par le point 1B et de coefficient angulaire $+C/gS$ en arrivant en A au temps 2 le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(2)$ de l'extrémité A ; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 2A.

En faisant repartir l'observateur vers B en déterminant successivement les régimes :

- En B à l'instant 3 soit le point 3B
- En A à l'instant 4 soit le point 4A, etc.

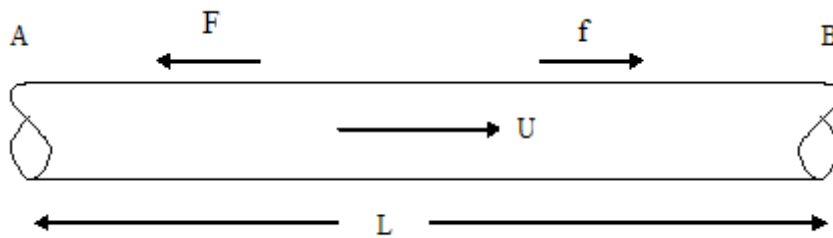


Figure IV.4 : Circulation des ondes dans une conduite.

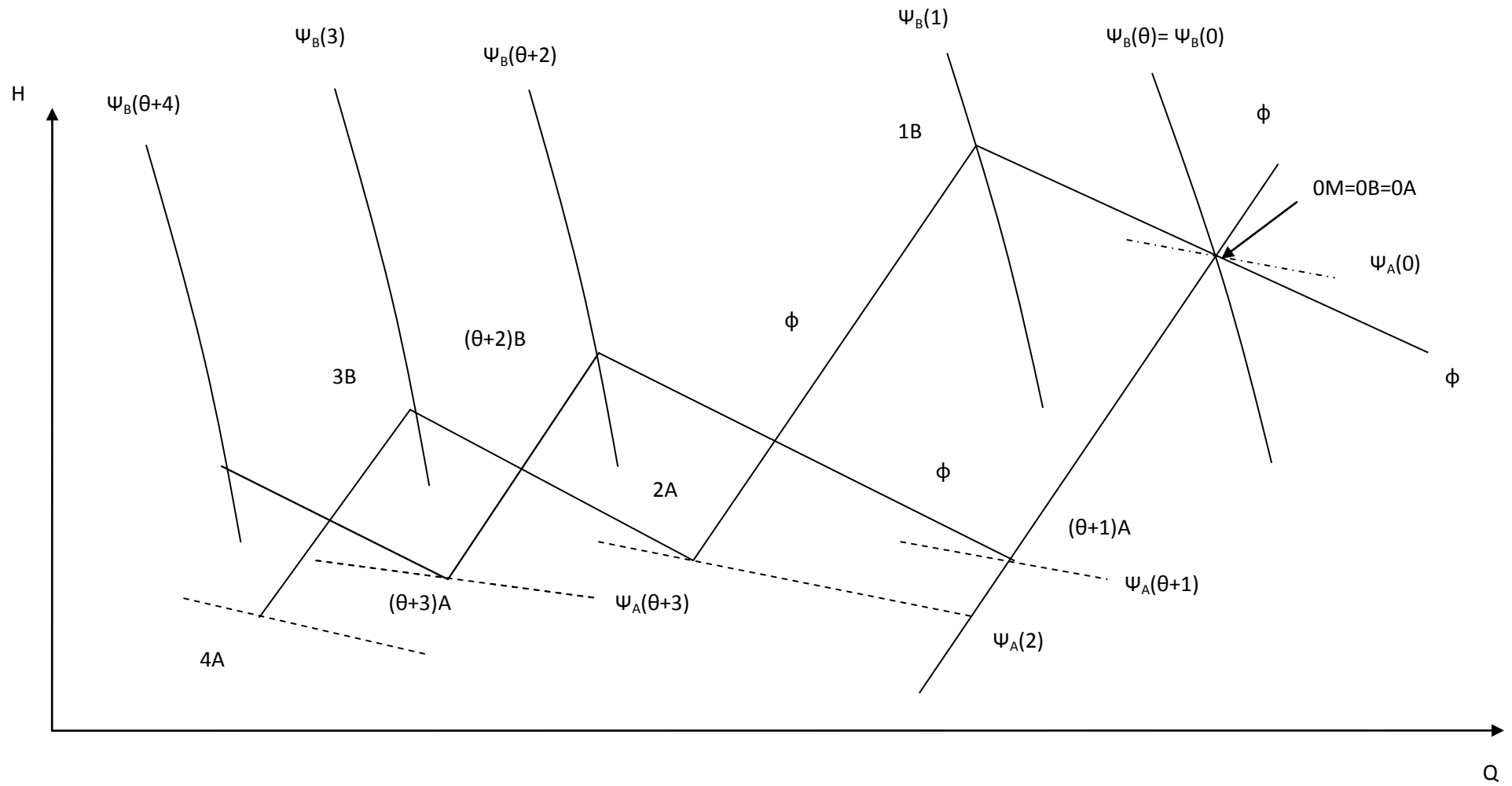


Figure IV.5: Epure de BERGERON pour un cas général.

IV.2.4. Méthode des différences finies :

Cette méthode consiste à remplacer les opérateurs différentiels par les opérateurs basés sur des intervalles de temps et d'espace fini Δt et Δx , puis à résoudre le système d'équations algébrique ainsi obtenu en tenant compte des conditions initiales et aux limites.

IV.2.4.1. Discrétisation des opérateurs différentiels :

Soit une fonction $U(x, t)$, continue et continument différentielle, le développement en série de Taylor autour du point (x, t) s'écrit :

$$U(x + \Delta x, y + \Delta y) = U(x, y) + 1/1! (\Delta x \partial / \partial x + \Delta y \partial / \partial y) + 1/2! (\Delta x \partial / \partial x + \Delta y \partial / \partial y)^2 + \dots + 1/(n-1)! (\Delta x \partial / \partial x + \Delta y \partial / \partial y)^{n-1} + R_n$$

Où le reste R_n est de l'ordre de $[|\Delta x| + |\Delta y|]^n$, ce que l'on écrit habituellement :

$$R_n = O\{[|\Delta x| + |\Delta y|]^n\}$$

Ainsi, le développement en série de Taylor de $U(x + \Delta x, y)$ autour de (x, y) s'écrit,

Si $n=4$:

$$U(x + \Delta x, y) = U(x, y) + \Delta x \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + O(\Delta x^4)$$

En développement à l'ordre 2 (avec $n=3$) on a :

$$U(x + \Delta x, y) = U(x, y) + \Delta x \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + O(\Delta x^3) \quad (\text{IV.27})$$

Et

$$U(x - \Delta x, y) = U(x, y) - \Delta x \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + O(\Delta x^3) \quad (\text{IV.28})$$

Où les dérivées sont évaluées au point (x, y) , ce que l'on note

$$\text{communément : } \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x,y} \quad \left. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right|_{x,y}$$

En divisant (IV.27) avec $n=2$ par Δx , on obtient :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x,y} = \frac{U(x+\Delta x) - U(x,y)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (\text{IV.29})$$

Si l'on néglige le reste $0(\Delta x)$ dans cette équation, on obtient une approximation de l'opérateur différentiel $\frac{\partial U}{\partial x}$ au point (x, y) par un opérateur aux différences finies avant (car Δx et devant x dans $x+\Delta x$).

En divisant (IV.4) avec $n=2$ par Δx , on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} |_{x, y} = \frac{U(x, y) - U(x - \Delta x, y)}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{IV.30})$$

Qui correspond à l'approximation de $\frac{\partial U}{\partial x}$ par un opérateur aux différences finies arrière.

Finalement, on soustrayant (IV.28) de (IV.27) et en divisant par $2\Delta x$, on obtient l'approximation de $\frac{\partial U}{\partial x}$ par un opérateur aux différences finies centrales :

$$\frac{\partial U}{\partial x} |_{x, y} = \frac{U(x + \Delta x, y) - U(x - \Delta x, y)}{2\Delta x} + 0(\Delta x^2) + 0 \quad (\text{IV.31})$$

Donc l'ordre d'approximation d'une méthode aux différences finies se détermine à l'aide de la formule de Taylor.

IV.2.4.2. Méthode des caractéristiques implicite proposée :

Le principe avantage de la méthode est que le pas de temps n'est pas limité au pas de temps courant pour la stabilité de la solution cependant, la condition pas de temps – distance est un besoin dans la résolution de la majorité des écoulements transitoires à partir des équations de continuité et de mouvement.

L'application de cette méthode exige qu'un dispositif soit situé entre deux canalisations quelconques. Autrement dit, un nouvel état de frontière doit être défini pour chaque combinaison des dispositifs qui peuvent être utilisés dans le réseau de conduites. En second lieu, l'état de frontière est défini pour les dispositifs comme les clapets, les pompes et les réservoirs sont allumés beaucoup dépendant si ces dispositifs sont situés à l'extrémité du système ou dans le système. En outre, ces états de frontière également qui changent selon ces dispositifs qui sont situés à l'extrémité ascendante ou descendante du système. Pour compliquer plus la situation, les conditions à la frontière imposée par ces dispositifs changent si l'écoulement change sa direction. On propose une méthode des caractéristiques (IMOC) implicite sur une section comme remède pour les points faibles mentionnés ci-

dessus du MOC conventionnel. Pour ceci, une définition exacte est employée pour tous les dispositifs qui peuvent être utilisés dans un réseau de conduites et des équations correspondantes sont dérivées d'une façon bien définie.

Ces équations sont indépendantes de l'endroit du dispositif et le sens d'écoulement, elles sont alors assemblées à former le système d'équations final à résoudre pour l'inconnu dirigé aux nœuds à chaque fois qu'ils font un pas. La Formulation proposée, tient compte donc de n'importe quelle combinaison arbitraire des dispositifs dans le réseau de conduite. Dans ce qui suit, la description d'équations le comportement passager de différents composants d'un réseau de canalisation sont dérivés. [8]

1. Cas d'une conduite : [8]

On considère un segment d'une conduite défini par deux points finaux « I » et « j ». Les points de départ de la formulation proposée pour des conduites sont les équations caractéristiques à la différence centrale de second ordre est employée pour arriver à la forme algébrique requière de l'équation caractéristique positive :

$$\begin{aligned}
 C^+ : \quad & \frac{dQ}{dt} + C_a \frac{dH}{dt} + RQ |Q| = 0^{n+1/2} \\
 & [1 + \frac{1}{4} R\Delta t Q_j^{n+1} \text{sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n) \\
 & + \frac{1}{2} R\Delta t Q_i^n \text{sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n)] Q_j^{n+1} + C_a H_j^{n+1} \\
 = & Q_i^n + C_a H_i^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_i^n)^2 \text{sign}(Q_j^{n+1} + Q_i^n)
 \end{aligned} \tag{IV.32}$$

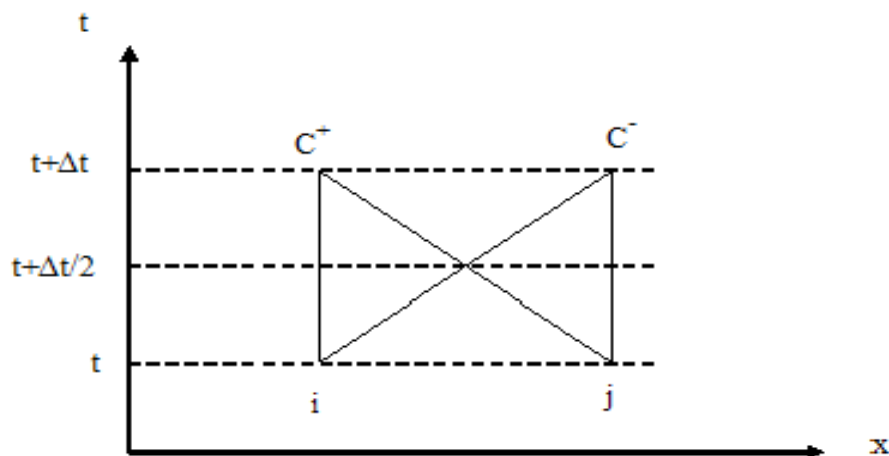


Figure IV.6 : Méthode implicite dans le cas d'une conduite

Un traitement analogue laisse écrire les équations équivalentes pour l'équation caractéristique négative :

$$\begin{aligned}
 C^- : \quad & \frac{dQ}{dt} - C_a \frac{dH}{dt} + RQ |Q| = 0^{n+1/2} \\
 & \left[1 + \frac{1}{4} R\Delta t Q_i^{n+1} \text{sign} (Q_i^{n+1} + Q_j^n) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} R\Delta t Q_j^n \text{sign} (Q_i^{n+1} + Q_j^n) \right] Q_i^{n+1} + C_a H_i^{n+1} \\
 & = Q_j^n - C_a H_j^n - \frac{1}{4} R\Delta t (Q_j^n)^2 \text{sign} (Q_i^{n+1} + Q_j^n)
 \end{aligned} \tag{IV.33}$$

Ces équations décrivent totalement le comportement hydraulique d'un segment de pipe, l'élément, qui peut être écrit sous une forme de matrice comme suit :

$$X^e \cdot s^e = b^e \quad (\text{conduite}) \tag{IV.34}$$

Avec : $X^T = [Q_i, Q_j, H_i, H_j]^{n+1}$

X^e : Le vecteur des inconnus de la canalisation

s^e : La matrice

b^e : De rigidité est le droit vecteur latéral

Les équations ci-dessus sont clairement les solutions non linéaires et leurs solutions exigent un arrangement de linéarisation. Ici une formulation de NEWTON-RAPHSON est employée pour linéariser les équations ci-dessus menant au système des équations suivant :

$$\Delta X^e \cdot s^e = b^e \quad (\text{conduite})$$

Avec : $\Delta X^T = [\Delta Q_i, \Delta Q_j, \Delta H_i, \Delta H_j]^{n+1}$

$$\Delta Q = Q^{m+1} - Q^m$$

$$\Delta H = H^{m+1} - H^m$$

m : est l'index d'itération non linéaire.

$$s^e (\text{conduite}) = \begin{bmatrix} 0 & C & 0 & C_a \\ D & 0 & -C_a & 0 \end{bmatrix}$$

$$b^e (\text{conduite}) = - \begin{bmatrix} T \\ S \end{bmatrix}$$

$$T = Q_j^m + \frac{1}{4} R \Delta t ((Q_i^n)^2 + (Q_j^m)^2) \text{sign} (Q_j^m + Q_i^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^m Q_i^n \text{sign} \\ (Q_j^m + Q_i^n) + C_a H_j^m - Q_i^n - C_a H_i^n \quad (\text{IV.35})$$

$$S = Q_i^m + \frac{1}{4} R \Delta t ((Q_i^m)^2 + (Q_j^n)^2) \text{sign} (Q_i^m + Q_j^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^n Q_i^m \text{sign} \\ (Q_i^m + Q_j^n) + C_a H_i^m - Q_j^n + C_a H_j^n$$

$$C = 1 + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^m \text{sign} (Q_j^m + Q_i^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_i^n \text{sign} (Q_j^m + Q_i^n)$$

$$D = 1 + \frac{1}{2} R \Delta t Q_i^m \text{sign} (Q_i^m + Q_j^n) + \frac{1}{2} R \Delta t Q_j^n \text{sign} (Q_i^m + Q_j^n)$$

2. Cas d'un réservoir : [8]

Maintenant, on considère un réservoir comme élément hydraulique montré dans fig. 6.

Le comportement hydraulique de cet élément peut être défini par l'intermédiaire de l'équation de perte principale due à l'orifice et à la continuité de l'écoulement définis par :

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (\text{IV.36})$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = \frac{(1+k)}{8gA^2} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1})^2 \text{sign} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1}) \quad (\text{IV.37})$$

H_i, H_j : valeurs de pression au premier et au deuxième nœud de l'élément de réservoir, et

Q_i, Q_j : valeurs du débit au premier et au dernier nœud du réservoir.

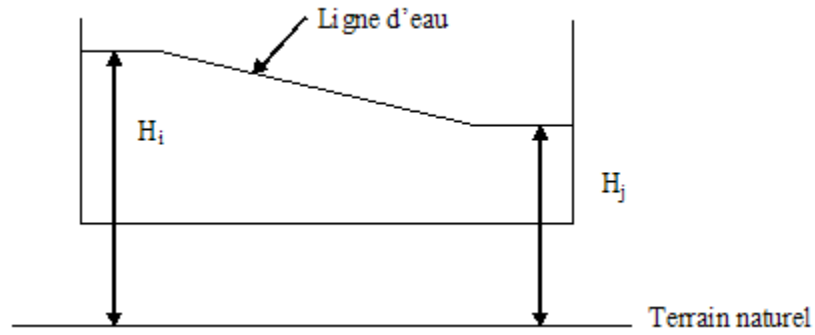


Figure IV.7 : Méthode implicite dans le cas d'un réservoir.

Une formulation de NEWTON-RAPHSON de cet élément mène à la matrice et au droit suivant de rigidité vectrice latérale de main :

$$\Delta X^e . s^e = b^e \quad (\text{réservoir}) \quad (IV.38)$$

$$s^e (\text{réservoir}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ L & L & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$L = \frac{-2(1+k)}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m) \text{sign} (Q_i^m + Q_j^m)$$

$$b^e (\text{réservoir}) = \begin{bmatrix} Q_i^m - Q_j^m \\ H_i^m - H_j^m - \frac{(1+k)}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m)^2 \text{sign} (Q_i^m + Q_j^m) \end{bmatrix}$$

3. Cas d'un clapet : [8]

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (IV.39)$$

$$H_i^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_i^{n+1} |Q_i^{n+1}| \quad (IV.40)$$

$$H_j^{n+1} \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} = Q_j^{n+1} |Q_j^{n+1}| \quad (IV.41)$$

Avec :

H_0, Q_0 : débit et pression équilibrés à l'amont du clapet

τ : relative à l'ouverture du clapet et les indices « i » et le « j » relatifs se référer au premier et au deuxième nœud de l'élément du clapet, respectivement. Ces équations peuvent être écrites sous une forme de matrice en utilisant un arrangement de linéarisation de NEWTON-RAPHSON avec les matrices de rigidité suivante et de côté droit :

$$s^e(\text{clapet}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2Q_i^m \text{sign}(Q_i^m) & 0 & \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} & 0 \\ 0 & -2Q_j^m \text{sign}(Q_j^m) & 0 & \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} \end{bmatrix}$$

(IV.42)

$$b^e(\text{clapet}) = \begin{bmatrix} Q_i^m - Q_j^m \\ H_i^m \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} - (Q_i^m)^2 \text{sign}(Q_i^m) \\ H_j^m \frac{(\tau Q_0)^2}{H_0} - (Q_j^m)^2 \text{sign}(Q_j^m) \end{bmatrix}$$

Pour une valve située au milieu d'une canalisation, les équations qui la régissent sont :

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} \quad (IV.43)$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = \frac{k}{8gA^2} (Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1})^2 \text{sign}(Q_i^{n+1} + Q_j^{n+1}) \quad (IV.44)$$

Les équations régissant le comportement d'une valve postée à l'extrémité d'une canalisation peuvent être définies comme suit :

$$s^e(\text{clapet}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ f & f & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.45})$$

$$f = \frac{-2k}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m) \text{sign}(Q_i^m + Q_j^m)$$

$$b^e(\text{clapet}) = \begin{bmatrix} Q_i^m - Q_j^m \\ H_i^m - H_j^m - \frac{k}{8gA^2} (Q_i^m + Q_j^m)^2 \text{sign}(Q_i^m + Q_j^m) \end{bmatrix}$$

4. Cas d'une pompe : [8]

Pour une pompe, deux équations de pompage et de continuité d'écoulement sont employées pour définir le comportement de la pompe en termes de paramètres nodaux comme suit :

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = -HP_p^{n+1} \quad (\text{IV.46})$$

$$Q_i^{n+1} = Q_j^{n+1} = -QP_p^{n+1} \quad (\text{IV.47})$$

HP_p et QP_p : débit de pompage et la charge.

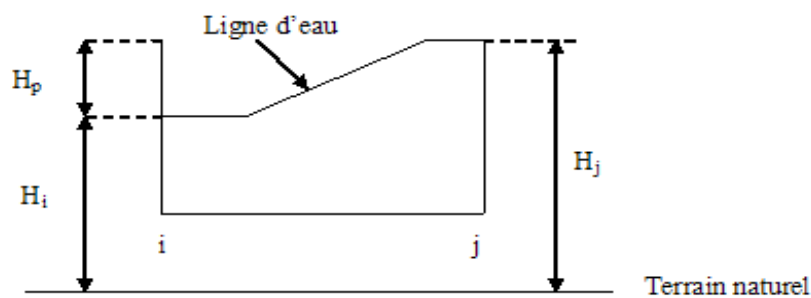


Figure IV.8 : Méthode implicite dans le cas d'une pompe

Ces équations, cependant, ne peuvent pas être employées sous leur forme actuelle pour dériver les matrices d'élément de pompe puisque le débit et la charge de pompage ne sont pas

connus. Ce problème est résolu en employant les paramètres normaux et les équations caractéristiques de pompe pour arriver aux équations suivantes :

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = -H_R h_p^{n+1} = -H_R \left((\alpha_p^{n+1})^2 + \frac{(Q_i^{n+1})^2}{n_p^2 Q_R^2} \right) \left(a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_i^{n+1}} \right) \quad (IV.48)$$

$$H_i^{n+1} - H_j^{n+1} = -H_R h_p^{n+1} = -H_R \left((\alpha_p^{n+1})^2 + \frac{(Q_j^{n+1})^2}{n_p^2 Q_R^2} \right) \left(a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_j^{n+1}} \right) \quad (IV.49)$$

n_p : Lev nombre de pompes en parallèles.

La formulation de NEWTON-RAPHSON est de nouveau employée pour arriver aux matrices de rigidité suivante et de côté droit pour l'élément de pompe :

$$s^e (\text{pompe}) = \begin{bmatrix} C & 0 & 1 & -1 \\ 0 & D & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (IV.50)$$

$$b^e (\text{pompe}) = - \begin{bmatrix} H_i^m - H_j^m + H_R \left((\alpha_p^{n+1})^2 + \frac{(Q_i^m)^2}{n_p^2 Q_R^2} \right) \left(a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_i^m} \right) \\ H_i^m - H_j^m + H_R \left((\alpha_p^{n+1})^2 + \frac{(Q_j^m)^2}{n_p^2 Q_R^2} \right) \left(a_1 + a_2 \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_j^m} \right) \end{bmatrix}$$

$$C = \frac{H_R}{Q_{RNP}} \left[2a_1 \frac{Q_i^m}{Q_{RNP}} - a_2 \alpha_p^{n+1} + 2a_2 \frac{Q_i^m}{Q_{RNP}} \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_i^m} \right]$$

$$D = \frac{H_R}{Q_{RNP}} \left[2a_1 \frac{Q_j^m}{Q_{RNP}} - a_2 \alpha_p^{n+1} + 2a_2 \frac{Q_j^m}{Q_{RNP}} \tan^{-1} \frac{\alpha_p^{n+1} Q_{RNP}}{Q_j^m} \right]$$

Le calcul de ces matrices, cependant, exige que la valeur de « α_p » soit connue, est calculée en utilisant l'information à l'itération précédente par l'intermédiaire de l'équation suivante :

$$\alpha_p - C_6 \alpha_p^2 (a_3 + a_4 \tan^{-1} \frac{\alpha_p Q_{RNP}}{Q_i}) - C_6 \frac{Q_i^2}{n_p^2 Q_R^2} (a_3 + a_4 \tan^{-1} \frac{\alpha_p Q_{RNP}}{Q_i}) = \alpha + C_6 \beta \quad (IV.51)$$

Il convient noter que citée juste ci-dessus en employant des notions appropriés de fi de point d'ébullition, $\beta_{p,up}$

IV.2.4.3. Schémas explicites : [4]

Permettent de calculer les valeurs nouvelles de H et U en chaque point de calcul au temps $t + \Delta t$. En utilisant les valeurs connues au temps t, des points de calcul situés dans le voisinage immédiat du point de calcul. A cette fin on évalue les valeurs des dérivées $\partial H / \partial t$ et $\partial U / \partial t$ en calculant les valeurs des seconds membres des équations en ces différents points au temps t. pour un intervalle Δt de temps trop grand les résultats sont aberrants il s'agit donc la du phénomène d'instabilité numérique du schéma. Pour que les résultats soient corrects, il faut que la relation entre le pas d'espace et l'intervalle de temps en chaque point de calcul satisfasse à la conditions CFL du no de trois mathématicien : COURANT, FRIEDRICHS et LEWY exprimée en termes du nombre Courant :

$$Cr < 1, \quad Cr = \frac{\Delta t (C + |U|)}{\Delta X}, \quad C = \sqrt{\frac{gS}{D}}$$

Cr : Nombre du courant

C : Célérité des petites ondes

S : Surface

D : Diamètre.

Des schémas du second ordre ont été développés dans le calcul de la dynamique des fluides pour la résolution des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique. Parmi ces schémas, on trouve le schéma de LAMBDA, GABUTTI et MACCORMACK qui fera l'objet de notre étude.

IV.2.4.3.1. Schéma de Maccormack : [14]

Le schéma de Maccormack est un schéma du second ordre dans l'espace et dans le temps. Il contient deux pas : prédicteur - correcteur dans chaque pas de temps et un type de différence finie utilisé. Deux alternances sont utilisées, dans la première alternance on utilise la différence finie avant dans l'étape de prédiction, par contre dans l'étape de correction la différence finie arrière qui est utilisée. Quand à la seconde alternance, on utilise la différence finie arrière dans l'étape de prédiction et la différence finie avant dans l'étape de correction.

MACCORMACK recommande d'utiliser les deux alternances successivement c'est-à-dire la deuxième alternance pour le prochain pas et ainsi de suite. La conduite a pour longueur « L » divisé en n pas de distance Δx , le premier nœud est de numéro 1 et le dernier est de numéro n+1.

Les valeurs de H et Q sont connues au temps $j \cdot dt$ (à partir des conditions initiales) et sont déterminées au temps $t+dt$ (en $(j+1) dt$) comme le montre la figure (II.13).

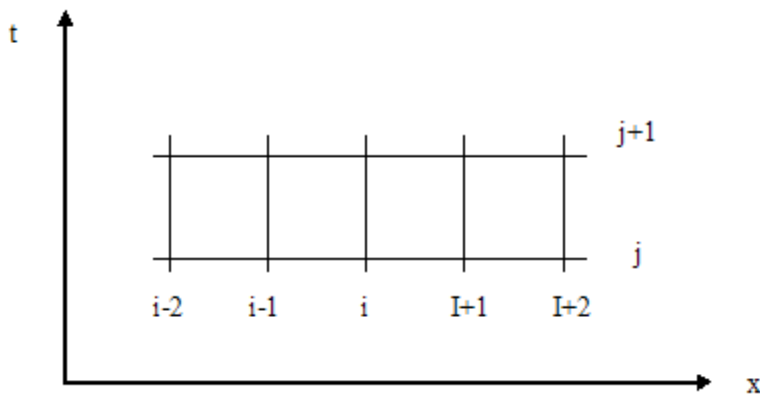


Figure IV.9: Schéma de discrétisation du domaine.

1- Première alternance :

➤ Partie prédicteur :

$$\begin{cases} H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \frac{c^2}{gS} (Q_{i+1}^j - Q_i^j) & \text{(IV.52)} \\ Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_{i+1}^j - H_i^j) - R |Q_i^j| \cdot Q_i^j & \text{(IV.53)} \end{cases}$$

($i=1, 2, \dots, n$)

➤ Partie correcteur :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left\{ H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{C^2}{gS} (Q_i^* - Q_{i-1}^*) \right\} \end{array} \right. \quad (\text{IV.54})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left\{ Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_i^* - H_{i-1}^*) - R Q_i^* |Q_i^*| \right\} \end{array} \right. \quad (\text{IV.55})$$

(i=2, 3,..... n+1)

2- Deuxième alternance :

➤ Partie prédicteur :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_i^* = H_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \frac{C^2}{gS} (Q_i^j - Q_{i-1}^j) \end{array} \right. \quad (\text{IV.56})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^* = Q_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_i^j - H_{i-1}^j) - R |Q_i^j| \cdot Q_i^j \end{array} \right. \quad (\text{IV.57})$$

(i=2....., n+1)

➤ Partie correcteur :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left\{ H_i^j + H_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{C^2}{gS} (Q_{i+1}^* - Q_i^*) \right\} \end{array} \right. \quad (\text{IV.58})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left\{ Q_i^j + Q_i^* - \frac{\Delta t}{\Delta x} gS (H_{i+1}^* - H_i^*) - R Q_i^* |Q_i^*| \right\} \end{array} \right. \quad (\text{IV.59})$$

(i=1, 2..... n)

Sachant que :

C : Célérité.

S : aire

Cn : Nombre de courant.

D : Diamètre de la conduite.

F : Facteur de frottement.

g : Accélération gravitationnelle.

H : niveau piézométrique.

Q : Débit.

L : Longueur de la conduite.

R : résistance de la conduite.

t : temps.

Δt : le pas de temps, avec $\Delta t = \Delta x / a$.

Δx : le pas d'espace, avec $\Delta x = L / n - 1$.

n : nombre de points de discrétisation.

❖ **Indice :**

i : indice qui varie en fonction du pas d'espace (axe d'abscisse).

j : indice qui varie en fonction du pas de temps (axe de coordonnée).

* : Prédiction valeur.

0 : se rapporte à la condition initiale.

NB : Les schémas de LAMBDA, GABUTTI sont traités dans la référence [14]

IV.2.4.4. Consistance, convergence et stabilité :

Jusqu'à présent nous n'avons présenté qu'une substitution des dérivées par des expressions discrètes sans faire aucun type de considération additionnelle. Mais avant d'admettre la représentativité de la solution par le schéma aux différences finies, il faut d'abord s'assurer que le schéma représente correctement les équations d'origines, ensuite on doit être certain que les erreurs, mêmes très petites, ne s'amplifient pas, et finalement on doit vérifier que la solution calculée représente correctement la solution. Ces trois exigences sont, successivement : la Consistance, convergence et stabilité.

➤ La stabilité : [6]

C'est la propriété qui assure que la différence entre la solution numérique obtenue et la solution exacte des équations discrétisées est bornée. Pour les problèmes d'évolution, le concept de stabilité est lié à l'éventuelle amplification des erreurs d'arrondi lors du calcul successif des valeurs de la solution.

Ces schémas qui appartiennent aux schémas du type prédicteur-correcteur sont stables sous les conditions du nombre de COURANT-FRIEDRICKS et LEVY (C.F.L).

Pour les schémas explicites, les conditions de stabilité s'énoncent de la façon suivante :

Le pas de temps doit être telle qu'une onde se propage à la vitesse 'C', ne parcourt pas plus d'un pas d'espace en un pas de temps. Cette condition se traduit par :

$$\Delta t \leq \frac{c_n \cdot \Delta x}{\max(|u| + C)}$$

Et comme $u \ll C$ la condition devient :

$$\Delta t \leq \frac{c_n \cdot \Delta x}{C}$$

➤ La consistance : [6]

C'est la propriété qui assure que solution exacte des équations continues lorsque les pas de discrétisations (Δt et ΔX) tendent vers zéro. D'une autre manière, on dit qu'une discrétisation est consistante lorsque l'erreur de troncature (ET) tend vers zéro lorsque tous les pas de discrétisation tendent aussi vers zéro. Comme l'erreur troncature représente l'écart entre l'équation aux dérivées partielles continue et sa forme discrétisée (FDE), la consistance d'une discrétisation peut être symbolisée par :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0} [FDE - EDP] = \lim_{\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0} [ET] = 0$$

L'erreur troncature $ET = 0$ ($\Delta t, \Delta X^2$) dépend des pas de maillage de toutes les variables sous diverses combinaisons, parfois cela des conditions sur les grandeurs respectives des pas diverses variables que la discrétisation soit consistante. Sachant que cette dernière s'analyse par le développement en séries de Taylor.

➤ La convergence : [6]

C'est la propriété qui assure que la solution numérique tende vers la (ou une) solution exacte des équations continues. C'est évidemment la propriété la plus recherchée! En notant U la solution exacte du problème différentiel et U^h la solution numérique approchée, une méthode numérique est dite convergente si :

$$\lim_{h \rightarrow 0} [U - U^h] = 0$$

Dans un problème bien posé, et avec un schéma numérique consistant, la stabilité est une condition nécessaire et suffisante pour la convergence. Ce qu'on peut symboliser par :

$$\text{Consistance} + \text{stabilité} \iff \text{convergence}$$

IV.3. Conclusion :

Ce chapitre nous a permis d'exposer les différentes méthodes de résolution des équations de SAINT-VENANT, parmi ces méthodes, on trouve la méthode des caractéristiques qui fera l'objet de notre étude.

La méthode des caractéristiques qui se base sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre, demeure actuellement très utilisée pour le calcul des écoulements non permanents dans des systèmes très complexes, elle est généralement considérée comme une méthode numérique jugée plus efficace et précise par rapport à d'autres. Les faiblesses de la méthode sont caractérisées par un cumul d'erreurs résultant de l'arrondissement des longueurs partielles entre les nœuds de calcul le long de la conduite.

Chapitre \mathcal{V}

Application et discussion des résultats

V.1. Introduction :

Dans le but de faire une analyse du régime transitoire, en élaborant un programme informatique en langage MATLAB, pour le calcul du coup de bélier dans une conduite de refoulement à caractéristiques connues, refoulant un débit Q constant vers un réservoir à niveau constant. Ce programme est basé sur la méthode des caractéristiques, que nous avons jugée la plus adéquate pour ce genre d'analyse. En outre le programme nous permet de calculer les variations de pression et de débit engendré par l'arrêt de la pompe au point intérieur de la conduite ainsi que les conditions aux limites (charge et débit).

V.2. Structure du programme élaboré :

La résolution de n'importe quel problème se ramène à l'écriture d'un certain programme informatique dans un langage spécifique. La préparation de ce programme se fait toujours en deux étapes complémentaires, la première consiste à établir l'organigramme (schéma général), la seconde étape est la réalisation d'un codage de l'organigramme dans un langage de programmation, qui sera exécuté par suite.

V.2.1. Mise en équations :

Supposons une conduite de refoulement ayant une longueur « L » discrétisée en traçons élémentaires de longueur « DX ».

Supposons qu'aux points extrêmes les caractéristiques hauteur-débit sont connus au temps « t » d'après les conditions initiales et finales. Essayons maintenant d'estimer ces inconnus pour chaque point de la conduite pour un temps « $t + \Delta t$ ».

Pour pouvoir résoudre cette problématique, il nous faut un système d'équation :

V.2.1.1. Equation de variation de vitesse : [3]

Si le moteur entraînant la pompe s'arrête brusquement la puissance P_a absorbée par la pompe sera prise sur la puissance vive emmagasinée du poids en rotation (poids des rotors du moteur et de la pompe, poids du volant d'inertie et en plus une partie du liquide entraînée). Cette est égale à :

$$E = J \cdot \omega^2 / 2$$

Avec $J = MR^2$ ou M est la masse en rotation et R le rayon de giration.

Le travail élémentaire absorbé pendant le laps du temps dt est le produit du couple « c » par l'angle décrit $\omega \cdot dt$, soit $c \cdot \omega dt$, ce travail est aussi égal à la différentielle de l'énergie vive soit :

$$d\left(\frac{J \cdot \omega^2}{2}\right) = -J \omega d\omega$$

Le signe (-) au second membre est pris en considération du fait de la diminution de ω

En égalant ces deux travaux élémentaires, on trouve soit :

$$C dt = -J d\omega \quad \text{ou} \quad C = -J d\omega / \Delta t$$

En réalité le couple est variable dans le temps et pour simplifier notre résolution on le suppose comme étant constant durant dt et est égale à la moyenne du couple $c(t)$, couple connu au temps t, et $c(t+dt)$, valeur inconnue au temps $(t+dt)$, c'est-à-dire :

$$C = [c(t+dt) + c(t)] / 2$$

Etant donné que :

$$C(t) = P(t) / \omega(t) = \rho \cdot g \cdot (Hr_{(1)} - H_a) \cdot Q_a / \eta \cdot \omega$$

Ou
$$\omega = N_n (2\pi \cdot 60) \cdot \alpha$$

N_n : vitesse de rotation nominale

N : vitesse de rotation de la pompe au temps $t+dt$

$$\alpha = N / N_n$$

En posant $\beta_0 = c(t) / C_n$ et $\beta = c(t+dt) / C_n$

L'équation de couple prend la forme (en élément finis) :

$$\beta = J \frac{N_n}{C_n} \frac{\pi}{15} \frac{(\alpha_0 - \alpha)}{dt} - \beta_0$$

Ou en posant :
$$GJ = J \frac{N_n}{C_n} \frac{\pi}{15} \frac{1}{dt}$$

L'équation de β devient :

$$\beta - \beta_0 - GJ \cdot (\alpha_0 - \alpha) = 0$$

Cette dernière équation est la première équation cherchée.

V.2.1.2. Deuxième équation : [3]

Le long de la caractéristique C^+ , on peut écrire pour la conduite d'aspiration :

$$CP = Ha(t+\Delta t) + Ra \cdot Q_a(t+\Delta t) \quad (V.1)$$

$$= Ha(t) + Q_a(t) \cdot (Ra - Ta \cdot Q_a(t)) \quad (V.2)$$

V.2.1.3. Troisième équation : [3]

Le long de la caractéristique C^- , on peut écrire pour la conduite de refoulement :

$$CM = Hr(t+\Delta t) + Rr \cdot Q_r(t+\Delta t) \quad (V.3)$$

$$= Hr(t) + Q_r(t) \cdot (Rr - Tr \cdot Q_r(t)) \quad (V.2')$$

On sait :

$$Hp(t) = Hr(t) - Ha(t) \quad (V.3')$$

$$Qr(t) = Qa(t) = Q(t) \quad (V.4)$$

V.2.2. Résolution du système d'équations : [3]

La charge totale fournie par la pompe est :

$$Hp = Hn \cdot h = Hn \cdot WH(X) \cdot (v^2 + \alpha^2) \quad \text{ou} \quad X = \pi + \arctg(v/\alpha)$$

En posons $WH(X) = W0 + W1 \cdot X$

$$W0 = [WH(I+1) - WH(I)]/dX$$

$$W1 = WH(I+1) - I \cdot W1 \cdot dX$$

Donc l'équation précédente peut s'écrire sous la forme :

$$Hp = Hn \cdot (v^2 + \alpha^2) \cdot (W0 + W1 \cdot (\pi + \arctg(v/\alpha))) \quad (V.5)$$

En combinant les expressions (1), (2), (3), (4) et (5) on obtient :

$$F1 = CP - CM - (Rr + Ra) \cdot Qn \cdot v + Hn \cdot (v^2 + \alpha^2) \cdot (W0 + W1 \cdot X) = 0 \quad (V.6)$$

Les grandeurs intervenant dans les équations (5) et (6) sont toutes déterminées au temps « t » à l'exception de v et α .

Comme cela a été fait pour $WH(X)$, on procèdera de la même manière pour les grandeurs $WB(X)$, c'est-à-dire écrire cette fonction sous la forme :

$$WB(X) = b_0 + b_1 * X$$

$$b_0 = [WB(I+1) - WB(I)]/dX$$

$$b_1 = WB(I+1) - I * b_1 * dX$$

$$\beta = (v^2 + \alpha^2) * WB(X) = (b_0 + b_1 * X) * (v^2 + \alpha^2)$$

$$F_2 = (v^2 + \alpha^2) * (W_0 + W_1 * X) + \beta_0 - GJ * (\alpha_0 - \alpha) = 0$$

Ainsi on le système d'équation ci-dessous :

$$\begin{cases} F_2 = 0 \\ F_1 = 0 \end{cases}$$

Ce système d'équation non linéaire où les inconnus sont v et α sera résolu par la méthode de NEWTON-RAPHSON :

$$F_1 + F_{1v} \cdot \Delta v + F_{1\alpha} \cdot \Delta \alpha = 0$$

$$F_2 + F_{2v} \cdot \Delta v + F_{2\alpha} \cdot \Delta \alpha = 0$$

$F_{1\alpha}$, F_{1v} , $F_{2\alpha}$ et F_{2v} sont les dérivées de F_1 et F_2 par rapport à la variable prise comme indice (v et α).

En utilisant la règle de CRAMMER, on obtient :

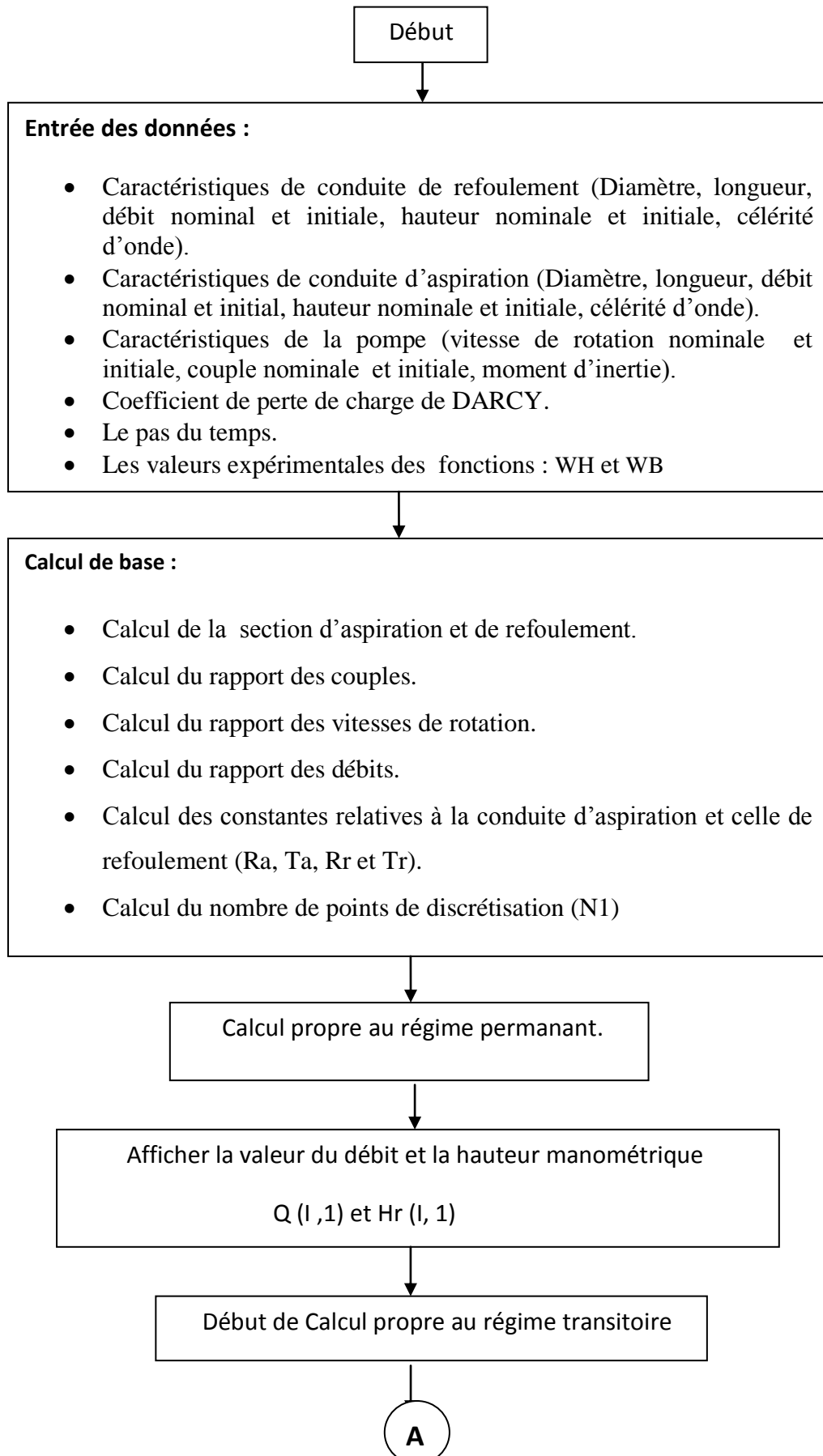
$$\Delta v = \frac{F_{2\alpha} F_{1\alpha} - F_{1\alpha} F_{2\alpha}}{F_{1v} F_{2\alpha} - F_{1\alpha} F_{2v}} \quad \text{et} \quad \Delta \alpha = \frac{F_{1\alpha} F_{2v} - F_{1v} F_{2\alpha}}{F_{1v} F_{2\alpha} - F_{1\alpha} F_{2v}}$$

Une fois le calcul de Δv et $\Delta \alpha$ étant fait, on calcul :

$$V = v + \Delta v \quad \text{et} \quad \alpha = \alpha + \Delta \alpha$$

Améliorant ainsi les valeurs de v et α initialement données. Généralement l'itération est supposée terminée en imposant par exemple : $|\Delta \alpha| + |\Delta v| \leq 0.0005$

❖ Description de l'organigramme :



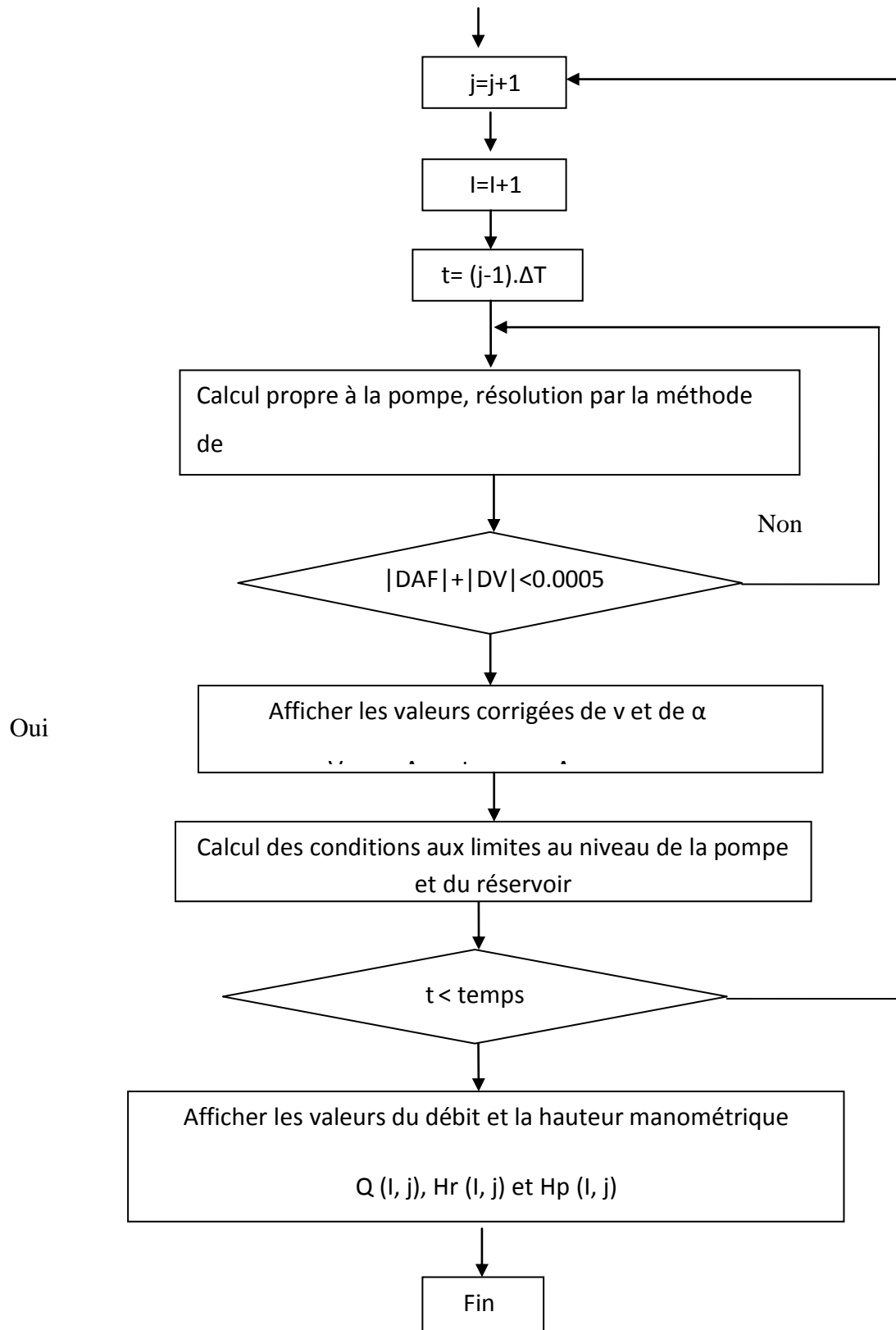


Figure V.1 : Organigramme général.

V.3. Validation du programme : On propose d'étudier la surpression dans une conduite en refoulement résultant de l'arrêt instantané et brusque d'une pompe qui se trouve à l'extrémité amont de la conduite, alimentée par un réservoir à cote constante et refoulant vers un autre réservoir de cote constante.

❖ **Exemple d'application :**

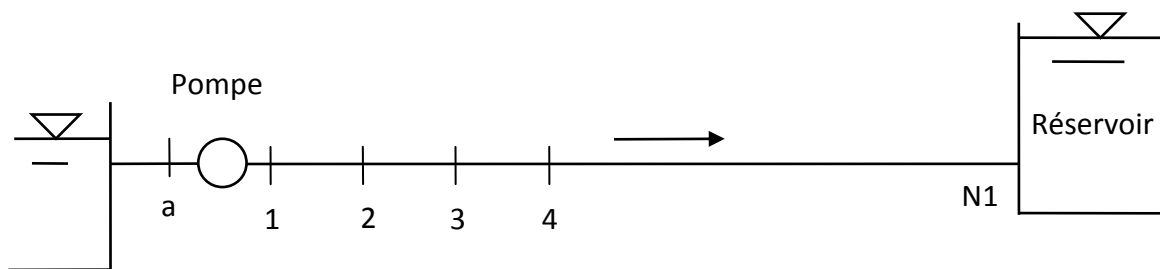


Figure V.2 : Discrétisation de la conduite de refoulement.

Tableau V.1 : Données à introduire dans le programme.

aspiration				
diamètre (mm)	célérité (m/s)	longueur (m)	débit (m ³ /s)	hauteur (m)
750	1000	/	0.5	59
refoulement				
diamètre (mm)	célérité (m/s)	longueur (m)	débit (m ³ /s)	hauteur (m)
750	1000	1000	0.5	115
Hauteur nominale (m)	débit nominale (m ³ /s)	vitesse de rotation (m/s)	moment d'inertie (kg.m ²)	coefficient de DARCY
60	0.5	1100	16.85	0.01
pas de temps (s)	pas de l'espace (m)	pesanteur (m/s ²)		
0.1	100	9.81		

V.3.1.L'exécution du programme :

Dans le but de visualiser la variation de pression et du débit au niveau de la pompe d'une part, et d'autre part comparer ces résultats à la solution exacte [8], on a effectué une simulation au régime transitoire pour une durée $t=15$ s. Après avoir exécuté le programme, on a obtenu les résultats suivants :

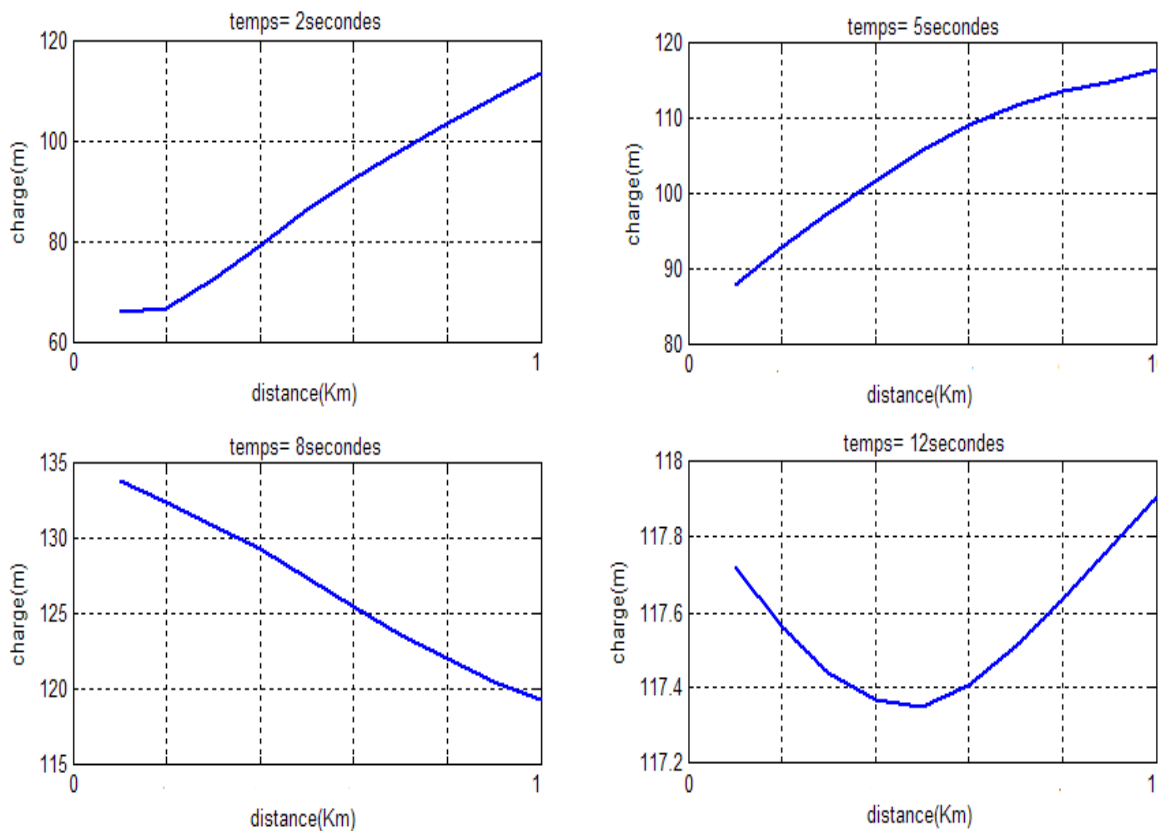


Figure V.3 : Evolution de la hauteur de refoulement le long de la conduite à un instant donné (temps est fixe).

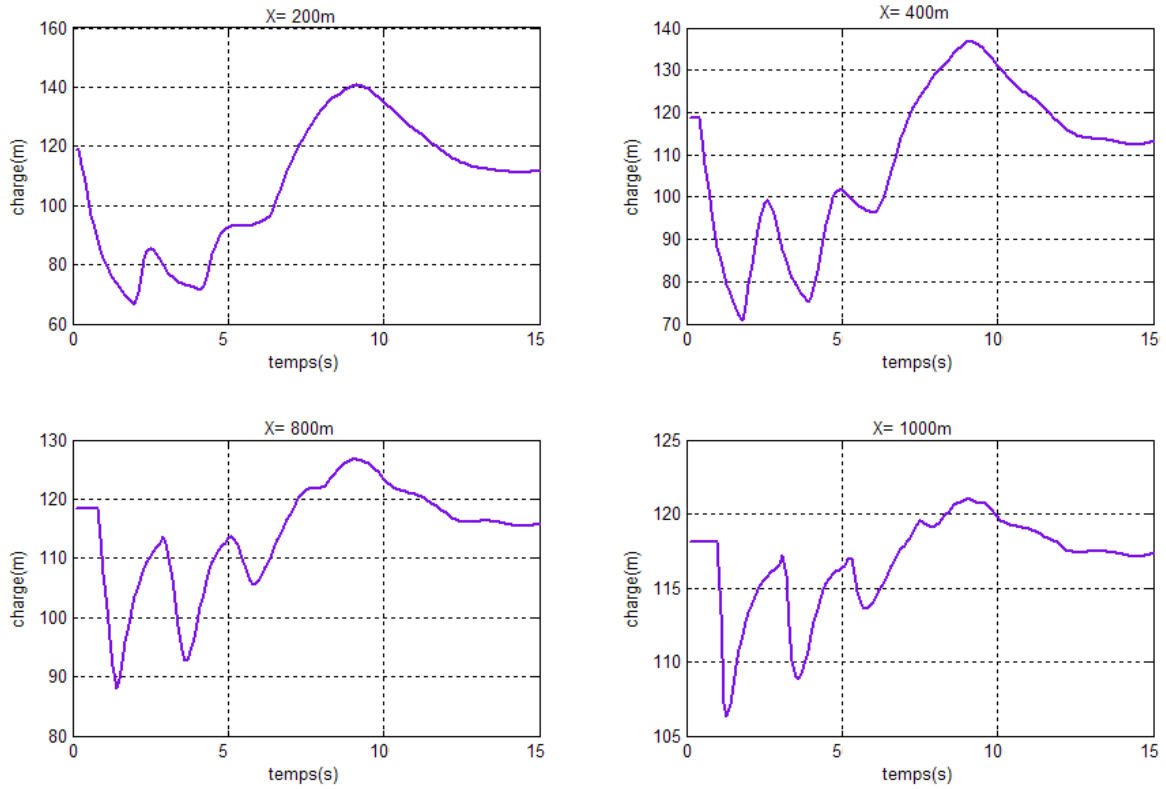


Figure V.4 : Evolution de la hauteur de refoulement en un point donné au cours du temps (distance est fixe).

La figure ci-dessous illustre la variation de la hauteur de refoulement au niveau de la pompe pour une durée de 15 secondes :

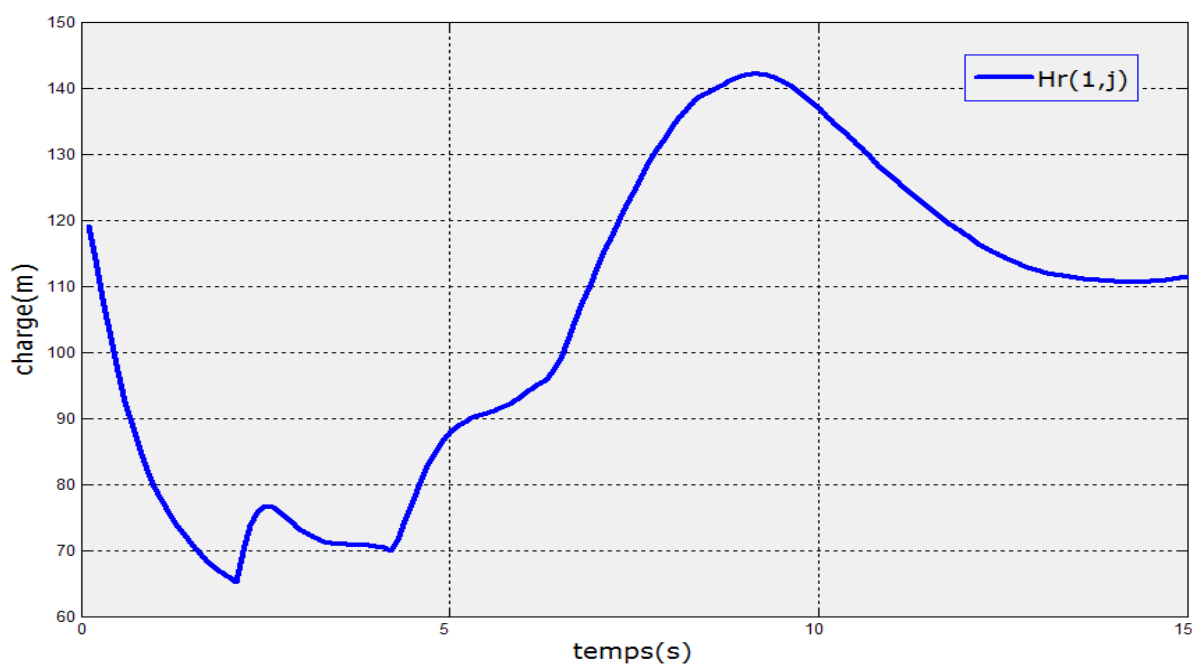


Figure V.5 : Evolution de la hauteur de refoulement juste après la pompe.

Pour pouvoir vérifier la fiabilité de notre modèle, on a comparé la solution graphique de notre modèle à la solution graphique exacte (référence [8]) toute en superposant les deux courbes des deux figures données ci-dessous :

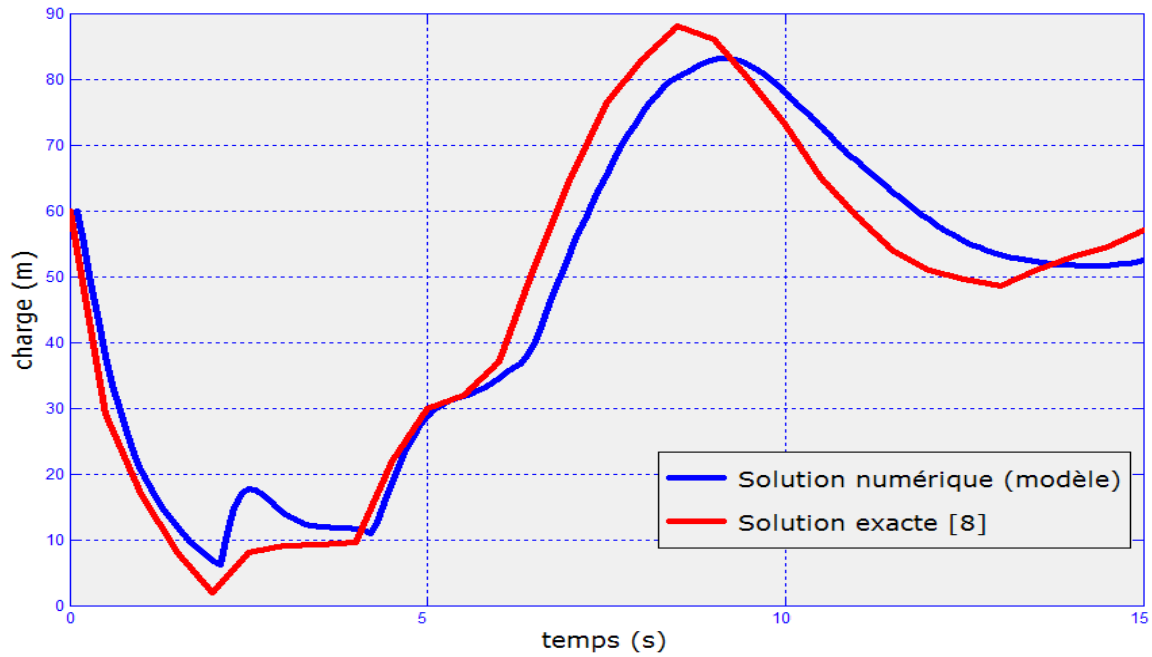


Figure V.6 : Evolution de la charge au cours du temps au niveau de la pompe.

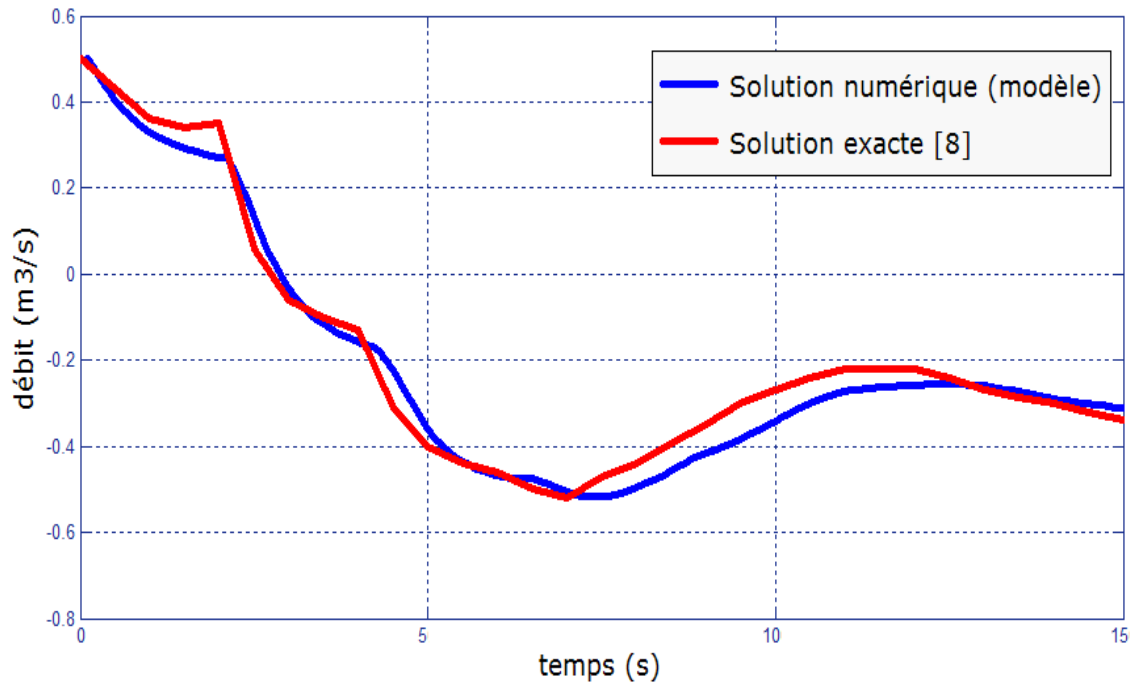


Figure V.7 : Evolution du débit au cours du temps au niveau de la pompe.

L'analyse de ces graphes permet de mettre en évidence la fiabilité de notre modèle, le graphique figure (V.6) montre l'évolution de la charge le long de la conduite de refoulement suite à l'arrêt brusque d'une pompe à l'instant $t=0$. Il y a alors naissance d'une onde de dépression qui se propage le long de la conduite avec une célérité de 1000 m/s, ou on enregistre la valeur minimale d'environ 2 mce, cette onde sera suivie d'une autre onde de surpression de valeur maximale de 88 mce, ce qui confirme l'étude théorique du chapitre 1. Ces valeurs obtenues représentent les variations de pression maximum que peu subir ce système à la suite d'un coup de bélier. En terme de pourcentage l'augmentation maximum de pression est de 52%, et la diminution est de 97% par rapport à la charge en régime permanent ($H_p = 60$ mce) ce qui créera un état de contrainte au quel la conduite ne pourra jamais résister à cette altération des pressions.

Par contre pour la figure (V.7) on constate une diminution assez importante du débit qui passe même aux valeurs négatives confirmant ainsi les différents modes de fonctionnement d'une pompe traités dans le chapitre III.

V.3.2. Influence du nombre de courant sur le coup de bélier :

Le nombre de courant est d'une influence majeure sur la stabilité et la précision, il est donné

Par la formule suivante : $C_n = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x}$

Pour montrer l'influence de paramètre, on a pris trois différentes toute en jouant sur la célérité d'onde (ou bien sur le pas de temps ou d'espace. Après avoir exécuter le programme, on abouti aux résultats suivants :

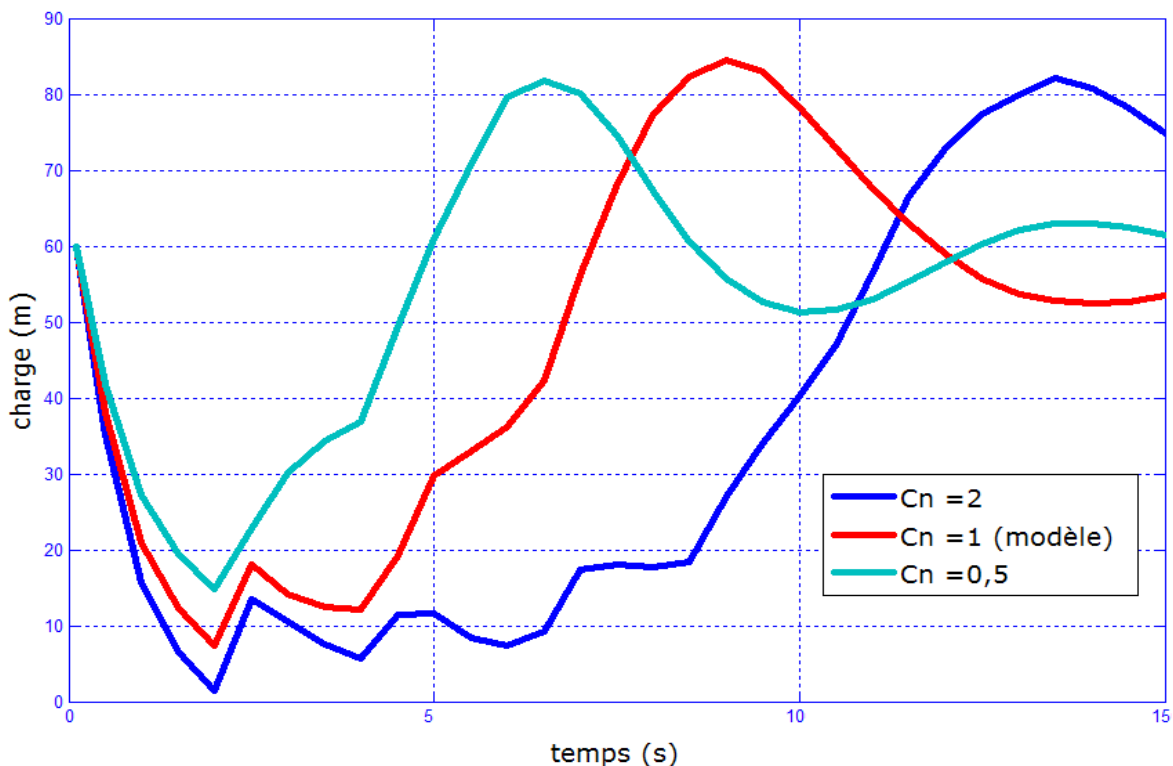


Figure V.8 : Influence du nombre de courant sur la convergence de la méthode.

Les résultats obtenus, nous permet de conclure que le nombre de courant joue un rôle important sur la convergence et la précision du schéma, ceci peut être remarqué si on compare les trois courbes de la figure (V.8) pour les différentes valeurs du nombre de courant C_n .

On remarque que la méthode des caractéristiques donne des résultats plus ou moins proches par rapport à la solution (notre modèle), donc le choix du nombre de courant est conditionné

pour la stabilité des schémas, ces schémas restent plus au moins fiables, mais moins précis pour des valeurs de C_n différents de 1, c'est-à-dire que l'erreur augmente avec la diminution de C_n .

V.3.3. Influence du matériau sur le coup de bélier :

Pour montrer l'influence du type de matériau sur le coup de bélier, on a examiné la variation de la charge pour trois types de matériaux (pvc, fonte, et l'acier) dont les caractéristiques géométriques sont identiques. On prend les mêmes données que l'exemple précédent.

Les valeurs du module d'élasticité et la célérité d'onde de chaque matériau sont représentées dans le tableau suivant :

Tableau V.2 : Valeurs du module d'élasticité et la célérité d'onde de chaque matériau.

Type de matériau	Module d'élasticité (Pa)	Célérité (m/s)
Acier	2.10^{11}	1118,03
Fonte	$1,2.10^{11}$	1000
PVC	3.10^9	220,86

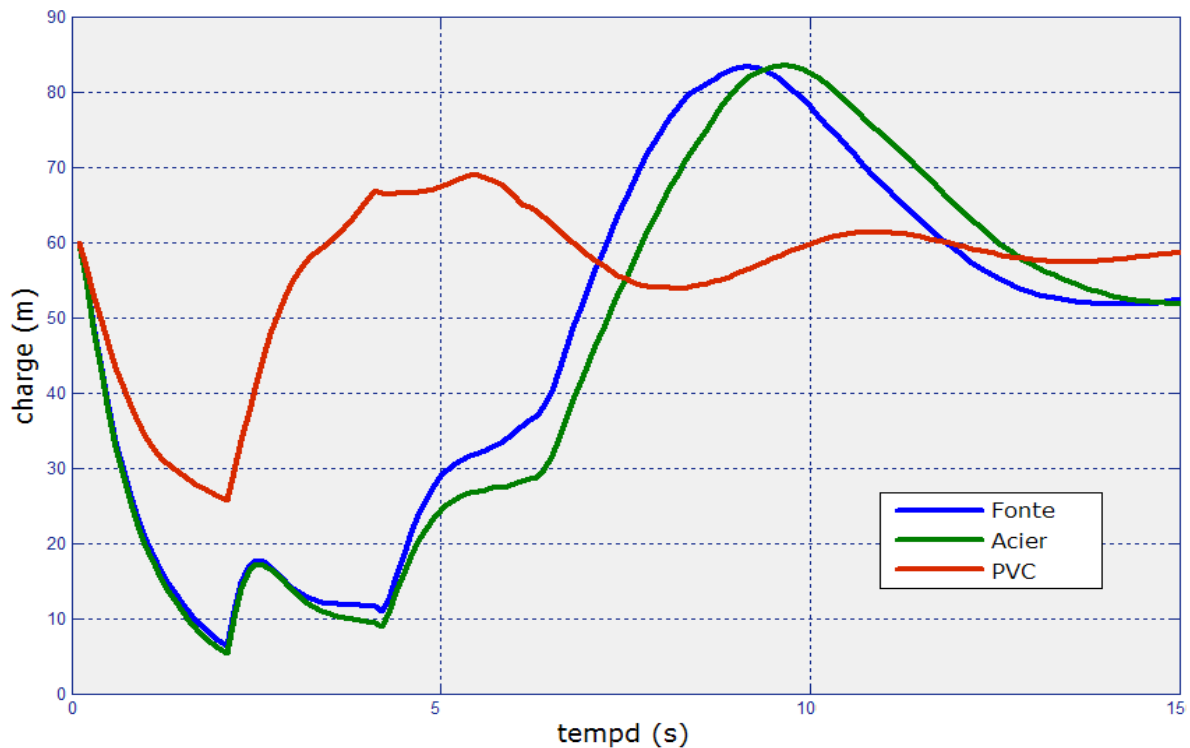


Figure V.9 : Influence du matériau sur le coup de bélier.

On remarque que la surpression et la dépression dans le cas d'une conduite en acier sont plus importantes que celles d'autres matériaux (fonte et pvc). Ces deux résultats montrent que la célérité d'onde est proportionnelle au module d'élasticité (voir l'annexe II), c'est-à-dire que le module d'élasticité a tendance à augmenter d'une manière directe les surpressions et les dépressions, par contre il est inversement à la période d'oscillation.

V.3.4. Influence de l'épaisseur sur le coup de bélier :

Pour montrer l'influence de l'épaisseur de la conduite sur le coup de bélier, on a examiné la variation de la charge au cours du temps pour trois épaisseurs différentes, sachant que les caractéristiques de la conduite sont identiques que l'exemple précédent.

Pour des conduites en acier non enterrées, le rapport $D/e = 70$ ([2] Munier, p72), on utilisant la formule (I.2), on a abouti aux résultats suivants :

Tableau V.3 : Valeurs de l'épaisseur et de la célérité d'onde (Acier).

Type de matériau	Epaisseur (mm)	Célérité (m/s)
Acier	5	891,57
Acier	10	1068,79
Acier	20	1209,03

Pour les différentes valeurs de la célérité, on a enregistré les courbes illustrées ci-dessous :

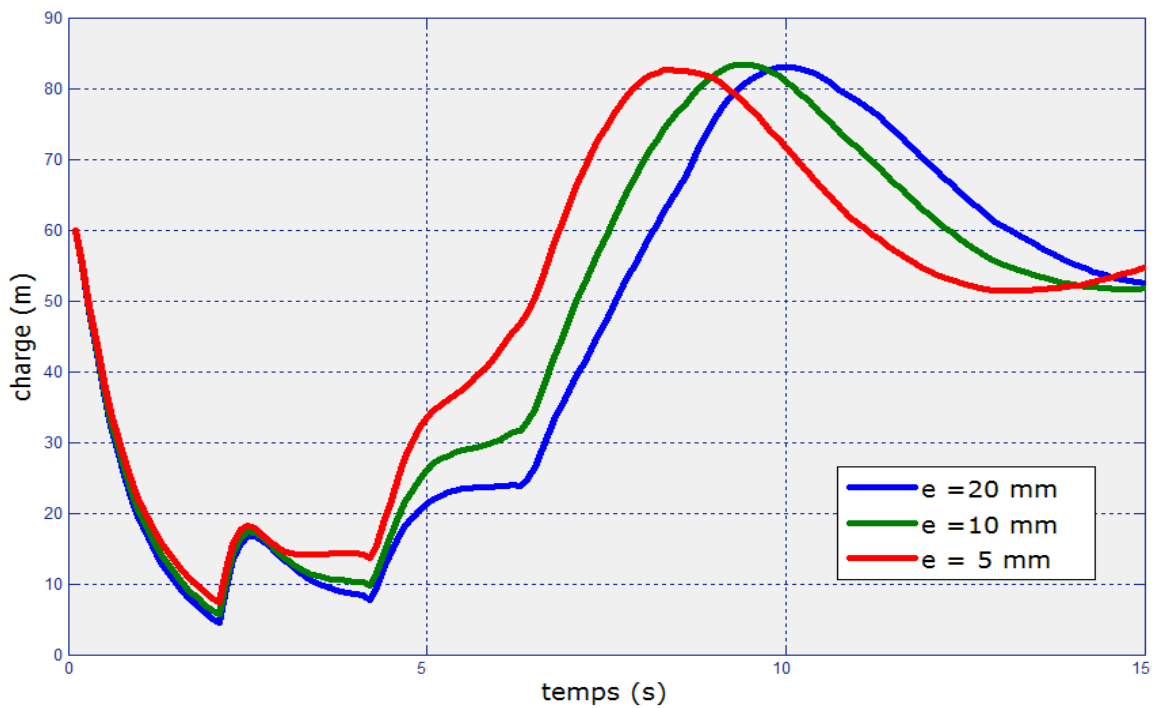


Figure V.10 : Influence de l'épaisseur sur le coup de bélier.

D'après cette figure, on constate que lorsque l'épaisseur de la conduite augmente, la célérité d'onde augmente et par conséquent la surpression et la dépression augmentent aussi et la période d'oscillation diminue.

V.3.5. Influence des pertes de charge sur le coup de bélier :

Pour montrer l'influence des pertes de charge sur la charge au niveau de la pompe, nous avons pris un diamètre $\Phi 500$ où les pertes sont importantes suivant les deux cas :

- Sans pertes de charge.
- Avec pertes de charge.

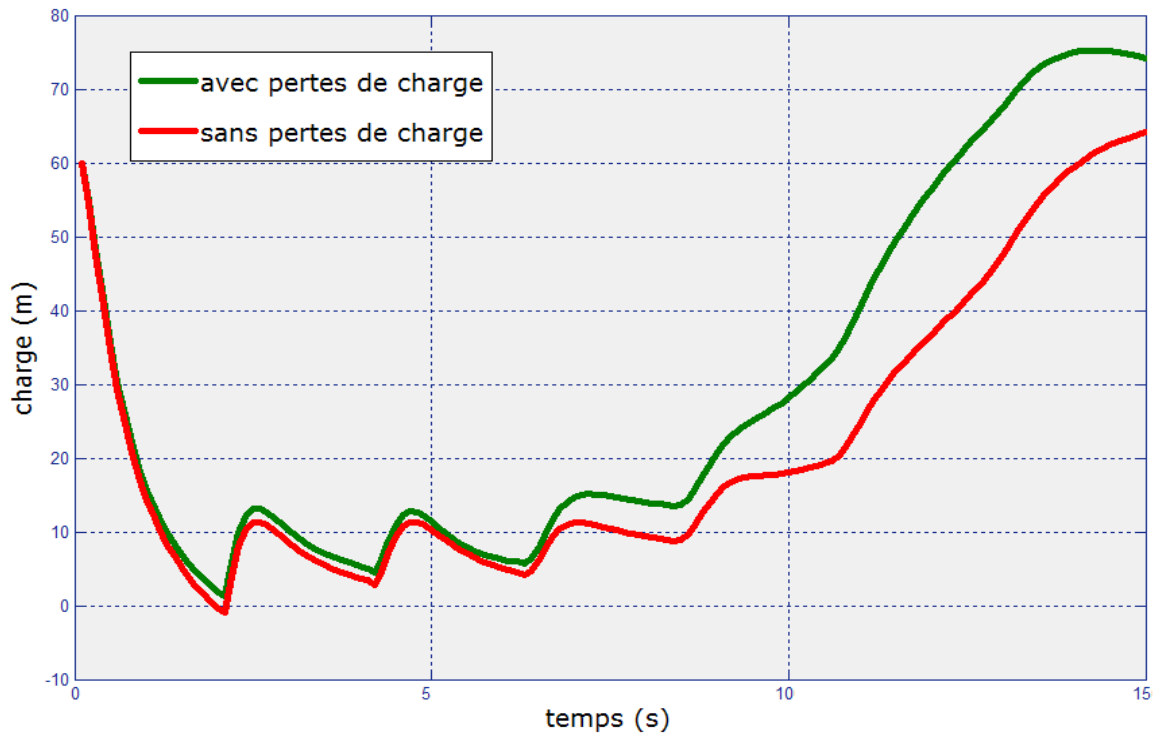


Figure V.11 : Influence des pertes de charge sur le coup de bélier.

On constate à travers ces résultats de la figure ci-dessus que :

Dans l'écoulement en présence pertes de charges, les valeurs des surpressions et dépressions diminuant au cours de temps pour se stabiliser autour de la charge statique, se qui s'explique par l'amortissement due aux frottements, par conséquent on peut dire que les pertes de charge agissent dans le sens de la sécurité (protection de la conduite).

V.3.6. Influence du diamètre sur le coup de bélier :

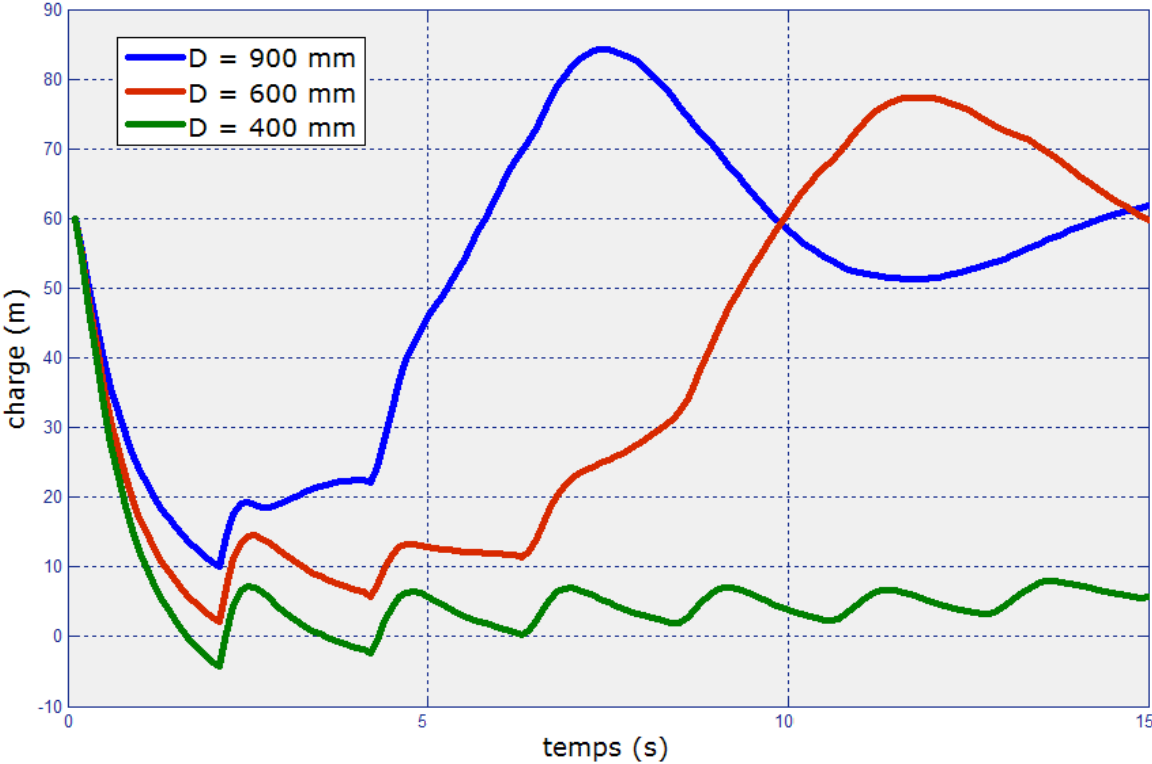


Figure V.12 : Influence du diamètre sur la charge.

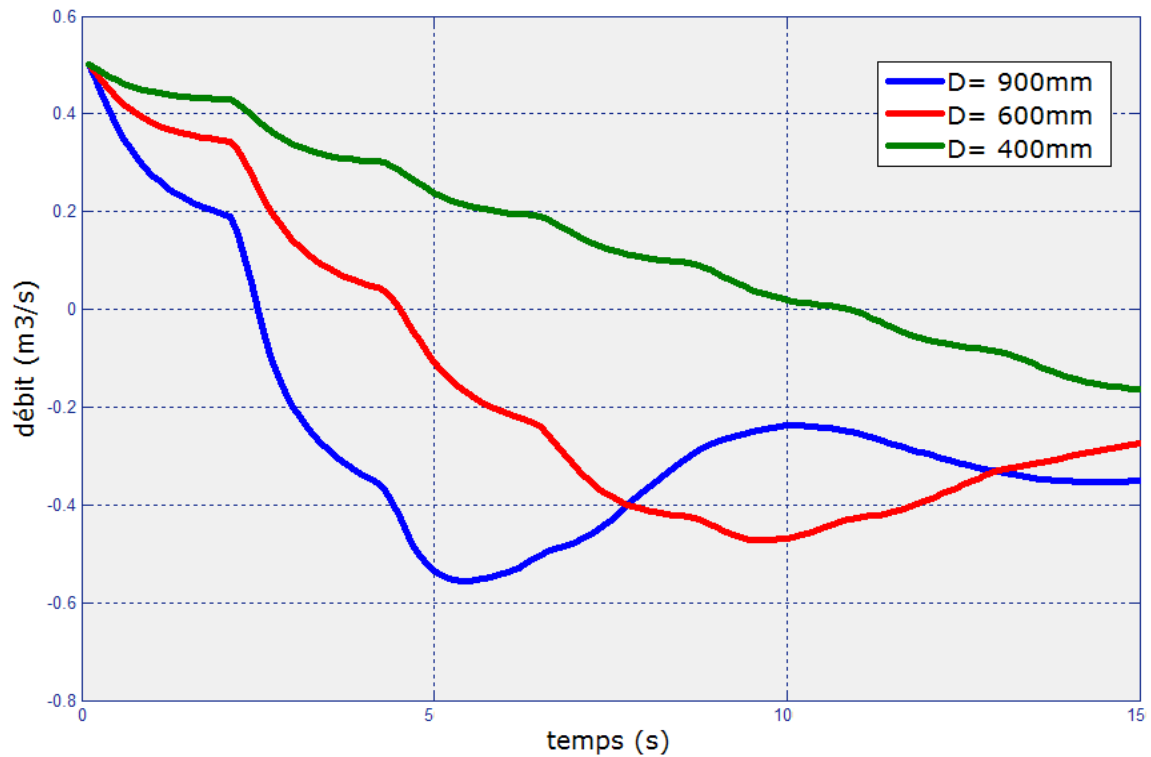


Figure V.13 : Influence du diamètre sur le débit

Pour montrer l'influence du diamètre sur le coup de bélier, on a considéré les différents diamètres, sachant que les caractéristiques des conduites restent invariable.

D'après les résultats obtenus sur la figure (V.12) et (V.13), on constate que l'augmentation du diamètre a tendance à diminuer les pertes de charge, ainsi augmenter les surpressions et les dépressions engendrées par le coup de bélier, les faibles diamètres ont tendance à amortir la fluctuation du débit et les stabilisées.

V.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a élaboré un programme qui permet de faire l'application numérique de la méthode des caractéristiques, et à la suite de diverses simulations du régime transitoire, les résultats obtenus par ces simulations laisse tirer les conclusions suivantes :

- L'arrêt brusque d'une pompe provoque une alternance des surpressions et des dépressions susceptibles d'entraîner la rupture des tuyaux.
- Pour le calcul du coup de bélier, on a choisit la méthode des caractéristiques avec une valeur de C_n égale à 1.
- Le coup de bélier est en fonction des caractéristiques de la conduite, l'effet du matériau, l'épaisseur et le diamètre.
- Les pertes de charges agissent dans le sens de la sécurité de la conduite (amortissement du coup de bélier).

Conclusion générale :

A l'issue de ce travail, on a pu donner un aperçu bibliographique en décrivant les travaux antérieurs sur le régime transitoire, différentes méthodes numériques ont été citées et décrites où le privilège réside dans la méthode des caractéristiques qui est d'une manipulation numérique très aisée, elle permet un développement numérique plus simple.

Il a été remarqué que le paramètre fondamental, qui est la célérité d'onde, a été amplement étudié par les auteurs notamment dans le cas où la conduite est enterrée, chose très utile pour les gestionnaires des systèmes d'eau potable.

L'avènement des ordinateurs a donné un très grand élan aux méthodes de résolution des problèmes de coup de bélier par simulation. Il s'agit bien de simulation car aucun programme ne calcul un dispositif de protection, tous simulent le régime hydraulique transitoire et permettent de vérifier si la protection qui a été imaginée, est suffisante ou non.

Il existe un très grand nombre de programmes de résolution des équations du coup de bélier, la plupart utilisent les équations aux caractéristiques, mais certains partent des équations de SAINT-VENANT qui peuvent être résolues par la méthode des différences finies ou par transformation du système différentiel.

Pour finir, nous pouvons dire qu'il est essentiel qu'un concepteur de réseau et d'adduction maîtrise bien la physique des écoulements non permanents (transitoires). En effet, en prenant compte les considérations des coups de bélier à toutes les étapes du design d'un système hydraulique, on évite de nombreux ennuis et des coûts importants.

Reste à espérer que ce modeste travail fera l'objet d'autres études qui servira comme guide bénéfique pour d'autres projets orientés dans la recherche et l'expérimentation dans le secteur hydraulique.

Bibliographie

- [1] JEAN-LOUP ROBERT, ph. D., ing « Hydraulique urbaine » département de génie civil, faculté des sciences et de génie, 2004
- [2] M^r: M.MUNIER « les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression »
Directeur de l'école nationale du génie rural, des eaux et des forêts.
- [3] M^r : OURAGH YOYCEF « écoulements forcés en hydraulique » (maitre assistant – I.N.G.M), (deuxième partie).
- [4] M^{me} : DJANI née SAYAD SABIHA « Etude du régime transitoire par la méthode des caractéristiques avec analyse d'erreurs », thèse magister : ENP 2008
- [5] M^r : EDUAR A.GARCIA GALEANO « Estudio teórico y experimental de modelos para calculo y control de presiones sub atmosféricas durante flujo transitorio » maestro en ciencias en ingenieria mecanica, universidad de puertorico 2004
- [6] M^r : ABDESSAMED FOUZI « simulation numérique de la propagation des ondes élastiques dans les conduites en charge » thèse magister, université Batna -2008
- [7] « les stations de pompage d'eau » 4^{ème} édition, association générale des hygiénistes et techniciens municipaux (A.G.H.T.M)
- [8] M^r : M.H. AFSHAR, M. ROHANI « water hammer simulation by implicit method of characteristic ». Department of civil Engineering, Iran University of Science and Technology, Narmak, Tehran, Iran (article).
- [9] M^r : PATRICK BEAUCHEMIN « calcul du coup de bélier: méthodes modernes et approximations rapides à partir d'hypothèses physiquement réalistes » (article)
- [10] M^r : H.CHAUDRY, M.Y.HUSSAINI « seconde ordre accurate explicit finit-différence schémas for water hammer analysis » (article)
- [11] M^r : B.SALAH, A.KETTAB, B.MASSOUH « Coups de bélier dans un réseau ramifié enterré en refoulement »
- [12] M^r : MUKHTAR HUSSAIN KHAN « chambres d'équilibres » ingénieur, docteur des Sciences techniques.

- [13] M^r : BOUKHLIFA MUSTAPHA « coup de bélier en cas gravitaire en charge avec influence du sol et loi de manœuvre » M.F.E, ENSH, Promotion 2006.
- [14] M^r : A.HACHEMI « Analyse du coup de bélier par des méthodes numériques » M.F.E, ENP Promotion 1994.
- [15] M^r : D.ZOUAOUI « simulation numérique des écoulements a surface libre avec onde ‘‘ dam - break’’ M.F.E, ENP Promotion 2005.
- [16] M^r : PIERRE F. LEMIEUX, ing. , Ph .D. « conduite d’amenée », professeur département génie civil, université de Sherbrooke.
- [17] M^r : DAVID H. AXWORTHY’’ water distribution network modeling from steady state to water hammer’’ Graduate Department of Civil Engineering University of Toronto. 1997.
- [18] M^r : A.KERMAT, A.AHMADI, A.MAJD «transient cavitating pipe flow duo a pump failure », Civil Engenering Department, Shahrood University Of Technology
- [19] M^r : JEAN-LOUIS BOILLAT, PAULO DE SOUZA « Hydraulic System Modélisation des systèmes hydrauliques à écoulements transitoires en charge » Lausanne, 2004
- [20] D^r : G.V. LOGANATHAN, VINOD LOHANI, DAVID F. KIBLER “’’Water Hammer: An Analysis of Plumbing Systems, Intrusion, and Pump Operation’’’’ July 7 2006, Blacksburg Virginia.
- [21] M^r : TORBEN LARSEN «Water hammer in pumped sewer mains », Department of Civil Engineering, Aalborg University, November 2006.
- [22] M^r : SALAH. B. « Polycopie Cours d'alimentation en eau potable » ENSH 1993.
- [23] M^r : SALAH .B. Polycopie « Protection des conduites de refoulement contre le coup de bélier».
- [24] M^r : M. MOKHTARI, A. MESBAH “Apprendre et maitriser MATLAB’’ version 4 et 5 et SIMULINK.
- [25] M^r : KERMIT SIGMON « MATLAB aide mémoire »

Sites web:

<http://lmhwww.epfl.ch/publications/public.pdf>

<http://fr.wikipedia.org>

<http://biblio.ch/EPFL/theses.pdf>

<http://www.librecours.org/documents.pdf>

<http://www.lmneng.com/WaterHammer/.htm>

<http://www.lmgc.com>