

Higher National School of Hydraulic

The Library

Digital Repository of ENSH



المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة

المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري



The title (العنوان):

Contribution a l'optimisation du dimensionnement des réseaux
de distribution d'eau potable.

The paper document Shelf mark (الشفرة) : 6-0036-16

APA Citation (APA توثيق):

Boukra, Anis (2016). Contribution a l'optimisation du dimensionnement des réseaux
de distribution d'eau potable[Thèse de master, ENSH].

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open DSpace software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics. <http://dspace.ensh.dz/jspui/>

المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا للري هو منصة خاصة بتقييم الإنتاج العلمي لأساتذة و باحثي المدرسة.

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشورا أو غير منشور (أطروحات، مطبوعات، مبداعات، مقالات، الدوريات، كتب....) و بثه على الخط.

المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحة DSpace و يتم إدارته من طرف مديرية المكتبة للمدرسة العليا للري.

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE -ARBAOUI Abdellah-

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE URBAINE

MEMOIRE DE MASTER

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Hydraulique

Option: Alimentation en eau potable

THEME DU PROJET :

**CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DU
DIMENSIONNEMENT DES RESEAUX DE
DISTRIBUTION D'EAU POTABLE**

PRESENTE PAR :

BOUKRA Anis

Devant les membres du jury

	Nom et Prénoms	Grade	Qualité
Mme	MEDDI Hind	M.C.B	Présidente
Mr	AMMARI Abdelhadi	M.C.B	Examinateur
Mme	HOULI Samia	M.A.A	Examinatrice
Mr	BOUFEKANE Abdelmadjid	M.A.A	Examinateur
Mr	LEFKIR Abdelouahab	M.C.A	Promoteur

Session 2014 / 2015

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Avant tout à mes chers parents, pour tous les sacrifices qu'ils ont consentis à mon égard et qui m'ont offert toujours un appui sûr par leurs soutiens et leurs encouragements durant toutes ces années de formation.

A ma très chère grand mère Ayé a qui je souhaite longue vie et prospérité.

A mon frère Mouhamed a qui je souhaite une réussite totale dans ses projets d'avenir,

A mes tentes et mes oncles qui ont toujours été la pour moi

A tous mes amis

A toute ma grande famille

A ceux qui m'ont souhaité la réussite du fond de leur cœur.

Anis

Remerciements

Avant tout propos, nous remercions « Dieu » le tout puissant qui nous a donné sagesse et santé pour faire ce modeste travail.

C'est avec un grand plaisir que j'exprime ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à mon promoteur: Mr LEFKIR ABDELOUAHAB . Je lui exprime ma reconnaissance pour ses précieux conseils qui m'ont permis de bénéficier de son expérience et d'acquérir de nombreuses connaissances tout le long de ce travail.

Toute ma reconnaissance est adressée aussi à Mr BERMAD et Mr MERABTENE qui ont grandement contribué à l'élaboration de ce présent travail.

*Également mes sincères remerciements
aux membres du jury*

qui m'ont fait l'honneur d'apprécier et de juger ce travail.

هذه	يسمح بتحقيق	توزيع المياه.	
(LPG)	() يعتمد (طريقة فرينيرسون الجومالي).	طريقة الخوارزمية الجينية	الرياضية الحتمية (طريقة
للتحقق،	طريقة الخوارزمية الجينية للمعطيات،	توزيع المياه لانها محليا .	بتقنيات

Résumé :

Le problème traité dans ce mémoire est la conception à moindre coût des réseaux de distribution d'eau.

Une conception optimale (à moindre coût) a été présentée, basée sur les algorithmes génétiques et qui est comparé aux techniques de la programmation mathématique déterministe (méthode du gradient du programme linéaire LPG) et heuristiques (Méthode de Featherstone et El Djumaily).

La méthode des algorithmes génétiques a été retenue pour l'optimisation des réseaux de distribution car elle permet une bonne exploration du domaine des solutions réalisables avec une bonne exploitation des données, contrairement aux méthodes déterministes qui ne permettent qu'une exploitation des données dans un domaine local, fournissant ainsi une solution optimale locale.

Abstract :

The problem addressed in this paper is the design of water distribution networks with minimal cost. Optimal design (with minimal cost) was presented, based on genetic algorithms and that is compared to the techniques of deterministic mathematical programming (linear gradient method of LPG program) and heuristics (Method of Featherstone and El Djumaily). The method of genetic algorithms was chosen for optimization of distribution networks, because it allows a good exploration of the area of feasible solutions with good use of data, unlike the deterministic methods that allow only use of data in a field local, thereby providing a local optimal solution.

Sommaire

Chapitre I: Formulation du problème d'optimisation des réseaux d'Alimentation en eau potable	10
Introduction	
I.1 Les données du site	10
1.1 Topologie du réseau.....	10
1.2 Principe du tracé du réseau.....	11
1.3 Choix du type de matériau.....	12
I.2 Adéquation ressources-besoins.....	12
2.1 Evaluation de la population	12
2.2 Calcul des besoins	13
2.3 Choix de la dotation	13
I.3 Fonction objectif	14
3.1 Définition.....	14
3.2 Fonction coût du projet.....	15
I.4 Contraintes du problème	16
4.1 Contraintes physiques	16
4.2 Contraintes hydrauliques.....	18
4.3 Contraintes commerciales.....	19
I.5 Récapitulation et discussion	19
5.1 Cas de débits fixes.....	20
5.2 Cas de débits inconnus.....	21
Conclusion	22
Chapitre II: Approches mathématiques sur la résolution d'un problème d'optimisation	23
Introduction	
II.1 Définition d'un problème d'optimisation	23
II -1.1. Problème linéaire	24
II-1.2.Problème non linéaire.....	24
II.2 Méthodes de résolution	24
2.1 Méthodes déterministes	24
2.2 Méthode heuristique.....	28
2.3 Méthodes Basées sur la Programmation mathématique	31
2.4 Méthodes basées sur l'algorithme génétique	36
Conclusion	40
Chapitre III: Etat de l'art des méthodes d'optimisation appliquées lors de la conception des réseaux de distribution d'eau potable	40
Introduction	
III.1 Aperçu des différentes méthodes d'équilibrage de débits	40
1.1 Méthode de Hardy Cross	40
1.2 Méthode de Newton Raphson.....	41
III.2 Problème d'optimisation dans la conception des réseaux de distribution d'eau potable	42
III.3 Méthodes de résolution	43

3.1 Méthodes déterministes	43
3.2 Méthodes heuristiques	45
III.4 Résumé et projection des recherches futures.....	57
Conclusion	60

Chapitre IV: Applications

Introduction

IV.1 Choix et présentation du logiciel WaterGems	61
Validation des programmes.....	62
Données du réseau	
IV.2.1 académique.....	62
IV.2.2 Analyses des résultats d'optimisation obtenus par la méthode des algorithmes génétiques.....	63
IV.2.3 Vérification des résultats d'équilibrage à l'aide du logiciel Epanet.....	64
IV.3. Comparaison entre les résultats obtenus par les algorithmes génétiques et ceux obtenus par Alperovits et Shamir.....	66
IV-4. Analyse des résultats obtenus par d'autres méthodes utilisées.....	66
IV-5. Comparaison avec les résultats d'autres travaux de recherche	67
Conclusion.....	68
Conclusion générale.....	69

Liste des figures

Chapitre I: Formulation du problème d'optimisation des réseaux d'Alimentation en eau potable

Fig I.1	Les différents types de réseaux	11
Fig I.2	Effet du sens inconnu	21
Fig I.3	Domaine réalisable non convexe délimité par les courbes (X_1) et (X_2)	22

Chapitre III: Etat de l'art des méthodes d'optimisation appliquées lors de la conception des réseaux de distribution d'eau potable

Fig III.1	Règle de Metropolis	46
Fig III.2	Algorithme du recuit simulé	47
Fig III.3	Algorithme de la méthode Tabou simple	49
Fig III.4	Principe d'un algorithme génétique	52
Fig III.5	L'opérateur de croisement	52
Fig III.6	L'opérateur de mutation	53

Chapitre IV: Applications

Fig IV.1	Réseau de référence modélisé sous WaterGems.....	62
Fig IV.2	Tracé du réseau académique.....	62
Fig IV.3	Réseau de référence modélisé sous Epanet.....	65

Liste des tableaux

Chapitre I: Formulation du problème d'optimisation des réseaux d'Alimentation en eau potable

Tab I.1	Typologie agglomération	13
Tab I.2	Evolution des dotations unitaires domestiques en l/jour/ha	13

Chapitre II: Approches mathématiques sur la résolution d'un problème d'optimisation

Tab II.1	Tableau du simplexe découlant de la solution admissible	26
Tab II.2	Nouveau tableau du simplexe après pivotage	26

Chapitre IV: Applications

Tab IV.1	Les Données du réseau de référence.....	63
Tab IV.2	Les Données du réseau de référence modélisé sous WaterGems	63
Tab IV.3	Résultats de la simulation sous WaterGems.....	64
Tab IV.4	Comparaison des résultats de la simulation WaterGems/Epanet.....	65
Tab IV.5	Résultats finaux des diamètres optimisés obtenus par les AG et par Alperovits	66
Tab IV.6	Résultats d'équilibrage des variantes obtenues par les différentes méthodes utilisées.....	67
Tab IV.7	Tableau comparatif des résultats des différents travaux de recherches.....	67

INTRODUCTION GENERALE

Les réseaux de distribution d'eau mobilisent la part la plus importante des capitaux nécessaires à l'alimentation en eau potable, soit environ quatre-vingt pour cent des coûts, contre quelques vingt pour cent pour les autres installations. Ces chiffres édifiants montrent l'importance d'une conception optimale, un entretien et un renouvellement continu des réseaux de distribution, et ce, afin de pérenniser au mieux cet investissement décisif.

L'objectif d'un ingénieur qui entreprend une étude d'un réseau urbain de distribution d'eau, est la réalisation d'ouvrages qui satisfassent les aspects techniques, vis à vis des fonctions à assumer et d'un prix de revient aussi réduit que possible. Pour atteindre cet objectif, trois sortes d'études sont généralement envisagées :

- Une étude des conditions de fonctionnement d'un réseau en service, comportant des mesures de débit et de charge en divers points du réseau, de topographie et de dimensionnement connus. Les résultats obtenus d'une telle étude permettent d'apprécier l'opportunité d'un remplacement ou d'un renforcement en fonction de la demande.
- Etude de la programmation des travaux à entreprendre, en fonction de la hiérarchie et de la chronologie des besoins ainsi que des disponibilités financières des maîtres d'ouvrages.
- Etude du dimensionnement optimal, que se soit d'un réseau neuf à créer, d'une extension ou d'un renforcement d'un réseau en service. Cette étude fait d'ailleurs l'objet du présent travail. Elle présente le cadre de base pour l'élaboration d'un modèle pouvant être utilisé pour définir le concept optimal, à moindre coût, d'un système de distribution d'eau, sujet à des contraintes d'ordre physique, technique et commercial. Les contraintes physiques sont traduites par la loi de conservation de la masse (équations de continuité aux nœuds) et la conservation d'énergie (équation des mailles). Les contraintes techniques sont imposées par la topographie du site, la consommation journalière, les bornes des pressions nodales et des vitesses d'écoulement dans les conduites. Les contraintes commerciales sont fonction de la gamme des pompes et celle des diamètres commerciaux disponibles sur le marché.

Le problème posé peut être représenté mathématiquement par une fonction à minimiser représentant le coût du réseau à optimiser, dans un domaine délimité par un ensemble d'équations et d'inéquations définissant le champ des solutions réalisables.

L'aspect discret et non linéaire des fonctions intervenant dans l'étude d'une part, et la non-convexité du domaine réalisable d'autre part, rendent le problème posé irrésolvable sous sa forme originale. Pour cela, plusieurs méthodes, ayant toutes un point commun qui est la décomposition du problème en plusieurs sous problèmes relativement simples, ont été traitées.

Dans cette étude, l'objectif visé, est de mettre en évidence l'ensemble des méthodes d'optimisation qui permettent une conception optimale des réseaux d'alimentation d'eau potable.

Et pour cela une étude comparative des méthodes d'optimisation utilisées (LPG, Featherstone et ses Collaborateurs) à été faite dans le but de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles, pour au final essayer de proposer la meilleure méthode qui existe à ce jour

Chapitre I

Chapitre I. Formulation du problème d'optimisation des réseaux d'Alimentation en eau potable

Introduction

L'optimisation cherche à modéliser, à analyser et à résoudre analytiquement ou numériquement les problèmes qui consistent à déterminer quelles sont les solutions susceptibles de satisfaire un objectif quantitatif tout en respectant d'éventuelles contraintes.

L'objectif principal d'une optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable est donc de réussir à concevoir un réseau avec le coût le plus bas possible, tout en respectant les contraintes de pression et de vitesse afin d'assurer le bon fonctionnement de ce dernier.

Le coût d'entretien d'un réseau de distribution d'eau potable est toujours proportionnel au coût d'investissement, et donc, si le coût d'investissement diminue, le coût d'entretien va bien évidemment diminuer lui aussi.

Les logiciels de simulation hydraulique tels qu'Epanet , piccolo ou Watercad ne font que l'équilibrage des réseaux et ne proposent donc pas la possibilité d'effectuer un dimensionnement classique, encore moins optimale , c'est ce qui nous a donc poussé à chercher une solution à ce problème, et ceci dans le but de fournir à l'ingénieur hydraulicien un outil de dimensionnement et d'optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable.

I-1 Les données du site

1.1. Topologie du réseau

La topologie du réseau est la représentation schématique des différents nœuds d'un réseau et de leurs liaisons physiques (conduites). La disposition des nœuds et des conduites dépend de la localisation des abonnés, présence de routes, obstacles naturels, et la présence d'autres réseaux. En termes de topologie, nous distinguons entre trois types :

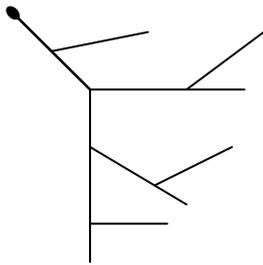
Les réseaux ramifiés

Ce type de réseau se présente selon une structure arborescente à partir du nœud à charge fixée assurant la mise sous pression. Cette configuration est justifiée par la dispersion des abonnés. Cependant, ce type de topologie réduit la fiabilité du réseau dans le cas d'une rupture d'une conduite, privant en eau les utilisateurs en aval du point de rupture. Elle caractérise généralement les réseaux de distribution d'eau en milieu rural.

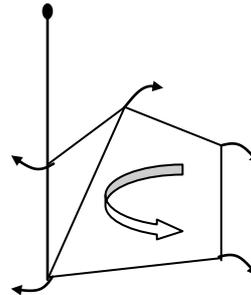
Les réseaux maillés

Ce type de réseau est constitué d'une série de tronçons disposés de telle manière à décrire des boucles fermées. Cette configuration caractérise les réseaux de distribution d'eau en milieu urbain caractérisé par l'existence d'une concentration d'abonnés. Contrairement aux réseaux ramifiés, la présence de boucles ou de mailles dans les réseaux maillés réduisent les risques de coupure en cas de rupture de conduites, car ils assurent une distribution en retour en cas d'avarie.

Dans la réalité les deux configurations coexistent dans un même réseau. En milieu rural, le réseau sera formé par plus de ramifications, par contre en milieu urbain on constatera plus de mailles.



(a) Réseau ramifié



(b) Réseau maillé.

Figure I.1 : Les différents types de réseaux.

Réseau étagé

Si la topographie du territoire desservi accuse de trop fortes dénivellations, on provoque de fortes pressions aux points les plus bas dans le cas d'une distribution à partir d'un réservoir et, par conséquent les normes de pressions ne seront pas respectées. En effet, on doit réduire la pression en installant des réservoirs intermédiaires, alimentés par le premier. Ces réservoirs permettent de créer diverses zones indépendantes les unes des autres en ce qui concerne le niveau de la pression.

1.2. Principe du tracé du réseau

Le tracé d'un réseau de distribution d'eau potable se fait comme suit :

- Repérer les gros consommateurs.
- Repérer les quartiers ayant une densité de population importante ;
- Déterminer l'itinéraire (sens) principal pour assurer la distribution à ces consommateurs
- Suivant ce sens, tracer les conduites principales en parallèle ;
- Ces conduites principales doivent être bien réparties pour avoir une

bonne distribution d'eau.

- Pour alimenter l'intérieur des quartiers, les conduites principales sont reliées entre elles par des conduites secondaires pour former des boucles (mailles).

1.3. Choix du type de matériau

Les conduites constituant l'élément principal du réseau, leur choix doit répondre à deux types d'exigences :

Exigences techniques

- Résistance aux attaques chimiques, aux pressions et à la résistance des charges mobiles ;
- Adaptation aux terrains de pose ;
- Bonne étanchéité ;
- Facilité d'entretien et mise en service.

Exigences économiques

- le prix de la fourniture et du transport ;
- la disponibilité sur le marché local.

Le tracé du réseau reste cependant une donnée et non pas une contrainte lors de la conception des réseaux de distribution. Néanmoins, l'ingénieur hydraulicien se doit toujours de réaliser une étude technico-économique, en proposant plusieurs variantes, afin de minimiser le nombre de tracé des canalisations, pour au final minimiser le coût du projet.

I-2 Adéquation ressources-besoins

Les ouvrages de génie civil prévus dans le domaine de la distribution et de la collecte d'eau en milieu urbain, doivent être dimensionnés pour répondre aux besoins de la population pendant une certaine période de la conception ainsi que les besoins stratégiques de stockages, tout en tenant compte de la population future à desservir, ainsi que les différentes ressources en eau disponibles sur site, et par conséquent, définir les modes d'approvisionnement en eau potable (les eaux de surface ou les eaux souterraines) [A.LEFKIR (2000)].

2.1. Evaluation de la population

Plusieurs méthodes d'estimation de la population future ont été développées, dont la majorité sont établies pour une estimation à court terme (5 à 10 ans). Parmi ces méthodes ; la méthode de la croissance géométrique qui consiste à exprimer la population future (P_n), en fonction de la population actuelle P_0 , du nombre d'année (n ans) de l'horizon d'étude et du taux d'accroissement géométrique annuel (α):

$$P_n = P_0(1+\alpha)^n \quad (I-4)$$

Quant à l'horizon d'étude, il est fonction de la durée de vie du réseau si les ressources peuvent satisfaire la demande, dans le cas contraire il sera fonction de la disponibilité des ressources au cours du temps.

Une étude détaillée des besoins doit être effectuée, en envisageant les augmentations de consommation dans le temps, devant l'expansion démographique et industrielle ainsi que les pertes dans le réseau.

2.2. Calcul des besoins

L'évaluation de la quantité d'eau ne peut se faire avec grande certitude, chaque catégorie de besoins dépend de nombreux paramètres, dont l'évolution dans le temps est variable et change d'une agglomération à l'autre. Les besoins en eau nécessaires dépendent aussi du climat, des habitudes de la population, du type de l'agglomération, du degré d'équipement et de la catégorie du consommateur.

2.3. Choix de la dotation

Elle est définie comme étant la quantité d'eau potable, par jour, que doit recevoir effectivement un habitant au niveau de son robinet pour couvrir ses besoins domestiques journaliers.

En suivant les hypothèses de calcul de la demande en eau de l'étude d'actualisation du Plan National de l'Eau de 2010 (PNE) on se propose de dresser le tableau suivant :

Tab I.1. : Typologie agglomération

Typologie agglomération / Strates de population	
Désignation	Caractéristique
les métropoles à statut particulier de délégation (SPE)	Alger ; Oran ; Constantine ; Annaba
Les métropoles	villes de plus de 300.000 habitants
L'urbain dit «supérieur »	100.000 < pop < 300.000 habitants
L'urbain	20.000 < pop < 100.000 habitants
Semi urbain	5.000 < pop < 20.000 habitants
Semi rural	3.000 < pop < 5.000 habitants
Rural aggloméré	600 < pop < 3.000 habitants
Rural épars	population inférieure à 600 habitants (100 unités d'habitation).

(Source : PNE 2010)

La dotation unitaire domestique varie dans le temps et selon la typologie de l'agglomération comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

TAB I.2 Evolution des dotations unitaires domestiques en l/jour/ha

HORIZON	2010	2015	2020	2025	2030
métropoles à statut particulier de délégation (SPE)	100	105	110	115	120
Métropoles	90	95	100	110	120
urbain supérieur	85	85	90	100	110
Urbain	80	85	90	100	110
Semi urbain	80	80	85	90	100
Semi rural	75	80	85	90	100
Rural aggloméré	70	75	80	85	90
Epars	60	60	60	60	60

(Source : PNE 2010)

Une fois les dotations choisies, on peut ainsi calculer le débit moyen journalier.

Consommation moyenne journalière

La consommation moyenne journalière est exprimée en mètre cube par jour et donnée par la relation suivante :

$$Q_{moyj} = \frac{(Q_i \times N_i)}{1000} * k \quad \text{en [m}^3/\text{j]} \quad (I-5)$$

Avec :

$Q_{moy, j}$: Consommation moyenne journalière en m³/j ;

Q_i : Dotation moyenne journalière en l/j/hab;

N_i : Nombre de consommateurs. / k : Taux de raccordement

Débits de consommation aux nœuds

Quatre catégories de consommations en eau peuvent être envisagées :

- Une consommation domestique, celle des abonnés courants, auxquels on peut ajouter les petits utilisateurs industriels ou agricoles.
- Une consommation des établissements collectifs (hôpitaux, appareils publiques, écoles, etc.).
- Une consommation industrielle
- Une consommation Agricole des gros consommateurs.

Pour la détermination des débits de consommation, dans l'hypothèse simplificatrice d'une consommation nodale, une méthode est souvent utilisée. Elle consiste à décomposer chaque maille en parties élémentaires en menant la médiatrice de chaque tronçon, délimitant ainsi autour de chaque nœud une zone susceptible d'être alimentée par celui-ci. Après avoir déterminé la superficie revenant à chaque nœud, un calcul du nombre d'habitants probable et du besoin journalier ainsi que les débits aux nœuds, s'effectue [MERABTENE, T (1990)].

Cette méthode entraîne un surdimensionnement du réseau, en prenant en considération la faible probabilité de dépassement des débits transitant dans les tronçons.

D'autres méthodes d'évaluation des débits de consommation, basées sur un concept probabiliste, partant du fait que les appels en eau aux nœuds sont aléatoires, et que l'alimentation est par logement (foyer) et non pas par habitant [MERABTENE, T (1990)].

Dans notre étude, les débits de consommation aux nœuds sont considérés comme des données du problème.

I-3 Fonction objectif

3.1. Définition

Le terme fonction objectif ou fonction économique, est utilisé en optimisation mathématique pour désigner une fonction qui sert de critère pour déterminer la

meilleure solution à un problème d'optimisation. Concrètement, elle associe une valeur à une instance d'un problème d'optimisation.

Le but du problème d'optimisation est alors de minimiser ou de maximiser cette fonction jusqu'à l'optimum, par différents procédés comme l'algorithme du simplexe [BIERLAIRE, M (2006)].

3.2. Fonction coût du projet

Le coût total de conception d'un réseau de distribution comprend le coût d'investissement initial ainsi que le coût d'exploitation.

Le coût des conduites (qui comprend tous les frais de transport et pose), des pompes et des réservoirs représentent le coût initial d'investissement.

Le coût de pompage (estimé sur une certaine durée de vie des installations) et le coût d'entretien du réseau représentent le coût d'exploitation.

Tandis que le coût relatif aux organes accessoires (Té, coude, etc..) est toujours proportionnel au coût des canalisations, puisque la majorité des accessoires du réseau sont en fonction du diamètre.

Sachant que les frais de transport et de pose canalisation varient en fonction du diamètre des conduites, par conséquent le cout d'entretien et de gestion du réseau est lui aussi en fonction du diamètre.

On peut donc considérer que la fonction coût varie principalement en fonction du diamètre des canalisations et de leurs longueurs.

Le coût d'exploitation comprend des paramètres complexes. La considération du problème dans sa globalité (conception et exploitation) ne fait donc qu'augmenter la complexité de la fonction objectif et fournir ainsi une solution optimale locale, si elle existe. Une décomposition du système globale en deux sous systèmes (conception, exploitation) résolus indépendamment l'un de l'autre, est suggéré.

Par conséquent, on ne considère dans cette étude que le coût des canalisations pour l'évaluation de la fonction objectif à minimiser.

Un bordereau fait connaître les prix de revient unitaire global rémunérant la fourniture et la mise en place des canalisations et leurs accessoires. Le prix de revient de l'ensemble du réseau s'exprime par :

$$Fo = \sum_{i=1}^t C_i L_i \quad (I-1)$$

avec, L_i : la longueur de la conduite i .

C_i : le prix total par unité de longueur de la conduite de diamètre d_i .

La fonction coût, prend des valeurs discrètes en un nombre fini de points, elle est donc non dérivable.

En effectuant un lissage sur les points de la série commerciale, une fonction coût continue et dérivable peut être définie dans un intervalle $[d_{min}, d_{max}]$:

$$C = a + bD^k \quad (I-2)$$

avec,

a : un paramètre qui représente les charges fixes, telle que le coût de transport, pose, etc.

b, k : des paramètres du marché.

L'expression de la fonction objective devient :

$$Fo = a \sum_{i=1,t} L_i + b \sum_{i=1,t} L_i D_i^k \quad (I-3)$$

Ce prix ne comprend pas les équipements pour lesquels les pertes de charge et leurs prix de revient n'ont qu'une faible incidence sur la variation du prix de revient du réseau et qui sont notamment les joints et raccords, les cônes, les tés et les croix, les réducteurs de pression, etc.

I-4 Contraintes du problème

Pour assurer un meilleur fonctionnement d'un réseau, on est contraint à prendre en compte tous les paramètres associés au problème d'optimisation des réseaux. Il est donc indispensable de considérer toutes les contraintes citées ci-dessous. [A.LEFKIR]

4.1. Contraintes physiques

Le transport de l'eau sous pression dans des canalisations est régi par des lois physiques analogues aux lois de Kirchoof, et qui traduisent le comportement de l'eau aux nœuds, ainsi que la distribution d'énergie aux mailles.

La perte de charge dans une canalisation

Dans une première approximation, seules les pertes de charge linéaires sont prises en compte. Elles sont fonction du débit acheminé par les conduites, de la nature et de la section des canalisations. Ces fonctions sont données à priori, en désignant par Q_{ij} le débit véhiculé dans une conduite de diamètre D_{ij} , sous forme :

$$|J_{ij}(Q, D)| = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \quad (I-6)$$

avec, R_{ij} : La résistance hydraulique de la conduite en cours, fonction du débit et des caractéristiques des conduites.

D'après l'étude de Hazen-Williams, la formule donnant l'expression de la perte de charge linéaire est :

$$J_{ij} = \alpha \left(\frac{Q}{Chw} \right)^{1,852} D^{-4,67} \quad (I-7)$$

avec, $\alpha = 10,69$ pour Q [m^3/s] et $D(m)$.

Chw : coefficient de Hazen-Williams .

Cette formule n'est précise que pour les conduites en charge véhiculant un fluide en un régime d'écoulement turbulent. Elle donne des résultats précis à un écart de $\pm 10\%$ près, à condition que la valeur du coefficient (Chw) soit choisie pour correspondre à la résistance de la conduite [IDEL'CIK, I.E (1979)].

Les pertes de charge produites par les accessoires du réseau, peuvent être prises en compte en assimilant ces organes à des brins équivalents. Les clapets sont assimilés à des brins à sens d'écoulement unique et d'une certaine longueur, tandis que, s'il y a lieu d'avoir recours à une reprise par pompage, la hauteur de refoulement est introduite

comme perte de charge ponctuelle variable affectée du signe négatif [IDEL'CIK, I.E (1979)].

En chaque nœud, les tés ou les croix sont générateurs de perte de charge entre les canalisations adjacentes considérées deux à deux. Ces pertes de charge dépendent de l'ensemble des débits entrant ou sortant au nœud considéré [IDEL'CIK, I.E (1979)].

Loi de continuité aux nœuds

En chaque nœud du réseau, la somme des débits qui arrivent à ce nœud est égale à la somme des débits qui en sortent. d'où l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ij} Q_{ij} = q_j \quad (\text{I-8})$$

avec,

q_j : débit de consommation au nœud j .

Q_{ij} : débit véhiculé dans la conduite (ij) aboutissant au nœud j .

$\varepsilon_{ij} = +1$ si le débit est entrant dans le nœud j .

$\varepsilon_{ij} = -1$ si le débit est sortant du nœud j .

$\varepsilon_{ij} = 0$ si le débit n'appartient pas au nœud j .

L'écriture matricielle des équations de continuité aux nœuds qui en découle, est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{EQ} = \mathbf{q} \quad (\text{I-9})$$

Avec :

$$\mathbf{E} = (\varepsilon_{ij})_{j,i=1,n} : \text{la matrice des nœuds constituée de } n \text{ lignes et de } t \text{ colonnes.} \quad (\text{I-10})$$

Loi de conservation d'énergie

Dans le cas d'une maille fermée (m), la somme algébrique des pertes de charge doit être nulle sur le parcours de cette maille. d'où :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \quad (\text{I-11})$$

avec, M : est l'ensemble des conduites appartenant à la maille en question.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ij} = +1 \text{ si le sens de l'écoulement dans le tronçon } i \text{ est le même que le sens de la maille.} \\ -1 \text{ dans le cas contraire.} \\ 0 \text{ dans le cas ou le tronçon n'appartient pas à la maille.} \end{array} \right.$$

Dans le cas de maille fictive (cas de plusieurs réservoirs), la somme algébrique des pertes de charge, dans les conduites appartenant à cette maille, est égale à la

différence de charge entre les nœuds d'extrémité de la maille (les nœuds des réservoirs), soit :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = \Delta Z = Z_{R1} - Z_{R2} \tag{I-12}$$

L'écriture matricielle des équations de conservation d'énergie est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(Q) = \delta' \tag{I-13}$$

Avec :

$\mathbf{M} = (\delta_{ij})_{i,j \in M}$: la matrice des mailles, constituée de n lignes et de t colonnes.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \delta' = & 0 \quad \text{si la maille est fermée.} \\ & \Delta Z \quad \text{si la maille est ouverte.} \end{array} \right.$$

4.2. Contraintes hydrauliques

Bornes de pressions

Pour avoir un meilleur service, une charge minimale, en chaque nœud du réseau, est imposée. Au dessous de cette charge, le réseau est considéré comme étant défaillant. La valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par dépression, et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorables [LEFKIR (2000)].

Une pression maximale est parfois imposée, afin d'éviter l'éclatement de la conduite par surpression.

Soit, pour chaque nœud, les bornes de pression suivantes :

$$P_{\min}^i \leq P_i \leq P_{\max}^i \tag{I-14}$$

soit, sous forme matricielle

$$\mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \tag{I-15}$$

La considération des contraintes de pressions bornées, depuis le réservoir, conduit à une nouvelle contrainte dite de chemin :

$$\sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \tag{I-16}$$

Avec :

$$\beta_{ij} \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \text{Si la conduite (ij) n'appartient pas au chemin (L)} \\ 1 \quad \text{Si le sens d'écoulement dans la conduite (ij) est le même que celui du chemin. } P. \\ -1 \quad \text{Si le sens d'écoulement est opposé à celui du chemin.} \end{array} \right.$$

Bornes de vitesses

Les débits aux conduites correspondent aux demandes de pointe. C'est pourquoi la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites peut être limitée supérieurement à une valeur V_{\max} dans certains brins afin de réduire le risque de détérioration par coups de bélier ou par cavitation.

Cette vitesse moyenne est prise parfois limitée inférieurement en période de pointe par une valeur V_{\min} afin de réduire le risque de dépôts [A.LEFKIR].

Soit, pour chaque conduite (ij) :

$$V_{\min}^{ij} \leq V_{ij} \leq V_{\max}^{ij} \quad (\text{I-17})$$

soit sous forme matricielle :

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (\text{I-18})$$

4.3. Contraintes commerciales

Un tronçon de conduite est caractérisé par sa longueur, son diamètre, sa rugosité et son emplacement dans le réseau. Le prix d'une conduite varie en fonction de la nature du matériau utilisé. Il comprend le coût du matériau, du transport et de l'installation.

De par les facteurs économiques du pays considéré et le rapport offre/demande du marché, la gamme commerciale des canalisations destinées à l'alimentation en eau potable, subit, au cours du temps, des changements sur le plan prix et disponibilité. Par conséquent, on doit tenir compte, de la gamme commerciale (\mathbf{D}_{com}) disponible sur le marché avec une gamme de prix associé.

I-5 Récapitulation et Discussion

Compte tenu des contraintes citées ci-dessus et de la fonction objective à minimiser, le problème qui en découle est un programme mathématique en nombre discret, non linéaire et non convexe.

Soit le programme discret suivant :

$$PM1 \left\{ \begin{array}{l} \min \quad Fo = \sum_{i,j=1}^t \sum_k C_{ij} L_{ij} \\ S.C : \\ \mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(Q) = \delta' \\ \mathbf{EQ} = \mathbf{q} \\ \mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \\ \mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \\ d \in \mathbf{D}_{com} \end{array} \right. \quad (\text{I-19})$$

Le domaine réalisable est généralement vide, dans le cas de pressions aux nœuds fixes. Lorsque les pressions sont bornées, on est amené par cette approche à un problème de

programmation non linéaire mixte. Et dans tous les cas, l'approche discrète conduit souvent à un problème extrêmement lourd et pratiquement irrésolvable.

Une conversion du programme discret (PM1) en programme continu est possible, en introduisant une formulation continue des diamètres.

Le programme qui en découle :

$$\begin{cases}
 \min F(d) = \sum_{i,j} \sum_{k=1}^t (a + bd_i^e) L_{ij} \\
 S.C : \\
 \mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{h}(Q) = \delta' \\
 \mathbf{E}Q = \mathbf{q} \\
 \mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \\
 \mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \\
 \mathbf{d}_{\min} \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{\max}
 \end{cases} \quad (I-20)$$

Cette approche ayant l'avantage de simplifier nettement le problème, on se ramène alors à un problème de minimisation d'une fonction à plusieurs variables, lorsque les pressions aux nœuds sont supposées fixes, et à un programme non linéaire, dans le cas de pressions bornées.

Il est à noter que l'approche continue, bien qu'elle simplifie le problème discret, conduit à une distribution théorique des diamètres, cette solution irréalizable en pratique, doit être corrigée selon des techniques appropriées afin de la rendre réalisable.

5.1. Cas de débits fixes

Le programme mathématique (PM1), tel qu'il est formulé, est un programme linéaire, lorsque les débits sont supposés fixes.

Le sous ensemble des diamètres (d_{ijk}), associés au tronçon (ij), est défini à partir des conditions de vitesse, soit :

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (I-20)$$

$$\mathbf{V}_{\min} \leq \frac{4|Q|}{\Pi d_{ij}^2} \leq \mathbf{V}_{\max} \quad (I-21)$$

$$\text{soit : } \frac{4|Q_{ij}|}{\Pi \mathbf{V}_{\max}} \leq d_{ij}^2 \leq \frac{4|Q_{ij}|}{\Pi \mathbf{V}_{\min}} \quad (I-22)$$

Le diamètre d'un tronçon appartenant à la conduite (ij) est compris donc dans un intervalle borné.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & Fo(x) = \sum_{i,j} c_{ij} L_{ij} \\
 & \sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \\
 & \sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \\
 & \sum x_{ijk} = L_{ij}
 \end{aligned} \tag{I-23}$$

Le programme ainsi formulé, est un programme linéaire, qui peut être résolu par des techniques appropriées.

5.2. Cas de débits inconnus

Du fait que le sens de circulation effectif de l'écoulement est préalablement inconnu, les expressions des pertes de charge ainsi que celle des débits apparaissent, dans la formulation du programme (PM1), en valeurs absolues. soit :

$$\Delta h = f(j(|Q|), |Q|)$$

Par conséquent, tout point $M_i(j(Q), Q)$, se trouve dans un domaine constitué par la réunion du premier et troisième quadrant. Ce domaine, illustré ci-dessous, est non convexe. De même, la fonction objectif à minimiser, donnée par l'expression (I-8), est non convexe en terme de débits.

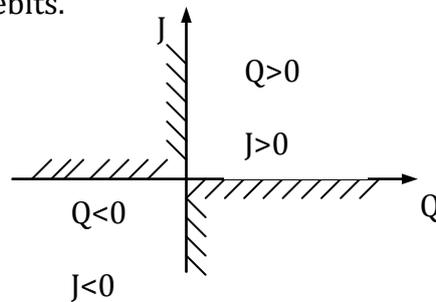


Figure I.2 : Effet du sens inconnu

D'autre part, en exprimant le diamètre en fonction du débit et de la perte de charge, et en injectant dans la contrainte de vitesse (I-9), il en résulte que le domaine des solutions réalisables est compris entre deux courbes (Γ_1) et (Γ_2) décrites ci-dessous :

$$(\Gamma_1) : \text{Représente la borne inférieure du domaine réalisable : } |Q| = \left(\frac{V_{\min}^\alpha}{|J|^2} \right)^\gamma$$

$$(\Gamma_2) : \text{Représente la borne supérieure du domaine réalisable : } |Q| = \left(\frac{V_{\max}^\alpha}{|J|^2} \right)^\gamma$$

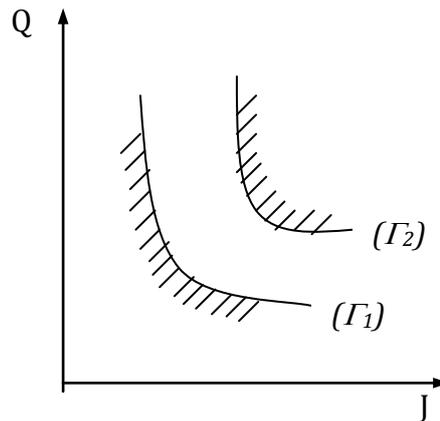


Figure I.3 : *Domaine réalisable non convexe délimité par les courbes (Γ_1) et (Γ_2)*

Conclusion

L'approche discrète conduit à un problème d'optimisation avec une fonction objective discrète et non dérivable à minimiser, dans un domaine discret et non convexe ce qui est mathématiquement impossible à résoudre. Une approche continue est donc nécessaire pour rendre les fonctions, composant le problème, continues et dérivables. Le problème qui en découle est irrésolvable sous sa forme originale, une décomposition en sous problèmes relativement simples s'impose.

Chapitre II

Chapitre II. Approches mathématiques sur la résolution d'un problème d'optimisation

Introduction

L'optimisation joue un rôle important en recherche opérationnelle (domaine à la frontière entre l'informatique, les mathématiques et l'économie), dans les mathématiques appliquées (fondamentales pour l'industrie et l'ingénierie), en analyse et en analyse numérique, en statistique pour l'estimation du maximum de vraisemblance d'une distribution, pour la recherche de stratégies dans le cadre de la théorie des jeux, ou encore en théorie du contrôle et de la commande.

Aujourd'hui, tous les systèmes susceptibles d'être décrits par un modèle mathématique sont optimisés. La qualité des résultats et des prédictions dépend de la pertinence du modèle, de l'efficacité de l'algorithme et des moyens pour le traitement numérique.

Dans ce chapitre on va s'intéresser aux différentes approches permettant la résolution d'un problème d'optimisation d'un point de vue mathématique.

II-1 Définition d'un problème d'optimisation

Dans les problèmes d'ingénierie qui se rapportent à des cas réels de recherche opérationnelle, la tâche revient souvent à maximiser ou à minimiser une fonction objective. Cette fonction, sujette à des contraintes, s'exprime au moyen de variables de décision, définissant ainsi un problème d'optimisation dit programme mathématique. Lorsque les termes de la fonction objective ainsi que ceux des contraintes sont linéaires, le problème d'optimisation est dit linéaire. Par contre si l'un des termes de la fonction objective ou des contraintes du problème, renferme des fonctions non-linéaires ou se présente sous forme d'un produit de deux ou plusieurs variables de décisions, le problème est non-linéaire.

Dans beaucoup d'applications, les grandeurs physiques ou géométriques sont exprimées à l'aide d'une formule contenant une fonction. Il peut s'agir de la température d'un corps au moment x , ou un débit en fonction du diamètre de la canalisation.

Disposant de cette fonction, sa dérivée pourra nous être utile pour déterminer ses valeurs extrêmes. Celles-ci sont parfois appelées valeurs optimales

parce que, vu leur signification, elles constituent les valeurs les plus favorables. Déterminer ces valeurs constitue ce que l'on appelle un problème d'optimisation

Il existe deux types de problèmes d'optimisation :

II-1.1. Problème linéaire :

Pour un problème d'optimisation linéaire, tout point qui vérifie l'ensemble des contraintes s'appelle point réalisable ou admissible. L'ensemble de tous les points réalisables s'appelle domaine réalisable.

Il est facile de vérifier que le domaine réalisable d'un programme linéaire est convexe. On rappelle qu'un ensemble est dit convexe si à chaque fois qu'il contient deux points x et y , il contient le segment joignant x et y .

Ce segment est souvent noté par $[x,y]$ et il est défini par

$$[x,y]=\{\lambda x+(1-\lambda)y \mid \lambda \in [0,1]\}$$

Un point est dit optimal s'il est admissible et s'il réalise l'optimum de la fonction d'objectif sur le domaine réalisable. [BIERLAIRE,M (2006)]

II-1.1. Problème non linéaire :

Un problème d'optimisation non linéaire est formulé comme suit :

On a une fonction $f : X \rightarrow R$, avec $X \subseteq R^n$, l'objectif est de déterminer le

$$\text{vecteur } x \text{ défini par : } x \in X; f(x) = \min_{y \in X} f(y) \quad (\text{II.0})$$

De façon équivalente, on peut rechercher la valeur pour laquelle f est maximale :

$$x \in X; f(x) = \max_{y \in X} f(y) \quad (\text{II.0.1})$$

II-2 Méthodes de résolution

II-2.1. Méthodes déterministes

Méthode du simplexe

L'algorithme du simplexe, est un algorithme itératif, dans lequel le point initial correspond à une solution de base et le point de convergence correspond à une solution optimale. Le point initial correspond à un vecteur associé à la base du système composé de vectrices colonnes linéairement indépendantes. Le processus itératif consiste à faire subir au système, à chaque itération, des

transformations par pivot, tout en respectant certaines conditions d'optimalité. [BIERLAIRE.M (2006)]

Soit le programme linéaire suivant :

$$PL1 \begin{cases} \max Z = \mathbf{C}\mathbf{X} \\ \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{b} \\ \mathbf{X} \geq 0 \end{cases} \quad (II.1)$$

avec,

A : est une matrice (mxn)

X : le vecteur des variables de décision (x_1, \dots, x_n)

b : le second membre de l'équation (1) (b_1, \dots, b_m).

Remarque : Le système composé de contraintes d'inéquations du type : $\sum_{i=1}^n a_{ik} x_k \leq b_i$ se

ramène en un système d'équations du type : $\sum_{i=1}^n a_{ik} x_k + x_{n+1} = b_i$, en introduisant des variables d'écart $x_{n+1} \geq 0$.

Etant donné une base **B** (mxm), composée de (m) vecteurs colonnes linéairement indépendants de **A**, Le système (PL1) s'écrit sous forme :

$$\mathbf{B}\mathbf{X}_B + \mathbf{N}\mathbf{X}_N = \mathbf{b} \quad (II.2)$$

avec $\mathbf{A} = (\mathbf{B}, \mathbf{N})$ et $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_B, \mathbf{X}_N)$

d'où :

$$\mathbf{X}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{X}_N \quad (II.3)$$

La partition des colonnes de **A** et **X** induit une partition de **C** en $(\mathbf{C}_B, \mathbf{C}_N)$, la fonction objective s'écrit ainsi :

$$Z = \mathbf{C}_B \mathbf{X}_B - \mathbf{C}_N \mathbf{X}_N$$

en remplaçant \mathbf{X}_B de la formule (3) on obtient :

$$Z = \mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b} - (\mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} - \mathbf{C}_N) \mathbf{X}_N \quad (II.4)$$

La solution de base admissible initiale, associée à $(\mathbf{X}_N = \mathbf{0})$, donne une valeur initiale de la fonction objective :

$$Z_0 = \mathbf{C}_B \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b} \text{ et } \mathbf{X}_B = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b} \quad (II.5)$$

Cette formulation matricielle peut être résumée dans le tableau suivant :

Tableau II.1 :Tableau du simplexe découlant de la solution admissible.

Z =	Z ₀	Z _j -C _j Z _k -C _k
X _{B(1)} =	Y ₁₀	Y _{1j} Y _{1k}
⋮	⋮	⋮
X _{B(r)} =	Y _{r0}	Y _{rj} Y _{rk}
X _{B(m)} =	Y _{m0}	Y _{mj} Y _{mk}

Le système subit des transformations par pivotage, en respectant les deux règles suivantes :

une condition suffisante pour le choix de la colonne **aⁱ** à introduire dans la base **B**, est :

$$Z_j - C_j = \min \{Z_j - C_j \mid Z_j - C_j < 0\} \tag{II.6}$$

une condition pour le choix de la colonne **a^{B(r)}** à éliminer de **B** pour obtenir **B'** est qu'une ligne (r) vérifie :

$$\frac{Y_{r0}}{Y_{rj}} = \min \left\{ \frac{Y_{i0}}{Y_{ij}} \mid Y_{ij} > 0 \right\} \tag{II.7}$$

une fois les deux conditions sont vérifiées, le tableau précède après transformations par pivotage devient :

Tableau II.2 : Nouveau tableau du simplexe après pivotage.

Z =	$Z_0 - \frac{(z_j - c_j)y_{r0}}{y_{rj}}$	$-\frac{(z_j - c_j)}{y_{rj}}$ $(z_k - c_k) - \frac{(z_j - c_j)y_{rk}}{y_{rj}}$
X _{B(i)} =	$y_{i0} - \frac{y_{r0}y_{ij}}{y_{rj}}$	$\frac{y_{ij}}{y_{rj}}$ $y_{ik} - y_{ij} \frac{y_{rk}}{y_{rj}}$
⋮	⋮	⋮
X _{B(r)} = X _j	$\frac{y_{r0}}{y_{rj}}$	$\frac{1}{y_{rj}}$ $\frac{2}{3} \frac{y_{rk}}{y_{rj}}$

L'Algorithme du simplexe pourrait être décrit de la façon suivante :

Début

Ecriture des contraintes sous forme d'égalités ;

//introduction des variables d'écart

Recherche d'une solution de base admissible;

// selon la formule (5)

Construction de tableau du simplexe;

Début

```
Détermination de la colonne à introduire dans la Base ;  
    // vérification de la Règle (1)  
Détermination de la colonne à éliminer de la base;  
    // vérification de la Règle (2)  
Construction du nouveau tableau du simplexe;  
    // utilisant les transformations du Tableau(2)  
Détermination de la solution de base et hors base;  
Fin; //fin de la boucle des transformations  
Fin; //fin de routine du simplexe
```

Méthode du gradient

L'algorithme du gradient est également connu sous le nom d'algorithme de la plus forte pente ou de la plus profonde descente, parce que le gradient est la pente de la fonction linéarisée au point courant et est donc, localement, sa plus forte pente (une notion qui dépend du produit scalaire).

Dans sa version la plus simple, l'algorithme ne permet de trouver ou d'approcher qu'un point stationnaire (i.e., un point en lequel le gradient de la fonction à minimiser est nul) d'un problème d'optimisation sans contrainte. De tels points sont des minima globaux, si la fonction est convexe. Des extensions sont connues pour les problèmes avec contraintes simples, par exemple des contraintes de borne.

Malgré des résultats de convergence théoriques satisfaisants, cet algorithme est généralement lent si le produit scalaire définissant le gradient ne varie pas avec le point courant de manière convenable, c'est-à-dire si l'espace vectoriel n'est pas muni d'une structure riemannienne appropriée, d'ailleurs difficilement spécifiable a priori. Il est donc franchement à déconseiller, même pour minimiser une fonction quadratique strictement convexe de deux variables.

Toutefois, ses qualités théoriques font que l'algorithme sert de modèle à la famille des algorithmes à directions de descente ou de sauvegarde dans les algorithmes à régions de confiance.

L'algorithme du gradient peut s'utiliser lorsque l'espace vectoriel sur lequel est définie la fonction à minimiser est de dimension infinie. Dans ce cas, l'algorithme n'est pas implémentable, mais son étude peut avoir un intérêt pour connaître son comportement en grande dimension ou pour en utiliser les propriétés de convergence à des fins théoriques.

L'algorithme du gradient peut s'interpréter comme la méthode d'Euler explicite de résolution de l'équation différentielle ordinaire $x'(\alpha) = -\nabla f(x(\alpha))$, avec un pas α_k de discrétisation adapté à l'itération k courante par la recherche linéaire.

II-2.2. Méthodes heuristiques

Méthodes des conduites équivalentes

Ces méthodes sont basées essentiellement sur la méthode de Hardy-Cross comme modèle d'analyse. Elles consistent à remplacer le réseau réel, par un réseau fictif, dit équivalent, dont toutes les conduites portent un diamètre unique fixe, avec des longueurs inconnues. Les longueurs "équivalentes" sont déterminées en résolvant le système d'équations non linéaire obtenu en annulant le gradient de la fonction coût.

Méthode des longueurs équivalentes

Développée initialement par Tong et ses collaborateurs [HUBERLIANT, B., & LIOT, G (1984)], la longueur équivalente, est définie comme étant la longueur d'une conduite de diamètre égal à 200 mm , avec un coefficient de Hazen Williams égal à 100 , et qui donne la même perte de charge que pour une conduite véhiculant le même débit, de diamètre D et de longueur L .

$$L_e = L \left(\frac{100}{\text{chw}} \right)^{1,85} \left(\frac{200}{D} \right)^{4,86} \quad (\text{II-8})$$

L_e : Longueur équivalente (m).

L, D : Respectivement, longueur et diamètre réels d'une conduite.

En introduisant l'équation (II-14) dans la formule de Hazen Williams, on obtient la relation suivante :

$$L_e = \frac{\Delta H}{0,19 \cdot Q^{1,85}} \quad (\text{II-9})$$

La condition de convergence qui en découle pour chaque maille est :

$$\sum_{m_p} \Delta H = 0 \quad (\text{II-10})$$

m_p := Ensemble du tronçon appartenant à une maille.

Les contraintes à respecter pour chaque maille et chaque nœud sont :

$$\text{Pour chaque nœud} \quad \sum Q = 0 \quad (\text{II-11})$$

$$\text{Pour chaque maille} \quad \sum \Delta H = 0 \quad (\text{II-12})$$

Une correction sur les débits est effectuée à chaque fois que la condition (II-17) n'est pas satisfaite.

Afin de satisfaire la condition (II-17), un terme de correction du débit est introduit. Ce terme peut être déduit après un calcul mathématique se basant sur la minimisation de la fonction comprenant la somme des longueurs équivalentes :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^n Le_i}{1,85 \sum_{i=1}^n \left(\frac{Le_i}{Q_i} \right)} \quad (\text{II-13})$$

Le calcul des diamètres optimaux pour chaque conduite, se fait à partir des valeurs des longueurs équivalentes obtenues, et en connaissant les longueurs et les coefficients de Hazen Williams réels.

$$D_i = 200 \left(\frac{L_i}{Le_i} \right)^{0,21} \cdot \left(\frac{100}{Chw_i} \right)^{0,38} \quad (\text{II-14})$$

Afin d'avoir une solution techniquement réalisable, il sera nécessaire d'opter pour les diamètres commerciaux les plus proches des diamètres optimaux calculés.

Les Modifications de V.Raman et S.Raman

Des modifications ont été apportées à cette méthode par V.Raman et S.Raman (1984), faisant intervenir les débits dans l'expression de la condition de convergence ainsi que celle du facteur de correction.

La condition de convergence pour chaque maille devient :

$$\sum_M \left(\frac{Le_i}{Q_i} \right) = 0 \quad (\text{II-15})$$

La valeur du facteur de correction est obtenue de la même manière que celle développée précédemment :

$$\Delta Q = \frac{\sum \frac{Le_i}{\Delta Q_i}}{2,85 \left(\sum \frac{Le_i}{Q_i^2} \right)} \quad (\text{II-16})$$

Algorithme de résolution

Début

Association des longueurs équivalentes aux conduites ;

// équation (II-14)

Correction des débits circulaire pour chaque maille ;

//Equation (II-19) ou (II-22)

Si condition de Convergence [(II-16)ou (II-21)] **Alors**

Dimensionnement de tout le réseau // Equation (II-20)

Si non aller au début ;

Fin ;

Ces méthodes permettent de déterminer directement les dimensions à donner aux conduites, contrairement à la méthode de Hardy Cross où les dimensions sont déterminées par essais successifs nécessitant un calcul hydraulique de tout le réseau à chaque essai.

Un des inconvénients de ces techniques, est qu'elles sont restreintes aux nouveaux réseaux composés d'un réservoir et d'un réseau maillé pour lequel l'eau s'écoule par gravité.

Méthode des diamètres équivalents de DEB et SARKAR

Le diamètre équivalent est défini comme étant le diamètre d'une conduite de (100 m) de longueur et de coefficient de Hazen Williams égal à (100), et qui donne, pour un même débit, la même perte de charge que la conduite réelle [A.LEFKIR].

$$De = D \left(\frac{Chw}{100} \right)^{0,381} \cdot \left(\frac{100}{L} \right)^{0,206} \quad (II-17)$$

De : Diamètre équivalent en (m).

D : Diamètre réel de la conduite (m).

Chw : Coefficient de Hazen-Williams

L : Longueur de la conduite.

Après une introduction de cette équation dans la formule de Hazen Williams, et une transformation de la fonction coût par introduction des multiplicateurs de Lagrange, Deb et Serkar déterminent une fonction objective reliant le coût d'une conduite à sa longueur et son diamètre équivalent, soit :

$$C_{ci} = k (0,73)m \frac{Q_i^{0,381}}{\Delta H_i^{0,206m}} \quad (II-18)$$

Cc : Coût de la conduite

m , k : Des constantes

On cherche donc à minimiser, pour chaque maille, le coût des conduites équivalentes qui composent le réseau, tout en respectant les charges et les consommations données aux nœuds. D'où la condition de convergence qui correspond à la dérivée nulle de la fonction (II.24) :

$$\Delta Q = \frac{A' - \sum \left(\frac{De_i}{Q_i} \right)^m}{(0,381m - 1) \sum_i \left(\frac{De_i}{Q_i^2} \right)^m} \quad (\text{II-19})$$

$$\text{avec, } \sum \left(\frac{De_i}{Q_i} \right)^m = \frac{\left(\frac{dC_c}{dQ_1} \right)}{0,381mk} = A' \quad (\text{II-20})$$

Le processus itératif est arrêté si la condition (II-23) est satisfaite, ce qui permet de déduire les valeurs des diamètres réels en fonction des conduites équivalentes.

$$D_i = De_i \left(\frac{Li}{100} \right)^{0,206} \left(\frac{100}{Chw} \right)^{0,381} \quad (\text{II-21})$$

Algorithme

Début

Association des diamètres équivalents aux conduites ;

// équation (II-23)

Correction des débits circulaire pour chaque maille ;

// Equation (II-25)

Si Fonction Coût minimale (Equation (II-12)) **Alors**

Dimensionnement de tout le réseau // Equation (II-27)

Si non aller à début;

Fin ;

Bien que cette méthode propose une formule générale de la fonction coût, comprenant le coût des conduits, du réservoir ainsi que celui de la pompe d'adduction et de l'entretien, elle souffre de contradictions, du fait que la fonction coût est inversement proportionnelle aux longueurs des conduites. De même, la condition à satisfaire conduit à une maximisation du coût plutôt qu'à une minimisation, ce qui semble illogique.

Méthode de Featherstone et El Djumaily

La procédure adopter par Featherstone et El Djumaily (1983) consiste à décomposer le problème en deux étapes. Une sélection des diamètres est effectuée en première étape, basée sur une perte de charge unitaire hypothétique constante pour tout le réseau. La deuxième étape consiste à

apporter une correction sur les charges aux nœuds en utilisant un modèle de simulation hydraulique. Cette méthode sera détaillée au chapitre trois.

II-2.3. Méthodes Basées sur la Programmation mathématique

Méthodes heuristiques avec une programmation linéaire itérative

Elles sont Basées sur la programmation linéaire comme modèle d'optimisation, et sur les méthodes heuristiques comme modèle de correction. Parmi les travaux les plus significatifs dans cet axe d'investigation nous citons ceux de Morgan et Goulter [MORGAN, D.R., & GOOLTER, I.C (1985)].

Méthode de Morgan et Goulter

La procédure de résolution de la méthode de Goulter et Morgan [MORGAN, D.R., & GOOLTER, I.C (1985)] est basée sur la décomposition du problème d'optimisation en deux sous problèmes. Le premier est un programme linéaire formulé dans l'hypothèse d'une répartition fixe des débits avec la longueur des diamètres économiques les plus proches de la répartition des diamètres en cours comme variable de décision. Le deuxième est un problème d'équilibrage qui consiste à déterminer une nouvelle répartition des débits démarrant des résultats du premier problème. Le processus itératif s'arrête lorsque la correction des débits devient négligeable.

Le programme linéaire qui en découle consiste à minimiser une fonction objective soumise aux contraintes de pression, assurant une pression adéquate aux nœuds, et aux contraintes de longueurs, assurant que les longueurs remplacées ne dépassent pas les longueurs réelles des conduites.

$$\text{PL1} \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{j=1}^{NL} C_{jdr} x_{jdr} + C_{jds} x_{jds} \\ \text{sujet à :} \\ \sum_{j \in p_i} (G_{jdr} x_{jdr} + G_{jds} x_{jds}) \leq H_{\min} - h_i \\ x_{jdr} \leq L_j \\ x_{jds} \leq L_j \end{array} \right. \quad (\text{II-22})$$

avec,

C_{jdr} : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon "j", d'une conduite de "d"ème diamètre en une conduite du "r"ème diamètre le plus grand ($C_{jdr} = C_r - C_d > 0$).

C_{jds} : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon "j", d'une conduite de "d"ème diamètre en une conduite du "s"ème diamètre le plus petit ($C_{jds} = C_s - C_d < 0$).

x_{idr} et x_{jds} : Les variables de décision correspondant respectivement à la longueur du segment de conduite de "d"^{ème} diamètre remplacé par le "r"^{ème} diamètre le plus grand ou "s"^{ème} diamètre le plus petit.

NL : nombre de conduites dans le réseau.

G_{jdr} et G_{jds} : La différence de gradient hydraulique lors du changement de diamètre

($G_{jdr} = J_{jr} - J_{jd}$, $G_{jds} = J_{js} - J_{jd}$).

J_{jd} : le gradient hydraulique de diamètre n° "d" dans la conduite "j".

H_{min} : la charge minimale attribuée au nœud i.

H_i : la charge existante.

Le modèle d'équilibrage consiste à déterminer la répartition des débits aux conduites à partir des résultats obtenus du programme linéaire.

Le processus itératif s'arrête lorsque le changement dans les dimensions des conduites devient négligeable.

La méthode est applicable à l'étude d'une nouvelle installation ainsi qu'au cas d'extension. L'avantage de cette méthode est que les contraintes hydrauliques pour chaque itération sont respectées.

Méthodes de programmation linéaire et non-linéaire

Un groupe important de techniques d'optimisation des réseaux de distribution d'eau se basent sur la décomposition du problème en deux étapes successives. Dans la première étape, certaines variables seront gardées constantes, alors que le reste sera résolu par programmation linéaire. Dans la deuxième étape, une technique de recherche de l'optimum est employée sur les variables supposées fixes préalablement tout en fixant les variables de la première étape. Le processus itératif continue jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit atteint. Cette technique de décomposition est trouvée attrayante, étant donné qu'en gardant constante une partie de variables, le problème d'optimisation devient linéaire, et ainsi les techniques de la programmation linéaire peuvent être appliquées.

Cette catégorie de méthodes englobe les travaux de plusieurs chercheurs. On peut citer à titre indicatif les travaux d'Alperovits et Shamir [ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U (1979)], ceux de Quindry et ses collaborateurs ([QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., & LIEBMAN, C (1981)] et [QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., & ROBINSON, A.R (1992)]) et ceux de Fujiwara et ses collaborateurs ([FUJIWARA, O., JENCHAIMAHA, K.B., & EDRISINGHE, N.C.P (1987)] et [FUJIWARA, O., & KHANG, D.B (1987)]).

Méthode du gradient du programme linéaire (LPG)

Développée en premier lieu par Alperovits et Shamir en 1977 [ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U (1979)], la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) a reçu beaucoup d'intérêt ces dernières années et a fait l'objet de plusieurs publications apportant des critiques ([GOULTER, I.C., LUSSIER, B.M., & MORGAN, D.R (1986)] et [QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., & ROBINSON, A.R (1992)]), modifications ou améliorations ([FUJIWARA, O., & KHANG, D.B (1987)] et [KESSLER, A., & SHAMIR, U (1989)]).

Le principe de base de la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) est la décomposition de la résolution du problème d'optimisation des réseaux de distribution en deux étapes. La première étape consiste à formuler et résoudre un programme linéaire, découlant de l'hypothèse d'une répartition des débits fixe, par une technique d'optimisation linéaire appropriée. La deuxième étape consiste à formuler et résoudre un programme non linéaire avec contrainte transformé par la suite en un programme linéaire sans contraintes par le biais de la dualité lagrangienne. Le programme qui en découle est résolu soit en utilisant la méthode du gradient projeté proposée par Alperovits et Shamir, soit par la méthode quasi-Newton suggérée par Fujiwara et ses collaborateurs. Cette méthode sera détaillée au chapitre trois du présent mémoire.

Méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de dualité :

Elles consistent à ramener le problème initial, à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans contraintes. Contrairement aux méthodes primales, les méthodes duales sont plus robustes et la convergence globale est souvent plus facile à obtenir, mais elles présentent l'inconvénient de ne fournir une solution primale réalisable qu'en fin de convergence. Nous citons à titre indicatif, les travaux de Jacoby (1968) [HUBERLIANT, B., & LIOT, G (1984)], Lansy et Mays [LANSEY, K.E., & MAYS, L.W (1989)]

Méthode de Jacoby

Le modèle proposé par Jacoby utilise comme variable de décision trois paramètres : le diamètre, le débit et les pertes de charge. Le programme mathématique qui en découle, consiste à minimiser une fonction objective comprenant le coût des conduites et celui des opérations de pompage, tout en respectant les contraintes physiques ainsi qu'hydrauliques (bornes de la vitesse et la pression en chaque nœud). Après une transformation par la dualité Lagrangienne du programme non linéaire avec contraintes, en un programme mathématique dual sans contraintes, le problème revient à minimiser une fonction objective exprimée en fonction de deux paramètres (débit, diamètre) ou (diamètre, perte de charge) soit :

$$FO = \sum (k_1 d_i^3 + k_2 d_i^2 + k_3 d_i + k_4) + \frac{C_{pg} \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} q_p + \sum_{j=1} a_j \left(\sum \frac{\Delta H_i d_i^5}{K_i} + q_j \right) + \sum_{k=1}^m b_k (\sum \Delta h_i)_i \quad (II-23)$$

avec, a_j et b_k : Des multiplicateurs de Lagrange.

Comme la fonction objective n'est pas linéaire ni en terme de débit ni en terme de diamètre, la procédure de résolution se base sur un processus itératif, démarrant d'un point de départ $P_0(\Delta H_0, Q_0)$, en passant par des points transitoires P^1, \dots, P^i, P^{i+1} , pour lesquels la fonction F_0 demeure décroissante d'une itération à une autre. Pour se faire, la correction sur le point P^{i+1} par rapport au point P^i suit une direction de descente dans le domaine réalisable tel que :

$$P_k^{i+1} = P_k^i - \lambda_i \frac{\text{grad}F_0(P_k^i)}{\|\text{grad}F_0(P_k^i)\|} \quad (II-24)$$

Une solution optimale $P(D, Q)$ est enfin obtenue, correspondant au couple $P(\Delta H, Q)$ pour lequel la fonction est minimale. Les diamètres des conduites qui en découlent sont arrondis selon la gamme commerciale.

Cette méthode quoiqu'elle puisse être appliquée à de grands réseaux, présente l'inconvénient d'atteindre la convergence difficilement d'une part et de générer une fonction objective non-linéaire d'autre part.

Méthode de LANSEY et MAYS :

En 1990, Lansey et Mays [LANSEY, K.E., & MAYS, L.W (1989)] ont présenté une nouvelle méthode d'optimisation des réseaux de distribution d'eau potable, utilisant un couplage des techniques de programmation non linéaire et des techniques de simulation.

Lansey et Mays utilisent la méthode du gradient réduit généralisé, qui consiste à réduire la complexité du problème par la résolution implicite des équations de masse et d'énergie.

La formule générale du problème d'optimisation pour la conception du réseau de distribution d'eau pourra être déclarée mathématiquement en termes de pressions aux nœuds (H) et les divers paramètres de décision (D). Ces derniers définissent la dimension pour chaque composante dans le système tel que le diamètre des conduites.

L'objectif est de la méthode est :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser le coût } f(\mathbf{h}, \mathbf{D}) \\ & \text{Sujette aux contraintes physiques} \end{aligned} \quad (II-25)$$

$$G(\mathbf{h}, \mathbf{d}) = \mathbf{0} \quad (\text{II-26})$$

Techniques :

$$\mathbf{W}_{\min}(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \leq \mathbf{W}(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \leq \mathbf{W}_{\max}(\mathbf{h}, \mathbf{d}) \quad (\text{II-27})$$

Pour la résolution du problème ainsi défini, on utilise un modèle de simulation pour déterminer les pressions aux nœuds. Le modèle de simulation simplifie la résolution des équations (II-32) représentant les contraintes physiques tout en respectant les conditions de charge aux nœuds. Le nouveau problème réduit est:

$$\text{Min } f [H(D), D] \quad (\text{II-28})$$

Sujette à :

$$g(d): W_{\min}[H(D), D] \leq W[H(D), D] \leq W_{\max}[H(D), D] \quad (\text{II-29})$$

La technique utilisée pour résoudre ce problème est l'utilisation de la fonction de pénalité du Lagrangien augmenté ou les contraintes sont injectés dans la fonction objective.

$$\text{min AL}(H, D, \mu, \lambda) = f(H(D), D) + 1/2 \sum \lambda_i \cdot g_i(D) \quad (\text{II-30})$$

avec,

λ_i : Les paramètres de lagrange.

Algorithme de résolution

Début

Détermination de la répartition des charges ;
 // modèle de Newton Raphson
 Minimisation de La fonction (II-35);
 // méthode quasi-Newton

Jusqu' à critère de convergence atteint ;

Fin ;

II-2.4. Méthodes basées sur l'algorithme génétique

Beaucoup de recherches ont été appliquées au problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau basées sur des techniques de l'optimisation déterministe (programmation linéaire, programmation dynamique et non-linéaire). Un nouveau champ est en voie de développement, introduisant les techniques d'optimisation stochastiques aux grands problèmes combinatoires tel que l'algorithme génétique.

Un algorithme génétique est un algorithme de la recherche basé sur la sélection naturelle et les mécanismes génétiques de la population. L'algorithme génétique est différent des approches traditionnelles et des techniques d'optimisation existantes. Le principe de base est inspiré des processus biologiques de survie et d'adaptation. Les résultats sont un algorithme effectif avec une flexibilité de la recherche des solutions optimales dans des espaces

complexes tel que l'espace généré par le problème d'optimisation des réseaux de distribution.

Pour rendre efficace l'algorithme génétique, l'ensemble des variables de décision sont codées comme ficelles ou chromosomes. Une chaîne de caractère binaire est habituellement utilisée pour le codage. L'algorithme génétique évalue la solution de l'essai et calcul une mesure de la valeur ou l'aptitude de la ficelle. L'algorithme génétique évalue successivement et régénère une collection de solutions appelée "population.". L'algorithme génétique crée la nouvelle population à partir des vieilles populations. Un algorithme génétique simple comprend trois opérateurs : reproduction, croisement, et mutation.

Codage des variables : La première étape est de définir et de coder convenablement le problème. A chaque variable d'optimisation x_i , on fait correspondre un *gène*. Nous appelons *chromosome* un ensemble de gènes. Chaque dispositif est représenté par un *individu* doté d'un génotype constitué d'un ou plusieurs chromosomes. On appelle *population*, un ensemble de N individus qu'on fait évoluer. De point de vue informatique, un gène est un entier long (32 bits). Un chromosome est un tableau de gènes. Un individu est un tableau de chromosomes. La population est un tableau d'individus.

Genèse de la population : La première étape de l'algorithme est la genèse de la population, c'est-à-dire le choix des dispositifs de départ qu'on fait évoluer. On pourrait prendre des individus régulièrement répartis dans l'espace. Néanmoins, une initialisation aléatoire est plus simple à réaliser : les valeurs g_i des gènes sont tirées au hasard selon une distribution uniforme. Notons qu'on peut, si nécessaire, introduire des individus déjà calculés.

Évaluation : L'évaluation de chaque dispositif est réalisée par le modèle utilisé. Si le dispositif possède plusieurs états de fonctionnement, le modèle peut être lancé plusieurs fois. Les résultats obtenus sont alors utilisés pour calculer les fonctions objectives et la fonction d'adaptation.

Sélection – élimination : Une fois réalisée l'évaluation de la génération, on opère une sélection à partir de la fonction d'adaptation. Seuls les individus passant l'épreuve de sélection peuvent accéder à la *génération intermédiaire* et s'y reproduire.

Opérateur croisement : Une fois la génération intermédiaire à moitié remplie, les individus sont aléatoirement répartis en couples hermaphrodites. Les chromosomes (ensembles de paramètres) des parents sont alors copiés et recombinaison de façon à former deux descendants possédant des caractéristiques

issues des deux parents. On forme ainsi la génération $t+1$. L'opérateur croisement favorise l'exploration de l'espace de recherche.

Opérateur mutation: On définit une *mutation* comme étant l'inversion d'un bit dans un chromosome. Cela revient à modifier aléatoirement la valeur d'un paramètre du dispositif. Les mutations jouent le rôle de bruit et empêchent l'évolution de se figer. Elles permettent d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre de bits mutés. De plus, elles garantissent mathématiquement que l'optimum global peut être atteint.

Algorithme

Début

```

1 :Création de la population initiale ;
2 :Evaluation de chacun des chromosomes de la population initiale ;
3 :Sélection et regroupement des chromosomes par paires ;
4 :Application du croisement et de la mutation à chacune des paires ;
5 :Evaluation des nouveaux chromosomes et insertion dans la population
   suivante;
   Si critère d'arrêt n'est pas atteint Alors retourne à l'étape 3 ;
L'algorithme génétique s'arrête et rend le meilleur chromosome produit ;
Fin.
```

METHODE DE SIMPSON et DANDY

Une formulation a été développée par Simpson et ses Collaborateurs [SIMPSON, A.R., DANDY, G.C., & MURPHY, L.J (1994)] appliquant les algorithmes génétiques aux problèmes d'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

Les trois opérateurs à examiner dans cette méthode sont la reproduction, croisement et mutation. Les algorithmes génétiques créent de nouvelles populations à partir des anciennes populations. Trois paramètres ont été choisis, afin d'accomplir l'incrément de la méthode dans l'optimisation des réseaux :

La taille de population (n) : [100 - 1000]

Probabilité de croisement (Pc) : [0,7 - 1]

Probabilité de mutation (Pm) : [0,01 - 0,05]

Tel que : $P_m \geq 1/n$ et $P_m \leq 1/L$

Avec L : La longueur du tronçon.

L'algorithme génétique appliqué aux réseaux de distribution d'eau suit les étapes suivantes :

1. *Génération de population initiale*: L'algorithme génétique génère aléatoirement une population initiale de chromosomes codés qui représente une solution du réseau de distribution de dimension N ($n = 100$ à 1000). Chaque gène dans un chromosome prend une valeur binaire (1 ou 0). Chaque chromosome n de la population aléatoire représente une

combinaison possible de dimension du réseau et donc représente une configuration différente du réseau de distribution.

2. *Calcul du coût du réseau*: Le GA considère chacun des N chaînes de caractères dans la population en cours. Il décode chaque sous-chaîne dans la dimension de la conduite correspondante et calcule le coût total du réseau. L'algorithme génétique détermine les coûts de chaque configuration de l'essai dans la population courante.
3. *Analyse hydraulique de chaque réseau*: Un processus d'équilibrage des réseaux de distribution permet de calculer les pressions et débits sous un modèle de consommation spécifié pour chaque configuration du réseau et pour une population donnée. Les pressions nodales réelles sont comparées avec la pression admissible minimale et tous déficits de la pression sont notés.
4. *Calcul de coût de pénalité*: Le GA associe un coût pénalité à chaque modèle de la demande si un dimensionnement ne satisfait pas les contraintes de la pression minimale. Le nœud où le déficit de pression est maximum est utilisé comme base pour l'évaluation du coût de pénalité. Le déficit maximum de pression est multiplié par un facteur de pénalité ∞ .
5. *Calcul de coût du réseau total*: Le coût total de chaque réseau dans la population en cours est pris comme la somme des prix du réseau proprement dit (étape 2) plus le coût de pénalité (étape 4).
6. *Calcul de l'aptitude*: L'aptitude des chromosomes codés est prise comme étant une des fonctions coût du réseau. L'AG calcul l'aptitude pour chaque conduite du réseau proposé dans la population courante comme étant l'inverse du coût total du réseau (étape 5).
7. *Génération d'une nouvelle population en utilisant l'opérateur de sélection*: L'algorithme génétique génère de nouveaux membres de la génération suivante par un schéma de sélection. La probabilité de sélection d'un chromosome i (p_i), pour être sélectionné dans la prochaine génération de n membres en utilisant une méthode de sélection proportionnelle est donné par :

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (\text{II-31})$$

Où le f_i est l'aptitude du chromosome i (à déterminer à l'étape 6).

8. *Production des générations successives*: Les trois opérateurs décrits ci-dessus produisent une nouvelle génération du réseau de dimensions du réseau de distribution en utilisant les étapes 2 à 8. L'AG répète le processus de production de nouvelles générations jusqu'à ce que le nombre maximum de populations est atteint.

Conclusion

Ce passage à travers les travaux les plus significatifs au sujet de l'optimisation des réseaux de distribution, permet de constater que plusieurs méthodes ont été proposées. La plupart, manquent de rigueur et de justifications acceptables au niveau de leurs bases théoriques, à savoir l'existence et l'unicité d'une solution optimale.

Les méthodes les plus efficaces (ex: méthode du gradient) sont généralement difficiles à mettre en œuvre. Contrairement aux méthodes heuristiques (méthode Featherstone et ses Collaborateurs) qui donnent des résultats peu précis mais satisfaisants en un temps de calcul court.

Le moteur de recherche des méthodes déterministes est basé généralement sur le gradient de la fonction objectif qui permet une bonne exploitation des données sans explorer tout le domaine de recherche. Il ne génère donc qu'une solution locale. Les algorithmes évolutionnaires et particulièrement l'algorithme génétique reste le meilleur moyen pour effectuer une bonne exploration du domaine de recherche avec une bonne exploitation des résultats antérieurs et donc fournir un optimum global.

Une investigation ultérieure basée sur les algorithmes génétiques pour l'optimisation des réseaux de distribution est suggérée.

Chapitre III

Chapitre III. Etat de l'art des réseaux d'AEP

Introduction

Il peut aisément être montré que les équations descriptives de l'écoulement au sein d'un réseau sont non linéaires. Le nombre d'équations indépendantes disponibles étant généralement égal au nombre de paramètres inconnus, une solution est possible. Cependant, il n'existe pas de méthode directe pouvant résoudre ce type d'équations. Une procédure itérative est par conséquent nécessaire.

Quatre méthodes sont en pratique communément utilisées pour la résolution de ces équations aboutissant à l'analyse des réseaux de distribution d'eau. Ce sont les méthodes de Hardy Cross, de Newton-Raphson, de l'approche linéaire, et des éléments finis.

Une grande partie de la recherche à ce jour utilise des techniques d'optimisation déterministes y compris la programmation linéaire, programmation dynamique, et la programmation non linéaire aux problèmes de conception du réseau. Le développement implique l'application de techniques d'optimisation stochastiques (tels que les algorithmes génétiques) à de grands problèmes combinatoires.

Ce chapitre fait un état de comparaison entre les différentes méthodes développées à ce jour dans le but de résoudre un problème d'optimisation dans la conception des réseaux de distribution d'eau potable.

III-1 Aperçu des différentes méthodes d'équilibrage de débits

III-1.1. Méthode de Hardy Cross :

Le Professeur Cross était probablement le premier à suggérer en 1936 une procédure itérative systématique pour l'analyse de réseaux. L'approche qu'il proposa à l'origine est basée sur les équations de correction du débit aux mailles. Cette approche est aussi connue sous le nom de méthode d'équilibre des charges.

Un peu plus tard, le même principe fut appliqué aux équations de correction des charges aux nœuds. Cette approche est connue comme la méthode d'équilibre des débits. Chacune de ces approches est à présent connue sous le même nom de méthode de Hardy Cross.

Le principe de la méthode est basé sur la résolution des équations de correction du débit aux mailles en considérant le réseau entier comme composé d'un nombre de mailles fermées. Les débits estimés sont attribués à tous les conduites de telle façon que les équations de conservation du débit soient satisfaites. En considérant les mailles une à une, les pertes de charge sont calculées dans les conduites formant la maille. Les débits dans toutes les conduites de la maille subissent la correction :

$$\Delta Q_i = - \frac{\sum h_{ij}}{2 \sum \frac{h_{ij}}{Q_{ij}}} \quad (\text{III.1})$$

Où $\sum h_{ij}$ signifie, la somme algébrique des pertes de charge autour d'une maille 'I' et Q_{ij} signifie, le débit dans la conduite 'ij' de la maille 'I'.

En passant aux mailles suivantes, les débits corrigés dans toutes les conduites sont utilisés. Si au sein du réseau considéré, il existe des mailles ouvertes, dans ce cas la des conduites fictives possédant des débits constamment nuls sont ajoutées.

III-1.2. Méthode de Newton Raphson:

En l'absence d'une méthode directe nous permettant la résolution des équations impliquées dans l'analyse des réseaux non linéaires, une approche intéressante consisterait d'abord à les linéariser pour ensuite les résoudre. La solution est naturellement approchée, corrigée par l'application d'une procédure itérative. La méthode de Newton-Raphson développe les termes non linéaires en séries de Taylor, néglige les résidus au-delà des deuxièmes termes et ne considère ainsi que les termes linéaires. En conséquence, cette méthode linéarise les équations à travers une différentiation partielle. Elle est par conséquent générale et agit même quand les équations non linéaires sont transcendantes contenant donc des termes exponentiels, trigonométriques, hyperboliques ou logarithmiques.

La non linéarité des équations décrivant un réseau de conduites est algébrique, uniforme et simple. Les équations de conservation de l'énergie sur la maille exprimées en termes de débits s'expriment, comme suit :

$$\sum_{i=1}^n K_{ij} Q_{ij}^n = 0 \quad (2)$$

La méthode de la théorie linéaire transforme les équations non linéaires de perte de charge dans une conduite qu'on notera p, en équations linéaires s'exprimant comme, suit:

$$h_{ip} = K'(p) Q(p) \quad (3)$$

$$K'(p) = K(p) Q_0(p)_{n-1}$$

$Q_0(p)$ est un débit estimé

III-2 Problème d'optimisation dans la conception des réseaux de distribution d'eau potable

Dans sa forme la plus simple, le problème de la conception des réseaux de distribution d'eau potable pour les systèmes gravitaires est généralement formulé de la manière suivante :

Pour une disposition précise des tuyaux et une demande en eau donnée, il suffit de trouver la combinaison idéale des diamètres qui nous donne le coût de conception minimal, sous réserve des contraintes suivantes:

- La continuité de l'écoulement doit être maintenue à tous les carrefours ou les nœuds du réseau,
- La perte de charge dans chaque tube est une fonction connue de l'écoulement dans la conduite, de son diamètre, sa longueur et des propriétés hydrauliques,
- La perte de charge totale dans une maille doit être égale à zéro ou la perte de charge le long d'un tronçon reliant deux réservoirs doit être égale à la différence d'élévation de ces derniers,
- Les limites de pression minimum et maximum doivent être satisfaites au niveau des nœuds du réseau (entre 20m et 60m environ),
- Les contraintes des diamètres minimum et maximum doivent être prises en considération.

En outre, il peut y avoir des tuyaux existants dans le système avec des diamètres connus. On peut généralement supposer que les conditions d'écoulement dans le réseau sont stables, bien que plus d'une condition de chargement puisse avoir besoin d'être prise en considération.

L'extension du problème peut se faire par l'introduction de vannes, de pompes ainsi que le dimensionnement des réservoirs dans le système d'alimentation.

Goulter (1987) a suggéré que la conception à un coût minimum pour une disposition donnée, peut faire l'objet d'un chargement dans un réseau ramifié.

Dans la pratique, les mailles sont des éléments essentiels du système de distribution car ils fournissent un chemin d'écoulement alternatif en cas de panne ou de maintenance au niveau d'une conduite à l'intérieur d'une maille donnée. On peut atteindre un degré de redondance dans l'optimisation d'un réseau de distribution en veillant à une parfaite disposition des mailles et en spécifiant le diamètre minimum pour tous les tuyaux.

III-3 Méthodes de résolution :

Une large littérature existe sur l'optimisation des réseaux de distribution.

III-3.1 Méthodes déterministes :

Lansey et Mays (1989b) fournissent un examen complet de la littérature publiée jusqu'à 1988. L'analyse suivante sera concentrée sur les documents les plus récents.

La méthode traditionnelle pour la conception de réseaux de distribution est par essai et erreur, guidée par l'expérience. Dans la conception des réseaux de distribution, les concepteurs utilisent souvent des logiciels de simulation commerciaux tels que KYPIPE (Wood 1980), WATSYS [ou WATERMAX aux États-Unis (Olde1985)] ou EAU (Fowler 1990). Une technique courante consiste à assurer que la pente de la ligne piézométrique dans chaque tuyau du système se situe dans des limites raisonnables.

Monbaliu et al. (1990) ont proposé un type de gradient pour réaliser une conception efficace. Dans un premier temps, ils ont mis tous les tuyaux à leurs diamètres minimaux et une série de simulation a été utilisée pour déterminer les pressions à tous les nœuds du réseau. Si les contraintes de pression minimales ne sont pas satisfaites, le diamètre du tuyau avec la perte de charge maximale par unité de longueur a été augmenté à la prochaine taille disponible dans la gamme des diamètres commerciaux, et ils effectuent une autre simulation. Ce processus a été répété jusqu'à ce que toutes les contraintes de pression fussent satisfaites, ce qui a permis d'obtenir des solutions optimales dans deux cas de test.

Programmation linéaire

Un certain nombre de chercheurs ont utilisés la programmation linéaire pour optimiser la conception d'un réseau de distribution d'eau potable, Ils ont développé deux approches principales (Alperovits et Shamir 1977; Quindry et al.1979), Ceux-ci sont passés en revue dans Lansy et Mays (1989b).

Programmation non linéaire

On peut appliquer un certain nombre de techniques d'optimisation non linéaire au problème de conception du réseau. On peut citer MINOS (Murtagh et Saunders 1987), GINO (Liebman et al., 1986), et GAMS (Brooke et al., 1988). Tous ces derniers utilisent une contrainte généralisée du gradient réduit afin d'identifier un optimum local.

Les contraintes peuvent être explicitement incluses dans le modèle. Les exemples et les tests prennent en considération les équations de continuité, les pertes de charge autour des mailles ou entre les réservoirs, et les limites de pression maximales et minimales ainsi que les diamètres minimaux et maximaux. Les coûts peuvent être exprimés en une fonction non linéaire du diamètre de la conduite et de sa longueur.

Les limites de cette approche sont les suivantes:

- étant donné que les diamètres des tuyaux sont des variables continues, des valeurs optimales ne se conforment pas nécessairement aux dimensions des tuyaux disponibles dans le marché ; Ainsi, l'arrondi de la solution finale est requis,
- seulement un optimum local est obtenu,
- l'existence d'une limite sur le nombre de contraintes, et par conséquent une limite de la taille du réseau qui peut être manipulé.

Un certain nombre d'applications d'optimisation non linéaire au problème des réseaux de distribution, ont été rapportés par (El-Bahrawy et Smith, 1985, 1987; Su et al 1987; Lansey et Mays 1989a; Lansey et al.1989; Duan et al. 1990).

El-Bahrawy et Smith (1985) ont appliqués MINOS à la conception des systèmes de collecte et de distribution d'eau. Leur modèle comprenait un préprocesseur pour la configuration des fichiers de données et un post processeur pour l'arrondissement des dimensions des diamètres commerciaux. Le modèle pour les systèmes de distribution prend en considération les pompes, clapets et vannes de réduction de pression.

Ce modèle a obtenu la solution optimale à 33 réseaux de canalisations dans un laps de temps raisonnable d'ordinateur. El-Bahrawy et Smith (1987) ont également appliqués ce modèle d'optimisation à un certain nombre d'études de cas.

Ils ont ainsi démontré sa capacité à :

- manipuler les pompes et les vannes,
- trouver l'emplacement optimal des pompes avec leurs caractéristiques optimales,
- régler le problème de conception optimale.

Su et al. (1987) ont utilisé la programmation non linéaire pour l'optimisation des réseaux maillés. Leur modèle d'optimisation est fondé sur la technique du gradient réduit généralisé (GRG). Un modèle de simulation en régime permanent [KYPIPE, Wood (1980)] a été utilisé à chaque itération pour calculer les pressions dans le système.

Cependant un modèle distinct a été utilisé pour calculer la fiabilité du système et des nœuds. Ils ont défini la fiabilité comme étant la probabilité de conception où la pression au nœud est maintenue appropriée dans le système, donnant ainsi la possibilité à quelques tuyaux d'être indisponible pour cause de fuite ou de cassure. Par contre, ce modèle ne permet pas d'inclure d'autres éléments tels que les pompes, vannes et réservoirs de stockage.

Lansey et al. (1989) ont examiné la conception optimale des réseaux de canalisations où il existe une incertitude dans les demandes aux nœuds, les coefficients de Hazen-Williams et les pressions nodaux minimales. Ils ont utilisé une approche de chance limitée pour convertir les contraintes probabilistes en déterministes. Les contraintes comprenaient la probabilité que le système soit en mesure de satisfaire les exigences de demande et de

pression aux nœuds spécifiées. La technique GRG a identifié les dimensions des conduites optimales.

La méthode a tendance à produire des réseaux de conduites ramifiées. Lansey et Mays (1989a) ont utilisé la programmation non linéaire pour trouver la conception optimale et la disposition des réseaux de canalisations. Leur modèle est capable de simuler les pompes, des réservoirs et autres accessoires du réseau. Ils ont lancé plusieurs simulations [KYPIPE, Wood (1980)] dans le modèle pour veiller à ce que les conditions de continuité et de perte de charge soient satisfaites. La technique GRG permet d'identifier la solution optimale tandis que la méthode lagrangienne augmentée a été utilisée pour inclure la pression minimale ainsi que d'autres contraintes. Le modèle a souvent donné lieu à des réseaux ramifiés optimaux.

Duan et al. (1990) ont repris les travaux antérieurs de Lansey et Mays (1989a) et ont développé un modèle général d'optimisation qui permet d'inclure les pompes et réservoirs (et les emplacements de ces derniers), ainsi que d'autres paramètres.

Le modèle fonctionne sur la base hiérarchique suivante :

- Au niveau du problème principal, on identifie le nombre et l'emplacement des pompes et réservoirs par énumération implicite.
- Au niveau du sous-problème, on utilise la technique GRG pour trouver les tailles de tuyau optimales pour la conception des pompes et réservoirs spécifiés au niveau du problème principal.
- Une maille interne au sein du sous-problème utilise KYPIPE pour veiller à ce que la continuité et les contraintes de pressions soient satisfaites, et un modèle distinct (RAPS) est utilisé pour calculer diverses mesures de fiabilité du système.

III-3.2. Méthodes heuristiques :

La plupart des méthodes présentées dans cette partie ont été utilisées, avec succès, pour des problèmes à variables discrètes, à haute combinatoire. Une difficulté supplémentaire s'ajoute quant à leur adaptation aux problèmes à variables continues.

Les trois premiers paragraphes suivants sont consacrés aux métas heuristiques dominants:

La méthode du recuit simulé et ses variantes, la méthode tabou et les algorithmes génétiques. Nous ne traitons pas ici d'autres méthodes, comme les réseaux de neurones et la méthode GRASP ("Greedy Random Adaptive Search Procedure"), qui sont aussi considérées comme des métas heuristiques en optimisation combinatoire. En effet, l'emploi des réseaux de neurones à des fins d'optimisation est plus marginal et surtout, à notre connaissance, ces métas heuristiques n'ont pas été adaptés jusqu'ici à l'optimisation globale.

La méthode du recuit simulé

Cette méthode est issue d'une analogie entre le phénomène physique de refroidissement lent d'un solide en fusion, qui le conduit à un état cristallin de basse énergie, et la recherche de minimums globaux dans un problème d'optimisation. Elle exploite généralement l'algorithme de Metropolis [A.R. Rosenbluth (1953)].

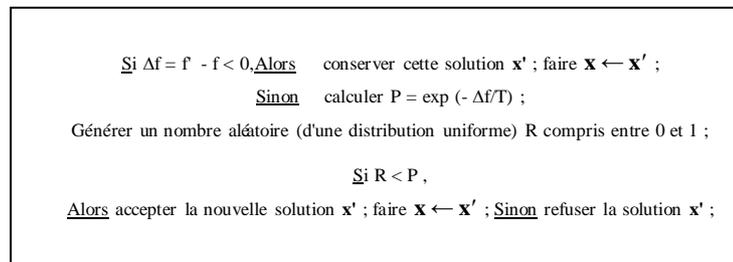


Figure III.1 Règle de Metropolis.

L'algorithme de Metropolis est le critère d'acceptation d'une configuration (ou solution) \mathbf{x}' du système construite en perturbant la configuration courante \mathbf{x} ($\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$). Il est présenté en figure III. 1 pour une "température" T donnée et en posant $f = f(\mathbf{x})$ et $f' = f(\mathbf{x}')$.

Le paramètre de contrôle T est la "température" du système.

À très haute température, tous les changements sont acceptés : l'algorithme équivaut alors à une marche aléatoire dans l'espace des configurations. À T finie, lorsque l'équilibre thermodynamique est atteint, la probabilité d'accepter une configuration \mathbf{x}_k est donnée par :

$$p(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{Z} \exp\left(\frac{-f(\mathbf{x}_k)}{T}\right) \text{ avec } Z = \sum_k \exp\left(\frac{-f(\mathbf{x}_k)}{T}\right).$$

Cette distribution de Boltzman est modulée par la distribution des états, si celle-ci n'est pas uniforme. Lorsque la température est abaissée suffisamment lentement pour que l'équilibre thermodynamique soit maintenu, le processus se traduit par une augmentation du poids des configurations de basse énergie. Nous présentons dans la figure suivante l'algorithme du recuit simulé.

- 1) Choisir, aléatoirement, une solution initiale x du système à optimiser et évaluer la valeur de la fonction objectif $f = f(x)$;
- 2) Choisir une température initiale "élevée" T .
- 3) Perturber cette solution pour obtenir une nouvelle solution $x' = x + \Delta x$;
- 4) Calculer $\Delta f = f(x') - f(x)$;
- 5) Accepter ou refuser la solution x' , en appliquant une certaine "règle d'acceptation" (généralement, la règle de Metropolis, décrite en Figure 2) ;
- 6) Sauver le meilleur point rencontré ;
- 7) Si l'"équilibre thermodynamique" du système à la température T est atteint,
Alors abaisser légèrement la température T ;
Sinon Aller à l'étape 3) ;
- 8) Si le "système est figé" (par exemple, la température T est inférieure à une température seuil voisine de 0),
Alors Aller à l'étape 9) ;
Sinon Aller à l'étape 3) ;
- 9) Solution = meilleur point trouvé ; Arrêt du programme.

Figure III.2 Algorithme du recuit simulé

L'originalité de cet algorithme se situe dans l'étape 5. En effet, dans les méthodes classiques, on ne peut accepter aucune perturbation qui provoque une dégradation du système. Ici une telle perturbation peut être acceptée avec une probabilité $p = \exp((-f(x') - f(x))/T)$

La présentation rapide que nous venons de faire du recuit simulé permet d'introduire plus loin ses variantes.

Différentes versions du recuit simulé ont été proposées dans la littérature pour l'optimisation de problèmes à variables continues. Elles diffèrent par la stratégie de discrétisation, définie par les éléments suivants :

- la fréquence de changement du pas ;
- la fréquence de variation du pas ;
- la loi de calcul du mouvement d'une variable.

Dans [G. Berthiau (1994)], les 5 principales méthodes publiées sont inventoriées ci-dessous :

- la méthode de Cerny [V. Cerny (1985)] ;
- la méthode de Corana et al. [A. Corana (1987)] ;
- la méthode de Vanderbilt et al. [D. Vanderbilt et S.G. Louie (1984)] ;

- la méthode du “recuit simulé généralisé” de Bohachevski et al. [I.O. Bohachevsky (1986)] ;
- la méthode de Catthoor et al. [F. Catthoor (1988)].

La méthode élaborée par les auteurs de cet article est présentée en détail dans [P. Siarry (1997)]. Elle a été mise au point empiriquement au moyen d'une batterie de fonctions analytiques [K. Schittkowski et W. Hock (1988)], dont les minimums locaux et globaux sont connus. Cette méthode a été appliquée notamment en électronique, d'une part, pour la conception de circuits, d'autre part, pour la caractérisation de modèles de composants.

La méthode Tabou

La méthode de recherche Tabou (“Tabu Search”), mise au point par Glover, est une technique récente d'optimisation combinatoire. Plusieurs auteurs la présentent comme une alternative au recuit simulé. D'autres ont souligné l'intérêt d'une combinaison de la technique Tabou avec le recuit simulé; Glover préconise ce type de combinaison, qu'il considère comme l'une des finalités de la stratégie Tabou.

Comme le recuit simulé, la méthode Tabou est conçue en vue de surmonter les minimums locaux de la fonction objectif. Nous en décrivons succinctement le principe.

À partir d'une configuration initiale quelconque, Tabou engendre une succession de configurations qui doit aboutir à la configuration optimale. À chaque itération, le mécanisme de passage d'une configuration, soit « s », à la suivante, soit « t », est le suivant:

- on construit l'ensemble des “voisins” de « s », c'est à dire l'ensemble des configurations accessibles en un seul mouvement élémentaire à partir de « s »

(si cet ensemble est trop vaste, on en extrait aléatoirement un sous-ensemble de taille fixée) : soit $V(s)$ l'ensemble (ou le sous-ensemble) envisagé;

- on évalue la fonction objectif « f » du problème pour chacune des configurations appartenant à $V(s)$. La configuration t, qui succède à s dans la chaîne de Markov construite par Tabou, est la configuration de $V(s)$ en laquelle « f » prend sa valeur minimale.

- 1) Choisir, aléatoirement, une solution initiale \mathbf{x} du système à optimiser et évaluer la valeur de la fonction objectif $f = f(\mathbf{x})$;
- 2) Faire n fois :Perturber la solution \mathbf{x} pour obtenir une nouvelle solution \mathbf{x}' ;
(Si le mouvement de \mathbf{x} à $\mathbf{x}' \in$ « Liste-tabou », Alors effectuer une autre perturbation de \mathbf{x})
Evaluer la valeur de f au point \mathbf{x}' ; Fin faire ;
- 3) Accepter le meilleur point \mathbf{x}' parmi les n points voisins obtenus ; faire $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}'$;
- 4) Mettre le mouvement inverse du mouvement effectué dans « Liste-tabou » (à la place du plus ancien élément de cette liste) ;
- 5) Sauver le meilleur point rencontré ;
- 6) Si pas d'amélioration depuis m itérations, Alors Aller à l'étape 7) ;
Sinon Aller en 2) ;
- 7) Solution = meilleur point trouvé ; Arrêt du programme.

Figure III.3 Algorithme de la méthode Tabou simple

Notons que la configuration « t » est adoptée même si $f(t) > f(s)$: c'est grâce à cette particularité que Tabou permet d'éviter les minimums locaux de « f ».

Cependant, telle quelle la procédure ne fonctionne généralement pas, car il ya un risque important de retourner à une configuration déjà retenue lors d'une itération précédente, ce qui provoque l'apparition d'un cycle. Pour éviter ce phénomène, on tient à jour, à chaque itération, une "liste tabou" de mouvements interdits ; cette liste qui a donné son nom à la méthode, contient les mouvements inverses ($t \rightarrow s$) des m derniers mouvements ($s \rightarrow t$) effectués (typiquement, $m=7$).

La recherche du successeur de la configuration courante s est alors restreinte aux voisins de s qui peuvent être atteints sans utiliser un mouvement de la liste tabou. La procédure peut être stoppée dès que l'on a effectué un nombre donné d'itérations, sans améliorer la meilleure solution atteinte jusqu'ici.

L'algorithme ainsi décrit, représenté sur la figure III.3, est dit "Tabou simple". Selon De Werra [D.De Werra et al. (1989)], il serait plus efficace que le recuit simulé pour le problème modèle du "coloriage d'un graphe". Cependant, le mode de construction de la liste tabou – qui, pour une simple raison d'économie de place mémoire, contient des mouvements interdits, et non des configurations interdites peut bloquer l'accès à certaines solutions, pourtant non encore visitées. Pour éviter

cet inconvénient, on peut employer la méthode plus complexe dite “Tabou généralisée”, qui prévoit la possibilité d’annuler le statut tabou d’un mouvement, lorsque le bénéfice escompté est “suffisant” (cette circonstance est appréciée à l’aide de la notion de “niveau d’aspiration”, qui est précisée en détail dans les articles référencés).

En outre, dans la description de la méthode que nous avons faite jusqu’ici, l’usage de la mémoire se limite à un contrôle à court terme du déroulement de l’exploration. Dans une version plus complète, le rôle de la mémoire influence également le processus de recherche à long terme, grâce à deux nouveaux concepts:

L’intensification et la diversification, brièvement présentés maintenant.

L’intensification consiste à interrompre périodiquement et pour une durée limitée, le déroulement normal de l’algorithme, de façon à accentuer l’effort d’exploration dans certaines régions, identifiées comme particulièrement prometteuses. On peut, par exemple, retourner à l’une des meilleures solutions rencontrées jusqu’ici, puis reprendre l’exploration à partir de cette solution, en “fouillant” davantage l’espace des solutions : à cet effet, certains préconisent de réduire la longueur de la liste tabou utilisée ; d’autres élargissent le voisinage évalué à chaque itération ; d’autres encore font appel à un algorithme de descente locale, notamment la méthode du “simplex” [Nelder et Mead (1965)], qui permet d’affiner rapidement la solution analysée.

La diversification est le concept inverse de l’intensification. L’objectif visé est de réorienter la recherche vers des régions de l’espace où elle n’est pas encore allée (ou trop peu souvent), afin d’éviter de laisser de grandes régions totalement inexplorées. Une procédure élémentaire consiste à interrompre périodiquement le déroulement normal de l’algorithme, pour le reprendre à partir d’une nouvelle solution choisie au hasard. Gendreau et al (1994) ont proposé une “diversification continue”, qui consiste à favoriser, tout au long de l’exploration, les caractéristiques rencontrées rarement. D’autres auteurs ont proposé de “relaxer” certaines contraintes d’admissibilité des solutions d’un problème, de manière à aplanir le paysage de l’espace des solutions et de faciliter l’accès à des régions nouvelles.

Cunha et Ribeiro (2004) développent un algorithme de recherche de tabou pour la même formulation que Cunha et Sousa (1999). La recherche Tabou est une procédure heuristique de niveau supérieur en fonction des processus de la mémoire humaine. Cette technique est conçue pour guider d’autres méthodes afin d’échapper au piège de l’optimalité locale (Glover,1990). Maier et al. (2003) et

Zecchin et al. (2005) appliquent une optimisation de colonie de fourmis pour le problème de conception des réseaux de distribution d'eau potable.

Dans ces modèles, le coût est pris comme une fonction linéaire de la longueur des tuyaux. L'information du phéromone est modifiée en utilisant un facteur de pénalité de phéromone pour rejeter les choix qui résultent des contraintes hydrauliques non respectées.

Il permet de proposer des moyens d'adapter cette technique d'optimisation combinatoire aux problèmes à variables continues posés, par exemple, par l'optimisation des circuits. La difficulté principale se trouve dans l'adaptation du statut "tabou" d'un mouvement, ainsi que dans la définition du voisinage d'une solution. En effet, ces deux concepts sont élémentaires dans le cas discret, mais ne sont pas aisément transposables au cas continu. Les résultats publiés, relatifs à l'optimisation par des méthodes de type "Tabou simple" de fonctions analytiques de test, sont peu convaincants en comparaison du recuit simulé.

Les algorithmes génétiques

Les principes fondamentaux des algorithmes génétiques ont été exposés par Holland. Leur implémentation informatique a été expérimentée par Goldberg. Il s'agit d'une technique de recherche globale qui imite des opérateurs génétiques naturels. Des opérateurs inspirés par le mécanisme de la sélection naturelle (qui détermine quels membres d'une population survivent et se reproduisent) et de la reproduction sexuée (qui assure le brassage et la recombinaison des gènes parentaux, pour former des descendants aux potentialités nouvelles) sont appliqués à une population de tableaux binaires codant l'espace des paramètres.

Une population initiale de N individus est aléatoirement choisie, un individu correspond à une solution possible du problème posé. Les opérateurs génétiques sont appliqués à cette population afin de créer des enfants à partir de parents. La nouvelle population, appelée la génération suivante, est constituée en sélectionnant les N meilleurs individus. En itérant ce processus, on enrichit successivement la population avec des individus plus efficaces. À chaque génération, l'algorithme explore des domaines différents de l'espace des paramètres et dirige alors la recherche vers les régions où une haute probabilité de trouver une meilleure performance existe.

Les algorithmes génétiques convergent globalement à partir d'une population initiale déterminée aléatoirement. Ils sont intrinsèquement parallèles. En effet, toutes les chaînes ou individus dans une population évoluent simultanément sans

coordination centrale. Pour réaliser leur plein potentiel, les algorithmes génétiques gagnent à être implémentés sur des architectures informatiques parallèles.

Les différentes étapes : population initiale, reproduction, et sélection sont présentés dans la figure suivante :

- 1) Choisir, au hasard, une population initiale composée de n éléments codés ;
- 2) Phase de reproduction : générer m fils à l'aide des opérateurs de croisement et de mutation ;
- 3) Evaluer f en chacun des individus ;
- 4) Phase de sélection: prendre les n meilleurs éléments parmi les $m+n$ éléments (Population initiale et fils) pour composer la génération suivante ;
- 5) Sauver le meilleur élément rencontré ;
- 6) Si le nombre de générations maximal n'est pas atteint, Alors Aller en 2) ;
- 7) Solution = meilleur point trouvé ; Arrêt du programme.

Figure III.4. Principe d'un algorithme génétique

Le principal opérateur agissant sur la population de parents est le croisement ou "crossover", qui est appliqué avec une certaine probabilité, appelée taux de croisement (typiquement, $P_c = 80\%$). Pour appliquer cet opérateur, deux chaînes de la population courante sont tirées au hasard et coupées entre deux bits aléatoirement choisis sur les chaînes. Les nouvelles chaînes sont alors créées en interchangeant les différentes parties de chaque chaîne : ceci est représenté par la figure III.5 sur des variables (ou individus) codées sur 5 bits. Du fait du mécanisme expliqué plus loin, cet opérateur permet de diriger la recherche vers des régions de l'espace d'étude meilleures en utilisant la connaissance déjà présente dans la population courante.

Le second opérateur est la mutation. Il permet d'introduire de nouvelles informations dans la population. Cet opérateur est appliqué avec une certaine probabilité, appelée taux de mutation (typiquement, $P_m = 5$ à 10%). Un lancé de dé est effectué pour chaque bit de la population courante afin de savoir si la mutation doit être exécutée sur le bit en question : ceci est représenté par la figure III.6 sur un individu codé sur 4 bits.

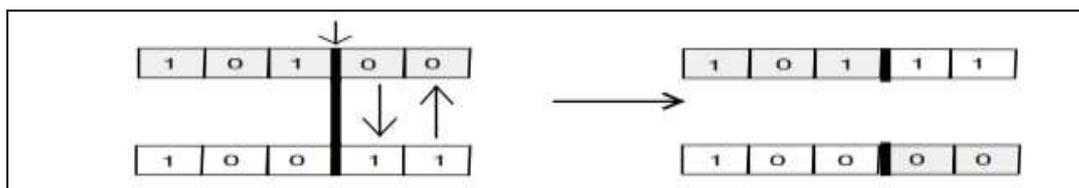


Figure III.5 L'opérateur de croisement

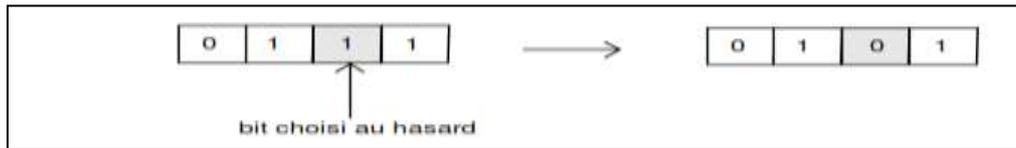


Figure III.6 L'opérateur de mutation

Alors, la nouvelle génération est constituée par les meilleurs éléments sélectionnés dans l'ensemble "ancienne population et fils créés". Le nombre d'éléments de la nouvelle génération doit être égal à la taille de la population de départ.

Les algorithmes génétiques (AG) ont fait l'objet d'une étude faite par Simpson et al. (1994) dans le but de concevoir un réseau de distribution optimale avec des tuyaux et des réservoirs. Les AG utilisent des concepts de la génétique des populations et la théorie de l'évolution pour construire des algorithmes qui tentent d'optimiser l'aptitude d'une population d'éléments par recombinaison et mutation de leurs gènes (Hollande, 1975).

Trois conditions de chargement ainsi que des contraintes de pression minimales au niveau des nœuds sont considérés. Les diamètres des tuyaux sont choisis parmi un ensemble de tailles de canalisations défini. L'ensemble des variables de décision, les diamètres de tuyaux, sont assignés d'un code binaire. Le codage binaire représente les options pour chacune des variables de décision. Les algorithmes génétiques comprennent trois simples opérateurs ; la reproduction, le croisement et la mutation.

Dandy et al. (1996) fournissent un AG amélioré pour l'optimisation du réseau de canalisations. L'AG amélioré utilise la puissance de la variable mise à l'échelle de la fonction première de remise en forme.

$$f'_i = f_i^n$$

Où l'exposant "n" augmente à mesure que l'AG se développe.

Ceci est une caractéristique essentielle de la formulation AG améliorée et contribue à maintenir la compétitivité dans la recherche des AG. Il est démontré que l'amélioration de l'AG est nettement plus performante que le simple AG et toutes les autres techniques d'optimisation traditionnelles. Montesinos et al. (1999) proposent également un AG modifié où, à chaque génération, un nombre constant de solutions est éliminé. Ceux sélectionnés sont classés par croisement et

les nouvelles solutions sont autorisées à subir une mutation au maximum. Ces modifications augmentent la convergence de l'algorithme.

Halhal et al. (1997) appliquent des algorithmes génétiques compliqués (SMGA) pour la remise en état, le remplacement et l'expansion d'un réseau de distribution avec des tuyaux et des réservoirs. SMGA est basé sur le processus de l'évolution

$$\begin{aligned} \max \quad & f(i) = \sum_{t=1}^N w(t) \text{benefit}(i, t) \\ \min \quad & F(i) = \sum_{t=1}^N PV(\text{cost}(i, t)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{t=1}^N PV(\text{cost}(i, t)) \end{aligned}$$

naturelle des formes de vie complexes à partir d'organismes unicellulaires. La procédure commence par une énumération complète de tous les éléments simples pour former une population initiale. Les éléments de la population initiale sont ajoutés pour former une nouvelle population avec des chaînes plus longues à travers un processus appelé concaténation. Le problème est formulé comme un problème d'optimisation multi-objectif où l'avantage du coût est pris comme double objectif dans le cadre des contraintes budgétaires.

Où $\text{cost}(i, t)$ est l'avantage de la solution « i » de l'année « t », $PV(\text{cost}(i, t))$ est la valeur actuelle du coût des opérations de réhabilitation de la solution « i » dans l'année « t », le budget est le fonds total, « N » est la période de planification au cours des années. $w(t)$ est un facteur de pondération qui favorise une amélioration rapide du système en prenant en considération les aspects environnementaux et sociaux.

Les avantages considérés sont dus à l'amélioration des pressions nodales, la réduction des coûts de réparation, l'augmentation de la flexibilité, et l'amélioration de la qualité. Les résultats obtenus sont comparés avec l'AG traditionnel et SMGA ont montré de meilleures performances que l'AG traditionnel. Walters et al. (1999) ont étendu le modèle de Halhal et al. (1997) en incluant le dimensionnement et l'exploitation des réservoirs de stockage et les installations de pompage comme variables de décision. Halhal et al. (1999) appliquent le SMGA pour la conception optimale et la planification des investissements pour la réhabilitation d'un réseau de distribution.

Les modèles cités ci-dessus utilisent des AG pour les réseaux de distribution de petite longueur. Wu et Simpson (2001) appliquent les AG pour les réseaux de distribution à grande échelle contenant des tuyaux, réservoirs, vannes et pompes. Un AG compliqué est utilisé pour améliorer l'efficacité de la procédure d'optimisation. Un solveur de réseau est intégré à l'optimiseur AG, comme dans

Lansey et Mays (1989), pour résoudre les équations hydrauliques à chaque itération. Keedwell et Khu (2005) fournissent un AG hybride qui utilise une approche heuristique représentant les automates cellulaires pour fournir une bonne population initiale à l'algorithme génétique.

Tolson et al. (2004) présentent une approche qui relie AG avec la méthode de fiabilité du premier ordre (FORM) pour estimer avec précision la fiabilité de la capacité du réseau et en identifiant le nœud le plus critique dans le réseau. FORM estime la fiabilité d'un système, α , β par calcul qui peut être interprété comme la distance minimale entre la moyenne du point de n variables aléatoires et la surface de rupture. Ces n variables aléatoires influent sur la charge, la résistance et les performances du système. La limitation de la forme est les calculs répétitifs des dérivées de premier ordre et l'inversion des matrices, peuvent être informatiquement exigeant même pour les petits réseaux de distribution. L'incertitude dans les demandes nodales et les conditions de rugosité dans les tuyaux sont pris en considération.

Babayán et al. (2005) discutent de la conception des réseaux de distribution d'eau potable en utilisant un modèle AG avec incertitude de la demande en eau.

Le caractère aléatoire dans le système de ce modèle est du aux valeurs incertaines des demandes aux nœuds. L'objectif est de minimiser le coût initial avec un minimum de contraintes aux nœuds. Le modèle original stochastique est converti en un modèle déterministe avec une déviation standard comme mesure de variabilité naturelle. Le modèle déterministe est ensuite couplé avec un solveur AG pour trouver des solutions optimales.

Kapelan et al. (2005) ont intégré l'incertitude dans les demandes aux nœuds et des rugosités des canalisations dans le modèle d'optimisation multi-objectifs pour la conception d'un réseau de distribution. Les objectifs sont de minimiser le coût de la conception totale et de maximiser la robustesse du système. La robustesse du système est définie comme étant la probabilité de satisfaire simultanément les contraintes minimales de pression au niveau de tous les nœuds dans le réseau. Le problème est résolu en utilisant un algorithme de tri génétique robuste (RNSGAI). Dans RNSGAI, un petit nombre d'échantillons est utilisé pour chaque composition d'évaluation de la condition comparée à l'approche complète de l'échantillonnage.

Il est démontré que RNSGAI est capable d'identifier des solutions optimales tout en réduisant l'effort de calcul.

Dans l'état actuel de la théorie des algorithmes génétiques, il n'existe aucune garantie que la méthode découvre, en un temps fini, la solution optimale. Les seuls résultats asymptotiques disponibles, obtenus à l'aide de la théorie des chaînes de

Markov, garantissent l'obtention de l'optimum global au bout d'un nombre infini de générations [G. Rudolph (1994)].

En outre, le succès de la méthode dépend beaucoup du codage des individus. Cette importance du codage peut s'expliquer de la manière suivante. Une chaîne de bits appartient à toutes les "régions" que ses bits définissent. Par exemple, la chaîne 1101 appartient aux régions 11**, *1*1, *101, etc. : Les * indiquent que la valeur du bit n'est pas spécifiée. Il en résulte qu'un algorithme génétique, qui manipule au total, typiquement, quelques milliers de chaînes, échantillonne en réalité un nombre bien supérieur de régions (en gros, le cube du nombre de chaînes [D.E. Goldberg (1989)] : c'est ce que Holland appelle le "parallélisme implicite").

Chaque région de l'espace des solutions est caractérisée par un "motif" (par exemple 11**), qui dépend du codage choisi ; ce motif possède un "ordre" (le nombre de bits spécifiés) et une "longueur" (la distance entre le premier et le dernier bit spécifié).

L'efficacité d'un algorithme génétique est fonction des motifs associés aux bonnes régions (aux régions qui contiennent une proportion élevée de "bonnes" solutions) : plus ces motifs sont courts et compacts, mieux l'algorithme fonctionne.

En effet, lorsqu'une chaîne située dans une "bonne" région prend part à un croisement, le motif associé à cette région a peu de chances d'être coupé, s'il est court : le plus souvent, il est transmis au descendant, qui se retrouve alors dans la même région ; comme il s'agit d'une "bonne" région, le parent et son descendant ont de grandes chances d'appartenir à la génération suivante, et d'être sélectionnés pour la reproduction, ce qui amorce une réaction en chaîne.

Il est constaté que, d'une génération à une autre, la répétition des croisements accroît exponentiellement le nombre de chaînes testées dans une "bonne" région, lorsque l'ordre et la longueur du motif de cette région sont "suffisamment" petits par rapport à la longueur des chaînes ("théorème fondamental" des algorithmes génétiques [D.E. Goldberg (1989)]).

En multipliant ainsi les chaînes testées dans les "bonnes" régions, l'algorithme accroît évidemment les chances de trouver la solution optimale recherchée, qui correspond au regroupement, dans une même chaîne, des "bons" motifs précédents, dénommés "blocs de construction".

Néanmoins, ces considérations théoriques ont des conséquences opérationnelles limitées : en pratique, le choix du codage relève encore plus souvent de l'art que de la science. Dans les problèmes combinatoires, le codage est souvent suggéré par la

nature même du problème, et induit ainsi des performances inégales pour les algorithmes génétiques.

Peu de travaux publiés jusqu'ici concernent l'optimisation de fonctions à n variables continues. Les plus connus sont ceux de Michalewicz et al. (1996), qui ont développés les codes GENOCOP, GENOCOP II et GENOCOP III, pour l'optimisation globale avec contraintes.

Le premier objectif est le choix d'un codage approprié, indépendant de l'application. Chaque "individu" est, ici, un vecteur à n composantes réelles : la chaîne de bits correspondante est construite simplement par concaténation de n mots binaires respectivement associés aux n coordonnées. Se posent alors un problème de précision (paramètres réels représentés par des mots binaires), et surtout un problème de choix d'un code binaire (entiers représentés par des mots binaires).

III-4 Résumé et projection des recherches futures

Un modèle idéal devrait être en mesure de prendre en charge la conception des tuyaux, leurs diamètres, leurs emplacements, l'emplacement et la capacité des réservoirs, leurs types, le type de fonctionnement des pompes et leurs emplacements, ainsi que les différents types et paramètres des vannes.

Un bon modèle devrait également intégrer toutes les complexités supplémentaires telles que l'incertitude de la demande, la qualité de l'eau, etc.

Dans ce chapitre, divers modèles réussis ont été examinés, mais aucun des modèles existants n'est en mesure d'incorporer toutes les exigences de conception. Les premiers modèles développés pour la conception d'un réseau ramifié utilisent des méthodes d'optimisation traditionnelles comme la programmation linéaire (LP), programmation non linéaire (NLP), et la programmation dynamique (DP), et se concentre principalement sur la conception à moindre coût, sans prendre en compte les complexités supplémentaires. Ceux-ci peuvent être des modèles raisonnables pour la conception des réseaux ramifiés, sachant que les systèmes ramifiés sont principalement utilisés pour l'approvisionnement en eau en milieu rural et industriel.

Cependant, comme mentionné précédemment, les réseaux mailles sont plus fréquents et présentent de meilleurs avantages que les réseaux ramifiés.

Les modèles de Jacoby (1968) et Watanatada (1973) utilisent des formulations PNL pour résoudre des modèles de conception en réseau maillé. Shamir (1974), et Lansley Mays (1989), et Varma et al. (1997) utilisent une technique de

décomposition pour résoudre la formulation PNL, avec un solveur réseau résolvant les équations hydrauliques. Alperovits et Shamir (1977) proposent la méthode du gradient de programmation linéaire (GPL) pour la conception optimale d'un réseau maillé. L'approche est similaire aux méthodes d'optimisation paramétrique où le débit dans le réseau est considéré comme un paramètre. Quindry et al. (1981), Fujiwara et al. (1987), et Fujiwara et Silva (1990) ont étendus le modèle d'Alperovits et Shamir (1977) en utilisant différentes variables de décision et les algorithmes de recherche. Ces modèles nécessitent la dérivabilité de la fonction objectif. Cependant, dans la réalité, la fonction objectif peut être dérivable. Cette question est abordée par Eiger et al. (1994).

Toute formulation du problème qui est assez réaliste pour être utile est non linéaire et non convexe. La non convexité de la fonction objectif signifie qu'il est plus difficile de trouver un optimum global. Eiger et al. (1994) et Sherali et al. (1998) prennent en considération l'hypothèse de non convexité afin d'obtenir une limite inférieure pour vérifier la qualité de la solution. D'autres recherches devraient être poursuivies pour élaborer des procédures d'optimisation globale et efficaces pour trouver une solution globalement optimale pour les problèmes de programmation non convexes qui inclut des difficultés supplémentaires. Tous ces modèles tiennent compte des aspects mathématiques du problème d'optimisation et ne prennent donc pas en compte les complexités supplémentaires qui sont nécessaires pour la mise en œuvre pratique des modèles. Par conséquent, les modèles d'optimisation les plus récents ont commencé à se concentrer sur ces complexités supplémentaires.

La conception optimale a été étudiée par Rowell et Barnes (1982) et Morgan et Goulter (1985). Goulter et Charbons (1986), Goulter et Bouchart (1990), et Bouchart et Goulter (1991) portent sur l'exigence de fiabilité sous condition unique de chargement dans le problème de conception. Su et al. (1987) étend les exigences de fiabilité sous plusieurs conditions de mise en charge. L'utilisation de l'entropie comme mesure de fiabilité a été démontrée par de nombreux chercheurs. Awumah et al. (1990) proposent l'utilisation de la fonction d'entropie de Shannon en tant que mesure de substitution de la fiabilité des réseaux de distribution d'eau.

Kim et Mays (1994) et Luong et Nagarur (2001) proposent la réadaptation optimale des réseaux existants. La complexité croissante des modèles de conception a rendu difficile les résultats à l'aide des problèmes d'optimisation classiques. Dans de vrais problèmes, il devient extrêmement difficile d'inverser les matrices (en LP) ou gradients de calcul (en PNL). En outre, la formulation LP, comme dans Alperovits et Shamir (1977), calcule les solutions qui se compose d'un

ou de plusieurs tronçons de conduite de tailles différentes entre chaque paire de nœuds. Ils sont connus comme des solutions « split-pipe ». Ce type de solution est impossible à mettre en œuvre dans la pratique. De même, dans la formulation PNL, les exigences de différentiabilité exigent que les diamètres des tuyaux doivent être des variables continues.

Récemment, l'objet de la recherche dans ce domaine s'est orienté vers les méthodes d'optimisation méta-heuristiques comme les algorithmes génétiques (GA), la recherche taboue, recuit simulé, l'optimisation de colonie de fourmis, etc. Simpson et al. (1994) mettent en évidence les AG pour sous de multiples conditions de chargements. Dandy et al. (1996) et Halhal et al. (1997) fournissent une meilleure approche basée sur les AG pour le problème de conception de Simpson et al. (1994).

Wu et Simpson (2001) utilisent une technique de composition similaire à Lansey et Mays (1989), pour appliquer des algorithmes génétiques aux grands réseaux. Tolson et al. (2004) et Babayan et al. (2005) étendent les modèles des AG précédents en incorporant l'incertitude de la demande au niveau des nœuds dans les modèles d'optimisation.

Kapelan et al. (2005) utilisent le coût de conception minimum pour un maximum de robustesse et les considèrent comme un double critère dans une formulation de conception multi-objectifs. La robustesse est définie comme étant la probabilité que la pression au niveau de tous les nœuds du réseau soit simultanément égale ou supérieur aux exigences de pression minimum correspondant à ce nœud. D'autres méthodes d'optimisation méta-heuristiques sont utilisées dans la conception des réseaux, on peut citer le recuit simulé (Cunha et Sousa (1999, 2001), et Loganathan et al (1995).); la recherche de tabu (Cunha et Ribeiro (2004)); optimisation de colonie de fourmis (Maier et al (2003) et Zecchin et al (2005)); (Broad et al (2005) métamodèles); et l'algorithme mélangé des sauts de grenouilles (Eusuff et Lansey (2003)).

Conclusion

Cet état de l'art décrit les principales approches classiques et heuristiques récentes des méthodes de résolution d'un problème d'optimisation, il permet également de mesurer la difficulté à laquelle est confronté l'utilisateur, face à un problème d'optimisation concret, et qui se résume au choix d'une méthode efficace, capable de produire une solution optimale ou de qualité acceptable, au prix d'un temps de calcul raisonnable. Cette difficulté s'accroît encore quand il est nécessaire d'adapter les méthodes existantes, en particulier pour tenir compte de la nature mixte –combinatoire et continue du nombre de problèmes et de contraintes posées.

Face à ce souci de l'utilisateur la théorie n'est pas d'un grand secours, car les théorèmes de convergence sont souvent inexistantes, ou applicables sous des hypothèses très restrictives. En outre, le réglage "optimal" des multiples paramètres d'une heuristique, qui peut être préconisé par la théorie, est souvent inapplicable en pratique, car elle induit un coût de calcul prohibitif.

La comparaison systématique entre les différentes approches disponibles, lorsqu'elle est abordée dans la littérature, doit se limiter à des problèmes de test idéalisés.

Pour toutes ces raisons, le choix d'une "bonne" méthode fait généralement appel au savoir-faire et à l'expérience de l'utilisateur, plutôt qu'à l'application stricte des règles bien établies.

Mentionnons une nouvelle multiplication de possibilités, avec l'émergence de méthodes hybrides, qui s'efforcent de tirer avantage de la coopération de plusieurs méthodes, par exemple le recuit simulé pour localiser la "bonne vallée", suivi d'une descente de gradient pour affiner la solution.

Une voie de recherche prometteuse est ouverte avec le développement de "systèmes multi-agents", qui seraient capables de puiser eux-mêmes dans la boîte des outils disponibles, de façon à améliorer la progression vers l'optimum, au gré des difficultés rencontrées.

Chapitre IV

Chapitre IV. Applications

Introduction

Dans le but de comparer les résultats obtenus par les programmes élaborés, aux résultats des travaux de recherches antérieurs, un réseau dit "réseau académique" traité par plusieurs chercheurs a été choisi comme réseau de référence.

Une simulation sous le logiciel WaterGems a été effectuée dans le but de faire sortir une solution de conception optimale à moindre coût, basée sur les algorithmes génétiques.

Les résultats du modèle d'optimisation sous WaterGems ont ensuite été comparés aux résultats d'autres recherches qui utilisent des logiciels et des méthodes d'optimisation différentes.

Une étude comparative des différentes méthodes d'optimisation utilisées a donc été effectuée (méthode de Featherstone et El Djumaily, méthode du gradient du programme linéaire, la méthode mixte et la méthode des algorithmes génétiques). Elle repose sur les expériences appliquées sur le réseau de référence.

IV.1 Choix et présentation du logiciel WaterGems

Nous avons choisi d'effectuer la simulation sous le logiciel WaterGems sous la licence Bentley WaterGEMS V8i (SELECTseries 5) N°08110319

WaterGEMS est une solution complète et conviviale de modélisation hydraulique et de la qualité de l'eau pour les systèmes de distribution d'eau. Outre son interopérabilité avancée, WaterGEMS offre des outils de gestion d'actifs d'optimisation et de création de modèles sophistiqués. C'est une application multi-plate-forme, elle s'exécute sans restriction sur quatre plates-formes : Autonome, Microstation, AutoCAD ou ArcGIS. Depuis les analyses de concentration en constituants jusqu'à la gestion des coûts et de la consommation énergétique WaterGEMS aide les ingénieurs à analyser, concevoir et optimiser des systèmes de distribution d'eau. Pour la gestion de leurs infrastructures de distribution d'eau, les services publics, les municipalités et les bureaux d'étude font confiance à WaterGEMS, un outil fiable et économique qui facilite la prise de décisions. WaterGEMS offre des analyses hydrauliques d'une grande fiabilité, une gestion pratique du

modèle, des outils d'interprétation des résultats et une convivialité exceptionnelle.

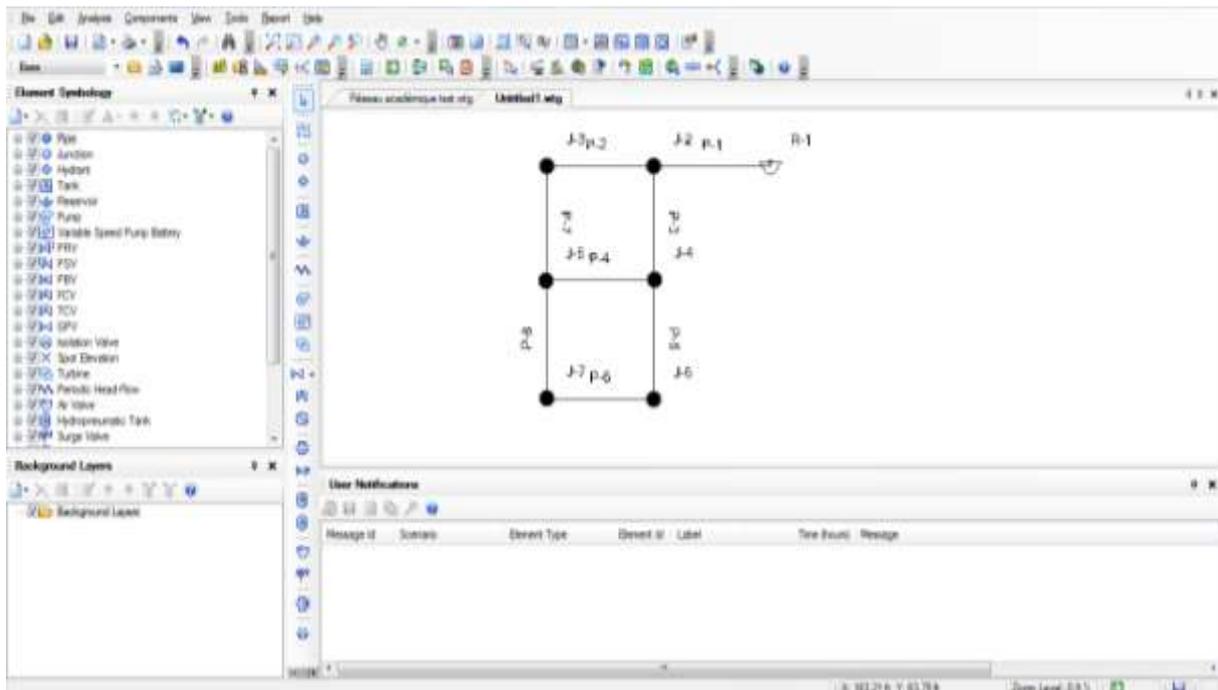


Figure IV.1 Réseau de référence modélisé sous WaterGems

IV.2 Validation des programmes

IV-2.1. Données du réseau académique

Le réseau académique, tel qu'il a été présenté par Alperovits et Shamir [ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U (1979)], est composé de 8 conduites connectées entre elles, formant 2 mailles et 7 nœuds. Le nœud 1 est un réservoir. (Figure IV.2).

Le tableau suivant comporte Les données correspondantes au réseau de référence d'après l'article Alperovits et Shamir [ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U (1979)]. La pression minimale exigée est de 30(m). Pour la vitesse, elle doit être comprise entre 0.3 et 2.4 (m/s).

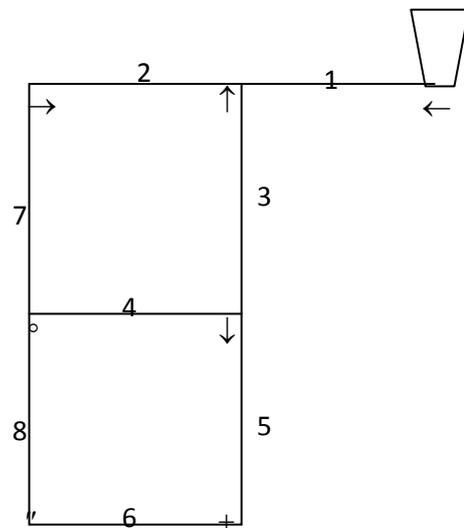


Figure IV.2 : Tracé du réseau académique

Le tableau ci-dessous illustre les données d'entrée du réseau de référence dit « réseau académique » :

Tableau IV.1 Les Données du réseau de référence

Données des conduites					Données des nœuds			Gamme commerciale			
N°	No	Nd	Chw	Long (m)	Nœud	Consommation (m ³ /h)	Elévation (m)	D (in)	Coût (DZD)	D (In)	Coût (DZD)
1	1	2	130	1000	1	1120,0	210	1	219	12	5481
2	2	3	130	1000	2	100,0	150	2	548	14	6577
3	2	4	130	1000	3	100,0	160	3	877	16	9865
4	4	5	130	1000	4	120,0	155	4	1206	18	14250
5	4	6	130	1000	5	270,0	150	6	1754	20	18634
6	6	7	130	1000	6	330,0	165	8	2521	22	32884
7	3	5	130	1000	7	200,0	160	10	3508	24	60287
8	7	5	130	1000							

Le tableau ci-dessous illustre les données d'entrée du réseau de référence modélisé sous WaterGems :

Tableau IV.2 Les Données du réseau de référence modélisé sous WaterGems

Données des conduites					Données des nœuds			Diamètre d'entrée
N°	No	Nd	Chw	Long (m)	Nœud	Consommation (m ³ /h)	Elévation (m)	D (in)
1	1	2	130	1000	1	1120,0	210	18
2	2	3	130	1000	2	100,0	150	14
3	2	4	130	1000	3	100,0	160	16
4	4	5	130	1000	4	120,0	155	1
5	4	6	130	1000	5	270,0	150	12
6	6	7	130	1000	6	330,0	165	1
7	3	5	130	1000	7	200,0	160	14
8	7	5	130	1000				12

IV-2.2. Analyse des résultats d'optimisation obtenus par la méthode des algorithmes génétiques :

Le tableau suivant donne les résultats obtenus par la méthode des algorithmes génétiques sous WaterGems :

Tableau IV.3 Résultats de la simulation sous WaterGems

Données des conduites					Données des nœuds			Diamètre d'entrée	
N	V (m/s)	V _{min} (m/s)	V _{max} (m/s)	Q (m ³ /h)	Nœud	Consommation (m ³ /h)	Pression (m)	D (in)	Prix (DZD)
1	1,53	0,3	2,44	1120	1	1120,0	-	20	18634210
2	2,02	0,3	2,44	368,3	2	100,0	55	10	3507616
3	1,40	0,3	2,44	651,7	3	100,0	30	16	9865170
4	0,58	0,3	2,44	1,06	4	120,0	46	1	219226
5	1,48	0,3	2,44	530,6	5	270,0	30	14	6576780
6	1,10	0,3	2,44	200,6	6	330,0	32	10	3507616
7	1,47	0,3	2,44	268,3	7	200,0	30	10	3507616
8	0,35	0,3	2,44	0,63	Coût Total = 46 037 460 DZD			1	219226

La simulation sous WaterGems a donné des résultats assez convaincants avec des vitesses variant entre 0,35m/s et 1,53 m/s qui respectent donc les limites admissibles.

Quant aux pressions aux nœuds, il est constaté une variation entre 30m et 50m sur l'ensemble des nœuds du réseau.

Ceci signifie que le réseau académique optimisé sous WaterGems respecte parfaitement les conditions de fonctionnement hydraulique.

Le prix total de conception s'élève à 46 037 460 DZD .

IV-2.3. Vérification des résultats d'équilibrage à l'aide du logiciel Epanet :

Une fois avoir optimisé le dimensionnement du réseau de référence sous WaterGems , nous avons procédé à une simulation sous Epanet pour vérifier la fiabilité des résultats .

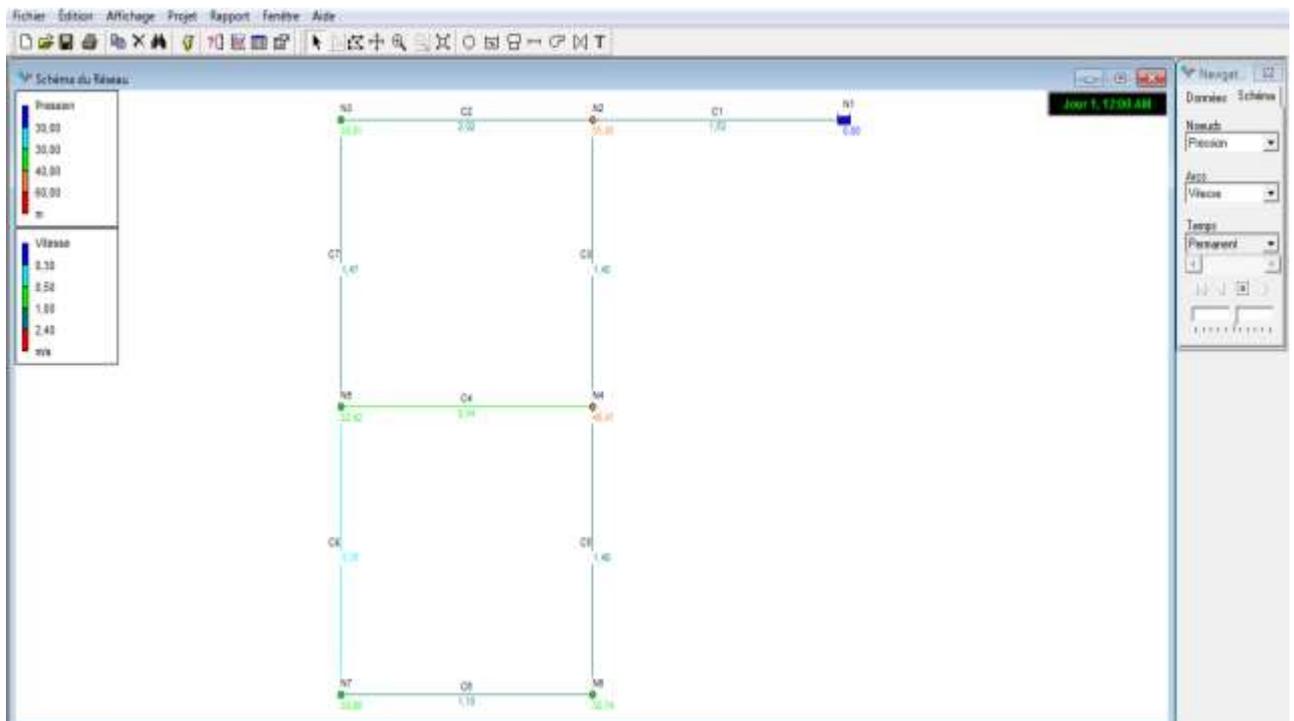


Figure IV.1 Réseau de référence modélisé sous Epanet

Le tableau ci-dessous donne les résultats de la simulation sous Epanet du réseau de référence (réseau académique) :

Tableau IV.4 Comparaison des Résultats de la simulation WaterGems/Epanet

Données des conduites				Données des nœuds	
N°	Vitesse Epanet (m/s)	Vitesse WaterGems (m/s)	Nœud	Pression Epanet (m)	Pression WaterGems (m)
1	1,53	1,53	1	-	-
2	2,02	2,02	2	55,89	55
3	1,40	1,4	3	30,81	30
4	0,54	0,58	4	46,47	46
5	1,48	1,48	5	30,74	30
6	1,10	1,10	6	32,42	32
7	1,47	1,47	7	30,85	30
8	0,35	0,35			

On constate une similitude des résultats d'équilibrage quasi identique pour les deux logiciels de simulation, ce qui signifie que les résultats obtenus par WaterGems sont fiables.

IV-3. Comparaison entre les résultats obtenus par les algorithmes génétiques et ceux obtenus par Alperovits et Shamir :

Le tableau ci-dessous compare entre les résultats obtenus par ALPEROVITS, T., & SHAMIR (1977) et ceux obtenus par les algorithmes génétiques à l'aide du logiciel WaterGems :

Tableau IV.5 Résultats finaux des diamètres optimisés obtenus par WaterGems et par Alperovits et Shamir

N°	Résultats des conduites						Résultats aux nœuds		
	WaterGems			Alperovits & Shamir[1]			Nœud	AG	Alperovits
	D(in)	Q(l/s)	V(m/s)	D(in)	Q(l/s)	V(m/s)		Pression(m)	Pression(m)
1	20	311,1	1,53	18	311.08	1.89	1	--	--
2	10	102,3	2,02	8	65.04	2.01	2	55	53.19
3	16	181	1,4	16	218.27	1.68	3	30	23.64
4	1	0,28	0,58	4	15.78	1.95	4	46	41.91
5	14	147,4	1,48	16	169.16	1.30	5	30	5.31
6	10	55,75	1,10	8	77.50	2.39	6	32	27.99
7	10	74,53	1,47	6	37.27	2.04	7	30	5.95
8	1	0,19	0,35	6	21.95	1.20			
Coût	46 037 460 DZD			43 735 587 DZD					

L'équilibrage de la variante proposée par Alperovits et Shamir (Tableau IV.5) permet de conclure que la répartition des diamètres proposée, conduit à un système défaillant (les pressions aux nœuds 5 et 7 sont très faibles). Contrairement à la variante obtenue par le logiciel WaterGems qui donne des résultats acceptables du point de vue hydraulique, en vérifiant toutes les conditions de pression et de vitesse. La variante optimale tend à réduire au maximum les diamètres et à diminuer la pression. Les pressions obtenues par le processus d'optimisation, correspondent donc à la répartition de pression la plus réduite possible.

IV-4. Analyse des résultats obtenus par d'autres méthodes utilisées

Dans le tableau IV.6, sont donnés les résultats d'équilibrage des variantes de diamètres obtenues par les différentes méthodes d'optimisation utilisées à part celle des algorithmes génétique citée précédemment.

Tableau IV.6 Résultats d'équilibrage des variantes obtenues par les différentes méthodes utilisées

Résultats des conduites									Résultats des nœuds			
Méthode mixte			Newton Raphson			Fetherstone				mixte	Newton	Fetherstone
D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	N°	Pression (m)	Pression (m)	Pression (m)
18	311.0	1.89	18	311.11	1.9	20	311.11	1.50	2	53.19	54.67	54.67
10	93.5	1.85	16	458.65	0.98	14	130.37	1.28	3	30.26	42.86	42.86
16	189.7	1.46	12	561.35	2.14	12	152.96	2.04	4	43.34	39.00	39.00
4	9.03	1.11	8	87.23	0.75	06	15.80	0.84	5	33.52	41.56	41.56
16	147.3	1.14	12	354.12	1.35	12	103.83	1.39	6	30.31	24.46	24.46
10	55.7	1.10	6	24.12	0.37	06	12.17	0.65	7	30.35	28.54	28.54
10	65.8	1.30	10	358.65	1.97	10	102.60	1.97				
1	0.15	0.31	10	175.9	0.96	08	43.40	1.30				
45 708 621 DZD			46 366 299 DZD			45 927 847 DZD						

Les chiffres, illustrés au tableau IV.6, correspondant aux résultats des conduites et ceux des nœuds des différentes méthodes utilisées, montrent l'amélioration considérable de la solution optimale, aussi bien en termes de coût qu'en termes de performances hydrauliques, par rapport à la solution classique (Méthode de Newton Raphson). [LEFKIR, A (2000)]

IV-5. Comparaison avec les résultats d'autres travaux de recherche

Le tableau 4.5 donne le coût optimisé du réseau académique, obtenu par les travaux de recherche antérieurs. Ces résultats ont été comparés avec ceux obtenus par le logiciel WaterGems. Le gain a été calculé par rapport à la solution obtenue par Alperovits et Shamir [ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U (1979)].

Tableau IV.7 Tableau comparatif des résultats des différents travaux de recherches

L'approche	Coût (DZD)	Grain (DZD)	Grain %
Alperovits et Shamir	52 562 174	0	0
Quindry et Col	48 396 551	4 165 623	7.92
Goulter et Col	46 618 080	5 944 094	11.3
Algorithmes génétiques	46 037 460	6 524 714	12,41
Fujiwara et Col	45 514 277	7 047 897	13.4
Kessler et Shamir	45 763 428	6 798 746	12.93
Fetherstone et col	45 927 847	6 634 327	12.62
LPG	42 814 290	9 747 884	18.54
Méthode mixte	45 708 621	6 853 553	13.03

Ces résultats permettent de conclure que les améliorations apportées à la méthode du programme linéaire à savoir, l'application de la méthode quasi-Newton pour l'évaluation de la correction des débits et l'introduction de la méthode de Newton Raphson pour l'estimation de la solution initiale, ont permis d'améliorer la solution du problème [LEFKIR,A (2000)]. Pour ce qui est des algorithmes génétiques, les résultats sont plutôt satisfaisants et sont même meilleurs que ceux des autres chercheurs à l'exemple de Alperovits et Shamir.

Conclusion

Les expériences numériques appliquées sur des réseaux réels et académiques permettent de tirer les conclusions suivantes :

La méthode du gradient du programme linéaire donne une solution optimale meilleure que celle de Newton Raphson , mais elle génère un nombre important de variables en quantité et en volume, provoquant ainsi une saturation de mémoire. Ce qui limite son domaine d'application aux petits réseaux. Un système de grande capacité de mémoire (Unix) est donc nécessaire pour appliquer cette méthode sur des réseaux de grande taille, une solution qui n'est pas forcément applicable en pratique.

L'avantage principal de la méthode de Newton Raphson est qu'elle peut être appliquée sur les deux types de réseaux de distribution maillés ou ramifiés

La méthode de Featherstone et El Djumaily permet de donner une solution satisfaisante par rapport aux méthodes de dimensionnement classiques, mais moins bonne par rapport aux autres méthodes utilisées. La modification de la charge au réservoir provoquée par la méthode, délimite son domaine d'application aux réseaux neufs.

La méthode mixte proposée, malgré qu'elle donne des solutions moins bonnes par rapport à la méthode du gradient du programme linéaire, elle peut être appliquée sur des réseaux de grande taille, permettant ainsi de surmonter le problème de la méthode LPG. La méthode mixte permet donc de faire un compromis entre le perfectionnement de la solution optimale et l'extension du domaine d'application afin d'inclure l'optimisation des grands systèmes de distribution d'eau.

La méthode des algorithmes génétique donne d'assez bons résultats et peut être prometteuse à l'avenir.

Beaucoup de paramètres influent sur la qualité de la solution optimale, à savoir les bornes de vitesse, la gamme commerciale disponible sur le marché ainsi que les bornes de pression exigées. Toute modification de ces paramètres génère une perturbation dans le domaine réalisable et fournit donc une solution optimale différente.

Conclusion générale

L'objectif du modèle d'optimisation est de concevoir, à un coût minimum, un système de distribution d'eau tout en vérifiant les contraintes physiques traduites par les lois de conservation d'énergie et de continuité aux nœuds, les contraintes hydrauliques relatives aux bornes de pressions nodales et de vitesses garantissant ainsi le respect des performances souhaité, ainsi que les contraintes commerciales exprimées par les gammes des prix des éléments composant le réseau.

Une conception optimale (à moindre coût) a été présentée, basée sur les algorithmes génétiques et qui est comparé aux techniques de la programmation mathématique déterministe (méthode du gradient du programme linéaire LPG) et heuristiques (Méthode de Featherstone et El Djumaily).

L'avantage du logiciel utilisé pour l'optimisation (WaterGems) par rapport aux autres logiciels disponibles dans la plupart des de nos bureaux d'études, est qu'il permet un dimensionnement optimal automatique, contrairement aux logiciels utilisés (Loop et 123) où le dimensionnement se fait par tâtonnement et sans tenir compte du coût du réseau. L'environnement de travail Windows et la flexibilité dans le traitement des entrées/sorties, donnent au logiciel développé un supplément d'avantage.

Enfin, comme perspectives du présent travail, il serait intéressant d'appliquer les algorithmes évolutionnaire, l'algorithme génétique en particulier, pour l'optimisation des réseaux de distribution. Les algorithmes génétiques permettent une bonne exploration du domaine des solutions réalisables avec une bonne exploitation des données, contrairement aux méthodes déterministes qui ne permettent qu'une exploitation des données dans un domaine local, fournissant ainsi une solution optimale locale.

Pour une bonne exploitation des travaux effectués jusqu'à présent dans ce domaine, et pour une amélioration des résultats, une investigation basée sur les algorithmes génétiques comme méthode d'optimisation, et sur une méthode d'optimisation déterministe (méthode mixte) pour l'évaluation de la population initiale, est suggérée.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U., “ *Design of optimal water distribution systems*”, Water Resources Research, Vol 13, N° 6, 885- 900, 1977.
- [2] BIERLAIRE.M, *Introduction à l'optimisation différentiable* PPUR, 2006
- [3] BONNIN, C., " *Les techniques avancées de la programmation linéaire*", Eyrolles, Paris, 1982.
- [4] BOURGINE, P., & BREMOND, B., “ *Renforcement optimum des réseaux d'adduction d'eau potable en zone rurale. Méthode d'avant projet*”, La Houille Blanche, N° 1, 1988.
- [5] CUNHA M. D. C. and RIBEIRO, L. (2004) Tabu search algorithms for water network optimization. *European Journal of Operational Research*, 157:746–758.
- [6] DANDY, G. C., SIMPSON, A. R., and Murphy, L. J. (1996) An improved genetic algorithm for pipe network optimization. *Water Resources Research*, 32(2):449–458.
- [7] DUAN, N., MAYS, L. W., and Lansey, K. E. (1990) Optimal reliability-based design of pumping and distribution systems. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(2):249–.
- [8] FEATERSTONE, R.E., & EL-JUMAILY, K.K., “ *Optimal diameter selection for pipe networks*”, *Journal of Hydraulic Engineering*, ESCE, 1983.
- [9] FUJIWARA, O., JENCHAIMAHA, K.B., & EDRISINGHE, N.C.P., “ *A modified linear programming gradient method for optimal design of looped water distribution networks*”, *Water Resources Research*, Vol 23, N° 6, 977-982, 1987.
- [10] FUJIWARA , O., & KHANG, D.B., “ *A Two-Phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks*” , *Water Resources research*, vol 26, N° 4, 1458- 1460, 1987.
- [11] FUJIWARA , O.,& DEY, D., “*Two adjacent pipe diameters at the optimal solution in the distribution network models*”, *Water Resources research*, vol 23, N° 8, 1458- 1460, 1987.
- [12] GLOVER, F. (1990) Tabu search: A tutorial. *Interfaces*, 20(4):74–94.
- [13] GLOVER, F. and Kochenberger, G. A. (2003) *Handbook of Metaheuristics*. KluwerAcademic Publishers, Dordrecht.
- [14] GOULDBERG, D.E, & KUO, C.H., “ *Genetic Algorithms in pipeline optimization*”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol 1, N° 2, 1987.
- [15] GOULTER, I.C., LUSSIER, B.M., & MORGAN, D.R., “ *Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks*”, *Water Resources Research*, vol 22, N° 25, 819-822, 1986.
- [16] HUBERLIANT, B., & LIOT, G., “ *Calcul et optimisation des réseaux de distribution d'eau*”, *Projet de Fin d'Etude*, Université Catholique de Louvain, 1984.
- [17] IDEL'CIK, I.E., " *Mémonto de pertes de charge*” , Eyrolles, Paris, 1979.
- [18] KESSLER, A., & SHAMIR, U., “ *Analyse of the linear programming gradient method of optimal design of water supply networks*”, *Water Resources Research*, vol 25, N° 7, 1469- 1480, juillet 1989.
- [19] LANSEY, K.E., & MAYS, L.W., “*Optimization model for water distribution system design*, *Journal of Hydraulic Engineering*” , ESCE, Vol 115, N° 19, 1989.
- [20] LEFKIR, A., “*Contribution à l'optimisation des réseaux de distribution d'eau*”, *Thèse de Magister*, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 2000.

- [21] MERABTENE, T., “ *Contribution à l'étude du dimensionnement des réseaux mailles de distribution d'eau potable*”, Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1990.
- [22] METROPOLIS, N, A.R. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A. Teller et E. Teller, Equation of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.* 21 (1953).
- [23] Michalewicz, Z. (1996). Genetic algorithms + Data structures = Evolution Programs. Springer
- [24] MORGAN, D.R., & GOOLTER, I.C, “ *Optimal urban water distribution design*”, Water Resources Research, vol 21, N° 5, 642- 652, 1985.
- [25] NIELSEN, H.B., “ *Methods for analysing Pipe networks*”, Journal of Hydraulic Engineering , Vol 115, N° 2, 139-155, 1989.
- [26] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., & ROBINSON, A.R., “ *Comment on 'Design of optimal water distribution systems' by E.Alperovits and U.Shamir*”, Water Resources research, vol 15, N°6, 1651-1654, 1992.
- [27] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., & LIEBMAN,C., “ *Optimization of looped water distribution systems*”, Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 107, N° EE4, 1981.
- [28] RASMASEN, H.J., “ *Simplified optimization of water supply systems*”, Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 102, N° EE2, 1976.
- [29] ROLLAND .E et H. JOHNSON, Skewness and the Mean-Variance Frontier: A Tabu Search Approach, Working Paper. The A. Gary Anderson Graduate School of Management, University of California, Riverside (1996).
- [30] SAMANI,H.M.V., & NAEENI, S., “ *Optimization of water distribution networks*”, Journal of Hydraulic research, Vol 34, N° 5, 1996.
- [31] SHAMIR, U., “ *Optimal design and operation of water distribution systems*”, Water Resources research, vol 10, N° 1, 1974.
- [32] SIMPSON , A.R., DANDY, G.C., & MURPHY, L.J., “ *Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*”, Journal of Water Planing and Management, Vol 120, N° 4, 423-443, 1994.
- [33] SIARRY .p et G. DREYFUS, La méthode du recuit simulé : théorie et applications. Éditeur IDSET (1988).
- [34] SU, Y., MAYA, L. W., Duan, N., and Lansey, K. E. (1987) Reliability-based optimization model for water distribution systems. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(12):1539–1556.
- [35] TONG, AL, OCCONOR, T.F, STERNS, D.E, & LYNCH, W.O., “ *Analysis of distribution networks by balancing equivalent pipe lengths*”, Journal of the American Water Works Association, Vol 53, N°2, 192-210, 1961.
- [36] VARMA, K. V. K., Narasimhan, S., and Bhallamudi, S. M. (1997) Optimal design of water distribution systems using an NLP method. *Journal of Environmental Engineering*, 123(4):381–388.
- [37] WERRA, D., “*Eléments de programmation linéaire avec application aux graphes*”, Presses Polytechniques Romandes, SUISSE, 1990.

Références Internet

- [38] <http://www.natural-selection.com/index.htm> : Natural Selection Inc.
- [39] http://www.books.google.dz/introduction_a_l_optimisation_differenciable
- [40] <http://wims.unice.fr/wims/>