

Higher National School of Hydraulic

The Library

Digital Repository of ENSH



المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة

المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري



The title (العنوان):

Introduction à la mécanique des fluides, cours et exercices.

The paper document Shelf mark (الشفرة) : P 532 HAR

APA Citation (توثيق APA):

Harkat, Samra. (2021). Introduction à la mécanique des fluides, cours et exercices [polycopie pédagogique]. ENSH.

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open DSpace software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics. <http://dspace.ensh.dz/jspui/>

المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا للري هو منصة خاصة بتقييم لإنتاج لأساتذة باحثي المدرسة.

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشورا أو غير منشور (طروحات، مطبوعات، مباحثات، مقالات الدوريات، كتب...) بثه على الخط.

المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحة DSpace ويتم إدارته من طرف مديرية المكتبة للمدرسة العليا.

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Ecole Nationale Supérieure de L'hydraulique**  
**ENSH - Blida**

**Département : Hydraulique Urbaine**



## **POLYCOPIÉ « MDF I »:**

---

### **Introduction à la mécanique des fluides** **« Cours et Exercices »**

---

Destiné aux étudiants de la deuxième année LMD (Semestre 3) du domaine Sciences et Technique des universités et écoles d'ingénieurs Algériennes.

---

#### **HARKAT SAMRA**

Docteur d'état en Hydraulique

« Maître de Conférences classe B »

Ecole Nationale supérieure de l'hydraulique

[Harkatsamra@yahoo.fr](mailto:Harkatsamra@yahoo.fr) ; [samraHarkat@ensh.dz](mailto:samraHarkat@ensh.dz)

## Avant –propos

Ce document photocopié « **MDF I** » répond au programme officiel du ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique ; Il Correspond aux notes de cours et exercices de mécanique des fluides dispensés aux étudiants du premier cycle à l'école Nationale Supérieure de l'Hydraulique.

Ce document couvre la majorité des aspects de la mécanique des fluides, constitue une introduction à la mécanique des fluides et l'essentiel de ce qu'un étudiant doit savoir ; Il fournit les bases nécessaires à la compréhension physique et au calcul des phénomènes en mécanique des fluides.

Il est constitué de quatre chapitres qui s'enchainent comme suit :

- Chapitre 01 : Etudie les propriétés des fluides.
- Chapitre 02: Statique des fluides.
- Chapitre 03 : Equilibre des corps flottants et Principe d'Archimède.
- Chapitre 04 : La dynamique des fluides (parfaits - Réels).

Ces quatre chapitres sont illustrés par des exercices résolus qui peuvent aider le lecteur à mieux comprendre le cours.

Dans la préparation de ce cours beaucoup d'ouvrages classiques de la Mécanique des Fluides au niveau des bibliothèques et accessibles par internet ont été consultés librement.

Je reste toujours reconnaissant envers tous mes anciens enseignants de l'école Nationale supérieure de l'Hydraulique, qui m'ont donné l'élan intellectuel nécessaire pour réussir dans mon parcours. Afin d'améliorer la qualité de ce photocopié nous encourageons toutes les critiques et remarques et nous vous remercions par avance.

*S. HARKAT, 2020 2021*  
*ENSH-Blida-ALGERIA*



## TABLE DES MATIERES

<b>Chapitre I</b>	<b>Considération Générale de la mécanique des fluides</b>	
	Introduction	06
<b>I.1</b>	Définition d'un fluide	06
<b>I.2</b>	Fluides :	
	□ Caractéristiques	
	□ Forme	
	□ Classification	
<b>I.3</b>	Propriétés de base des fluides	06
	1. Masse volumique	07
	2. Poids volumique	
	3. Densité	
	4. Viscosité	
	5. Pression de vapeur saturée	
	6. Tension superficielle	
	7. La capillarité	
<b>I.4</b>	Le Système d'unités SI	10
<b>I.5</b>	<i>*Travaux Dirigés.1: Propriétés des liquides</i>	12
	<i>(La Série N°01)</i>	
<b>I.6</b>	<i>*Solutions des exercices</i>	14
<b>Chapitre II</b>	<b>Hydrostatique</b>	
	Introduction	17
<b>II.1</b>	Définition Pression :	18
<b>II.2</b>	Pression d'un fluide sur une paroi solide	18
<b>II.3</b>	Pression en un point d'un fluide au repos	19
<b>II.4</b>	Principe fondamental de la statique des fluides	20
<b>II.5</b>	Hydrostatique d'un liquide incompressible dans le Champ de pesanteur	21
<b>II.6</b>	Variation de la pression dans un fluide incompressible:	22
<b>II.7</b>	Calcul de la différence de pression entre deux points:	22
<b>II.8</b>	Pression Absolue, pression Relative (effective) :	23
<b>II.9</b>	Mesure de la pression	23
<b>II.10</b>	Pression pour les Fluides Compressibles :	23
<b>II.11</b>	<i>*Travaux Dirigés. II: Pression et Gaz Parfait</i>	24
	<i>(La Série N°02)</i>	
<b>II.12</b>	<i>*Solutions des exercices</i>	25
<b>Chapitre III</b>	<b>Equilibre Des Corps Flottants</b>	
	Introduction	28
<b>III.1</b>	Principe d'Archimède	28
<b>III.2</b>	Conditions d'immersion et de Flottaison	28
<b>III.3</b>	Les Forces de Pression sur une surface Plane	29
<b>III.4</b>	Point d'application de la Résultante de force de pression	30
<b>III.5</b>	Stabilité de l'équilibre des corps immergés et des corps flottants	31
<b>III.6</b>	<i>*Travaux Dirigés. III : Forces de Poussée Hydrostatiques</i>	32
	<i>(La Série N°03)</i>	
<b>III.7</b>	<i>*Solutions des exercices</i>	34
<b>III.8</b>	<i>**Travaux Dirigés. IV : Corps Flottants et Principe Archimède</i>	36
	<i>(La Série N°04)</i>	
<b>III.9</b>	<i>*Solutions des exercices</i>	37
<b>Chapitre IV</b>	<b>Dynamique des Fluides: Parfaits - Réels</b>	
	Introduction	38
<b>IV.1</b>	Cinématique des Fluides	39
	1- Ecoulement permanent	
	2- Ligne de courant, Tube de courant	

	3-Représentation eulérienne et représentation lagrangienne	
<b>IV.2</b>	Dynamique des fluides Parfait incompressibles	41
	1- Conservation de la masse (Equation de continuité)	
	1.1) Le débit	
	1.2) Equation de continuité	
	2- Conservation de l'énergie (Equation de Bernoulli)	
	2.1) Equation de Bernoulli	
	2.2) Théorème de Bernoulli	
	2.3) Application de théorème de Bernoulli	
	3- Conservation de la quantité de mouvement (Euler)	
<b>VI.3</b>	Dynamique des fluides Réels incompressibles	47
<b>VI.4</b>	<b>**Travaux Dirigés. IV: Régimes d'écoulement</b>	49
	<i>(La Série N°05)</i>	
<b>VI.5</b>	<b>*Solutions des exercices</b>	50
	<b>Références Bibliographiques</b>	53
	A/ Tests TP	59
	B/ Tests Cours	60
	C/ Tests TD	63
	D/ Devoirs corrigés	67
	E/ Examens Semestriels et le Corrigé Type	71
		-
		<b>81</b>

# Chapitre01 :

## *Considération Générale de la mécanique des fluides*

	<b>Introduction</b>
<b>I.1</b>	Définition d'un fluide
<b>I.2</b>	Fluides : <ul style="list-style-type: none"><li><input type="checkbox"/> Caractéristiques</li><li><input type="checkbox"/> Forme</li><li><input type="checkbox"/> Classification</li></ul>
<b>I.3</b>	Propriétés de base des fluides <ul style="list-style-type: none"><li>1. Masse volumique</li><li>2. Poids volumique</li><li>3. Densité</li><li>4. Viscosité</li><li>5. Pression de vapeur saturée</li><li>6. Tension superficielle</li><li>7. La capillarité</li></ul>
<b>I.4</b>	Le Système d'unités SI
<b>I.5</b>	<b>*Travaux Dirigés. I</b> <b>(La Série N°01 : Propriétés des liquides)</b>
<b>I.6</b>	<b>Solution des exercices</b>



## Introduction :

La mécanique des fluides c'est la science des lois de l'écoulement des fluides ; c'est un outil essentiel pour l'ingénieur dans l'étude, la conception et le dimensionnement des systèmes fluides rencontrés aussi bien dans les écoulements naturels que dans les procédés industriels. D'un point de vue pratique, le champ des applications mettant en jeu des écoulements fluides est très vaste (l'aéronavale, l'aéronautique, en énergétique et pétrolier ou en hydraulique des milieux urbains, naturels la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie, etc).

D'un autre côté, selon le point de vue du physicien, La mécanique des fluides concerne l'étude des forces internes qui décrit le comportement des fluides, et aide à reconnaître les causes et les effets de l'écoulements des liquides et des gaz dans le but de déterminer leurs paramètres caractéristiques ( champ de pression ou champ de vitesse) en tenant compte des différentes propriétés du fluide.

### 1.1 Définition d'un fluide :

Fluide : Substance déformable, continu et qui peut s'écouler selon ses propriétés. Il peut être soit un liquide, soit un gaz.

### 1.2 Fluides : Caractéristiques, Forme et Classification

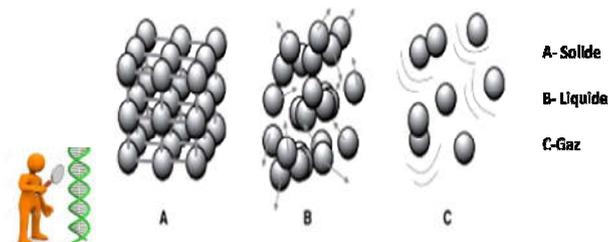
#### ❑ Les Caractéristiques :

En général, quand la question se pose pour savoir quelle est la différence entre un Solide et un Liquide, en se basant sur les caractéristiques suivantes pour citer les principales différences :

1. Structure
2. Forces attractives entre molécules
3. Contraintes
4. Forme

Caractéristiques	SOLIDE	LIQUIDE
Structure	compacte	Moins compacte
Forces attractives entre molécules	Plus grandes * Molécules plus serrées	Pas de résistance
Contraintes	contrainte tangentielle jusqu'à une certaine limite sinon il y a rupture du matériau	pas de déformation fixe mais déformation continue tant que la contrainte visqueuse est appliquée
Forme	peut revenir à sa forme initiale lorsque la contrainte est éliminée	ne peut jamais revenir à sa forme initiale

- Et Si l'on regarde ces matières de point de vue moléculaire:



A	B	C
On s'aperçoit que le solide (acier, béton...): a des molécules rapprochées de façon très dense avec des forces de cohésion intermoléculaire très grandes et qui permettent au solide de maintenir sa forme initiale.	En revanche, pour des liquides (eau, huile...): - les molécules sont plus espacées, - les forces intermoléculaires sont plus faibles que dans le cas des solides, les molécules ont la liberté de mouvement	Par conséquent, Les gaz (air, oxygène...): -peuvent être facilement déformés et compressibles - ont un espace entre les molécules encore plus grand - ont des forces intermoléculaires de cohésion extrêmement petites

❑ **Formes des fluides:**

Les Fluides aqueux	Les Fluides gazeux
Comme l'eau, le pétrole, l'essence, le mercure, etc.	Comme les gaz.
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les fluides aqueux n'occupent pas tout l'espace d'une capacité comme le font les gaz.</li> <li>▪ Le fluide aqueux est mobile, il est caractérisé par une fluidité et adopte la forme du récipient ou il est versé.</li> </ul>	Ils peuvent avoir une surface libre en contact avec un milieu gazeux (le plus souvent c'est l'atmosphère).
Ils sont peu compressibles et leur volume change peu à la température et de la pression	alors que le volume des fluides gazeux change d'une façon notable en fonction de la température et de la pression

❑ **Classification des fluides:**

La classification des fluides se fait par deux cas

**1. Par la compressibilité:**

- Fluide compressible
- Fluide incompressible

**2. Par l'effet de la viscosité:**

- Fluide parfait
- Fluide Réel

Par la compressibilité :		Par la viscosité :	
Fluide compressible	Fluide incompressible	Fluide parfait	Fluide réel
Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure.	Si, par un moyen quelconque on n'arrive pas à réduire le volume d'une quantité de fluide, on dira que le fluide est incompressible	C'est un fluide non visqueux ou dont l'effet de la viscosité est négligeable	Par contre dans un fluide réel, le phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide. (les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération.
<i>*exemple:</i> Les gaz (l'air, l'hydrogène,...)	<i>*exemple :</i> Les liquides (eau, huile, etc.)		

Source : (Candel, Dunod, 1990)

### 1.3 Propriétés de base des fluides:

Propriétés des fluides déterminent leurs comportements physiques, et déterminent également la façon dont les fluides peuvent être utilisés dans l'ingénierie et la technologie.

Voici quelques-unes des propriétés de bases importantes de fluides:

1. Masse volumique
2. Poids volumique
3. Densité
4. Viscosité
5. Pression de vapeur saturée
6. Tension superficielle
7. La capillarité

**1. La masse volumique ( $\rho$ ):** c'est la quantité de matière contenue dans une unité de volume.

$$\rho = \frac{M}{V}$$

La masse volumique ( $\rho$ ) est le rapport entre la masse (M) et le volume occupé(V)

M : masse en (kg)  
V : Volume (m<sup>3</sup>)

**\*Exemples :** Ordres de grandeur des masses volumiques (à 20 °C)

Fluide	Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Type de fluide
<b>Eau</b>	10 <sup>3</sup>	Incompressible
<b>Huile d'olive</b>	0,918. 10 <sup>3</sup>	
<b>Benzène</b>	0,880. 10 <sup>3</sup>	
<b>Chloroforme</b>	1,489. 10 <sup>3</sup>	compressible
<b>Air</b>	0,001205. 10 <sup>3</sup>	
<b>Hydrogène</b>	0,000085. 10 <sup>3</sup>	
<b>Méthane</b>	0,000717. 10 <sup>3</sup>	

Source : (Carlier 1986)

**2. Le poids volumique ( $\omega$ ):** où **poids spécifique** c'est le rapport entre le poids et le volume de ce fluide

$$\omega = \rho g$$

$\omega$ : Poids volumique en (N/m<sup>3</sup>),  
M : masse en (kg),  
g : accélération de la pesanteur en (m/s<sup>2</sup>),

**3. La densité (d) :** ou **densité d'un corps** ou **densité relative d'un corps** est le rapport de sa masse volumique à la masse volumique d'un corps pris comme référence.

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}}$$

$\rho$  : Masse volumique de fluide  
 $\rho_{réf}$  : Masse volumique d'un fluide de référence

**\*Exemples**

$$d_{eau} = \frac{1000}{1000} = 1, \quad d_{essence} = \frac{700}{1000} = 0,7$$

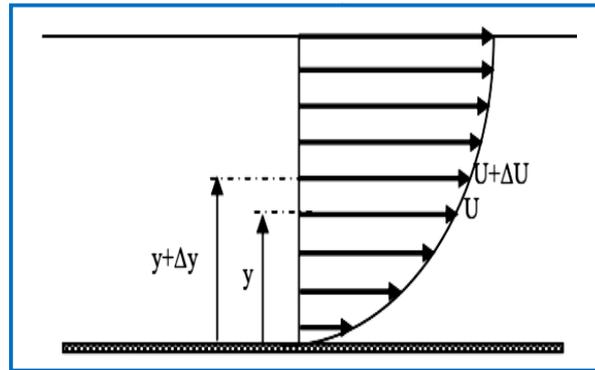
**\* Remarques :**

- La densité (d), elle n'a pas d'unité (grandeur physique sans dimension).
- Masse volumique d'un fluide de référence dépend de l'état physique de la substance :
  - Eau : pour les solides et les liquides
  - Air : pour les gaz
- La masse volumique des liquides est importante par rapport à celle des gaz:
  - $\rho_{\text{Liquide}} \gg \rho_{\text{gaz}}$
- La masse volumique des gaz dépend de la température et de la p

**4. La viscosité :** La viscosité traduit la facilité ou la difficulté à l'écoulement.

Les particules de fluide ne s'écoulent pas à la même vitesse, sous l'effet des forces d'interaction entre les particules de fluide et celles de la paroi.

On dit qu'il existe un profil de vitesse (Voir Fig I.1).



**Fig I.1 : Profil de Vitesse,**Source : (Ranald-Ed Schaum)

- **Viscosité dynamique :** Correspond à la contrainte de cisaillement qui accompagne l'existence d'un gradient de vitesse d'écoulement dans la matière, d'où l'origine du qualificatif de dynamique. Ces frottements (contrainte de cisaillement) apparaissent lorsqu'une tranche de fluide doit se déplacer par rapport à une autre tranche.

$$F = \mu \cdot S \frac{\Delta V}{\Delta Z_i}$$

F : force de glissement entre les couches en (N),  
 $\mu$  : Viscosité dynamique en (kg/m.s),  
 S : surface de contact entre deux couches en (m<sup>2</sup>),  
 $\Delta V$  : Écart de vitesse entre deux couches en (m/s),  
 $\Delta Z$  : Distance entre deux couches en (m).

\*L'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa·s) ou Poiseuille (Pl) : 1 Pa·s = 1 Pl = 1 kg/m·s

**\*Exemple :**

Fluide	$\mu$ (Pa·s)
eau (0 °C)	$1,787 \cdot 10^{-3}$
eau (20 °C)	$1,002 \cdot 10^{-3}$
eau (100 °C)	$0,2818 \cdot 10^{-3}$
Huile d'olive (20 °C)	$\approx 100 \cdot 10^{-3}$
glycérol (20 °C)	$\approx 1000 \cdot 10^{-3}$
Hydrogène (20 °C)	$0,86 \cdot 10^{-5}$
Oxygène (20 °C)	$1,95 \cdot 10^{-5}$

Source : (Ranald-Ed Schaum)

- **Viscosité Cinématique** : c'est le rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique d'un fluide :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$\mu$  : Viscosité dynamique en (kg/m.s),  
 $\rho$  : Masse volumique de fluide

\*L'unité de la viscosité cinématique est le (m<sup>2</sup>/s), Stokes (St) tel que:  
 1 St= 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>/s

**\* Remarques :**

- La différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique : La première caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, l'autre correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à un effort.

5. La tension superficielle est un phénomène physico-chimique lié aux interactions moléculaires d'un fluide.

$$\sigma = \frac{P \cdot r}{2}$$

$\sigma$  : La tension Superficielle (N/m)  
 P : la pression à l'intérieure d'une goutte d'eau (N/cm<sup>3</sup>)  
 $r = \frac{d}{2}$  (m)  
 d : Diamètre d'une goutte d'eau (m)

6. **La pression de vapeur (P<sub>v</sub>)** : est la pression partielle de la vapeur d'un corps présent également sous forme liquide ou solide. Lorsque le système est à l'équilibre (les proportions relatives de gaz et liquide ou solide ne varient pas, Lorsque l'on est hors équilibre :

- si la pression de vapeur est inférieure à la pression de vapeur saturante, une portion de liquide ou de solide passe sous forme gazeuse (évaporation, vaporisation ou sublimation) ;
- si la pression de vapeur est supérieure à la pression de vapeur saturante, une portion de la vapeur passe sous forme liquide ou solide (liquéfaction, condensation).

Ceci tend à ramener la pression de vapeur vers sa valeur saturante.

\*Dans le cas de l'eau, la pression de vapeur (P<sub>v</sub>) croît avec une augmentation de la température (T) :

<b>T</b>	(°C)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
<b>P<sub>v</sub></b>	(kPa)	1,2	2,28	4,13	7,17	12	19,4	30,38	46,23	68,55	99,23

7. **La Capillarité (Source : Réf. [08])**: Le phénomène de capillarité repose sur une loi : la loi de Jurin qui permet de calculer la hauteur (h) à laquelle monte le liquide dans le tube capillaire.

- L'ascension ou la dépression d'un liquide dans un tube capillaire est provoquée par la tension superficielle.

On exprime la loi de Jurin par la formule suivante :

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{r\rho g}$$

$\sigma$  : La tension Superficielle du liquide (N/m)  
 $h$  : hauteur du liquide au dessus du niveau de la mer en m  
 $\theta$  : angle de contact entre le liquide et la paroi du tube en ° (angle de raccordement)  
 $r$  : rayon du tube en mm

Source : Réf. [08]

#### 1.4 Le Système d'unités SI :

\*Le tableau suivant résume les unités **SI** des différentes caractéristiques utilisées en mécanique des fluides:

Caractéristiques	Unité	Symbole	Expression en autres unités	Expression en Unités fondamentales
Vitesse	mètre/seconde	m/s	m/s	m/s
Accélération	mètre/seconde carré	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
Force	Newton	N	kgf	kg.m/s <sup>2</sup>
Energie	Joule	J	N.m	kg.m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
Puissance	Watt	W	N.m/s	kg.m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
Pression	Pascal	Pa	N/m <sup>2</sup>	Kg/m/s <sup>2</sup> , N/m <sup>2</sup>
Poids spécifiques	/	$\rho$	N/m <sup>3</sup>	Kg/m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
viscosité	/	$\mu$	N.s/ m <sup>2</sup>	Kg/m/s, où Pa.s
Courant électrique	Ampère	A	A	A
Température	Kelvin	K	K	K=C°+273,5
Intensité lumineuse	Candela	Cd	Cd	Cd
Fréquence	Hertz	Hz	Cycle/sec	S <sup>-1</sup>

Source :( Carlier, 1986)

## 1.5 Travaux Dirigés. I :

### \*(La Série N°01 : Propriétés des liquides)

**Exercice N°1:**

Si la masse spécifique d'un liquide est de  $837 \text{ kg/m}^3$ , Déterminer son poids spécifique et sa densité.

**Exercice N°2:**

Calculer la masse volumique, la densité, le poids spécifique de  $1000 \text{ cm}^3$  de pétrole dont la masse est de  $0,76 \text{ kg}$  ?

**Exercice N°3:**

Si  $6 \text{ m}^3$  d'huile de pétrole pèsent  $47 \text{ KN}$ , calculer son poids volumiques ( $\gamma$ ), sa masse volumique et sa densité ?

**Exercice N°4:**

Une Plaque plane mobile distante de  $0,03 \text{ mm}$  d'une autre plaque plane fixe.

La plaque mobile à une vitesse de  $60 \text{ cm/s}$  et nécessite une force de  $2,5 \text{ N}$  par unité de surface pour maintenir cette vitesse.

Déterminer la viscosité dynamique et cinématique du liquide entre les deux plaques ?

On donne :  $\rho = 860 \text{ Kg/m}^3$

**Exercice N°5:**

Déterminer la masse volumique d'un liquide dont la viscosité dynamique est de  $0,05 \text{ poise}$  et la viscosité cinématique est de  $0,35 \text{ stockes}$  ?

**Exercice N°6:**

D'après les internationales critical Tables, la viscosité de l'eau à  $20^\circ \text{c}$  est de  $0,01008 \text{ poises}$

Calculer :

- La viscosité absolue en  $\text{Pa.s}$
- Si la densité à  $20^\circ \text{c}$  est de  $0,998$
- Déterminer la valeur de la viscosité cinématique en  $(\text{m}^2/\text{s})$

**Exercice N°7:**

Exprimer en  $(\text{m}^2/\text{s})$  la viscosité cinématique d'un liquide dont la viscosité absolue est  $15,14 \text{ poises}$  et dont la densité est  $0,964$ .

**Exercice N°8:**

La pression autour d'une goutte d'eau est de  $0,002 \text{ kg/m}^2$  au dessus de la pression ambiante. Calculer le diamètre de la goutte si la tension superficielle de l'eau en contact de l'air est de  $0,00725 \text{ kgf/m}$  ?

**Exercice N°9:**

Une petite goutte d'eau à 27°C en contact avec l'air à un diamètre de 0,50mm.

Si la pression à l'intérieur de la gouttelette est de 575 Pa, supérieur à celle de l'atmosphère, quelle est la tension superficielle ?

**Exercice N°10:**

Calculer la remontée capillaire dans un tube en verre de 2,5mm de diamètre quand il est immergé verticalement :

- Dans l'eau
- Dans du mercure

Sachant que la température est de 20°C et que la tension superficielle et l'angle de contact de l'eau est du mercure sont respectivement :

0,075 N/m, 0° et 0,5N/m, 130°

La masse volumique de l'eau est de 998kg/m<sup>3</sup>, celle du mercure est de 13600kg/m<sup>3</sup>.

**Des exercices à résoudre :**• **Exercice N01:**

Si un fluide a une densité  $d=0,7$ , Calculer son poids volumique tel que :

- l'accélération de la pesanteur  $g=9,81 \text{ m/s}^2$
- la masse volumique de l'eau  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

• **Exercice N02:**

Déterminer le poids  $P_0$  d'un huile d'olive qui à un volume de  $V=3$  litres et une densité  $d=0,918$ ,

•

• **Exercice N03:**

Calculer la viscosité dynamique d'un huile tel que :

- sa densité est 0,918
- sa viscosité cinématique est 1,089 Stockes.

• **Exercice N04:**

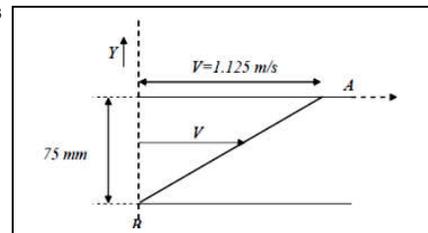
Déterminer la viscosité Cinématique ( $\nu$ ) d'un fluide (en stockes), tel que :

- sa densité  $d=0,95$
- à une température  $T=20^\circ\text{C}$  sa viscosité Dynamique  $\mu = 95.10^{-3} \text{ Pa.s}$
- la masse volumique de l'eau  $\rho_{\text{eau}} 1000 \text{ kg/m}^3$

• **Exercice N05:**

Un fluide de viscosité dynamique égale à  $4.88 \times 10^{-4} \text{ kg.s/m}^3$  et une densité de 0.913, se trouve entre deux plaques superposées dont la plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure se trouve en mouvement avec une vitesse de 1.125 m/s

- Calculer le poids spécifique de ce liquide ?
- Calculer le gradient de vitesse dans les A et B et la Contrainte tangentielle ?



## 1.6 Solutions des exercices :

### Exercice N°1:

$$\rho_{\text{liquide}} = 837 \text{ kg/m}^3, g = 9.81 \text{ m/s}^2, \rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Le Poids spécifique  $\omega = ?$

La densité  $d = ?$

Le Poids spécifique	$\omega = \rho g$	$837 \times 9.81 = 8210.97$	<b>8211 N/m<sup>3</sup></b>
La densité	$d = \frac{\rho_{\text{liquide}}}{\rho_{\text{eau}}}$	$\frac{837}{1000} = 0.837$	<b>0.84</b>

### Exercice N°2:

$$V = 1000 \text{ cm}^3, m = 0.76 \text{ kg}, \text{liquide} = \text{Pétrole}$$

La masse volumique  $\rho_{\text{liquide}} = ?$

La densité  $d = ?$

Le Poids spécifique  $\omega = ?$

La masse volumique	$\rho = \frac{m}{V}$	$\frac{0.76}{1000} = 0.00076 \times 10^{-6}$	<b>760 kg/m<sup>3</sup></b>
Densité	$d = \frac{\rho_{\text{liquide}}}{\rho_{\text{eau}}}$	$\frac{760}{1000} = 0.76$	<b>0.76</b>
Le Poids spécifique	$\omega = \rho g$	$760 \times 9.81 = 7456$	<b>7456 N/m<sup>3</sup></b>

### Exercice N°3:

$$V = 6 \text{ m}^3, mg = 47 \text{ KN}, \text{Fluide} = \text{Huile de pétrole}$$

Le poids volumique = ?

La masse volumique = ?

La densité = ?

Le Poids volumique	$\omega = \frac{mg}{V}$	$\omega = \frac{47000}{6} = 7830$	<b>7830 N/m<sup>3</sup></b>
La masse volumique	$\rho = \frac{\omega}{g}$	$\frac{7830}{9.81} = 798$	<b>798 kg/m<sup>3</sup></b>
Densité	$d = \frac{\rho_{\text{liquide}}}{\rho_{\text{eau}}}$	$\frac{798}{1000} = 0.798$	<b>0.80</b>

### Exercice N°4:

$$Z = 0,03 \text{ mm}, V = 60 \text{ cm/s}, F = 2,5 \text{ N/1 unité de surface}, \rho = 860 \text{ Kg/m}^3$$

La viscosité dynamique  $\mu = ?$

La viscosité cinématique  $\nu = ?$

La viscosité dynamique	$F = \mu \cdot S \frac{\Delta V}{\Delta Z_i}$ $\mu = F \cdot \frac{\Delta Z_i}{\Delta V \cdot S}$	$\mu = 2.5 \frac{0.03 \times 0.001}{60 \times 0.01} = 1.25 \cdot 10^{-4}$	<b>125 KN/m<sup>2</sup></b>
La viscosité cinématique	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	$\frac{1.25 \cdot 10^{-4}}{860 \times 10} = 1.45 \cdot 10^{-8}$	<b>14.5 NN/m<sup>2</sup></b>

\*Tel que :  $1 \text{ kg/m}^3 = 10 \text{ N/m}^2$

**Exercice N°5:**

$\mu = 0,05$ poise,  $\nu = 0,35$  stockes ?

La masse volumique  $\rho_{\text{liquide}}$  en ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ )= ?

La masse volumique	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $\rho = \frac{\mu}{\nu}$	$\frac{0,05 \cdot 10^{-5}}{0,35} = 0,142 \text{g/cm}^3 = (0,142 \times 10^{-3})/10^{-6} = 142 \text{kg/m}^3$ <p>Sachant que:            1 poise = <math>10^{-5} \text{N.s/cm}^2 = 10^{-1} \text{Ns/m}^2 = 10^{-1} \text{pas}</math>            1 Stockes = <math>10^{-1} \text{cm}^2/\text{s}</math></p>	<b>142 Kg/m<sup>3</sup></b>
--------------------	---	--	-----------------------------

**Exercice N°6:**

D'après l'abaque :

La viscosité de l'eau à 20°C = 0.01008 poises, et la densité = 0.998

- La viscosité absolue  $\mu$  (en Pas)= ?
- La viscosité cinématique  $\nu$  en ( $\text{m}^2/\text{s}$ )= ?

La viscosité dynamique	$\mu = 0,01008 \times 10^{-1}$	$\mu = 1,008 \times 10^{-3}$	<b>1.008 x10<sup>-3</sup> Pas</b>
La viscosité cinématique	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	$\frac{1,008 \times 10^{-3}}{0,998 \times 1000} = 1,01 \times 10^{-3}$	<b>1.01 x10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>/s</b>

\*Tel que : 1poise =  $10^{-1}$  Pas

1kg/m<sup>3</sup> = 1stockes =  $10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s

**Exercice N°7:**

La viscosité absolue = 15,14 poises, la densité = 0,964.

- La viscosité cinématique en ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) = ?

La viscosité cinématique	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	$\frac{15,14 \times 10^{-1}}{964} = 1,57 \times 10^{-3}$	<b>1.57 x10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>/s</b>
--------------------------	--------------------------	--	--

**Exercice N°8:**

$P_{\text{gouttelette d'eau}} = 0,002 \text{kg/m}^2$ , La tension superficielle  $\sigma = 0,00725 \text{kgf/m}$

- Le diamètre de la goutte ( $d_{\text{goutte}}$ )= ?

Selon le principe des forces superficielles :  $\sigma \cdot d \cdot L = \int L \cdot d \cdot \rho_x$

$$\sigma (\pi \cdot d) = P (\pi d^2/4) \quad \sigma = \frac{P \cdot r}{2}$$

$$d = \frac{\sigma \cdot 4}{P}$$

Le diamètre de la goutte	$\sigma = \frac{P \cdot r}{2}; r = \frac{d}{2}$ <p>d'où :</p> $d = \frac{4 \cdot \sigma}{P}$	$\frac{15,14 \times 10^{-1}}{964} = 1,57 \times 10^{-3}$	<b>1.57 x10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>/s</b>
--------------------------	--	--	--

**Exercice N°9:**

$d_{\text{goutte}} = 0,50 \text{mm}$ ,  $P = 575 \text{Pas}$

- La tension superficielle  $\sigma = ?$

La tension superficielle	$\sigma = \frac{P \cdot r}{2}; r = \frac{d}{2}$ <p>d'où :</p> $\sigma = \frac{d \cdot P}{4}$	$\frac{575 \times (0,5 \times 10^{-3})}{4} = 71,8 \times 10^{-3}$	<b>72 x10<sup>-3</sup> N/m<sup>3</sup></b>
--------------------------	--	---	--

**Exercice N°10:**

d= 2,5mm, T= 20°C

La tension superficielle  $\sigma_{(mercure)} = 0,075 \text{ N/m}^3$ , Angle de contact  $\theta_{(mercure)} = 0^\circ$ ,  $\rho_{(mercure)} = 13600 \text{ kg/m}^3$

La tension superficielle  $\sigma_{(eau)} = 0,5 \text{ N/m}^3$ ,  $\theta_{(eau)} = 130^\circ$ ,  $\rho_{(eau)} = 998 \text{ kg/m}^3$

- La remontée capillaire dans l'eau ( $h_{eau}$ ) = ?
- La remontée capillaire dans le mercure ( $h_{mercure}$ ) = ?

La remontée capillaire dans l'eau ( $h_{eau}$ )	$h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\rho g d}$	$h = \frac{4 \times 0,075 \times \cos 0}{9,81 \times 998 \times 2,5 \times 10^{-3}} = 12,26$	<b>h= + 12.26 mm</b> - Elle concave - $\theta < 90^\circ$ - Il y a une pression Capillaire
La remontée capillaire dans le mercure ( $h_{mercure}$ )	$h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\rho g d}$	$h = \frac{4 \times 0,5 \times \cos 130}{9,81 \times 998 \times 2,5 \times 10^{-3}} = - 4$	<b>h= - 4 mm</b> - Elle convexe - $\theta > 90^\circ$ - Il y a une dépression Capillaire

▪ **Des Exercices à résoudre :**

**Exercice N01:** Rép :  $\omega = \rho \cdot g$   $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$ ;  $\omega = 6887 \text{ N/m}^3$

**Exercice N02:** Rép :  $p_0 = \rho_{huile} / V \Rightarrow mg = 27 \text{ N}$ ;  $p_0 = 9000 \text{ N/m}^3$

**Exercice N03:** Rép :  $v = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow \mu = 0,099 \text{ kg/m.s} = 0,099 \text{ pas}$

**Exercice N04:** Rép :  $v = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow v = 0,1 \text{ Stockes} = 10^{-4} \text{ kg.s/m}^3$

**Exercice N05:** Rép : \*  $\omega = \rho \cdot g \Rightarrow \omega = 8956,53 \text{ N/m}^3$   
\* contraintes tangentielles  $\delta = 7,32 \times 10^{-3} \text{ N/m}^2$   
\* Le gradient de vitesse :  $du/dy = 15$

## Chapitre02 :

# Hydrostatique



---

### Introduction

- II.1 Définition Pression :
- II.2 Pression d'un fluide sur une paroi solide
- II.3 Pression en un point d'un fluide au repos
- II.4 Principe fondamental de la statique des fluides : (EFH)
- II.5 Hydrostatique d'un liquide incompressible dans le Champ de pesanteur
- II.6 Variation de la pression dans un fluide incompressible:
- II.7 Calcul de la différence de pression entre deux points:
- II.8 Pression Absolue, pression Relative (effective) :
- II.9 Mesure de la pression
- II.10 Pression pour les Fluides Compressibles :
- II.11 \*Travaux Dirigés. II  
(La Série N°01 : Pression et Gaz Parfait)
- II.12 Solution des exercices

## Introduction :

L'hydrostatique est l'étude des conditions d'équilibre des liquides au repos (là où il y a plus d'écoulement). On s'intéressera dans cette partie à l'étude des forces de poussées sur les parois plane et courbées, leurs directions, valeurs, et points d'application, et l'étude de la répartition de la pression.

### II.1. Définition de la Pression :

La pression est définie comme la force exercée par un fluide par unité de surface.

$$P = \frac{F}{S}$$

F : La force exercée (N)  
S : Surface (m<sup>2</sup>)  
P : Pression (pa)

- La pression P est une grandeur essentiellement positive (nulle à la limite ce qui correspondrait au vide absolu).

- Dans le **Système S.I.** les pressions s'exprimeront donc en (N/m<sup>2</sup>), ou **pascal (Pa)**.

- En mécanique des fluides on utilise le Pascal (Pa) à la place de (N/m<sup>2</sup>) :

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

- Le Pascal est une quantité très faible, alors dans la pratique, on utilise souvent le **bar**.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa et } 1 \text{ bar} = 1 \text{ daN/cm}^2$$

### II.2. Pression d'un fluide sur une paroi solide

Prenons un élément cubique de matière, infiniment petit ; à un instant donné il s'exerce des forces sur les différents éléments de surface.

Considérons un élément de surface dS de cette paroi ds = (dx dy) s'exerce une force  $\vec{dF}$

On l'appellera contrainte :

$$\frac{\vec{dF}}{dS} = \frac{\vec{dF}}{dx dy} \quad , \quad P = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{\vec{dF}}{dS}$$

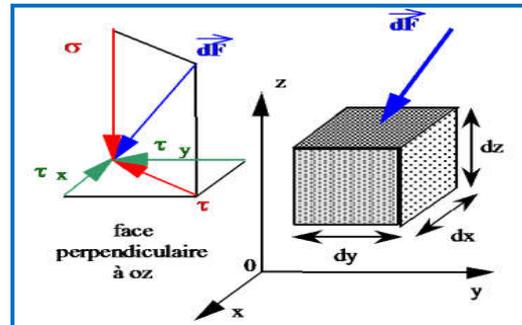


Figure II.1 : Pression sur une paroi solide

- Une contrainte est donc une force (qui a une grandeur et une direction) par unité de surface. Cette contrainte comprend deux composantes :
  - Composante Normale à la surface  $\bar{\sigma}$
  - Composante Tangentielle  $\tau$  qui se compose de deux composantes selon les axes (x, y),  $\tau_x$  et  $\tau_y$

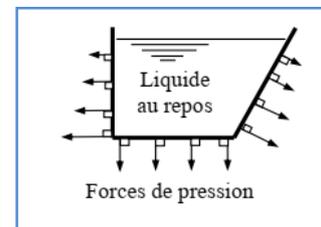
#### \* A Retenir :

- Au repos, les liquides ne Supportent pas de composantes tangentielles des contraintes.

$\tau_x = 0$  (nulle) et la force  $\tau_y = \sigma$  est normale à l'élément de surface dS .

- Tous les fluides peuvent être considérés comme parfaits.

- Les forces de pression sont perpendiculaires à la paroi



### II.3. Pression en un point d'un fluide au repos (Théorème de Pascal)

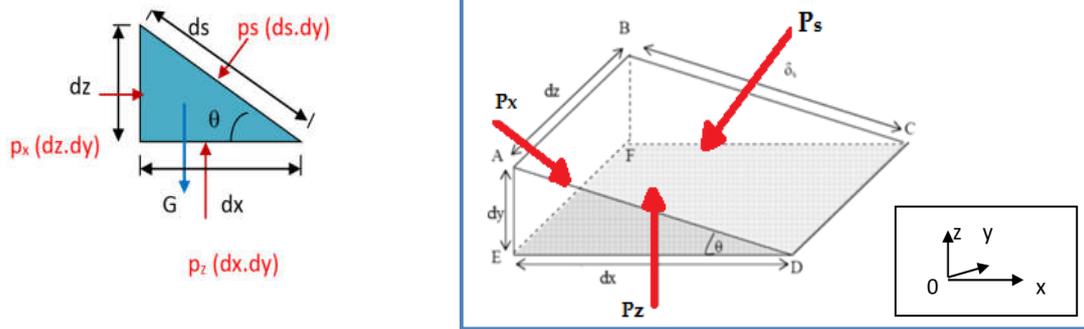


Figure II.2 : Pression en un point d'un fluide au repos

Soient :  $P_x$ ,  $P_y$  et  $P_s$  les pressions dans les 3 directions  $x, y$  et  $s$  qui s'exercent sur les surfaces :  $(dz dy)$ ,  $(dx dy)$   $(ds dy)$  de l'élément.

Donc l'intensité des forces de pression (s'appliquant de façon normale aux surfaces) est:

$$F_x = P_x (dzdy) ; F_z = P_z (dxdy) ; F_s = P_s (dsdy)$$

$$\sum F = 0$$

Selon les directions des axes, on trouve :

$$\sum F_x = F_x - F_s \sin\theta = P_x dz - P_s ds \sin\theta = 0$$

(tel que :  $ds \sin\theta = dz$ ), on obtient :

$$P_x = P_s \dots\dots(01)$$

$$\sum F_z = F_z - F_s \cos\theta - G = P_z dx - P_s ds \cos\theta - \frac{\rho(dx.dz)}{2} = 0$$

(tel que :  $ds \cdot \cos\theta = dx$  et  $dz=0$ ), on obtient :

$$P_z = P_s \dots\dots(02)$$

Des équations (01) et (02) on trouve :

$$P_x = P_z = P_s$$

\* **A Retenir :**

\* **Théorème de pascal (01):**

La pression Hydrostatique en un point donné d'un fluide au repos est la même (agit de façon égale) dans toutes les directions

### II.4. Principe fondamental de la statique des fluides :

Les forces qui agissent sur le parallélépipède fluide représenté dans un repère  $OX, OY, OZ$  sont :

- Les forces extérieures.
- Les forces intérieures (forces de pression).

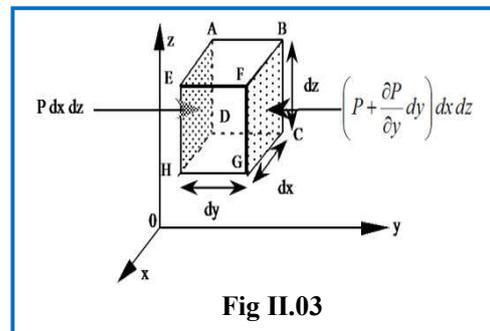


Fig II.03

Pour que ce parallélépipède soit en équilibre, il faut que la somme de toutes les forces qui agissent égale à zéro :  $\sum(F_{\text{extérieur}}+F_{\text{pression}})=0$

$(F_x, F_y, F_z)$  les composantes par unité de masse des forces extérieures suivant les axes.

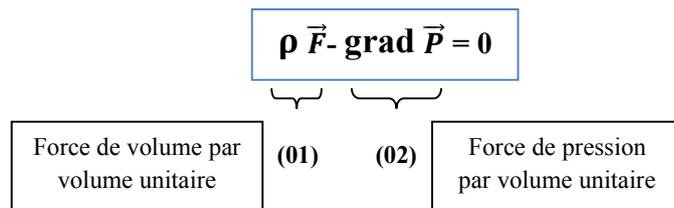
La condition d'équilibre suivant les axes OX, OY, OZ, s'écrit :

$$\begin{cases} \rho F_x dx dy dz - (-\frac{\delta P}{\delta x} dx dy dz) = 0 \\ \rho F_y dx dy dz - (-\frac{\delta P}{\delta y} dx dy dz) = 0 \\ \rho F_z dx dy dz - (-\frac{\delta P}{\delta z} dx dy dz) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} F_x = \frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta x} \\ F_y = \frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta y} \\ F_z = \frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta z} \end{cases} \implies \vec{F} = \frac{1}{\rho} \text{grad } \vec{P}$$

$\frac{1}{\rho} dP = F_x dx + F_y dy + F_z dz$  ; C'est l'équation fondamentale de la statique des fluides.

**Remarques :**

- Pour une surface équipotentielle, ou surface d'égale niveau ou d'égale pression :  $dP = 0 \implies F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$
- Les équations (01) et (02) ci-dessous ; montrent que la pression hydrostatique en un point donné d'un fluide au repos dépend des coordonnées du point dans le volume du liquide et de la masse volumique, c'est-à-dire  $P = f(x, y, z, \rho)$ .



- Si les forces de volume dérivent d'une énergie potentielle  $e_p$ :  $\vec{F} = - \text{grad } e_p$   
 $\rho \text{ grad } e_p + \text{grad } p = 0$

## II.5. Hydrostatique d'un liquide incompressible dans le Champ de pesanteur

- En Hydrostatique :  $\vec{F} = \mathbf{g}$  et  $\rho$  est uniforme.

L'équation de la statique, est donc :

$$P + \rho \cdot g \cdot z = \text{Cste} = P_g$$

Tel que la pression  $P_g$  : est appelée **pression motrice**. C'est une constante dans un fluide homogène en équilibre hydrostatique.

- Pour un fluide incompressible, (masse volumique  $\rho$  constante) :

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \int_{z_1}^{z_2} -\rho \cdot g \cdot z$$

Nous trouvons :  $P_2 - P_1 = -\rho g (Z_2 - Z_1)$

Soit :  $P_1 = P_2 + \rho g (Z_2 - Z_1) = P_2 + \rho g h$

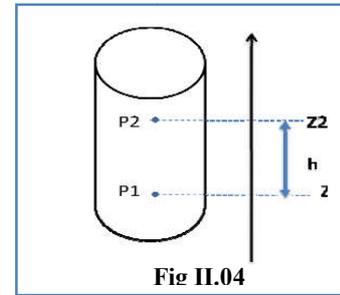


Fig II.04

\* **A Retenir :** La pression augmente linéairement en fonction de la profondeur

## II.6. Variation de la pression dans un fluide incompressible:

\* **Théorème de Pascal (02) :**

$$P = p + \rho g z = \text{cste}$$

On nomme :

\* **P :** l'énergie potentielle par unité de volume

$$\frac{P}{\rho g} = \frac{p}{\rho g} + z = \text{cste}$$

\*  $\frac{P}{\rho g}$  [m]: la charge piézométrique ou hauteur piézométrique, Constante dans un liquide au repos.

## II.7. Calcul de la différence de pression entre deux points:

En équilibre : Cette différence est donnée par l'équation de la statique :

$$P_B - P_A = \rho g h$$

$\rho$  : la masse volumique ( $\text{kg/m}^3$ )

$h$  : la dénivellation entre les deux points A et B en (m) ;

$h = Z_A - Z_B$

$g$  : l'accélération de la pesanteur (9,81 N/kg)

$\Delta P = P_A - P_B$  : la différence de pression en (Pa)

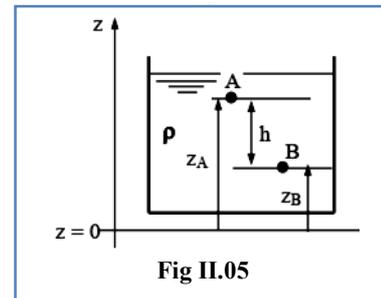


Fig II.05

\* **Remarque :**

- Attention le point B doit être en dessous du point A.

- Si le pt A et le pt B appartiennent au même liquide et que  $z_A = z_B$  alors  $P_A = P_B$

- Si  $P_A = P_B$  et A et B appartiennent au même liquide, alors  $z_A = z_B$ , on dit que A et B appartiennent à un même plan horizontal.

\* D'autre part dans la figure (II.6)

$$P_A = P_{\text{atm}}$$

$$P_B = P_{\text{atm}} + \rho g h$$

$$P_A = P_B = P_{\text{atm}} \iff Z_A = Z_E$$

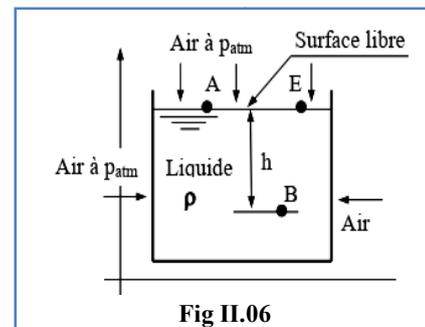
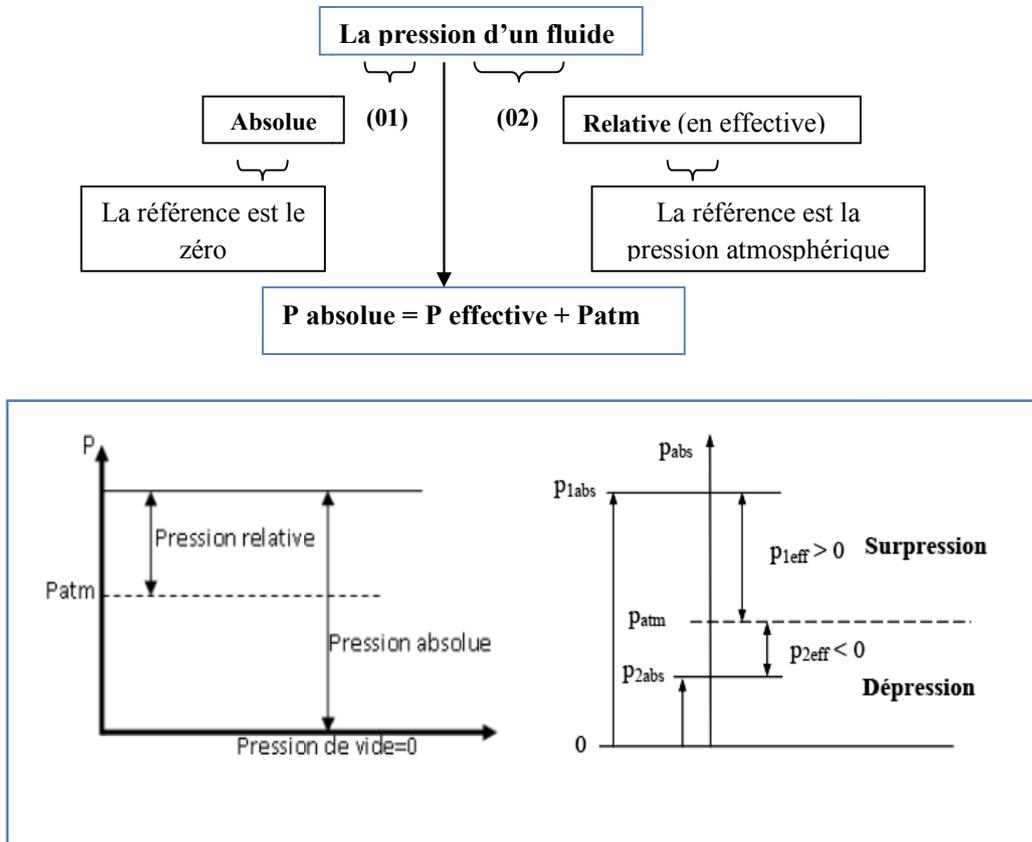


Fig II.06

**\*A Retenir :**

La surface libre est une surface Horizontale

**II.8. Pression Absolue, pression Relative (effective) :**



**Fig II.07 : La Pression Absolue, pression Relative**

**\* Remarques :**

- $P_{abs} > P_{atm}$   $P_{eff} > 0$  c'est une pression ;  $P_{abs} < P_{atm}$   $P_{eff} < 0$  c'est une Dépression
- $P_{abs} \geq 0$  , nulle dans le cas du vide.
- $P_{eff}$  peut être soit positive, négative ou nulle.
- $P_{eff}$  minimale correspond au cas du vide,

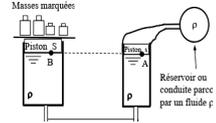
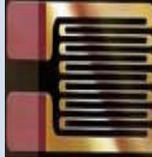
$$P_{eff} \text{ minimale} = - P_{atm} = -1 \text{ bar}$$

- La relation fondamentale de l'hydrostatique peut s'écrire en pression absolue ou en pression effective.

$$P_B (\text{abs}) = P_A (\text{abs}) + \rho g h , P_B (\text{eff}) = P_A (\text{eff}) + \rho g h$$

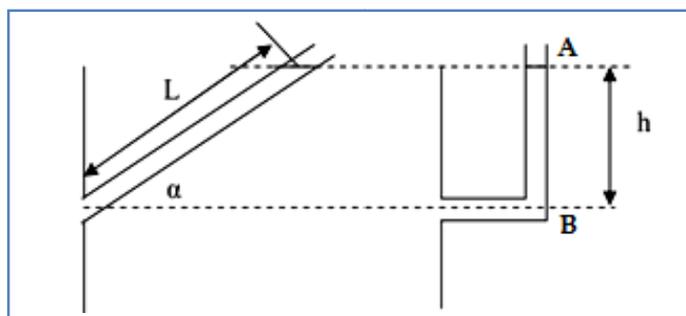
## II.9. Mesure de la pression

Les différents procédés utilisés pour mesurer la pression d'un fluide (liquide ou gaz) Sont :

01	02	03	04
<b>Application de la RFH : dispositif à liquide</b>	<b>Application du principe de la presse hydraulique</b>	<b>Déformation élastique d'un métal</b>	<b>Effet piézoélectrique</b>
<p><b>Mesure de la pression atmosphérique</b> « Expérience de Torricelli »</p> <p>1-Le baromètre à mercure 2-Le baromètre anéroïde (Aiguille) 3-Le baromètre électronique</p> 	<p>Mesures marquées</p>  <p><math>P_B = P_A</math> <math>P_A = P_{mesurée}</math> <math>P_B = M.g/S</math> <math>P_{mesurée} = M.g/S</math></p> <p>Ce dispositif n'est pas très pratique vu le nombre de masses nécessaires pour avoir l'équilibre</p>	<p><b>Manomètre tube de Bourdon :</b> Permet de mesurer la pression effective d'un fluide</p> 	<p><b>Jauge de contrainte :</b> La jauge est collée à un corps d'épreuve qui sera soumis à la pression à mesurer.</p>  <p>La piézoélectricité désigne la propriété que possèdent certains matériaux cristallins comme le quartz, la céramique ou le titanate de baryum de développer une charge électrique proportionnelle à la contrainte qui leur est appliquée.</p>

### \* Remarques :

- Le manomètre :** mesure les pressions positives et le vacuomètre mesure les pressions relatives négatives.
- Le piézomètre, tube piézométrique :** il s'agit d'un tube transparent placé verticalement dont l'extrémité basse est reliée à la prise de pression et l'autre extrémité ouverte à l'air libre. Il est utilisé seulement pour les liquides de faibles pressions. (Source : Réf. [06])



$$P_B \text{ eff} = P_A \text{ eff} + \rho g h$$

$$P_A \text{ eff} = 0, \text{ tube ouvert à l'air libre}$$

$$P_B \text{ eff} = \rho g h$$

Fig II.08 : Piézomètre vertical et incliné Source : (Comolet R, 1981)

### Le tube en U :

#### \*1<sup>er</sup> Cas :

- Pour une pression Manométrique:  $P_A = (\rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1)$
- Le tube contient soit du mercure ou autre liquide plus dense que le fluide.

#### \*2<sup>eme</sup> Cas :

- Pour une pression Vacuométrique:  $P_A = -(\rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1)$
- Le tube contient un liquide plus léger.

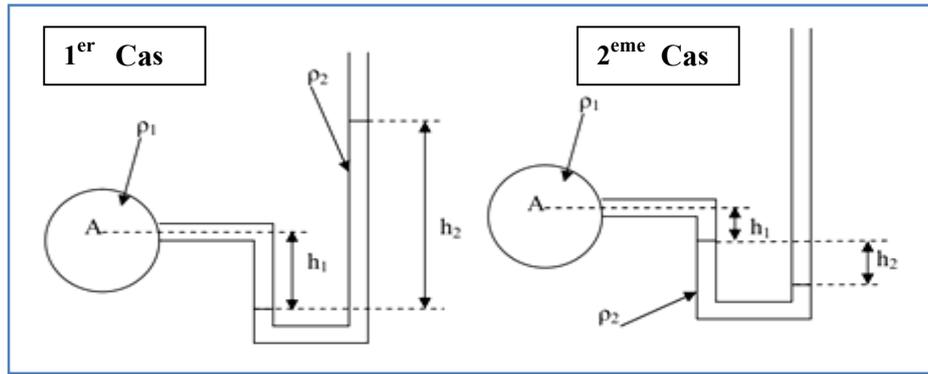


Fig II.09: Piézomètre en U

Source : (Comolet R, 1981)

□ **Manomètre Différentiel** : C'est un tube raccordé entre deux points où on veut déterminer la différence de pression ou hauteur piézométrique.

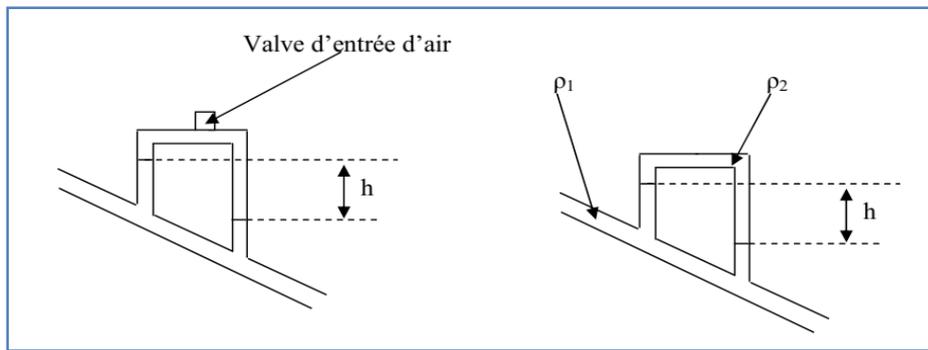


Fig II.10: Manomètre Différentiel

Source : (Comolet R, 1981)

## II.10. Pression pour les Fluides Compressibles :

Les calculs d'écoulement compressible peuvent être effectués en supposant que le fluide étudié est un gaz parfait, tant que la pression n'est pas trop importante.

**Gaz parfait** : Par définition, un gaz parfait est un gaz dans lequel les forces intermoléculaires sont négligeables. L'équation d'un gaz parfait peut être déduite de la théorie cinétique et s'écrit :

$$P V = n R T$$

**P** est la pression (Pa) , **V** le volume ( $m^3$ ) , **T** température (K) tel que :  $1^\circ C = 273,15 K$

**n** le nombre de moles du gaz

**R** la constante des gaz parfaits =  $8,314 J K^{-1} moles^{-1} = 0.08207 \text{ litre atm } K^{-1} moles^{-1}$

\* **Remarques** :

- Si l'on effectue un processus "isobare" : on applique la loi de Charles :  $P = \text{constante}$ ,  $V$  et  $T$  varient de façon proportionnelle
- Si l'on effectue un processus "isotherme" : on applique la loi de Boyle :  $T = \text{constante}$ ,  $P$  et  $V$  varient de façon inverse
- Dans les Conditions Normales de  $T$  et  $P$  (CNTP): 1 mole de gaz parfait à CNTP Occupe 22,4 litres

## II.11. Travaux Dirigés II : (La Série N°02 : Pression et gaz Parfait)

### Exercice N°1:

Déterminer la pression en (Pa) et en (bar), à une profondeur de 9m d'huile de pétrole de densité 0,750

### Exercice N°2:

- Calculer la pression en (Pa) à une profondeur de 6m en dessous de la surface libre d'une masse d'eau (en prend  $\varpi = 9807 \text{ N/m}^3$ ).
- Trouver la pression absolue en Pa quand le baromètre affiche 760mm de mercure (densité est 13,57)

### Exercice N°3:

La pression atmosphérique est représentée par une hauteur de 760 mm de mercure, Si on prend un liquide deux fois plus massique, quelle sera la nouvelle hauteur représentative de l'atmosphère

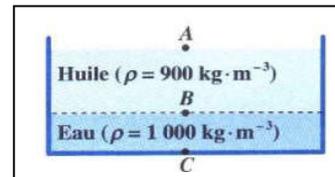
### Exercice N°4:

- Quelle profondeur d'huile de pétrole de densité 0,750 produit la pression de 2,75 bar ? ,  
Quelle profondeur d'huile d'eau produit la même pression ?

### Exercice N°5:

Un récipient contient de l'eau sur 30 cm de haut et de l'huile sur 50 cm. La pression au point A est égale à la pression atmosphérique.

- Calculer les pressions en B et en C.



### Exercice N°6:

Déterminer le volume occupé à 18°C et pour une pression de  $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  , par une masse de 100g des gaz de :

- 1- L'argon (gaz monoatomique Ar)
- 2- Le dioxygène (gaz diatomique O<sub>2</sub>)

### Exercice N°7:

Une bouteille contient du gaz butane C<sub>4</sub>H<sub>10</sub> comprimé surmontant du butane liquéfié, la bouteille est munie d'un manomètre (compteur, indicateur) et d'un détendeur (possesseur).

- 1- Quelles sont les rôles de manomètre et détendeur ?
- 2- Quelle est la quantité de matière correspond à une masse de 12 kg?
- 3- Pour une pression de  $10^5 \text{ Pa}$ , quel est le volume de gaz disponible ?

**\*Des Exercices à résoudre :**

• **Exercice N°1:**

On représente sur la figure ci-dessous une vue arrière d'un camion transportant du butane liquide.

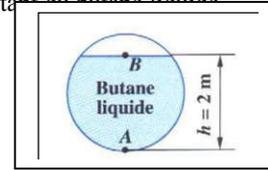
On donne :

Masse volumique du butane liquide :  $520 \text{ kg.m}^3$  ;

Pression au-dessus du liquide :  $P_B = 2 \text{ bar}$ .

1- Calculer la pression en (Pa) au point A le plus bas de la cuve.

2- Calculer l'intensité de la force pressante exercée sur une vanne de diamètre  $d=80 \text{ mm}$  dont le centre se trouve en A.



• **Exercice N02:**

Quelle est la pression de 11,7g d'acétylène ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ) contenus dans un ballon de 10litres à une température de  $50^\circ\text{C}$  ?

• **Exercice N03:**

On admet que les 03 gaz peuvent être modélisés par le gaz parfait.

- ✓ Une quantité de matière  $n_1$  du premier gaz a un volume  $V_1$ , une pression  $P_1$  et une température absolue  $T_1$
- ✓ Une quantité de matière  $n_2$  du premier gaz a un volume  $V_2$ , une pression  $P_2$  et une température absolue  $T_2$
- ✓ Une quantité de matière  $n_3$  du premier gaz a un volume  $V_3$ , une pression  $P_3$  et une température absolue  $T_3$ 
  - a) Quel est l'équation d'état pour le mélange. ?
  - b) Etablir une relation entre les trois pressions  $P$ ,  $P_1$ ,  $P_2$

## II.12. Solution des exercices :

### Exercice N°1:

$h = 9\text{m}$ , fluide : huile de pétrole,  $d = 0,750$

- Déterminer  $P = ?$  en (Pa) ensuite en (bar)

La Pression (P)	On a : $P = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot h$ $\rho_{\text{liquide}} = \rho_{\text{liquide}} \cdot d$	$P = (0.750 \times 1000) \times 9.81 \times 9 = 66218\text{Pa}$ $1\text{Pa} = 10^{-5}\text{bar}$ d'où $P = 0.66218\text{bar}$	<b><math>P = 66218\text{Pa} = 0.66218\text{bar}</math></b>
-----------------	--	--	--

### Exercice N°2:

$h = 6\text{m}$ ,  $\omega = 9807\text{ N/m}^3$ ,  $hg = 760\text{mm}$  de mercure,  $d = 13,57$

- $P = ?$  en (Pa) ensuite en (bar)
- $P_{\text{abs}} = ?$

La Pression P	$P = \rho_{\text{liquide}} \cdot g \cdot h = \omega h$	$P = 9807 \times 6 = 58840\text{Pa}$	<b><math>P = 58840\text{ Pa}</math></b>
Pression Absolue $P_{\text{abs}}$	$P_{\text{abs}} = P_{\text{atm}} + P_{\text{relative}}$ (à une hauteur de 6m)	$P_{\text{abs}} = 58840 + (13570 \times 9.81) \times 0.760 = 160000\text{ Pa}$	<b><math>P_{\text{abs}} = 160000\text{ Pa}</math></b>

### Exercice N°3:

$hg = 760\text{mm}$  de mercure

- $h_2 = ?$

$h_2$ : La nouvelle hauteur représentative de l'atmosphère est :	On a : $P_{\text{atm1}} = P_{\text{atm2}}$ $\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$ $\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = 2\rho_1 \cdot g \cdot h_2$ $h_2 = \frac{h_1}{2}$	$h_2 = \frac{760}{2} = 380\text{mm}$	<b><math>h_2 = 380\text{mm}</math></b>
--	---	--------------------------------------	--

### Exercice N°4:

Fluide : huile de pétrole,  $d = 0.75$ ,  $P = 2,75\text{ bar}$

- $h_{\text{huile de pétrole}} = ?$
- $h_{\text{d'eau}} = ?$

$h_{\text{huile de pétrole}}$	$h_{\text{huile}} = \frac{P}{\omega_{\text{huile}}}$	$h_{\text{huile}} = \frac{2.75 \times 10^5}{(0.750 \times 1000) \cdot 9.81} = 37.38\text{m}$	<b><math>h_{\text{huile}} = 37.38\text{m}</math></b>
$h_{\text{d'eau}}$	$h_{\text{eau}} = \frac{P}{\omega_{\text{eau}}}$	$h_{\text{eau}} = \frac{2.75 \times 10^5}{(1000) \cdot 9.81} = 28\text{m}$	<b><math>h_{\text{eau}} = 28\text{ m}</math></b>

### Exercice N°5:

$h = 30\text{ cm}$ ,  $h_{\text{huile}} = 50\text{ cm}$ ,  $P_A = P_{\text{atm}}$

- $P_B = ?$
- $P_C = ?$

On applique l'équation fondamentale de l'hydrostatique pour trouver  $P_B$  et  $P_C$  :

$P_B$	$P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot h$ $P_B = P_A + \rho \cdot g \cdot h$ $P_A = P_{\text{atm}} = 1.013 \times 10^5$	$P_B = (1.013 \times 10^5) + (900 \times 9.81 \times 0.5) = 105714\text{ Pa}$	<b><math>P_B = 105714\text{ Pa}</math></b>
$P_C$	$P_C - P_B = \rho \cdot g \cdot h$ $P_C = P_B + \rho \cdot g \cdot h$	$P_C = 105714 + (1000 \times 9.81 \times 0.3) = 108657\text{ Pa}$	<b><math>P_C = 105714\text{ Pa}</math></b>

**Exercice N°6:**

à  $T=20^{\circ}\text{C}$  ,  $P= 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  ,  $m= 100\text{g}$  ,  $M_{\text{Ar}}= 40\text{g/mol}$  ,  $M_{\text{O}}= 16\text{g/mol}$  ,  $M_{\text{C}}= 12\text{g/mol}$

- Déterminer les trois volumes suivants :  $V_{\text{AR}}= ?$  ,  $V_{\text{O}_2}= ?$  ,  $V_{\text{CO}_2}= ?$

On applique les formules suivantes pour déterminer le volume pour les trois gaz :

$$PV= n R T \quad , \quad V= \frac{n R T}{P} \quad , \quad n= \frac{100}{M} \quad , \quad R=8.31 \text{ j} \quad , \quad P=10^5 \text{ Pa} \quad , \quad T=20+273,15(\text{Kelvin})$$

$V_{\text{AR}}$	$PV= n R T$ , $V= \frac{n R T}{P}$ $n= \frac{100}{40}= 2.5\text{mole}$ , $R=8.31 \text{ j}$ , $P=10^5 \text{ Pa}$ $T=20+273,15=293,15 \text{ Kelvin}$	$V= \frac{2.5 \times 8.31 \times 293.15}{10^5} = 6.1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ $= 61\text{L}$	<b>V= 61L</b>
$V_{\text{O}_2}$	$PV= n R T$ , $V= \frac{n R T}{P}$ $n= \frac{100}{32}= 3.125\text{mole}$ , $R=8.31 \text{ j/k.mol}$ , $P=10^5 \text{ Pa}$ , $T=20+273,15=293,15 \text{ Kelvin}$	$V= \frac{3.125 \times 8.31 \times 293.15}{10^5} = 7.6 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ $\text{m}^3 = 76\text{L}$	<b>V= 76L</b>
$V_{\text{CO}_2}$	$PV= n R T$ , $V= \frac{n R T}{P}$ $n= \frac{100}{44}= 0.44\text{mole}$ , $R=8.31 \text{ j/k.mol}$ , $P=10^5 \text{ Pa}$ , $T=20+273,15=293,15 \text{ Kelvin}$	$V= \frac{0.44 \times 8.31 \times 293.15}{10^5} = 5.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ $\text{m}^3 = 55\text{L}$	<b>V= 55L</b>

**Exercice N°7:**

Si  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  (Gaz butane),  $m= 12 \text{ kg}$ ,  $P=10^5 \text{ Pa}$ ,  $T=20^{\circ}\text{C}$

- Quelles est le rôle : de manomètre et détenteur ?
- $n= ?$
- $V= ?$

**1- Le Rôle de manomètre et détenteur :**

- Manomètre permet de mesurer la pression d'un gaz et le détenteur permet de détendre le gaz

**2- La quantité (n) :**

$n$	$n= \frac{m}{M}$	$n= \frac{12 \times 1000}{58} = 2.1 \times 10^2 \text{ mole}$	<b>n= 2.1 x 102 moles</b>
$V$	$PV= n R T$ , $V= \frac{n R T}{P}$ $n= \frac{100}{32}= 2.1 \times 10^2 \text{ mole}$ , $R=8.31 \text{ j/k.mol}$ , $P=10^5 \text{ Pa}$ $T=20+273,15=293,15 \text{ Kelvin}$	$V= \frac{2.1 \times 10^2 \times 8.31 \times 293.15}{10^5} = 5\text{m}^3$	<b>V= 5m<sup>3</sup></b>

**\*Des Exercices à résoudre :**

**Exercice N01:** **Rép :**  $P_A= 189797,6 \text{ Pa}$  ,  $F_{\text{pesanteur}} = 3796\text{N/m}$

**Exercice N02:** **Rép :**  $P_{\text{C}_2\text{H}_2} = 720785.85\text{Pa}$

**Exercice N03:** **Rép :** 1) L'équation d'état :  $P_1 V_1 = n_1 R T_1$ ,  $P_2 V_2 = n_2 R T_2$ ,  $P_3 V_3 = n_3 R T_3$ , .....  
 $P_T V_T = n_T R T_T$

2) pour :  $n=n_1+n_2$  :  $V_T = V_1+V_2 = (n R T)/P$  ,  $P_T V_T = n_T R T_T$

3)  $P_T = P_1+P_2 = (n R T)/V$

# Chapitre03 :

## **Les Forces de Poussée & Équilibre des Corps Flottants**

<b>Introduction</b>	
<b>III.1</b>	Principe d'Archimède
<b>III.2</b>	Conditions d'immersion et de Flottaison
<b>III.3</b>	Les Forces de Pression sur une surface Plane
<b>III.4</b>	Point d'application de la Résultante de force de pression
<b>III.5</b>	Stabilité de l'équilibre des corps immergés et des corps flottants
<b>III.6</b>	<b>*Travaux Dirigés. III</b> (La Série N°03 : Forces de Poussées Hydrostatiques)
<b>III.7</b>	<b>Solution des exercices</b>
<b>III.8</b>	<b>**Travaux Dirigés. IV</b> (La Série N°04 : Corps Flottant et Principe d'Archimède)
<b>III.9</b>	<b>Solution des exercices</b>

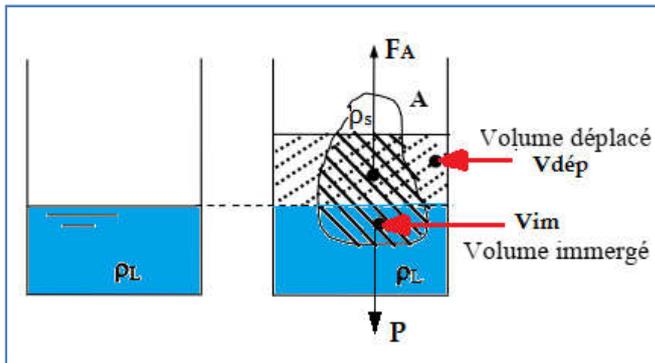


## Introduction :

Au repos, Un Corps solide peut prendre plusieurs positions lors de son placement dans un liquide

1. Soit il flotte : Une partie du solide est immergée (à l'intérieure du liquide)
2. Soit il est immergé : Tout son volume se situe sous la surface libre du liquide. Complètement immergé
3. Soit il est Complètement immergé mais coule (touche le fond)
4. Soit on ne peut pas juger (Peu de liquide dans le Récipient, avec plus de liquide on aura l'une des positions précédentes)

### III.1. Principe d'Archimède :



Soit un Corp solide (A) de masse volumique  $\rho_s$  et de volume  $V_{im}$  immergé dans un fluide de masse volumique  $\rho_L$

$$P(\text{Le poids du corp}) = m \cdot g \\ = \rho_s \cdot V_s \cdot g$$

Figure III.01 : Paroi immergée dans un fluide

Le solide (A) subit de la part du liquide l'action d'une force de direction verticale de bas en haut opposée à la gravité et égale au poids du liquide déplacé par le corps , Cette Force c'est une poussée (Poussée d'Archimède)

La résultante de ces forces est :

$$F_A = \rho_L \cdot V_{dép} \cdot g$$

$F_A$  : La Force d'Archimède (N)

$\rho_L$  : volumique ( $\text{Kg/m}^3$ )

$V_{dép}$  : volume déplacé ( $\text{m}^3$ )

\* Le liquide étant incompressible :

Le volume déplacé ( $V_{dép}$ ) = Volume immergé du solide ( $V_{im}$ )  $\Leftrightarrow$

$$F_A = \rho_L \cdot g \cdot V_{im}$$

**\*A Retenir :**

***Théorème d'Archimède :***

C'est la force particulière que subit un corps placé entièrement ou partiellement dans un fluide (liquide ou gaz) et soumis à un champ de gravité. Il résulte de ce théorème que si le poids d'un corps placé dans une masse fluide est inférieur au poids de son volume du fluide, le corps flotte.

### III.2. Les Conditions d'immersion et de Flottaison :

La Condition d'équilibre statique d'un Corps est :  $\sum \vec{F}_{ext} = 0$   
 Les deux forces extérieures qui agissent sur le corps sont :

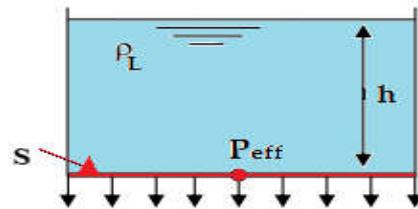
- Le poids  $P = m \cdot g = \rho_s \cdot V_s \cdot g$
- La Force d'Archimède  $F_A = \rho_L \cdot V_{im} \cdot g$

**En Equilibre :**  $F_A = P$  d'où :  $\rho_s \cdot V_s \cdot g = \rho_L \cdot V_{im} \cdot g \iff \rho_s \cdot V_s = \rho_L \cdot V_{im}$

<b><math>\rho_s \cdot V_s = \rho_L \cdot V_{im}</math> : C'est la Condition d'équilibre d'un corps flottant</b>		
<b>01</b>	<b>02</b>	<b>03</b>
<b>Corps Solide flottant</b>	<b>Corps Solide immergés</b>	<b>Corps Solide immergés mais coule</b>
$F_A = P$	$F_A = P$	$F_A + R = P$ * <b>R</b> : la réaction aux appuis
$V_{im} < V_s$ $\rho_s < \rho_L$	$V_{im} = V_s$ $\rho_s = \rho_L$	$V_{im} = V_s$ $\rho_s = \rho_L + R / V_s \cdot g$ $\rho_s > \rho_L$

### III.3. Les Forces de Pression sur une surface Plane :

La force de pression d'un fluide au repos sur l'élément de surface  $dS$  est :  $dF = P_{eff} dS$   
 La résultante sur la surface  $S$  est :  $F = \int_S P_{eff} \cdot ds$   
 La résultante des forces de pression sur différentes type de surface plane est expliquée par les schémas suivants:



Sur une surface horizontale	Sur une surface verticale
$F = \int_S P_{eff} \cdot ds = \int_S \rho g h \cdot ds$ $= \rho g h \int_S ds = \rho g h S$	$P_{eff} = \rho g (h - z)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ en <math>z = 0</math>, <math>p_{eff} = \rho g h</math></li> <li>▪ en <math>z = h</math>, <math>p_{eff} = 0</math></li> </ul> <p>*la force de pression dans ce cas s'applique à un tiers de la hauteur à partir de la base</p> $F = \int_S P_{eff} \cdot ds = \int_S \rho g (h - z) \cdot ds$ $dS = L \cdot dz, S = h \cdot L$ $F = \rho g L \frac{h^2}{2}, F = \rho g S \frac{h}{2}$
<b><math>F = \rho \cdot g \cdot S \cdot h</math></b>	<b><math>F = \rho g S \frac{h}{2}</math></b>

**\*En Cas général:**

En général, la résultante des forces de pression sur une paroi plane est :

$$F = \rho g . S . d$$

**Tel que :**

S : Surface mouillée considérée (en contact avec le liquide)

d : distance entre le centre de gravité de S et la surface libre

**III.4. Point d'application de la Résultante de force de pression :**

On nomme :

G : Centre de gravité de la paroi placée dans un fluide

Cp : Centre de poussée Hydrostatique.

\* pour que le Corps solide atteigne sa stabilité (en équilibre), le Cp se situe au dessous de G et  $Y_{cp} - Y_G > 0$

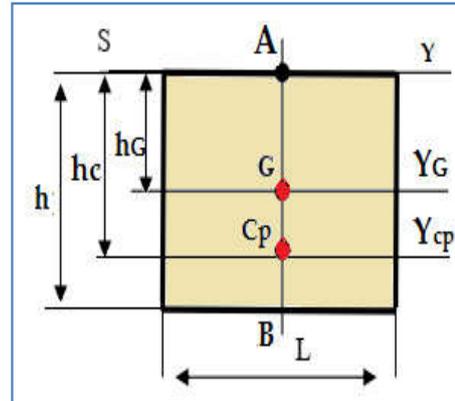
$Y_G$ : droite parallèle à Y et passant par G centre de gravité de la surface S

$Y_{cp}$ : droite parallèle à Y et passant par Cp centre de poussée de la surface S, Représente la ligne d'action de la force exercée par le Cp

$h_G$  : la distance entre les deux lignes d'action  $Y_G$  et Y tel que :

$$h_G = \frac{h}{2} = \frac{AB}{2} = AG = BG$$

$h_C$  : la distance entre les deux lignes d'action  $Y_{cp}$  et Y tel que :  $h_C = h_G + (G, Cp)$



**\* Remarques :**

- On Calcule le moment des forces élémentaires de pression par rapport à un point ou une droite selon le cas :  $\sum M / A = 0$  où  $\sum M / B = 0$
- Toute un fluide applique une force de pression sur la paroi et a son propre point d'application ( $Cp_1, Cp_2, \dots, Cp_n$ )
- Pour trouver le point d'application de la résultante de toutes les forces de pression qui agissent sur la paroi, On doit connaître le nombre des fluides dont laquelle la paroi est placée et puis aussi automatiquement le nombre de centres de poussées
- La Paroi (Corps solide) a une position verticale ou inclinée avec l'angle ( $\alpha$ ), les deux cas procèdent même méthode de calcul sauf qu'on prend en considération pour le 2<sup>ème</sup> Cas que:  $h=L \cdot \sin(\alpha)$  et  $Y_{cp} = - \frac{I_{cg} \sin \alpha}{S \cdot h_G}$
- En prend en considération la forme de la paroi pour déterminer S et  $I_{cg}$  selon le Tableau suivant :

La forme de Paroi	Rectangulaire	Triangulaire	Circulaire
S:Surface	$S = b \cdot l$	$S = \frac{bl}{2}$	$S = \frac{\pi d^2}{4}$
Icg: Moment des forces par rapport au centre de gravité de la paroi	$I_{cg} = \frac{bl^3}{12}$	$I_{cg} = \frac{bl^3}{36}$	$I_{cg} = \frac{\pi d^4}{64}$

- Si on a deux liquides au plus, on Applique le théorème de HUYGENS pour déterminer le point d'application :

$$\sum M / B = 0$$

$$F_1 BC_{P1} - F_2 BC_{P2} = 0$$

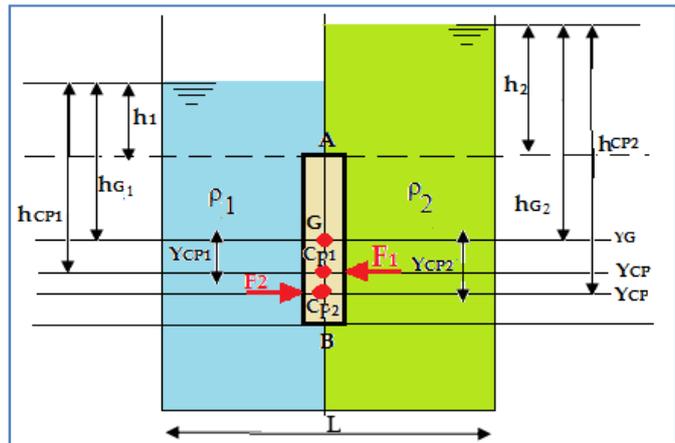
*Tel que:*

$$BC_{P1} = BG - |Y_{cp1}|$$

$$BC_{P2} = BG - |Y_{cp2}|$$

$$|Y_{cp1}| = - \frac{I}{s \cdot h_{G1}}$$

$$|Y_{cp2}| = - \frac{I}{s \cdot h_{G2}}$$



### III.5. Stabilité de l'équilibre des corps immergés et des corps flottants

Corps immergés		Corps flottants				
<ul style="list-style-type: none"> <li>- G : Centre de gravité du corps, centre de masse dépend des matériaux qui constituent le corps</li> <li>- C : Centre de poussée du volume immergé, centre géométrique dépend de la forme du corps</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- G : Centre de gravité du corps, centre de masse dépend des matériaux qui constituent le corps</li> <li>- C : Centre de poussée du volume immergé, centre géométrique dépend de la forme du corps</li> </ul>				
Le Solide est :		Le Solide est :				
Homogène	Hétérogène	Stable	peut être stable ou instable	Neutre		
G et C sont confondus	G et C sont distincts	G est en dessous de C	G est au-dessus de C	G et C sont confondus		
Stable	Instable	/	on détermine la position du métacentre M	/		
G en dessous de C	G au-dessus de C		$CM = \frac{I}{V_{im}}$			
			<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <th>Stable</th> <th>Instable</th> </tr> <tr> <td>CM &gt; CG</td> <td>CM &lt; CG</td> </tr> </table>		Stable	Instable
Stable	Instable					
CM > CG	CM < CG					

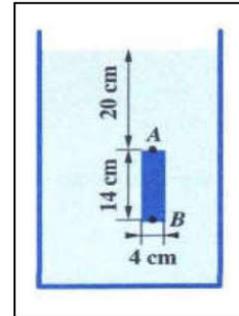
### III.6. Travaux Dirigés. III :

#### \*(La Série N°03 : Forces de Poussées Hydrostatiques)

##### Exercice N°1:

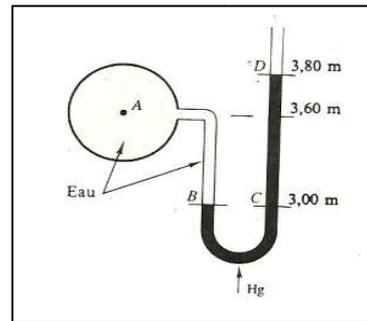
Un parallélépipède rectangle en laiton est immergé dans l'eau. Son hauteur égale à 14 cm et sa base à la forme d'un carré de 4 cm de côté. La face supérieure est à 20 cm de la surface libre de l'eau.

1- Calculer la pression exercée par l'eau et la force pressante exercée sur la face supérieure et inférieure du parallélépipède.



##### Exercice N°2:

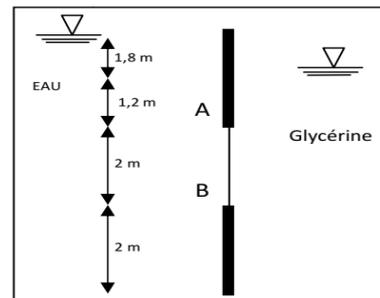
Déterminer la pression en A, due à la dénivellation du mercure, de densité 13,566 dans le manomètre en U est représenté comme suit:



##### Exercice N°3:

Un réservoir comprend deux liquides (eau et glycérine  $\rho = 12,36 \text{ kN/m}^3$ ) séparés par une cloison munie d'une vanne AB de largeur 1.

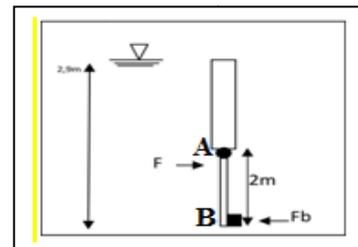
- Déterminer la force de la pression statique nette qui s'exerce sur la vanne.
- Déterminer le point d'application de la force nette.



##### Exercice N°4:

Soit la vanne (AB) de largeur 1,5m et longueur 2m articulée au point (A) et retenue au point B.

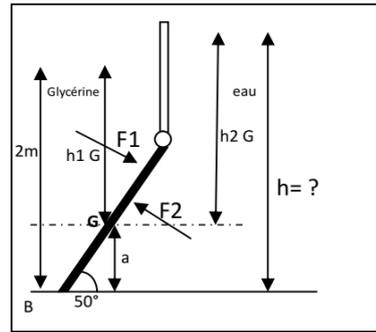
- Déterminer la force exercée par la vanne sur B.
- Calculer la réaction de l'articulation A.



**Exercice N°5:**

La vanne AB est une masse homogène de 180kg, de 1,8m de largeur. La vanne est articulée au point A et repose sur un fond B

- Quelle est la profondeur h pour que la réaction au point B soit nulle



**\* Des exercices à résoudre :**

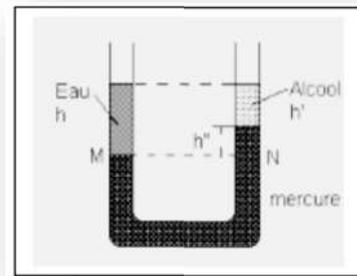
**Exercice N°1:**

Un tube en U contient du mercure. ( voir la figure suivante)

La différence de niveau de 0,5 cm entre les deux liquides.

Sachant que :  $\rho$  (mercure) :  $13,57 \text{ g.cm}^{-3}$ ,  $\rho$  :  $0,8 \text{ g.cm}^{-3}$

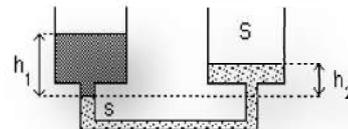
- Calculer les hauteurs h et h' d'eau et d'alcool.



**Exercice N°2:**

Soit deux liquides, le premier est moins dense que l'autre tel que :  $\rho_1$  est inférieur à  $\rho_2$

Établir une relation entre  $h_1$  et  $h_2$ . Si la pression p au-dessus des liquides est la même.



**Exercice N°3:**

Soit une presse hydraulique. Sachant que l'apport des forces est de 1 %, si le grand piston se déplace de 1 cm, de combien se déplace le petit piston ?

### III.7. Solution des exercices :

#### Exercice N°1:

$h = 14 \text{ cm}$ ,  $S = (4 \times 4) \text{ cm}$ ,  $h_1 = 20 \text{ cm}$

1-  $P_A = ?$ ,  $F_A = ?$

2-  $P_B = ?$ ,  $F_B = ?$

En Appliquant l'équation hydrostatique pour déterminer  $P_A$  et  $P_B$ , et la force pressante sur la face est :  $F = P \times S$  (N)

Donc :

$P_A$ (La partie supérieure)	$P_A - P_{atm} = \rho g h$ $P_A = P_{atm} + \rho g h$	$P_A = (1000 \times 9.81 \times 0.2) + 1.013 \times 10^5 = 103262 \text{ Pa}$	<b><math>P_A = 103262 \text{ Pa}</math></b>
$F_A$	$F_A = P_A \times S$	$F_A = 103262 \times (0.04)^2 = 165,2 \text{ KN}$	<b><math>F_A = 165,2 \text{ KN}</math></b>
$P_B$ (La partie inférieure)	$P_B - P_A = \rho g h$ $P_B = P_A + \rho g h$	$P_B = 103262 + (1000 \times 9.81 \times 0.14) = 104635 \text{ Pa}$	<b><math>P_B = 104635 \text{ Pa}</math></b>
$F_B$	$F_B = P_B \times S$	$F_B = 104635 \times (0.04)^2 = 167,6 \text{ KN}$	<b><math>F_B = 167,6 \text{ KN}</math></b>

#### Exercice N°2:

Manomètre en U,  $d_{\text{(mercure)}} = 13,57$ ,  $P_D$  (effectif) = 0

- Calculer  $P_A = ?$  (en bar)

Avec : Pression effective (Point D)  $P_D = 0$ , et  $P_B = P_C$  car (B, C) ont même niveau dans un même liquide (le mercure)

Appliquons l'équation hydrostatique, on trouve :

$P_A$	* $P_B = P_C$ ; (B, C) ont même niveau dans un même liquide (le mercure) * $P_D = 0$ $P_A + \omega h_{\text{(eau)}} = P_D + \omega h_{\text{(mercure)}}$ $P_A = \omega h_{\text{(eau)}} - P_D - \omega h_{\text{(mercure)}}$	$P_A = 9810 \times (3,6 - 3) - 0 - (31,57 \times 1000) (3,8 - 3) = 100580 \text{ Pa} = 1,0058 \text{ bar}$	<b><math>P_A = 100580 \text{ Pa} = 1,0058 \text{ bar}</math></b>
-------	---	--	--

#### Exercice N°3:

Liquides : eau, glycérine,  $\rho = 12,36 \text{ kN/m}^3$ , largeur  $AB = 1 \text{ m}$

-  $F_{\text{nette}} = ?$

- Point d'application de la force nette (X)?

$F_{\text{nette}}$	$F_{\text{nette}} = F_{\text{eau}} - F_{\text{glycérine}}$ $F_{\text{eau}} = \rho_1 \cdot g \cdot h_{G1} S$ $F_{\text{glycérine}} = \rho_2 \cdot g \cdot h_{G2} S$	$F_{\text{eau}} = 1000 \times 9.82 \times (1.8 + 1.2 + 2/2) \times (2 \times 1) = 78,32 \text{ KN}$ $F_{\text{glycérine}} = 12,36 \times (1.2 + 2/2) \times (2 \times 1) = 54,38 \text{ KN}$ $F_{\text{nette}} = 78,32 - 54,38 = 23,94 \text{ KN}$	<b><math>F_{\text{nette}} = 23,94 \text{ KN}</math></b>
Point d'application de la force nette (X)?	Appliquons le théorème de HUYGENS : $\sum M/B = 0$ D'où : $F_{H2O} BC_{P1} - F_{Glycérine} BC_{P2} = F_{\text{nette}} \cdot X$ $X = \frac{F_{H2O} BC_{P1} - F_{Glycérine} BC_{P2}}{F_{\text{nette}}}$ Avec : $BC_{P1} = BG -  Y_{cp1} $ $BC_{P2} = BG -  Y_{cp2} $ $ Y_{cp1}  = - \frac{I_{cg}}{S \cdot h_{G1}}$ $ Y_{cp2}  = - \frac{I_{cg}}{S \cdot h_{G2}}$ La paroi est Rectangulaire : $I_{cg} = \frac{bl^3}{12}$	$BC_{P1} = 1 -  Y_{cp1} $ $BC_{P2} = 1 -  Y_{cp2} $ $ Y_{cp1}  = - \frac{\frac{1 \times 2^3}{12}}{(2 \times 1) \cdot (1,8 + 1,2 + \frac{2}{2})} = -0,0833 \text{ m}$ $ Y_{cp2}  = - \frac{\frac{1 \times 2^3}{12}}{(2 \times 1) \cdot (1,2 + \frac{2}{2})} = -0,1664 \text{ m}$ Donc : $X = \frac{F_{H2O} BC_{P1} - F_{Glycérine} BC_{P2}}{F_{\text{nette}}}$ On a trouve: $F_{\text{nette}} = 23,94 \text{ KN}$ Donc : <b><math>X = 1,074 \text{ m}</math></b>	<b><math>X = 1,074 \text{ m}</math></b>

**Exercice N°4:**

AB (L x l) = (1,5x 2m, point d'articulation (A))

- F = ? et F<sub>B</sub> = ?
- R<sub>A</sub> = (Réaction)?

Pour déterminer la Force F<sub>B</sub>, Appliquons le théorème de HUYGENS :  $\sum M / A = 0$

D'où :

<b>F et F<sub>B</sub></b>	$\sum M / A = 0$ $F \cdot AC - F_B \cdot AB = 0$ $F_B = \frac{F \cdot AC}{AB}$ Avec: $F = P \times S = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$	$*F = 1000 \cdot 9,81 \cdot (2,9 - 2/2) \cdot (2 \times 1,5) = 55,92 \text{KN}$ $*F_B = \frac{F \cdot AC}{AB} = \frac{55,92 \times 1,175}{2} = 32,87 \text{KN}$	<b>*F=55,92KN</b> <b>* F<sub>B</sub>= 32,87KN</b>
<b>R<sub>A</sub></b> : (la force dans le point d'articulation A)	$\sum F = 0$ $F - F_B - R_A = 0$ $R_A = F - F_B$	$R_A = F - F_B = 55,92 - 32,87 = 23,05 \text{KN}$	<b>R<sub>A</sub>= 23,05KN</b>

**Exercice N°5 :**

P (AB) = 180Kg, (L x l) = (1,8x1) m,  $\varpi = 12,36 \text{KN/m}^3$

- h = ? pour que R<sub>B</sub> = 0

<b>h</b>	D'après la figure de l'exercice: <b>*h = h<sub>G2</sub> + a</b> <b>*h<sub>G2</sub> = ?</b> Appliquons le théorème de HUYGENS : $\sum M / A = 0$ $(P \cdot X) + F_1 (1/2 + Y_{cp1}) - F_2 (1/2 + Y_{cp2}) = 0$ Tel que: $F_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 \cdot S$ avec $h_1 = 2 - a$ $F_2 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \cdot S$ $h_2 = ?$ $AC_{p1} = AG +  Y_{cp1} $ $AC_{p2} = AG +  Y_{cp2} $ $ Y_{cp1}  = - \frac{l \sin \theta}{s \cdot h_{G1}}$ $ Y_{cp2}  = - \frac{l \sin \theta}{s \cdot h_{G2}}$ La paroi est Rectangulaire : $I_{cg} = \frac{bl^3}{12}$	<b>* h = h<sub>G2</sub> + a</b> Tel que : $a = 1/2 \sin 50 = 0,383$ $a = 0,383 \text{m}$ <b>*h<sub>G2</sub> = ?</b> Appliquons le théorème de HUYGENS : $\sum M / A = 0$ $(P \cdot X) + F_1 (1/2 + Y_{cp1}) - F_2 (1/2 + Y_{cp2}) = 0$ $P = 180 \text{kg}$ $X = 1/2 \cos 50 = 0,32$ $P \cdot X = 56,75 \text{(kg/m)}$ $F_1 = 12,36 \times 9,81 \times (2 - 0,383) \times (1,8 \times 1)$ $F_1 = 35,97 \text{KN}$ $F_2 = 1000 \times 9,81 \times h_2 \times (1,8 \times 1) = 17658 h_2$ $ Y_{cp1}  = - \frac{(\frac{1,8 \times 1^3}{12}) \sin 50}{1,8 \times 1,617} = -0,039 \text{m}$ $ Y_{cp2}  = - \frac{(\frac{1,8 \times 1^3}{12}) \sin 50}{1,8 \cdot h_{G2}} = - \frac{0,064}{h_{G2}}$ On remplace les valeurs dans l'équation : $(P \cdot X) + F_1 (1/2 + Y_{cp1}) - F_2 (1/2 + Y_{cp2}) = 0$ On trouve : $h_{G2} = 2,133 \text{m}$ D'où : $h = h_{G2} + a$ <b>h = 2,133 + 0,383 = 2,516m</b>	<b>h = 2,516m</b>
----------	--	---	-------------------

**\*Des exercices à résoudre :**

**Exercice N°1: Rép : h=32cm, , h' = h - h'' = 31,5cm**

**Exercice N°2: Rép : [h<sub>1</sub> + Dh(1 - s/S)]r<sub>1g</sub> + Dp = [h<sub>2</sub> + Dh(1 + s/S)]r<sub>2g</sub>**

**Exercice N°3: Rép : Si H = 1 cm, h = 100 cm**

### III.8. Travaux Dirigés. IV :

#### \*(La Série N°04 : Corps Flottants et Principe d'Archimède)

##### Exercice N°1:

Déterminer le volume et la densité d'une pierre qui pèse  $T=50\text{ N}$  à l'air et  $W=90\text{ N}$  quand elle est immergée dans l'eau ?

##### Exercice N°2:

On a un corps cubique  $(12\text{ cm})^3$ , immergé dans le l'éthanol ( $d=0,77$ )

- Déterminer dans ce cas la densité du corps immergé

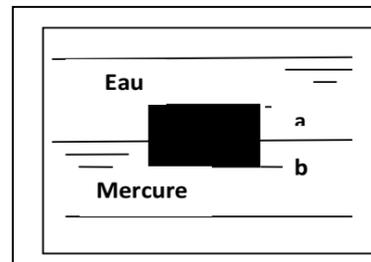
Sachant que :  $T$  (pèse à l'air)= $20\text{ N}$

##### Exercice N°3:

Si un Bloc de métal ( $d=7,85$ ) de forme cubique est immergé au niveau de l'interface eau-mercure (Voir la figure)

- Déterminer le rapport  $a/b$  ?

\*On donne la densité de mercure = $13,6$

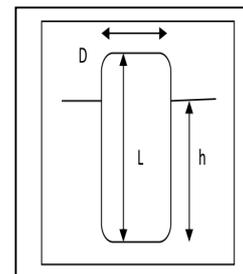


##### Exercice N°4:

Un cylindre flotte dans de l'eau douce, Son diamètre  $D$  et sa hauteur  $L$ ,

Développez une relation entre le rapport  $D/L$  et la densité du corps pour garantir un équilibre stable.

- Appliquez pour  $D/L=1/2$

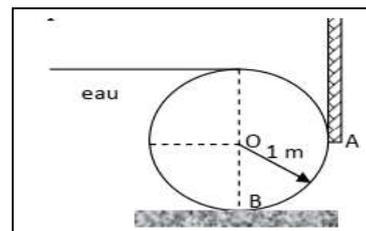


##### \*Exercices à Résoudre :

##### Exercice N°1:

Le cylindre de  $2\text{ m}$  de diamètre pèse  $40\text{ kN}$ , sa longueur  $2\text{ m}$ .

Calculer les réactions en  $A$  et  $B$  ?, sachant que les frottements sont nulles



##### Exercice N°2:

Un compartiment rectangulaire ouvert flotte dans l'eau douce, de  $(10 \times 4)\text{ m}$  de base et  $5\text{ m}$  de profondeur, sa masse  $54,23$  tonnes

- Quel poids de pierres faut placer dans le compartiment, pour l faire reposer le fond Si l'eau à  $5,1\text{ m}$  de profondeur ?

### III.9. Solutions des exercices:

#### Exercice N°1:

W= 90N, T= 50N

- $P_v = ?$
- $V = ?$
- $d = ?$

Utilisant le diagramme des forces appliquées au système en équilibre des corps immergés :  
 $W-T-P_v=0$

$P_v$ (La Poussée d' Archimède)	$\sum F_y = 0$ $W-T-P_v=0$ $P_v= W-T$	$P_v= 90-50=40N$	<b><math>P_v=40N</math></b>
V	$P_v= \rho \cdot g \cdot V$ $V= \frac{P_v}{\rho \cdot g}$	$V= \frac{40}{1000 \times 9,81} = 0,00408m^3$	<b><math>V = 0,00408m^3</math></b>
d	$d= \frac{W}{P_v}$	$d= \frac{W}{P_v} = \frac{90}{40} = 2,25$	<b><math>d=2,25</math></b>

#### Exercice N°2:

T= 2kg

- $W = ?$
- $d = ?$

$P_v$	$\sum F_y = 0$ $W-T-P_v=0$ mais $P_v = ?$ et $W = ?$ donc : $P_v = \rho \cdot g \cdot V$	$P_v = 0,77 \times 10^3 \times (0,12)^3 \times 9,81$ $= 13N$	<b><math>P_v = 13N</math></b>
W	$W = P_v + T$	$W = 13 + 2(9,81) = 32,7N$	<b><math>W = 32,7N</math></b>
d	$d = \frac{W}{P_v}$	$d = \frac{W}{P_v} = \frac{32,7}{1000 \times 9,81 \times (0,12)^3} = 2,45$	<b><math>d = 2,45</math></b>

#### Exercice N°3:

T=0 ,  $d = 7,85$ ,  $\rho_1 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_2 = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

- $a/b = ?$

a/b	$\sum F_y = 0$ $W-P_v=0$ $W = P_v$ $PV = PV_1 + PV_2$ $PV = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2$  $V = (a+b)^3$ , $S = (a+b)^2$ $V_1 = a \cdot (a+b)^2$ $V_2 = b \cdot (a+b)^2$	$W = P_v$ d'où: $7,85 \times 10^3 \times 9,81 \times (a+b)^3 = 10^3 \times 9,81 \times a \cdot (a+b)^2 + 13,6 \times 10^3 \times 9,81 \times b \cdot (a+b)^2$  Résoudre l'équation nous donne : $6,85a = 5,75b$ $a/b = 0,8$	<b><math>a/b = 0,8</math></b>
-----	---	---	-------------------------------

**Exercice N°4:**On a :  $T=0$ 

La relation : $D/L = f(1/2)$	$\sum Fy = 0$ $W - T - P_v = 0$ $P_v = W$ $\rho_c \cdot g \cdot V_1 + \rho \cdot g \cdot V_2$ $h = \rho_c \cdot L \text{ et } d = \rho_c / \rho \text{ d'où : } \mathbf{Ld = h \dots (01)}$ <p>on dit que le cylindre est stable, en équilibre si : <math>MG &gt; 0</math></p> $\mathbf{MG = MB - BG \dots (02)}$ <p>tel que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* <math>BG = OG - OB</math></li> <li>* <math>MB = \frac{I}{vd}</math></li> <li>* G : centre de gravité</li> <li>* B : Centre de Poussée</li> <li>* M : Le Métacentre</li> <li>* I : Le moment d'Inertie de la surface de la flotation = <math>\frac{\pi D^4}{64}</math></li> <li>* <math>S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} xh</math></li> </ul> <p>Donc :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* <math>MB = \frac{\frac{\pi D^4}{64}}{\frac{\pi D d^2}{4} xh} = \frac{D^2}{16 h}</math></li> <li>* <math>BG = OG - OB = \frac{L}{2} - \frac{h}{2} = \frac{L-h}{2}</math></li> </ul> <p>Appliquons (02), on trouve que : <math>\frac{D^2 - 8dL^2(1-d)}{16dL} &gt; 0</math></p> $\mathbf{D/L > \sqrt{8d(1-d)}}$ $\mathbf{d \in ]0,23 \quad 0,75[}$
---------------------------------	--

**\*Des exercices à Résoudre :****Exercice N°1:** Rép :  $R_A = 39240 \text{ N}$ ,  $R_B = 9196,6 \text{ N}$ **Exercice N°2:** Rép : 1)  $P = 1432,26 \text{ N}$  de pierres

# Chapitre04 :

## ***Dynamique des Fluides :***



---

### **Introduction**

- IV.1** Cinématique des Fluides
    - 1- Ecoulement permanent
    - 2- Ligne de courant, Tube de courant
    - 3- Représentation eulérienne et représentation lagrangienne
  - IV.2** Dynamique des fluides Parfait incompressibles
    - 1- Conservation de la masse (Equation de continuité)
      - 1.1) Le débit
      - 1.2) Equation de continuité
    - 2- Conservation de l'énergie (Equation de Bernoulli)
      - 2.1) Equation de Bernoulli
      - 2.2) Théorème de Bernoulli
      - 2.3) Application de théorème de Bernoulli
    - 3- Conservation de la quantité de mouvement (Euler)
  - IV.3** Dynamique des fluides Réels incompressibles
    - 1. Régimes d'écoulement, Nombre de Renolds
    - 2. Equation de Bernoulli pour les fluides réels
  - IV.4** **\*\*Travaux Dirigés. IV**  
**(La Série N°05 : Régimes d'écoulement)**
  - IV.5** **\*\* Solution des exercices**
-

## Introduction :

La dynamique des fluides c'est l'étude de mouvement d'un fluide en tenant compte des forces qui lui donnent naissance. Dans un liquide parfait (non visqueux) en mouvement, la pression a les mêmes propriétés que dans un liquide au repos.

### IV.1. Cinématique des Fluides :

**1- Ecoulement permanent:** L'écoulement du fluide est dit permanent ou stationnaire (indépendant du temps), c'est à dire si les composantes du vecteur vitesse sont indépendantes de la variable temps  $t$ , en chacun des points de la conduite

**2- Ligne de courant, Tube de courant:**

\***Trajectoire :** c'est le lieu géométrique des positions prises par une particule au cours de son mouvement, c'est-à-dire l'ensemble de ses positions occupées successivement entre deux instants.

\* **Ligne de courant :** est une courbe tangente en tout point de l'espace au vecteur vitesse, à un instant donné

\* **Tube de courant :** L'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé forme le tube de courant

\* **Remarques :**

- En écoulement permanent Trajectoire = ligne de courant
- On n'étudie l'écoulement qu'après un certain temps, et non juste après l'ouverture du robinet. Lorsqu'on ouvre le robinet.

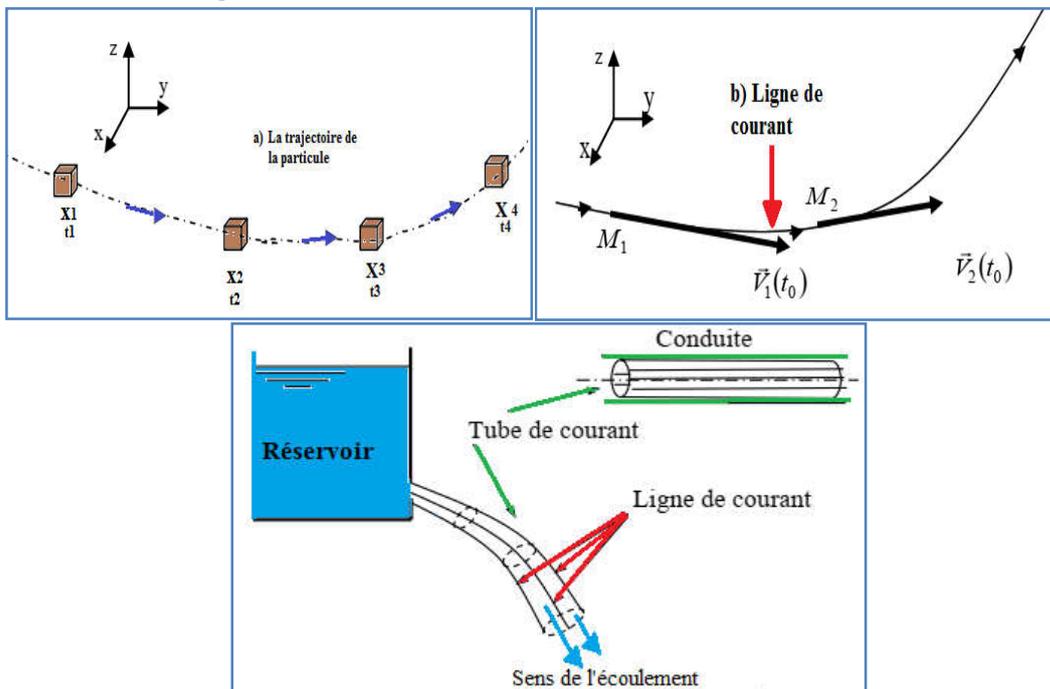


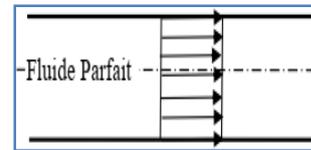
Figure IV.01 : a)Trajectoire, b) ligne de courant, c) Tube de courant

### 3- Représentation eulérienne et représentation lagrangienne :

Représentation Lagrangienne	Représentation Eulérienne
- Le mouvement de la particule fluide peut être défini par ses coordonnées $x, y, z, t$ , tout le long de la trajectoire	- La description eulérienne consiste à définir les grandeurs physiques en des points fixes de la particule.

#### IV.2. Dynamique des fluides Parfait incompressibles :

- Fluide parfait ce n'est pas le gaz parfait (Il ne faut pas confondre les deux fluides).
- Fluide parfait est un fluide non visqueux ou dont l'effet de la viscosité est négligeable
- En réalité, ce fluide n'existe pas. C'est une hypothèse très simplificatrice pour faciliter beaucoup la résolution d'un problème et qui donne certainement des résultats très proches de la réalité.
- Ses caractéristiques:
  - ✓ Pas de frottement donc pas de perte d'énergie
  - ✓ La vitesse est uniforme, constante dans toute la section dans une section donnée
  - ✓ Le fluide glisse sur une paroi solide
  - ✓ La pression est perpendiculaire à la paroi, comme en statique



Les équations fondamentales qui régissent la dynamique des fluides parfaits incompressibles à savoir :

- Conservation de la masse (L'équation de continuité )
- Conservation de l'énergie (Le théorème de Bernoulli)
- Conservation de la quantité de mouvement (Le théorème d'Euler)

#### 1. Conservation de la masse (Equation de continuité) :

1.1) **Le débit** : la quantité de fluide écoulé pendant un temps donné est : **Le débit**, Cette quantité peut être définie par sa masse ou son volume

Le débit massique	Le débit Volumique
$Q_m = \frac{\text{Masse}}{\text{temps}} \text{ (kg/s)}$	$Q_v = \frac{\text{Volume}}{\text{temps}} \text{ (m}^3\text{/s)}$
Masse (M) = $\rho$ Volume	
$Q_m = \rho Q_v$	

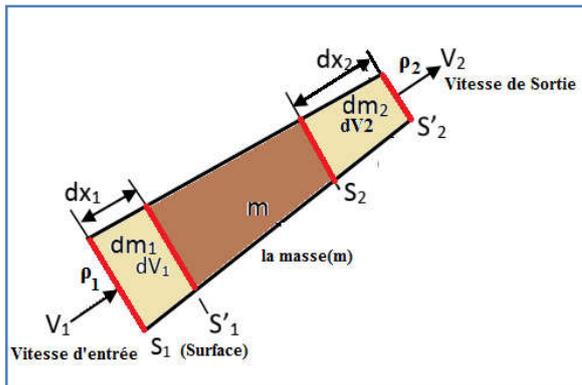
#### \* Remarques :

- Dans la pratique, On s'intéresse à la vitesse moyenne, appelée aussi **vitesse débitante** lors de détermination de la vitesse en tout point de la surface S
- Pour un fluide traversant une section S avec une vitesse moyenne  $V_m$ , **le débit volumique** est :

$$Q_v = V_m \cdot S$$

- Connaissant le débit  $Q_v$ , le diamètre de la conduite D, on peut calculer la vitesse moyenne dans cette conduite.  $S = \frac{\pi D^2}{4}$ ,  $V_m = \frac{4 Q_v}{\pi D^2}$   
 Avec :  $V_m$  en (m/s), S en (m<sup>2</sup>) et  $Q_v$  en (m<sup>3</sup>/s)

## 1.2) Equation de continuité :



Le débit massique se conserve et ce quelque soit le fluide (liquide ou gaz).

$$Q_m = Q_{m1} = Q_{m2} = \rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2$$

\*  $V_1$  et  $V_2$  les vitesses moyennes dans les sections  $S_1$  et  $S_2$

\* Pour un fluide incompressible :

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{cte}$$

L'équation de continuité simplifiée est :

$$V_1 S_1 = V_2 S_2$$

## 2. Conservation de l'énergie (Equation de Bernoulli) :

**Théorème de Bernoulli :** Ce théorème traduit la conservation de l'énergie par unité de volume.

$$P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{Cte} = P_t$$

Avec :

\*  $P$  (Pa) : Energie potentielle de pression par unité de volume ou pression statique.

\*  $\rho g z$  (Pa) : Energie potentielle de position par unité de volume.

\*  $z$  (m) : cote par rapport à un plan de référence

\*  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) : masse volumique du fluide

\*  $g$  (m/s<sup>2</sup>) : accélération de la pesanteur

\*  $V$  (m/s) : vitesse moyenne du fluide

Et

\*  $\frac{1}{2} \rho V^2$  (Pa) : Energie cinétique par unité de volume, ou pression dynamique.

\*  $P + \rho g z$  : Pression Statique

\*  $P_t$  : Pression Total

En divisant la relation précédente par  $\rho g$ :

$$\frac{P}{\rho g} + Z + \frac{V^2}{2g} = H$$

Avec :

$\frac{P}{\rho g}$  : Hauteur due à la pression

$Z$  : Cote du point

$\frac{V^2}{2g}$  : Hauteur due à la vitesse

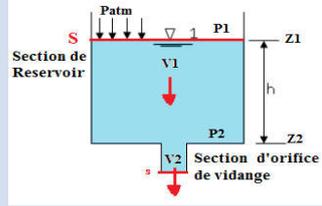
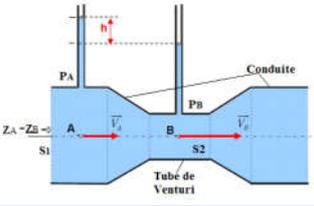
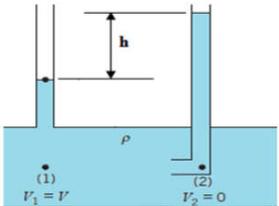
$Z + \frac{P}{\rho g}$  : cote piézométrique

$H$  : La charge Totale

**\*Remarque :**

Equation de Bernoulli sans échange de Travail	Equation de Bernoulli Avec l'échange de Travail (Dans un écoulement)
$\frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g z_2 + P_2 = Cst$ valable pour les fluides incompressibles en mouvement permanent	- Un fluide lorsque : il traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail $\Delta W$ pendant une durée $dt$  $P = \frac{W}{dt} \text{ (J/s) ou (W)}$ ✓ Si $P > 0$ : pompe, fournir de l'énergie ✓ Si $P < 0$ : turbine ,extraire de l'énergie

**2.1) Application de théorème de Bernoulli :**

Théorème de Torricelli : Vidange d'un réservoir	Tube de Venturi	Tube de Pito
		
$\frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g z_2 + P_2$ tel que : $P_1 = P_2 = P_{atm}$ , $h = z_1 - z_2$ $V_1 \ll V_2$ (La vitesse de descendante est négligeable devant celle du fluide s'écoulant dans le jet)	On a : $\frac{P_A}{\rho g} + Z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\rho g} + Z_B + \frac{V_B^2}{2g}$ $Z_A = Z_B$ (même niveau) $V_A S_A = V_B S_B$ (équation de continuité) $P_A - P_B = 0$ (L'équation hydrostatique)	Son principe est basé sur la mesure de la pression statique et de la pression dynamique en un point d'un écoulement ; mesures de vitesse dans divers écoulements $\frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g z_2 + P_2$ tel que : $z_1 = z_2$ , $V_1 = V$ et $V_2 = 0$ $P_1 - P_2 = \rho g h$
$V_2 = \sqrt{2gh}$	$V_B = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{S_B}{S_A}\right)^2}}$	$V_1 = \sqrt{2gh}$
*En réalité, la vitesse de vidange est plus faible. Elle dépend de la viscosité du liquide et de la forme de l'orifice de vidange	*Le débit réel est obtenu en multipliant le débit théorique par un coefficient de correction obtenu par étalonnage du venturi (Coef C), qui prend en considération la perte d'énergie dans le venturi : $Q = C V_B S_B$	

**3. Conservation de la quantité de mouvement (Euler) :**

- Le théorème d'Euler résulte de l'application du théorème de quantité de mouvement à l'écoulement d'un fluide
- La connaissance des forces exercées par les fluides en mouvement ( $\sum F_{exercé}$ ), est d'une importance considérable dans l'analyse et la conception d'objets tel que les pompes, les turbines, ....etc

$$\sum F_{exercé} = Q_m dV = Q_m (V_2 - V_1) = \rho Q (V_2 - V_1)$$

**Avec :**

$\Sigma F_{exercé}$  : Les forces exercées par les fluides en mouvement

$Q_m$  : débit massique,  $Q_m = \frac{dm}{dt}$

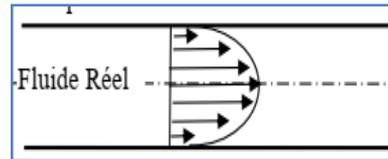
$dm$  : la masse du fluide contenu dans l'enveloppe limitée par S1 et S2

$V_1$  : Vitesse de fluide entré en S1

$V_2$  : Vitesse de fluide entré en S2

### IV.3. Dynamique des fluides Réels incompressibles :

- Un fluide est dit réel si, les forces de contact possèdent des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement des couches fluides)
- Ses caractéristiques:
  - ✓ frottement ou entre le fluide et la paroi de la conduite
  - ✓ Présence des pertes d'énergie ou Perte de Charge ( $\Delta H$ ) à cause ces frottements
  - ✓ La vitesse varie en fonction de la distance à l'axe
  - ✓ La vitesse à la paroi est nulle
  - ✓ le fluide adhère



#### 1. Régimes d'écoulement, Nombre de Reynolds :

**\*Nombre de Reynolds :** C'est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

**Avec :**

**Re:** Nombre de Reynolds (sans dimension)

$\rho$  : masse volumique

$V$  : vitesse de l'écoulement

$D$  : diamètre

$\mu$  : viscosité dynamique

On distingue quatre régimes principaux :

Régime de Stokes	Régime laminaire	Régime transition	Régime turbulent	
Les forces visqueuses et les forces de pression s'équilibrent.	le fluide s'écoule en couches cylindriques coaxiales ayant pour axe le centre de la conduite	c'est une transition entre le régime laminaire et le régime turbulent	Formation de mouvement tourbillonnant dans le fluide	
<b>Re &lt; 1</b>	<b>Re &lt; 2000</b>	<b>2000 &lt; Re &lt; 3000</b>	<b>Re &gt; 3000</b>	
			hydrauliquement Lisse,	hydrauliquement Rugeux,
			<b>3000 &lt; Re &lt; 100000</b>	<b>Re &gt; 100000</b>

## 2. Equation de Bernoulli pour les fluides réels

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \Delta H_{12}$$

\* $\Delta H_{1,2}$  : C'est l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimée en hauteur ; Les pertes de Charge peuvent être exprimées en pression :  $\Delta P_{1,2} = \rho \cdot g \cdot \Delta H_{1,2}$

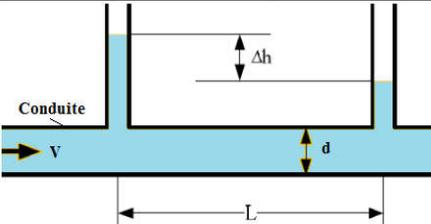
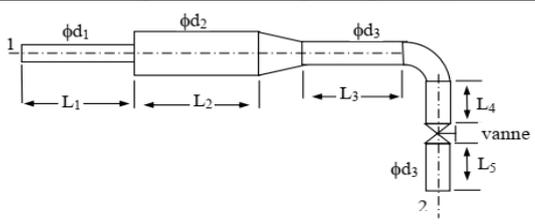
\*La Pertes de charge Totale ( $\Delta H_{1,2}$ ) : n'est que la somme de la perte de charge linière et la perte de charge singulière

$$\Delta H_{1,2} = \Delta H_L + \Delta H_S$$

- $\Delta H_L$  : la perte de charge linéaire.
- $\Delta H_S$  la perte de charge singulière, due aux (changement de direction, changement de section, vanne...)

\* $\Delta H_{1,2}$  : en (Pa) ,est une quantité positive

\*Dans la pratique, on ne détermine pas la perte de charge en faisant la différence des charges  $(P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2) - (P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2)$

$\Delta H_L$ (perte de charge linéaire)		$\Delta H_S$ (perte de charge singulière)
		
<p>Elle est calculée par la formule de Darcy – Weisbach :</p> $\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g}$ <p>*Le coefficient de perte de charge (<math>\lambda</math>) est fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité (<math>\epsilon</math>) de la conduite</p>		<p>Les principales pertes de charge singulières se produisent à l'entrée de la conduite, dans les rétrécissements ou élargissements de section, dans les coudes et les branchements, ainsi que dans les organes divers disposés sur la tuyauterie (vannes, filtres, clapets,...)</p>
<p><b>Laminaire</b> Re &lt; 2000</p>	<p><b>Turbulent</b> Re &gt; 3000</p>	
<p><math>\lambda = \frac{64}{Re}</math></p>	<p>hydrauliquement Lisse: 3000 &lt; Re &lt; 100000</p>	<p>hydrauliquement Rugeux : Re &gt; 100000</p>
<p>loi de Poiseuille</p>	<p><math>\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}</math> Loi de Blasius</p>	<p><math>\lambda = 0,79 \sqrt{\frac{\epsilon}{d}}</math> Loi de Blench</p>
		<p><math>\Delta H_S = K \frac{V^2}{2g}</math> K : coefficient de perte de charge singulière. Il dépend de la nature de la singularité</p>
		<p>*Voir : Figure IV.04 : Coefficient de perte de charge en fonction de la nature de la singularité</p>

### \* Remarques :

- Pour le cas de régime transition:  $2000 < Re < 3000$ , il n'y a pas de loi, mais on peut utiliser la loi de Blasius
- Connaissant Re et  $\epsilon/d$ , on détermine  $\lambda$  à partir du diagramme de Moody, grâce aux travaux de Nikuradse , voir (Figure IV.03).

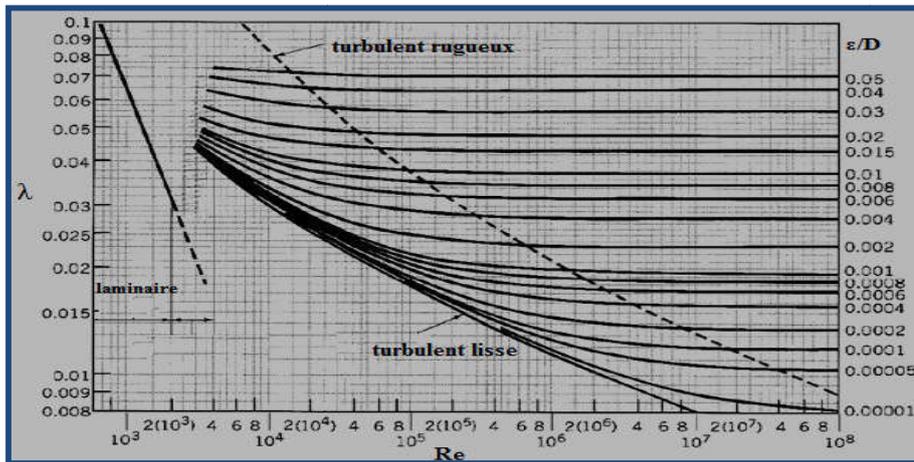


Figure IV.03 : Diagramme de Moody pour coefficient de frottement linéaire

- Pour utiliser cet abaque, on choisit le point d'intersection de la courbe correspondant au  $\epsilon/D$  de la conduite et au nombre de Reynolds. On projette ensuite ce point sur l'ordonnée de gauche du diagramme de Moody.
- À partir des années 1970, des nouvelles formules explicites, incluant l'effet de la rugosité, ont fait leur apparition pour obtenir le coefficient  $\lambda$  défini implicitement dans la formule de Colebrook. L'une des premières utilisées avec succès a été introduite par Swamee-Jain en 1976, suivi par celle de Haaland en 1983. Cette dernière est populaire grâce à sa simplicité tout en affichant une bonne précision. Plusieurs formules similaires ont été proposées par la suite, mais sans établir une différence substantielle sur la précision.

- Formule de Swamee-Jain : 
$$\lambda = \frac{0,25}{\left[ \log \left( \frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}$$

- Formule de Haaland : 
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \log \left[ \frac{6,9}{Re} + \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} \right]$$

Nature de singularité	Valeur de K														
Elargissement brusque 	$K = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$ et $\Delta H_s = K \frac{V_1^2}{2g}$														
Sortie vers un réservoir 	$K = 1$ et $\Delta H_s = \frac{v^2}{2g}$														
Rétrécissement brusque 	$\Delta H_s = K \frac{V_2^2}{2g}$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>S_2/S_1</math></td> <td>0,1</td> <td>0,5</td> <td>0,7</td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>0,41</td> <td>0,24</td> <td>0,14</td> </tr> </table>	$S_2/S_1$	0,1	0,5	0,7	K	0,41	0,24	0,14						
$S_2/S_1$	0,1	0,5	0,7												
K	0,41	0,24	0,14												
Sortie réservoir - conduite 	$K = 0,5$ et $\Delta H_s = K \frac{V^2}{2g}$														
Coude arrondi 	$K = \left(0,131 + 1,847 \left(\frac{d}{2r}\right)^{3,5}\right) \frac{\theta}{90^\circ}$ $\theta$ en degrés														
Coude à angle vif 	<table border="1"> <tr> <td><math>\theta^\circ</math></td> <td>22,5</td> <td>30</td> <td>45</td> <td>60</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>0,07</td> <td>0,11</td> <td>0,24</td> <td>0,47</td> <td>1,13</td> </tr> </table>	$\theta^\circ$	22,5	30	45	60	90	K	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13		
$\theta^\circ$	22,5	30	45	60	90										
K	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13										
Vanne à papillon 	<table border="1"> <tr> <td><math>\theta^\circ</math></td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>1,5</td> <td>3,9</td> <td>11</td> <td>33</td> <td>118</td> <td>750</td> </tr> </table>	$\theta^\circ$	20	30	40	50	60	70	K	1,5	3,9	11	33	118	750
$\theta^\circ$	20	30	40	50	60	70									
K	1,5	3,9	11	33	118	750									

Source : (Dr Abdelhakim BENSLIMANE, 2016)

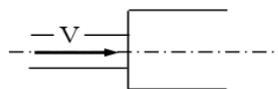
Figure IV.04 : Coefficient de perte de charge en fonction de la nature de la Singularité

\* Coude à angle droit



d/R	0,2	0,8	1,4	1,6
K	0,13	0,2	0,66	1

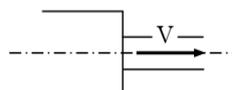
\* Elargissement brusque :



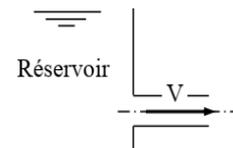
$K \approx 1$



\* Rétrécissement brusque :



$K \approx 0,5$

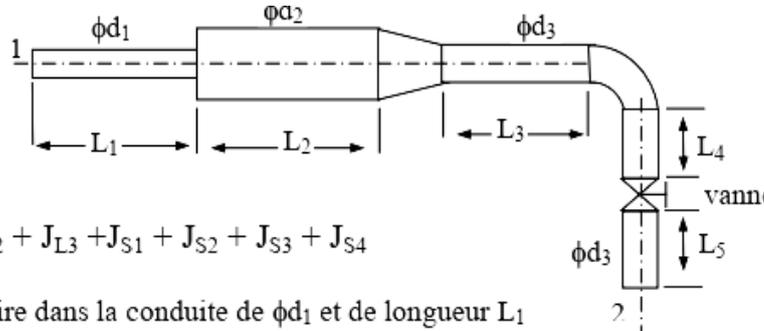


**Remarque :**

- Pour la réduction des pertes singulières, on doit éviter les changements brusques de sections.
- La perte de charge totale est :

$$\Delta H = \Delta H_L + \Delta H_s = \lambda \frac{LV^2}{D2g} + K \frac{V^2}{2g}$$

**Exemple :**



$$J_{12} = J_{L1} + J_{L2} + J_{L3} + J_{S1} + J_{S2} + J_{S3} + J_{S4}$$

Avec :

$J_{L1}$  : perte linéaire dans la conduite de  $\phi d_1$  et de longueur  $L_1$

$J_{L2}$  : perte linéaire dans la conduite de  $\phi d_2$  et de longueur  $L_2$

$J_{L3}$  : perte linéaire dans la conduite de  $\phi d_3$  et de longueur  $L_3 + L_4 + L_5$

$J_{S1}$  : perte singulière élargissement

$J_{S2}$  : perte singulière rétrécissement progressif

$J_{S3}$  : perte singulière coude

$J_{S4}$  : perte singulière vanne

**Exemple01 : Les pertes de charge Linéaires**

Une huile de densité 0,850 et de viscosité dynamique 0,10104 Pa.s circule dans un tuyau de fonte lisse de longueur  $L = 3000$  m, de diamètre  $D = 30$  cm, avec un débit  $Q = 44$  l/s.

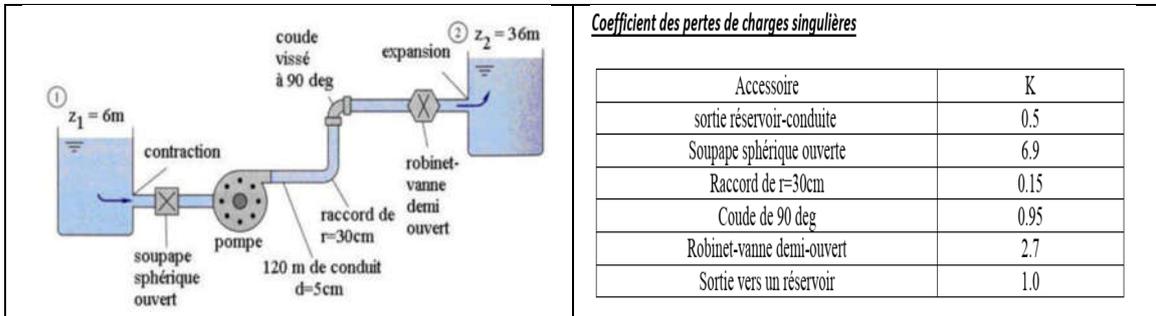
- Quelle est la perte de charge dans ce tuyau ?

<b>La perte de charge Linéaire <math>\Delta H_L</math></b>	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g}$	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g} = 0,0407 \left( \frac{3000 \times (0,622)^2}{0,3 \times 2 \times 9,81} \right) = 6,8m$	<b><math>\Delta H_L = 6,8m</math></b>
La vitesse moyenne V	$V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2}$	$V = \frac{4 \times 0,044}{\pi (0,30)^2} = 0,622m/s$	<b><math>V = 0,622m/s</math></b>
Le Nombre de (Re)	$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$	$Re = \frac{850 \times 0,622 \times 0,3}{0,10104} = 1570 < 2000$	<b><math>Re = 1570 &lt; 2000</math></b>
Régime d'écoulement	<b>Régime Laminaire</b> $\lambda = \frac{64}{Re}$	$\lambda = \frac{64}{1570} = 0,0407$	<b><math>\lambda = 0,0407</math></b>

### Exemple02 : Les pertes de charge Singulières:

L'eau ( $\rho=1000\text{kg/m}^3$ ,  $\nu=1.00510^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ ) est pompée du réservoir 1 au réservoir 2 en utilisant une conduite de diamètre de 5 cm et de longueur de 120 m comme montré à la figure ci dessous. Le débit est de  $0.006\text{ m}^3/\text{s}$ . La rugosité relative est de  $\varepsilon/D = 0,001$ .

- Calculez la puissance de la pompe?



Appliquons l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + H_p = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + \Delta H$$

On a :

$$Z_1=6\text{ m}, Z_2= 36\text{m} \text{ et } P_1=P_2=P_{\text{atm}}$$

$V_1=V_2=0$  ( Niveau d'eau constante), alors :

$$H_p = Z_2 - Z_1 + \Delta H$$

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K_i \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = 3,06\text{m/s}$$

$$Re = \frac{V D}{\nu} = 152240$$

L'équation de Halaand donne:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \log \left[ \frac{6,9}{Re} + \left( \frac{\varepsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} \right] \Rightarrow \lambda = 0,0213$$

$$H_p = 30 + \left( 0,0213 \frac{120}{0,05} + 12,2 \right) \frac{3,06^2}{2 \cdot 9,81} \approx \mathbf{60\text{m}}$$

#### IV.4. Travaux Dirigés. V :

##### \*(La Série N°05 : Régimes d'écoulement)

###### Exercice N°1:

Soit une conduite de 3 cm de diamètre, Quel est le régime d'écoulement si :

- 1) la vitesse d'écoulement  $v=10,5$  m/s et avec une viscosité cinématique  $1.10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s
- 2) Du fuel lourd à 50 °C circulant à la même vitesse et une viscosité cinématique  $110.10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s.

###### Exercice N°2:

Un fluide de viscosité dynamique  $\mu = 0.113$  Pa et de densité  $d=0,930$  circule dans un tuyau de : ( $L=1650$  m,  $D=25$ cm ,  $q_v=19,66$  l/s) .

Déterminer :

- 1) Reynolds
- 2) Coefficient de frottement linéaire
- 3) Perte de charge linéaire.

###### Exercice N°3:

Soit un serpentin composé de 12 tubes rectilignes de diamètre  $d=10$ mm et de longueur 1 m , et 11 coudes à 180° ayant un coefficient  $K_s=0,4$   $q_v=0,25$  l/s et pression d'entrée 3 bars. si la viscosité dynamique :  $\mu =10^{-3}$  Pa.s , calculer :

Déterminer :

- 1) Nombre de Reynolds
- 2) Coefficient de frottement linéaire
- 3) pertes de charges linéaires et singulières en J/kg
- 4) la pression à la sortie, en Appliquant le théorème de Bernoulli

###### Exercice N°4:

Quelle est la perte de charge dans un tuyau de fonte de longueur  $L = 3000$  m, et de diamètre  $D = 30$  cm? , Si une huile de densité 0,850 et de viscosité dynamique  $0,10 \times 10^4$  Pa.s circule dans ce tuyau avec un débit  $Q = 44$  l/s.

**\*Des Exercices à Résoudre :**

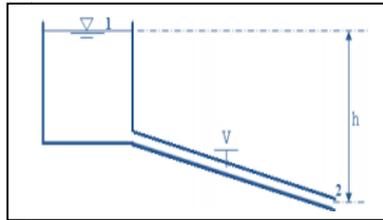
**Exercice 01 :**

De l'huile circule du réservoir A à travers 150m de tuyau neuf de fonte asphaltée de 150mm de diamètre jusqu'au point B de cote 30m  
Quelle devra être la pression en A pour que le débit de l'huile soit de 13l/s (densité = 0.84 et  $\nu = 2.1 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ ). Utiliser  $\epsilon = 0.12\text{mm}$ .

**Exercice 02 :**

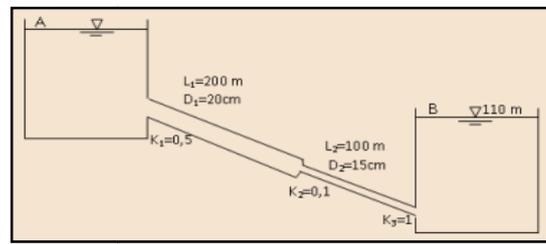
Une conduite de vidange d'un grand réservoir à niveau constant débouche à l'air libre. La section de sortie de la conduite est situé  $h=7\text{m}$  au-dessous du niveau du plan d'eau du réservoir. La conduite a une longueur  $L=150\text{m}$  et son diamètre est  $D=0,2\text{m}$ . La rugosité de la conduite est  $\epsilon=0,1\text{mm}$ . On néglige la perte de charge singulière à l'entrée de la conduite. Au milieu de la conduite se trouve une vanne V

- 1- La vanne étant grande ouverte (perte de charge de la vanne nulle), Quel est le débit de vidange Q assuré par la conduite
- 2- La vanne est partiellement fermée et le débit dans la conduite est alors  $Q=0,05 \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ . En déduire le coefficient de perte de charge singulière K de la vanne



**Exercice03 :**

De l'eau circule du réservoir A au réservoir B à travers deux conduites en série en acier ( $\epsilon=0,26 \text{mm}$ ). Quelle est l'élévation de la surface libre dans le réservoir A si le débit d'écoulement est  $0,03 \text{m}^3/\text{s}$ .



**Exercice04:**

Un jet d'eau est alimenté à parti d'un réservoir de grandes dimensions au moyen d'une pompe centrifuge de débit volumique de 2 litres par seconde, à travers une conduite de longueur 15m et de diamètre intérieur de 3cm. La conduite présente un coude de  $90^\circ$  ( $K_c=0.3$ ),  $\mu_{\text{eau}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{Pa}\cdot\text{s}$

- 1) la vitesse d'écoulement
- 2) Calculer le nombre de Reynolds et préciser la nature de l'écoulement
- 3) Calculer le coefficient de frottement linéaire
- 4) Calculer la perte de charge totale dans le circuit
- 5) Calculer la puissance nette de la pompe
- 6) En déduire la puissance absorbée (Pa) par la pompe sachant que son rendement est de 75%

#### IV.5. Solutions des exercices :

##### Exercice 01 :

d=3cm

eau :  $V=10,5\text{m/s}$ ,  $\nu=1.10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$  , fuel lourd 50 °C,  $\nu=110.10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$  , fuel lourd 10 °C,  $\nu=290.10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

- Régime d'écoulement=?(pour les trois cas= ?

Régime d'écoulement : eau	$Re = \frac{VD}{\nu}$	$Re = \frac{10,5 \times 0,03}{1.10^{-6}} = 315000 > 100000$	<b>Re= 315000 Turbulent hydrauliquement Rugeux</b>
Régime d'écoulement : fuel lourd à 50 °C	$Re = \frac{VD}{\nu}$	$Re = \frac{10,5 \times 0,03}{110.10^{-6}} = 2863,63$ $3000 < Re < 100000$	<b>Re= 2863,63 Turbulent hydrauliquement Lisse</b>

##### Exercice 02:

$\mu = 0.11,0\text{ sPa}$  d=0,932, L=1650 m, D=25 cm ,  $q_v=19,7\text{ l/s}$ .

-  $v=?$  ,  $Re=?$  , Régime d'écoulement=? ,  $\lambda=?$  ,  $J_L=?$

$v=?$	$V = \frac{Q}{S} = \frac{4q_v}{\pi D^2}$	$V = \frac{4 \times 19,7 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,25^2} = 0,4013\text{m/s}$	<b>V=0,4013m/s</b>
$Re=?$	$Re = \frac{VD}{\nu}$	$Re = \frac{0,4013 \times 0,25}{118 \times 10^{-6}} = 850,222$	<b>Re= 850,222</b>
Régime d'écoulement=?	$Re < 2000$	Régime Laminaire	<b>Laminaire</b>
$\lambda=?$	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$\lambda = \frac{64}{850} = 0,07527$	<b><math>\lambda = 0,07527</math></b>
$J_L = \Delta H_L ?$	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g}$	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g} = 40\text{J/Kg}$	<b><math>\Delta H_L = 40\text{J/Kg}</math></b>

##### Exercice 03:

d =10mm ,(lxL)=(10x1)mm,  $K_s = 0,4, 12\text{ tubes}, 11\text{ coudes } 180^\circ$ ,  $q_v=0,25\text{ l/s}$ ,  $P_1 = 3\text{ bars}$ ,  $\mu = 10^{-3}\text{ Pa.s}$ .

-  $V=?$  ,  $Re=?$  , nature de l'écoulement=? ,  $\lambda=?$  ,  $J_L$  en  $\text{J/kg}=?$  ,  $J_S$  en  $\text{J/kg}=?$  ,  $P_2=?$

$V=?$	$V = \frac{4q_v}{\pi D^2}$	$V = \frac{4 \times 0,25 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,01^2} = 3,18\text{m/s}$	<b>V= 3,18/s</b>
$Re=?$	$Re = \frac{VD}{\mu/\rho}$	$Re = \frac{3,18 \times 0,01}{\frac{0,001}{1000}} = 31800$	<b>Re = 31800</b>
nature de l'écoulement=?	$3000 < Re < 100000$	Régime Turbulent lisse	<b>Turbulent hydrauliquement lisse</b>
$\lambda=?$	$\lambda = (100 Re)^{-1/4}$	$\lambda = (100 \times 31800)^{-1/4}$	<b><math>\lambda = 0,02366</math></b>
$J_L$ en $\text{J/kg}$	$\Delta H_L = - \lambda \frac{LV^2}{D2g}$	$\Delta H_L = - 0,02366 \frac{1 \times 3,18^2 \times 12}{2 \times 0,01}$ $= -143,55\text{J/kg}$	<b><math>\Delta H_L = -</math> <b>143,55J/kg J/Kg</b></b>
$J_S$ en $\text{J/kg}=?$ ,	$\Delta H_S = - K \frac{V^2}{2g}$	$\Delta H_S = - (0,3 \times 11) \frac{3,18^2}{2g}$ $22,24\text{ J/kg}$	<b><math>\Delta H_S = -22,24\text{ J/kg}</math></b>
$P_2=?$	Utilisons équation de Bernoulli : $P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \Delta H_{12}$ Conditions d'application : $V_1 = V_2$ , $P_1 = P_2 = P_{atm}$ $P_2 = P_1 + \rho(\Delta H_L + \Delta H_S)$	<b><math>P_2 = 3 \times 10^5 -</math> <b>1000.(143,55+22,24)=</b> <b>1,3421bar</b></b>	<b><math>P_2 = 1,3421\text{bar}</math></b>

**Exercice 04:**

$\mu = 0.10 \cdot 10^4 \text{ Pa}$   $d=0,85$ ,  $L=3000 \text{ m}$ ,  $D=30 \text{ cm}$ ,  $Q=44 \text{ l/s}$ .

-  $\Delta H_L = ?$

V=?	$V = \frac{Q}{S} = \frac{4q}{\pi D^2}$	$V = \frac{4 \times 0,044}{\pi \cdot 0,30^2} = 0,622 \text{ m/s}$	<b>V=0,622m/s</b>
Re=?	$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$	$Re = \frac{850 \times 0,044 \times 0,3}{0,10 \cdot 10^4} = 1570$	<b>Re= 1570</b>
Régime découlement=?	<b>Re &lt; 2000</b>	Régime Laminaire	<b>Laminaire</b>
$\lambda = ?$	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$\lambda = \frac{64}{1570} = 0,0407$	<b><math>\lambda = 0,0407</math></b>
$\Delta H_L ?$	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g}$	$\Delta H_L = \lambda \frac{LV^2}{D2g} = 6,8 \text{ m}$	<b><math>\Delta H_L = 6,8 \text{ m}</math></b>

**\*Des exercices à Résoudre :**

**Exercice 01 :** Rép :  $V_L=0,736 \text{ m/s}$ ,  $Re=5,26 \times 10^4$ ,  $\lambda=0,023$ ,  $P_A=55,21 \text{ KPa}$

**Exercice 02 :** Rép :  $V_2=2,74 \text{ m/s}$ ,  $Q=0,086 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $K=34,5$

**Exercice 03 :** Rép :  $Z=113,38 \text{ m}$

**Exercice 04 :** Rép :  $V=2,83 \text{ m/s}$ ,  $Re=84900$ , *turbilant hydrauliquement lisse*,  $\lambda=0,018$ ,  $\Delta H_t=37,2$

$\text{J/kg}$ ,  $P_n=211,74 \text{ W}$ ,  $P_a=282,3 \text{ Watt}$

## ❑ REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE :

### Livres :

- 1- Candel S. Mécanique des fluides, Dunod, 1990
- 2- Carlier M. Hydraulique générale et appliquée, éditions Eyrolles, Paris, 1986
- 3- Comolet R. Mécanique expérimentales des fluides, Vol.1, 2 et 3, Masson, 1981
- 4- Lumbroso H. Problèmes résolus de mécanique des fluides, Dunod, 1989
- 5- Mécanique des fluides et hydraulique : Cours et problèmes, RANALD-Ed SCHAUM

### Polycopiés :

- 6- Dr BENTALHA Chakib, Mr HABI Mohamm, *Mécaniques des fluides cours*, Université Abou Bakr Belkaid-Tlemcen, 2015 , <https://www.coursehero.com/file/43426819/polycope-MDF-vfpdf/>
- 7- Dr Riad Ben Hamouda, *Notions de Mécaniques des fluides : Cours et exercices corrigées*, Institut supérieures des études technologique de Djarba ,Tunis,2008, <https://www.slideshare.net/zahirbeja/notions-mecanique-des-fluides>,
- 8- Notice d'utilisation : Conatex Matériel scientifique , *Etude de la capillarité – Réf.1142013* [https://www.conatex.com/media/manuals/BAFR/BAFR\\_1142013.pdf#:~:text=La%20loi%20de%20Jurin%20.%20Cette%20loi%20permet%20aussi%20fin%20qu%27un%20cheveu%20%BB%29%20dans%20de%20l%27eau](https://www.conatex.com/media/manuals/BAFR/BAFR_1142013.pdf#:~:text=La%20loi%20de%20Jurin%20.%20Cette%20loi%20permet%20aussi%20fin%20qu%27un%20cheveu%20%BB%29%20dans%20de%20l%27eau),
- 9- Dr YOUCEFI Sarra, *Mécanique des Fluides I « Cours et applications» destiné aux étudiants de 2ème année de Licence (Semestre 3) Sciences et Technologie (ST),Oran (2016-2017)*, [https://www.univ-usto.dz/images/coursenligne/mdf\\_sarr.pdf](https://www.univ-usto.dz/images/coursenligne/mdf_sarr.pdf),
- 10-Dr Ghazi Bellakhal, *Notes de cours MECANIQUE DES FLUIDES Une introduction à la dynamique des fluides réels incompressibles*, Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis 2015, [http://www.utm.rnu.tn/visirech/Fr/utm/DOWNLOAD\\_1449248695.pdf](http://www.utm.rnu.tn/visirech/Fr/utm/DOWNLOAD_1449248695.pdf),
- 11-Dr Abdelhakim BENSLIMANE, *Introduction A La Mécanique Des Fluides Cours*, Laboratoire Mécanique, Matériaux et Energétique, Département de Génie Mécanique- Faculté de Technologie, Université A. MIRA de Bejaia,2016, [https://elearning.univ-bejaia.dz/pluginfile.php/337124/mod\\_resource/content/0/Cours\\_BENSLIMANE%20Abdelhakim\\_%20INTRODUCTION%20A%20LA%20MECANIQUE%20DES%20FLUIDES.pdf](https://elearning.univ-bejaia.dz/pluginfile.php/337124/mod_resource/content/0/Cours_BENSLIMANE%20Abdelhakim_%20INTRODUCTION%20A%20LA%20MECANIQUE%20DES%20FLUIDES.pdf),

***T*ests : TP, TD, Cours**  
***E*xamens Semestriels**



**A/ Tests TP:**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE  
ARBAOUI ABDELLAH**

**Matière (UEF 213) : Mécanique des fluides  
2<sup>ème</sup> année : Classes préparatoires**

**Chargée de cours : Mme S.Harkat**

**Chargés de TP : Mr M.Kamli, Mr H.Mazighi**

**Durée : 30minute**

**2019-2020**

**Test TP**

<b>Nom :</b>	<b>Prénom :</b>	<b>La Note :</b>
--------------	-----------------	------------------

1- **Quelle est le but du TP de Filtration sur Sable ?**

.....  
.....

2- **Expliquez les différentes étapes de Coagulation -Floculation?**

.....  
.....

3- **Comment déterminer La concentration optimal d'un coagulant expérimentalement ?**

.....  
.....

**ENSH// DEPARTEMENT:  
Classes Préparatoires**

**Matière (UEF 213) : Mécanique des fluides**

**Chargée de cours : Mme S.Harkat**

**Chargés de TP : Mr M.Kamli, Mme K. Tahir**

**Durée : 30minute**

**2020-2021**

**Test TP**

<b>Nom :</b>	<b>Prénom :</b>	<b>La Note :</b>
--------------	-----------------	------------------

1- **Quelle est le but du TP d'étalonnage d'un Monomètre ?**

.....  
.....

2- **Citez les différentes propriétés d'un liquide?**

.....  
.....

3- **Comment déterminer la masse volumique expérimentalement ?**

.....  
.....

**B/ Tests Cours:**

<b>ENSH// DEPARTEMENT:</b> Classes Préparatoires		
2 <sup>ème</sup> CP	Année Universitaire : 2017-2018	
<b>Module: Mécanique des fluides</b>		
<b>Chargée de cours &amp; TD : H. S. Harkat</b>		
Nom et prénom	Groupe	Note
..... .....		
<b>Test:</b>		
<b>Q1:</b> Comment peut-on définir l'hydrodynamique et l'hydrostatique ?		
..... .....		
<b>Q2:</b> Donner la différence entre liquide et solide de point de vue Forces attractives entre molécule ?		
..... .....		
<b>Q3:</b> Citez les différentes propriétés physiques d'un liquide?		
..... .....		
<b>Q4:</b> Dans quel cas d'apparait le phénomène de frottement visqueux (fluide parfait ou réel), pourquoi?		
..... .....		
<b>Q5:</b> Quelles sont les composantes d'une contraintes ?		
..... .....		

<b>ENSH// DEPARTEMENT:</b> Classes Préparatoires		
2 <sup>ème</sup> CP	Année Universitaire : 2018-2019	
<b>Module: Mécanique des fluides</b>		
<b>Chargée de cours &amp; TD : H. S. Harkat</b>		
Nom et prénom	Groupe	Note
..... .....		
<b>Test:</b>		
<b>Q1:</b> Donnez 4 caractéristiques d'un fluide?		
..... .....		
<b>Q2:</b> Donner la différence entre liquide et solide de point de vue contrainte ?		
..... .....		
<b>Q3:</b> Quels sont les types de viscosités, lesquels et définir chaque type à part ?		
..... .....		
<b>Q4:</b> Donnez deux exemples fluides compressibles et deux exemples fluides incompressibles?		
..... .....		
<b>Q5:</b> Quels sont les caractéristiques des forces hydrostatiques?		
..... .....		

**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

2<sup>ème</sup> CP

Année Universitaire : 2019-2020

**Module: Mécanique des fluides**

**Chargée de cours & TD : H. S. Harkat**

Nom et prénom	Groupe	Note
..... .....		

**Test:**

**Q1:** Quelle est l'utilité de la mécanique e fluide?

.....  
.....

**Q2:** Donner la différence entre liquide et solide de point de vue forme ?

.....  
.....

**Q3:** Comment se fait la classification des fluides ?

.....  
.....

**Q4:** Comment peut-on définir une contrainte tangentielle ?

.....  
.....

**Q5:** Quels sont les différents formes d'un piézomètre?

.....  
.....

**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

2<sup>ème</sup> CP

Année Universitaire : 2020--2021

**Module: Mécanique des fluides**

**Chargée de cours & TD : H. S. Harkat**

Nom et prénom	Groupe	Note
..... .....		

**Test:**

**Q1:** Comment peut-on définir le fluide ?

.....  
.....

**Q2:** Comment peut-on définir les propriétés physiques des fluides ?

.....  
.....

**Q3:** Quelle est la différence entre masse volumique, masse spécifique, poids spécifique et poids volumique ?

.....  
.....

**Q4:** Donner une différence entre fluide parfait et réel ?

.....  
.....

**Q5:** Quelle est la différence entre manomètre et vacuomètre?

.....  
.....

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

2<sup>ème</sup> CP

Année Universitaire : 2017-2018

Module: Mécanique des fluides

Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe	Note
.....		
.....		

**Test:**

**Q1:** Quand le fluide subit une variation de sa forme ?

.....  
.....

**Q2:** Donner la différence entre solide et fluide ?

.....  
.....

**Q3:** Quelle est la différence entre masse volumique, masse spécifique, poids spécifique et poids volumique ?

.....  
.....

**Q4:** Peut on dire que au repos, les fluides sont parfaits ?pourquoi ?

.....  
.....

**Q5:** comment peut on définir la pression ?

.....  
.....

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

2<sup>ème</sup> CP

Année Universitaire : 2018-2019

Module: Mécanique des fluides

Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe	Note
.....		
.....		

**Test:**

**Q1:** Classez les différentes formes de fluide, donnez des exemples?

.....  
.....

**Q2:** Est-ce que les liquides sont des fluides aqueux?

.....  
.....

**Q3:** Est-ce que la densité a un rapport avec le temps, justifiez?

.....  
.....

**Q4:** Si la composante  $\tau_x = 0$ , comment elle doit être  $\tau_y$ ? dans ce cas là, quel est le type de fluide ?

.....  
.....

**Q5:** comment peut on définir le centre de poussée hydrostatiques?

.....  
.....

B/ Tests TD:

**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2017-2018  
2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides  
Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG : .....	.....

**Test N°1 (TD) :**

1- Convertir le Pascal en N.s/cm<sup>2</sup> ?

2- Du fuel porté à une température T=20°C a une viscosité dynamique  $\mu = 95.10^{-3} Pa.s$ . Calculer sa viscosité cinématique  $\nu$  en stockes sachant que sa densité est d=0,95.  
On donne la masse volumique de l'eau est  $\rho_{eau} = 1000 kg/m^3$

---

**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2017-2018  
2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides  
Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG : .....	.....

**Test N°2 (TD) :**

1- Quelle est la fraction de volume d'un morceau de métal solide de densité 7,25 qui flotte à la surface d'un récipient de mercure de densité 13,6

2- La figure ci-dessous représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire.  
Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression  $\vec{F}_{p1/h}$  sur l'huile. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force  $\vec{F}_{h/p2}$ .

On donne :

- les diamètres de chacun des pistons :  $D_1 = 10 \text{ mm}$ ;  $D_2 = 100 \text{ mm}$ .
- l'intensité de la force de pression en A :  $F_{p1/h} = 150 \text{ N}$ .

The diagram shows a hydraulic jack with two pistons, labeled 'piston 1' and 'piston 2', connected by a fluid labeled 'huile'. Piston 1 is on the left and is smaller in diameter. Piston 2 is on the right and is larger in diameter. A vertical axis 'z' is shown on the left. A dashed horizontal line indicates that the pistons are at the same height, labeled 'ZA=ZB'. A downward force vector  $\vec{F}_{p1/h}$  is shown acting on piston 1. An upward force vector  $\vec{F}_{h/p2}$  is shown acting on piston 2. A curved arrow indicates a clockwise rotation of the lever arm connected to piston 1.

Travail demandé :

- 1) Déterminer la pression  $P_A$  de l'huile au point A.
- 2) Quelle est la pression  $P_B$  ?
- 3) En déduire l'intensité de la force de pression  $F_{hp2}$ .

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2018-2019

2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides

Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

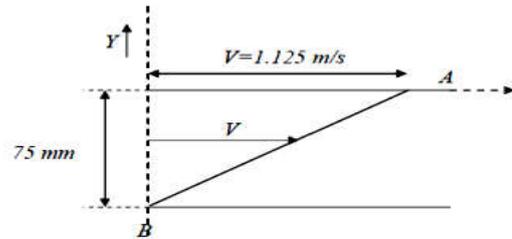
Nom et prénom	Groupe & SG	Note
.....	G : .....	.....
.....	SG : .....	.....
.....		

**Test N°1 (TD) :**

**Exercice N°1:**

Un fluide de viscosité dynamique égale à  $4.88 \times 10^{-4} \text{ kg.s/m}^3$  et une densité de 0.913, se trouve entre deux plaques superposées dont la plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure se trouve en mouvement avec une vitesse de 1.125 m/s

- Calculer le poids spécifique de ce liquide ?
- Calculer le gradient de vitesse dans les A et B et la contrainte tangentielle ?



**Exercice N°2:**

- Une masse donnée d'un gaz est considérée dans « états successifs » :  
 Etat 1 caractérisé par  $P_1, V_1, T_1$   
 Etat 2 caractérisé par  $P_2, V_2, T_2$   
 Etat 3 caractérisé par  $P_3, V_3, T_3$   
 On donne :  $P_1=1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_1=2,0 \text{ L}$  et  $T_1=300 \text{ K}$ .
  - Le passage de l'état 2 s'effectue à pression constante par une élévation de température de 20K. Déterminer  $P_2, V_2, T_2$  ?
  - Le passage de l'état 2 à l'état 3 s'effectue à Température constante par une augmentation de pression de  $1.0 \times 10^4 \text{ Pa}$ . Déterminer  $P_3, V_3, T_3$  ?

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2018-2019

2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides

Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
.....	G : .....	.....
.....	SG : .....	.....
.....		

**Test N°2 (TD) :**

**Ex01 :** Quelle est la pression de 11,7g ( $\text{C}_2\text{H}_2$ ) contenus dans un ballon de 10litres à une température de 50°C ?

**EX02 :** Une masse donnée d'un gaz est considérée dans « états successifs » :

- Etat 1 caractérisé par  $P_1, V_1, T_1$
- Etat 2 caractérisé par  $P_2, V_2, T_2$
- Etat 3 caractérisé par  $P_3, V_3, T_3$

On donne :  $P_1=1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V_1=2,0 \text{ L}$  et  $T_1=300 \text{ K}$ .

- Le passage de l'état 2 s'effectue à pression constante par une élévation de température de 20K. Déterminer  $P_2, V_2, T_2$  ?
- Le passage de l'état 2 à l'état 3 s'effectue à Température constante par une augmentation de pression de  $1.0 \times 10^4 \text{ Pa}$ . Déterminer  $P_3, V_3, T_3$  ?

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2019-2020

2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides

Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG :.....	.....

**Test N°1 (TD) :**

EX01 : Un réservoir contenant exactement 5 m<sup>3</sup>d'huile de pétrole pèse 5122 kg. Sachant que la masse du réservoir vides est de 962 kg, calculer la masse volumique et la densité de l'huile. La masse volumique de l'eau est 1000 kg/m<sup>3</sup>

EX02 : Quelle pression doit-on appliquer à l'eau pour réduire son volume de 1,25%. On donne:  $E=2,2 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

EX03 : Deux grandes surfaces planes sont à 2,4 cm l'une de l'autre et l'espace entre elles est rempli d'un liquide de viscosité 8,1 Pa.s. Quelle est la force nécessaire pour tirer une plaque très fines de 0,5 m<sup>2</sup> de surface à la vitesse constante 60 cm/s, si :

1. La plaque est situé au milieu ;
  2. La plaque est située à 0,8 cm d'une des surfaces.
- Faites l'hypothèse que le profil de vitesse est linéaire

**ENSH// DEPARTEMENT:**

Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2019-2020

2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides

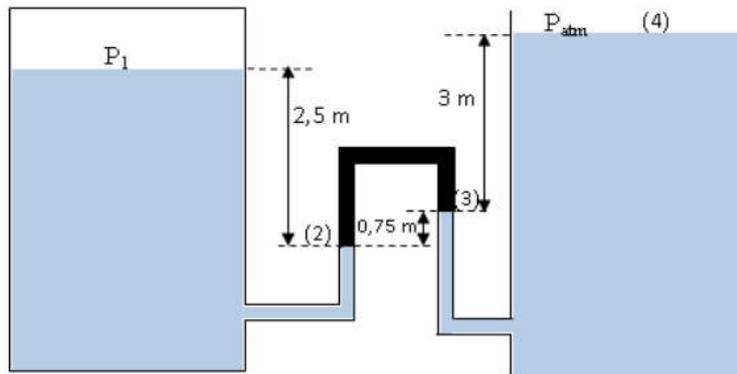
Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG :.....	.....

**Test N°2 (TD) :**

Ex 01 : Déterminer la poussée hydrostatique sur la paroi circulaire AB et son centre de poussée. On donne  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  et  $g=9.81 \text{ m/s}^2$

Ex02 : Deux réservoirs d'eau sont relié entre eux par un manomètre contenant du mercure ( $d_{Hg}=13,6$ ). Calculer la pression  $P_1$  du réservoir gauche.



**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2020-2021  
2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides  
Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG :.....	.....

**Test N°1 (TD) :**

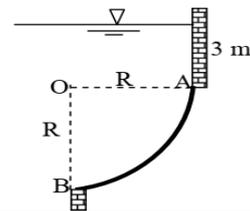
**Exercice N°1:**

Démontrer que dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

**Exercice N°2:**

Une vanne radiale est localisée à la base d'un mur vertical. La largeur de la vanne est  $L = 5\text{m}$  et son rayon  $R = 4\text{m}$ .

Déterminer la force résultante exercée sur cette vanne?



**ENSH// DEPARTEMENT:**  
Classes Préparatoires

Année Universitaire : 2020-2021  
2<sup>ème</sup> CP ; Mécanique des fluides  
Chargée de cours & TD : H. S. Harkat

Nom et prénom	Groupe & SG	Note
..... ..... .....	G : ..... SG :.....	.....

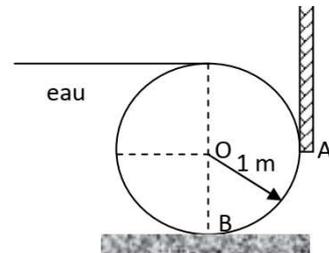
**Test N°2 (TD) :**

**Exe 01 :**

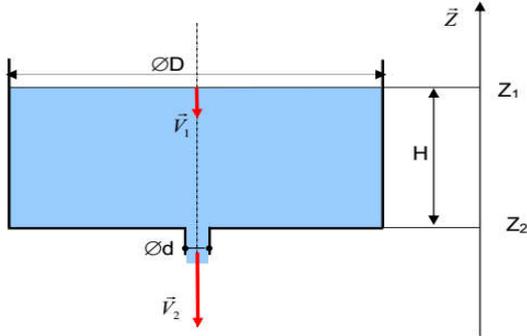
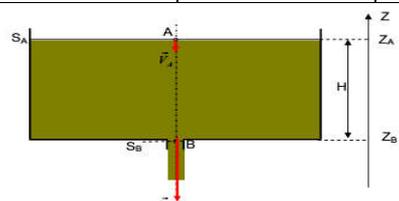
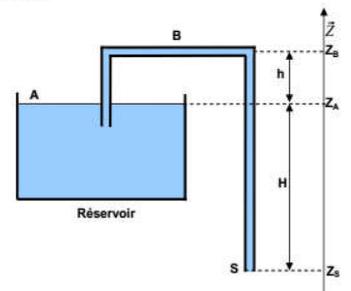
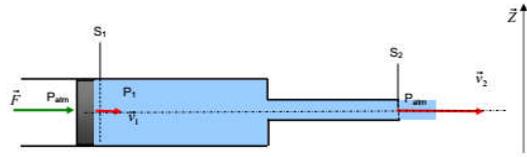
Un récipient contient de l'eau jusqu'à 2m et par-dessus de l'huile jusqu'à 3 m. La densité de l'huile  $d_h=0,83$ . Calculez la pression absolue et relative au fond du récipient

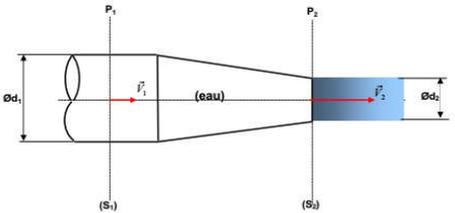
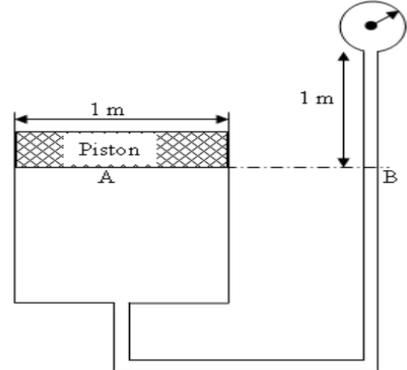
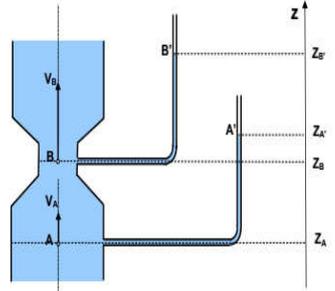
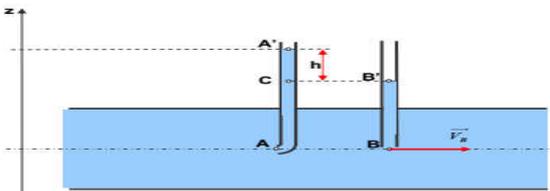
**Exe 02 :**

Le cylindre de 2m de diamètre de la figure ci-dessous pèse 40 kN et a une longueur de 2m. Déterminer les réactions en A et B, en ne tenant pas compte du frottement.



## D/Devoirs et le Corrigés :

Devoir 01			Devoir 02		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p>On considère un réservoir cylindrique de diamètre intérieur <math>D = 2</math> m rempli d'eau jusqu'à une hauteur <math>H = 3</math> m. Le fond du réservoir est muni d'un orifice de diamètre <math>d = 10</math> mm permettant de faire évacuer l'eau.</p>  <p>Si on laisse passer un temps très petit <math>dt</math>, le niveau d'eau <math>H</math> du réservoir descend d'une quantité <math>dH</math>. On note <math>v_1 = \frac{dH}{dt}</math> la vitesse de descente du niveau d'eau, et <math>V_2</math> la vitesse d'écoulement dans l'orifice. On donne l'accélération de la pesanteur <math>g = 9,81</math> m/s<sup>2</sup>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de <math>V_1</math> en fonction de <math>V_2</math>, <math>D</math> et <math>d</math>.</li> <li>2) Ecrire l'équation de Bernoulli. On suppose que le fluide est parfait et incompressible.</li> <li>3) A partir des réponses aux questions 1) et 2) établir l'expression de la vitesse d'écoulement <math>V_2</math> en fonction de <math>g</math>, <math>H</math>, <math>D</math> et <math>d</math>.</li> <li>4) Calculer la vitesse <math>V_2</math>. On suppose que le diamètre <math>d</math> est négligeable devant <math>D</math>. C'est-à-dire <math>\frac{d}{D} \ll 1</math>.</li> <li>5) En déduire le débit volumique <math>q_v</math>.</li> </ol>			 <p>Le réservoir cylindrique représenté ci-dessus, ouvert à l'air libre, a une section <math>S_A</math> de diamètre <math>D_A = 2</math> m. Il est muni, à sa base, d'un orifice de vidage de section <math>S_B</math> et de diamètre <math>D_B = 14</math> mm. Le réservoir est plein jusqu'à une hauteur <math>H = (Z_A - Z_B) = 2,5</math> m de fioul, liquide considéré comme fluide parfait, de masse volumique <math>\rho = 817</math> kg/m<sup>3</sup>.</p> <p>On donne</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la pression atmosphérique <math>P_{atm} = 1</math> bar.</li> <li>- l'accélération de la pesanteur <math>g = 9,8</math> m/s<sup>2</sup>.</li> </ul> <p>On note <math>\alpha = (S_B/S_A)</math></p> <p><b>Partie 1 :</b> L'orifice est fermé par un bouchon.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) En appliquant la RFH, déterminer la pression <math>P_B</math> au point B.</li> <li>2) En déduire la valeur de la force de pression <math>F_B</math> qui s'exerce sur le bouchon.</li> </ol> <p><b>Partie 2 :</b> L'orifice est ouvert.</p> <p>On procède à la vidange du réservoir.</p> <p>Le fioul s'écoule du réservoir. Sa vitesse moyenne d'écoulement au point A est notée <math>V_A</math>, et sa vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice est notée <math>V_B</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire <math>V_A</math> en fonction de <math>V_B</math> et <math>\alpha</math>.</li> <li>2) En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et B, établir l'expression littérale de la vitesse <math>V_B</math> en fonction de <math>g</math>, <math>H</math> et <math>\alpha</math>.</li> <li>3) Calculer la valeur de <math>\alpha</math>. L'hypothèse de considérer un niveau <math>H</math> du fluide varie lentement est elle vraie ? Justifier votre réponse.</li> <li>4) Calculer <math>V_B</math> en considérant l'hypothèse que <math>\alpha \ll 1</math>.</li> <li>5) Déterminer le débit volumique <math>Q_v</math> du fluide qui s'écoule à travers l'orifice. (en litre par seconde)</li> <li>6) Quelle serait la durée <math>T</math> du vidage si ce débit restait constant ?</li> </ol>		
Devoir 03			Devoir 04		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p>On considère un siphon de diamètre <math>d=10</math> mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à <math>d</math> et ouvert à l'atmosphère.</p> <p>On suppose que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- le fluide est parfait.</li> <li>- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.</li> <li>- l'accélération de la pesanteur <math>g=9.81</math> m.s<sup>-2</sup>.</li> <li>- le poids volumique de l'essence: <math>\rho = 6896</math> N / m<sup>3</sup>.</li> <li>- <math>H=Z_A-Z_S=2,5</math> m.</li> </ul>  <ol style="list-style-type: none"> <li>1) En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement <math>V_S</math> dans le siphon.</li> <li>2) En déduire le débit volumique <math>q_v</math>.</li> <li>3) Donner l'expression de la pression <math>P_B</math> au point B en fonction de <math>h</math>, <math>H</math>, <math>\rho</math> et <math>P_{atm}</math>. Faire une application numérique pour <math>h=0.4</math> m.</li> <li>4) <math>h</math> peut elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.</li> </ol>			<p>La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section <math>S_1</math> et de diamètre <math>d_1=4</math> cm rempli d'un fluide parfait de masse volumique <math>\rho=1000</math> kg/m<sup>3</sup>. Le piston est poussé par une force <math>\vec{F}</math> d'intensité 62,84 Newtons à une vitesse <math>\vec{v}_1</math> constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section <math>S_2</math> et de diamètre <math>d_2 = 1</math> cm à une vitesse <math>\vec{v}_2</math> et une pression <math>P_2 = P_{atm} = 1</math> bar.</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>1) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au piston, déterminer la pression <math>P_1</math> du fluide au niveau de la section <math>S_1</math> en fonction de <math>F</math>, <math>P_{atm}</math> et <math>d_1</math>.</li> <li>2) Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse <math>V_1</math> en fonction de <math>V_2</math>.</li> <li>3) En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement <math>V_2</math> en fonction de <math>P_1</math>, <math>P_{atm}</math> et <math>\rho</math>. (On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale (<math>Z_1=Z_2</math>))</li> <li>4) En déduire le débit volumique <math>Q_v</math>.</li> </ol>		

Devoir 05			Devoir 06		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p>La figure suivante représente une buse connectée à un tuyau dans lequel est acheminée de l'eau à une pression <math>P_1=2,875</math> bar.</p>  <p>Le fluide subit un étranglement : sa section <math>S_1</math> de diamètre <math>d_1=20</math> mm est réduite à une section de sortie <math>S_2</math> de diamètre <math>d_2=10</math> mm. On suppose que le fluide est parfait et la buse est dans une position horizontale. On donne la masse volumique de l'eau <math>\rho=1000</math> kg/m<sup>3</sup> et la pression de sortie <math>P_2=P_{atm}=1</math> bar.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Déterminer le rapport <math>\frac{V_2}{V_1}</math>.</li> <li>En appliquant l'équation de Bernoulli, calculer la vitesse d'écoulement <math>V_2</math>.</li> </ol>			<p>On considère un réservoir circulaire (diamètre <math>d=1</math> m). Un piston repose sur la surface libre de l'huile (densité <math>d=0,86</math>) qui remplit le réservoir et le tube (pas de frottement et étanchéité parfaite entre le piston et le réservoir). Le manomètre donne la pression à l'extrémité du tube 70 kPa. Calculer la masse du piston</p> 		
Devoir 07			Devoir 08		
Nom et prénom	S. Groupe		Nom et prénom	S. Groupe	
.....			.....		
<p>Dans le tube de Venturi représenté sur le schéma ci-dessous, l'eau s'écoule de bas en haut.</p>  <p>Le diamètre du tube en A est <math>d_A=30</math> cm, et en B il est de <math>d_B=15</math> cm. Afin de mesurer la pression <math>P_A</math> au point A et la pression <math>P_B</math> au point B, deux manomètres à colonne d'eau (tubes piézométriques) sont connectés au Venturi. Ces tubes piézométriques sont gradués et permettent de mesurer les niveaux <math>Z_A=3,061</math> m et <math>Z_B=2,541</math> m respectivement des surfaces libres A' et B'.</p> <p>On donne :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>l'altitude de la section A : <math>Z_A=0</math> m,</li> <li>l'altitude de la section B : <math>Z_B=50</math> cm,</li> <li>l'accélération de la pesanteur est <math>g=9,8</math> m/s<sup>2</sup>,</li> <li>la pression au niveau des surfaces libres <math>P_A=P_B=P_{atm}=1</math> bar.</li> <li>la masse volumique de l'eau est <math>\rho=1000</math> kg/m<sup>3</sup>.</li> </ul> <p>On suppose que le fluide est parfait.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Appliquer la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) entre B et B', et calculer la pression <math>P_B</math> au point B.</li> <li>De même, calculer la pression <math>P_A</math> au point A.</li> <li>Ecrire l'équation de continuité entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement <math>V_B</math> en fonction de <math>V_A</math>.</li> <li>Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et B.</li> </ol>			<p>On considère une conduite de diamètre intérieur <math>d=40</math> mm dans laquelle s'écoule de l'eau à une vitesse <math>\vec{V}</math>.</p>  <p>Afin de mesurer le débit volumique, la canalisation a été équipée de deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant et l'autre en B est le long des lignes de courant. En mesurant la dénivellation <math>h</math> du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse <math>v</math></p> <p>On admet les hypothèses suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>L'écoulement est permanent.</li> <li>Le fluide est parfait et incompressible.</li> <li>Au point B, le liquide a la même vitesse <math>\vec{V}</math> que dans la canalisation (<math>V_B=V</math>).</li> <li>Au point A (point d'arrêt) la vitesse d'écoulement est nulle (<math>V_A=0</math>).</li> <li>Les deux points A et B sont à la même hauteur (<math>Z_A=Z_B</math>).</li> </ul> <p>On donne :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la masse volumique de l'eau <math>\rho=1000</math> kg/m<sup>3</sup>,</li> <li>l'accélération de la pesanteur <math>g=9,81</math> m/s<sup>2</sup>.</li> </ul> <p>Travail demandé :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Appliquer le théorème de Bernoulli entre les points A et B. En déduire la pression <math>P_A</math> au point A en fonction de <math>P_B</math>, <math>\rho</math> et <math>V</math>.</li> <li>Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A'</li> </ol>		

Corrigé : Devoir 01			Corrigé : Devoir 02		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p><b>REPOSE</b></p> <p>1) Equation de continuité : <math>\frac{\pi D^2}{4} V_1 = \frac{\pi d^2}{4} V_2</math> donc la vitesse <math>V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 V_2</math> (1)</p> <p>2) Equation de Bernoulli : <math>\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0</math></p> <p>Or <math>P_1 = P_2 = P_{atm}</math> donc : <math>\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - g.H = 0</math> (2)</p> <p>3) On substitue l'équation (1) dans (2) on obtient : <math>\frac{V_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 V_2^2}{2} = g.H</math></p> <p>Donc la vitesse <math>V_2 = \frac{\sqrt{2.g.H}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}</math></p> <p>4) Si <math>\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1</math> alors <math>V_2 = \sqrt{2.g.H}</math> A.N. <math>V_2 = \sqrt{2.9,81.3} = 7,67 \text{ m/s}</math></p> <p>5) <math>q_v = \frac{\pi.d^2}{4} V_2</math> A.N. <math>q_v = \frac{\pi.0,01^2}{4} . 7,67 = 6.10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}</math></p>			<p><b>2 REPOSE</b></p> <p><b>Partie 1</b></p> <p>1) <math>P_B = P_A + \rho.g.H</math> A.N. <math>P_B = 10^5 + 817.9,8,2,5 = 1,2.10^5 \text{ pascal}</math></p> <p>2) <math>F_B = P_B.S_B = P_B.\frac{\pi D_B^2}{4}</math> A.N. <math>F_B = 1,2.10^5 . \frac{\pi.(14.10^{-3})^2}{4} = 18,472 \text{ N}</math></p> <p><b>Partie 2</b></p> <p>1) Equation de continuité <math>S_A V_A = S_B V_B \Rightarrow V_A = \alpha V_B</math></p> <p>2) Equation de Bernoulli : <math>\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g(Z_B - Z_A) = 0</math></p> <p>or <math>P_A = P_B = P_{atm}</math>, <math>(Z_B - Z_A) = H</math>, <math>V_A = \alpha V_B</math> donc <math>V_B = \sqrt{\frac{2.g.H}{1 - \alpha^2}}</math></p> <p>3) <math>\alpha = \frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2</math> A.N. <math>\alpha = \left(\frac{14.10^{-3}}{2}\right)^2 = 4,9.10^{-4}</math></p> <p>L'hypothèse de considérer un niveau quasi-constant est vraie car <math>\alpha \ll 1</math> donc <math>V_A = 0</math></p> <p>4) <math>V_B = \sqrt{2.g.H}</math> A.N. <math>V_B = \sqrt{2.9,8,2,5} = 7 \text{ m/s}</math></p> <p>5) <math>Q_v = S_B V_B = \frac{\pi D_B^2}{4} V_B</math> A.N. <math>Q_v = \frac{\pi.(14.10^{-3})^2}{4} . 7 = 1.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 1 \text{ L/s}</math></p> <p>6) <math>T = \frac{V}{Q_v} = \frac{\pi D^2 H}{4 Q_v}</math> A.N. <math>Q_v = \frac{\pi.2^2}{4.10^3} . 2,5 = 7854 \text{ s} \approx 30 \text{ mn} = 2 \text{ h } 10 \text{ mn}</math></p>		
Corrigé : Devoir 03			Corrigé : Devoir 04		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p>1) <math>\frac{V_S^2}{2g} + \frac{P_S}{\rho} + Z_S = \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + Z_B</math> on a : <math>P_S = P_B = P_{atm}</math>, <math>V_A = 0</math> et <math>Z_A - Z_S = H</math></p> <p><math>V_S = \sqrt{2.g.H}</math> A.N. <math>V_S = \sqrt{2.9,81.2,5} = 7 \text{ m/s}</math></p> <p>2) Le débit volumique : <math>q_v = V_S . \frac{\pi.d^2}{4}</math> A.N. <math>q_v = 7 . \frac{\pi.0,01^2}{4} = 5,5.10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,55 \text{ l/s}</math></p> <p>3) Théorème de Bernoulli entre B et S : <math>\frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho} + Z_B = \frac{V_S^2}{2g} + \frac{P_S}{\rho} + Z_S</math></p> <p>Or <math>V_S = V_B</math>, <math>Z_B - Z_S = H + h</math> et <math>P_S = P_{atm}</math></p> <p><math>P_B = P_{atm} - \rho.(H+h)</math> A.N. <math>P_B = 10^5 - 6896.(2,5+0,4) = 80001,6 \text{ Pa} = 0,8 \text{ bar}</math></p> <p>4) Non. Il faut que <math>P_B &gt; 0</math> Equivalut à <math>h &lt; \frac{P_{atm}}{\rho} - H</math> A.N. <math>h &lt; \frac{10^5}{9,81.700} - 2,5 = 12 \text{ m}</math></p>			<p><b>REPOSE</b></p> <p>1) PFD: <math>F + P_{atm}.S_1 = P_1.S_1 \Rightarrow P_1 = \frac{4.F}{\pi.d_1^2} + P_{atm}</math></p> <p>A.N. <math>P_1 = \frac{4.62,84}{\pi.0,04^2} + 10^5 = 1,5 \text{ bar}</math></p> <p>2) Equation de continuité: <math>V_1.S_1 = V_2.S_2</math></p> <p><math>\Rightarrow V_1 = V_2 . \frac{S_2}{S_1} = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow V_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{16} V_2</math></p> <p>3) Equation de Bernoulli : <math>\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0</math> or <math>Z_1 = Z_2</math> et <math>P_2 = P_{atm}</math></p> <p>et <math>V_1 = \frac{1}{16} V_2</math> donc <math>V_2 = \sqrt{\frac{512 (P_1 - P_{atm})}{255 \rho}}</math></p> <p>A.N. <math>V_2 = \sqrt{\frac{512 (1,5.10^5 - 10^5)}{1000}} = 10 \text{ m/s}</math></p> <p>4) <math>Q_v = \frac{\pi.d_2^2}{4} V_2</math></p> <p>A.N. <math>Q_v = \frac{\pi.0,01^2}{4} . 10 = 0,785.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}</math></p>		

Devoir 05			Devoir 06		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p><u>REPONSE</u></p> <p>1) Equation de continuité : <math>V_1 S_1 = V_2 S_2</math> donc <math>\frac{V_2}{V_1} = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 4</math></p> <p>2) Equation de Bernoulli : <math>\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0</math> Or <math>Z_1 = Z_2</math> et <math>V_1 = \frac{V_2}{4}</math></p> <p>Donc <math>V_2 = \sqrt{\frac{32}{15} \frac{P_2 - P_1}{\rho}}</math> A.N. <math>V_2 = \sqrt{\frac{32 \cdot 2,875 \cdot 10^5 - 10^5}{15 \cdot 1000}} = 20 \text{ m/s}</math></p>			<p>Pression en A = Pression en B</p> <p><math>\frac{\text{poids de piston}}{\text{surface de réservoir}} = P_c + \rho_{\text{huile}} g h</math></p> <p><math>M = \frac{\pi d^2}{4g} (P_c + \rho_{\text{huile}} g h)</math></p> <p><math>M = \frac{3,14 \times 1^2}{4 \times 9,81} (70 \cdot 10^3 + 860 \times 9,81 \times 1)</math></p> <p><math>M = 6276,52 \text{ kg}</math></p>		
Devoir 07			Devoir 08		
Nom et prénom	S. Groupe	Note	Nom et prénom	S. Groupe	Note
.....			.....		
<p>2 <u>REPONSE</u></p> <p>1) RFH entre B et B' : <math>P_B - P_{B'} = \rho g (Z_{B'} - Z_B) \Rightarrow \boxed{P_B = P_{B'} + \rho g (Z_{B'} - Z_B)}</math></p> <p>A.N. <math>P_B = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 (2,541 - 0,5) = 120001 \text{ Pascal} = 1,2 \text{ bar}</math></p> <p>2) RFH entre A et A' : <math>P_A - P_{A'} = \rho g (Z_{A'} - Z_A) \Rightarrow \boxed{P_A = P_{A'} + \rho g (Z_{A'} - Z_A)}</math></p> <p>A.N. <math>P_A = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 (3,061 - 0) = 130007 \text{ Pascal} = 1,3 \text{ bar}</math></p> <p>3) Equation de continuité : <math>S_A V_A = S_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{S_A}{S_B} V_A = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 V_A \Rightarrow \boxed{V_B = 4 V_A}</math></p> <p>4) Equation de Bernoulli : <math>\frac{V_A^2 - V_B^2}{2} + \frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) = 0</math> avec <math>V_B = 4 V_A</math></p> <p>Donc <math>V_B = \sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left( \frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) \right)}</math></p> <p>A.N. <math>V_B = \sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left( \frac{1,3 \cdot 10^5 - 1,2 \cdot 10^5}{1000} + 9,8 (0 - 0,5) \right)} = 0,8246 \text{ m/s}</math></p>			<p><u>REPONSE</u></p> <p>1) Théorème de Bernoulli : <math>P_A + \rho g Z_A + \frac{1}{2} \rho V_A^2 = P_B + \rho g Z_B + \frac{1}{2} \rho V_B^2</math></p> <p>or <math>Z_A = Z_B</math>, <math>V_A = 0</math> et <math>V_B = V</math> donc <math>\boxed{P_A = P_B + \frac{1}{2} \rho V^2}</math></p> <p>2) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre A et A' : <math>\boxed{P_A = P_{A'} + \rho g (Z_{A'} - Z_A)}</math></p> <p>3) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre B et B' : <math>\boxed{P_B = P_{B'} + \rho g (Z_{B'} - Z_B)}</math></p> <p>4) En substituant <math>P_A</math> et <math>P_B</math> dans la relation de Bernoulli on obtient :</p> <p><math>P_{A'} + \rho g (Z_{A'} - Z_A) + \rho g (Z_B - Z_A) + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_{B'} + \rho g (Z_{B'} - Z_B) + \frac{1}{2} \rho V^2</math> or <math>P_{A'} = P_{B'} = P_a</math>, <math>Z_A = Z_B</math> et <math>Z_{A'} - Z_B = h</math></p> <p>donc <math>\frac{1}{2} \rho V^2 = \rho g (Z_{A'} - Z_B)</math></p> <p>ou encore, <math>\boxed{V = \sqrt{2 g h}}</math></p> <p>5) <math>\boxed{q_v = S V = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2 g h}}</math></p> <p>A.N. : <math>\boxed{q_v = 1 \text{ l/s}}</math></p>		

## E/ Examens Semestriels Et Corrigés Type:

### Examen semestriel

2<sup>ème</sup> année CP

Durée : 02h

17/12/2017

#### A/ Questions de cours :

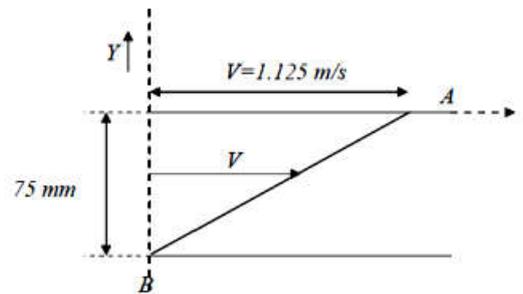
- 1- Démontrer que dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point ?
- 2- Expliquez en utilisant des Schémas, les différents cas de la relation entre le centre de poussée et le centre de surface G ?
- 3- Donner deux différences entre les fluides parfaits et les fluides réels ?
- 4- Quelle est l'influence de la température sur la viscosité ?

#### B/ Exercices :

##### Exercice N°1:

Un fluide de viscosité dynamique égale à  $4.88 \times 10^{-4} \text{ kg.s/m}^3$  et une densité de 0.913, se trouve entre deux plaques superposées dont la plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure se trouve en mouvement avec une vitesse de 1.125 m/s

- Calculer le poids spécifique de ce liquide ?
- Calculer le gradient de vitesse dans les A et B et la contrainte tangentielle ?

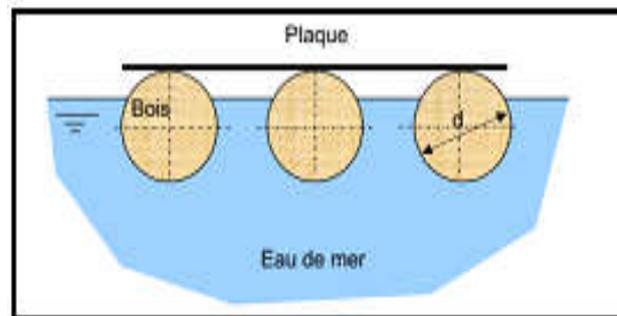


##### Exercice N°2:

On considère une plate-forme composée d'une plaque plane et de trois poutres cylindriques en bois qui flottent à la surface de la mer.

##### On donne:

- les dimensions d'une poutre:  
Diamètre  $d=0,5 \text{ m}$  et longueur  $L=4 \text{ m}$ ,  $g=9,81 \text{ m/s}^2$ .
- la masse volumique du bois :  $\rho_{\text{bois}} = 700 \text{ kg/m}^3$
- la masse volumique de l'eau de mer:  $\rho_{\text{mer}} = 1027 \text{ kg/m}^3$
- la masse de la plaque  $M_c = 350 \text{ kg}$

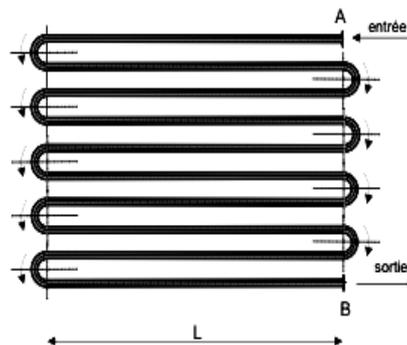


- 1) Calculer le poids total  $P_0$  de la plate-forme.
- 2) Ecrire l'équation d'équilibre de la plate-forme.
- 3) En déduire la fraction  $F(\%)$  du volume immergé des poutres.
- 4) Déterminer la masse  $M_c$  maximale qu'on peut placer sur la plate-forme sans l'immerger.

##### Exercice N°3:

La figure suivante représente le serpentin d'un plancher chauffant à circulation d'eau utilisée dans une habitation.

Une pompe de circulation de débit volumique  $q_v=0,236 \text{ L/s}$ , non représentée dans le schéma, permet de refouler l'eau chaude qui rentre par la section A où la pression est  $P_A=8 \text{ bar}$ , circule dans le serpentin en passant par 10



tronçons de tubes rectilignes de section circulaire, de diamètre intérieur  $d=10$  mm, de longueur  $L=6$  m chacun, reliés entre eux par 9 coudes à  $180^\circ$ , pour enfin sortir par le point B ou la pression de l'eau chute à cause des pertes de charge pour atteindre une pression  $P_B$  qu'on veut déterminer.

- la viscosité cinématique de l'eau chaude  $\nu=0,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .
- le coefficient de perte de charge singulière  $K_s=0,148$  pour un coude à  $180^\circ$ .

- 1) Déterminer la vitesse d'écoulement  $V$  de l'eau dans le serpentin.
- 2) Calculer le nombre de Reynolds  $Re$ .
- 3) En déduire la nature de l'écoulement.
- 4) Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire  $\lambda$ .
- 5) Calculer la perte de charge singulière  $J_s$  totale due aux 9 coudes.
- 6) Calculer la perte de charge linéaire  $J_L$  totale due aux 10 tronçons rectilignes.
- 7) En déduire la perte de charge totale  $J_{AB}$  du serpentin.
- 8) En appliquant le théorème de Bernoulli entre les sections A et B, exprimer puis calculer la pression de sortie  $P_B$  en fonction de  $P_A$ ,  $\rho$  et  $J_{AB}$

**Corrigé Type :**

**Correction de l'Examen:**

2<sup>ème</sup> année CP

Durée : 02h

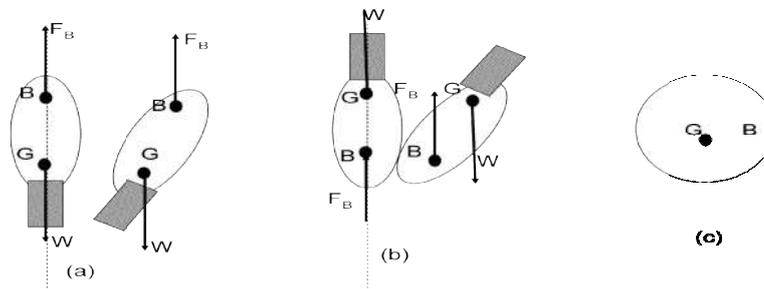
17/12/2017

**A/ Réponses aux questions de cours : (5/5)**

2,0
1,5
1,0
0,5

- 1- Supposons qu'au point  $G_1$  intervienne une variation de pression telle que celle-ci devienne  $P_1 + \Delta P_1$ .  $\Delta P_1$  étant un nombre algébrique. Calculons la variation de pression  $\Delta P_2$  qui en résulte en  $G_1$ .
- Appliquons la relation fondamentale de l'hydrostatique entre  $G_1$  et  $G_2$  pour le fluide
- o à l'état initial:  $P_1 - P_2 = \rho(Z_2 - Z_1)$  (1)
  - o à l'état final :  $(P_1 + \Delta P_1) - (P_2 + \Delta P_2) = \rho(Z_2 - Z_1)$  (2)
- En faisant la différence entre les équations (2) et (1) on obtient :
- $\Delta P_1 - \Delta P_2 = 0$ .
- D'où  $\Delta P_1 = \Delta P_2$

2- **La relation entre  $C_p$  et  $G$  est :**



- Pour un état d'équilibre ( $F_B=W$ ), c'est l'équilibre stable de la figure (a)
  - Pour la figure (b) est l'équilibre instable.
- 3- Figure (c), l'équilibre est, dit neutre

la température augmente la viscosité diminue, et inversement.

B/ Exercices :

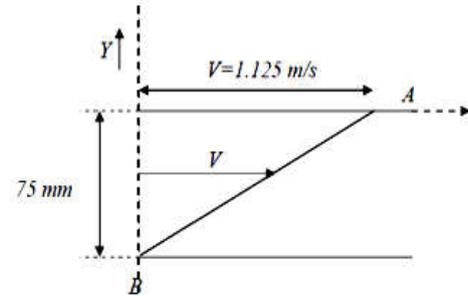
**1,0** Exercice N°1: (3/3)

<b>1,0</b>	Poids spécifique
<b>1,0</b>	$\gamma_{liq} = 0.913 \times 9810 = 8956.53 \text{ kg/m}^3$

- Puisque la variation des vitesses est linéaire donc le gradient des vitesses  $dv/dy$  est toujours constant et est égale a :  
 $v/y = 1.125/0.075 = 15. \text{ 1-s}$

-La contrainte tangentielle

$$\tau = \mu \cdot dv/dy = 4.88 \times 15 = 0.0732 \cdot 310^{-2} \text{ N/m}$$



**1,0** Exercice N°2: (5/5)

<b>1,0</b>
<b>0,5</b>
<b>1,0</b>
<b>1,0</b>
<b>1,5</b>

**1) Poids total de la plate-forme :**  $P_0 = (M_p + 3 \cdot M_b) \cdot g = (M_p + 3 \cdot \rho_{bois} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L)$

A.N.  $P_0 = \left( 350 + 3 \cdot 700 \cdot \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 4 \right) \cdot 9,81 = 19613,49 \text{ N}$

**2) Equation d'équilibre :**  $P_0 = \text{Poussée d'Archimède}$

**3)  $P_{ARCH}$  = poids du volume d'eau déplacé**

$$P_{ARCH} = 3 \cdot \rho_{eau} \cdot V_{immerg} \cdot g = P_0 \Rightarrow V_{immerg} = \frac{P_0}{3 \cdot \rho_{eau} \cdot g}$$

La fraction du volume immergé :  $F(\%) = \frac{V_{immerg}}{V_{poutre}} \cdot 100 = \frac{P_0}{3 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot V_{poutre}} \cdot 100$

A.N.  $F(\%) = \frac{19613,49}{3 \cdot 1027 \cdot 9,81 \cdot \left( \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 4 \right)} \cdot 100 = 82,62 \%$

**4) Poutre complètement immergée :**  $F(\%) = 100 \%$  c'est-à-dire  $V_{immerg} = V_{poutre}$

$$\frac{P_0 + M_c \cdot g}{3 \cdot \rho_{eau} \cdot g} = V_{poutre} \cdot \text{On obtient : } M_c = \frac{1}{g} \cdot (3 \cdot \rho_{eau} \cdot g \cdot V_{poutre} - P_0)$$

A.N.  $M_c = \frac{1}{9,81} \left( 3 \cdot 1027 \cdot 9,81 \cdot \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 4 - 19613,49 \right) = 420,47 \text{ kg}$

**1,0** Exercice N°3: (7/7)

- 1,0**
- 0,5**
- 1,0**
- 1,0**
- 1,0**
- 0,5**
- 1,0**

**1) Vitesse d'écoulement :**  $V_2 = \frac{4.Q_v}{\pi.d^2}$  A.N.  $V_2 = \frac{4.0,236.10^{-3}}{\pi.0,01^2} = 3 \text{ m/s}$

**2) Nombre de Reynolds :**  $Re = \frac{V.d}{\nu}$  A.N.  $Re = \frac{3.0,01}{0,75.10^{-6}} = 40000$

**3)**  $2000 < Re < 100000$  donc il s'agit d'un écoulement turbulent lisse.

**4) Formule de Blasius**  $\lambda = 0,316.Re^{-0,25}$  A.N.  $\lambda = 0,316.40000^{-0,25} = 0,022$

**5) Perte de charge singulière :**  $J_s = -(9K_s) \left( \frac{V^2}{2} \right)$

A.N.  $J_s = -(9.0,149) \left( \frac{3^2}{2} \right) = -6 \text{ J/kg}$

**6) Perte de charge linéaire:**  $J_L = -\lambda \left( \frac{10L}{d} \right) \left( \frac{V^2}{2} \right)$

A.N.  $J_L = -0,022 \left( \frac{10.6}{0,01} \right) \left( \frac{3^2}{2} \right) = -594 \text{ J/kg}$

**7) Perte de charge totale :**  $J_{AB} = J_s + J_L$  A.N.  $J_{AB} = -6 - 594 = -600 \text{ J/kg}$

**8) Eq. de Bernoulli :**  $\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g(Z_B - Z_A) = J_{AB}$  or  $V_A = V_B = V$  et  $Z_A = Z_B$

Donc  $P_B = P_A + \rho.J_{AB}$  A.N.  $P_B = 8.10^5 - 1000.600 = 2.10^5 = 2 \text{ bar}$

**Sujet 02 :**

**Examen semestriel**

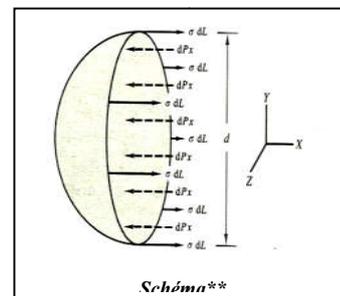
2<sup>ème</sup> année CP

08/01/2019

**Durée : 02h**

**A/ Questions de cours :**

- 1- Trouvez une expression de la relation entre la pression manométrique (P) à l'intérieur d'une gouttelette de liquide et tension superficielle ( $\rho$ ), (**Voir le schéma\*\***)
- 2- Citez les différentes formes de fluide, donnez des exemples?
- 3- Comment se fait la classification des fluides ?
- 4- Expliquez par des Schémas, la stabilité d'un corps immergé (dans l'eau et dans l'air)?



la

**B/ Exercices :**

**Exercice N°1:**

- On considère deux espèces chimiques gazeuses, puis leur mélange.

On admet aussi que tous les gaz peuvent être modélisés par le gaz parfait.

- ✓ Une quantité de matière  $n_1$  du premier gaz a un volume  $V_1$ , une pression  $P_1$  et une température absolue  $T_1$
- ✓ Une quantité de matière  $n_2$  du premier gaz a un volume  $V_2$ , une pression  $P_2$  et une température absolue  $T_2$

- a) Écrire l'équation d'état pour chacune des espèces gazeuses, puis pour le mélange. ?
- b) Comme on modélise les deux espèces chimiques gazeuses par le gaz parfait, on peut considérer que le mélange de gaz parfait se comporte comme un gaz parfait de quantité de matière :  $n = n_1 + n_2$

**On demande dans ces deux cas :**

1-  $P = P_1 = P_2$  et  $T = T_1 = T_2$

De déterminer le volume  $V$  du mélange en fonction des volumes  $V_1$  et  $V_2$

2-  $V = V_1 = V_2$  et  $T = T_1 = T_2$

D'établir une relation entre les trois pressions  $P$ ,  $P_1$ ,  $P_2$

**Exercice N°2:**

La glace à  $10^\circ\text{C}$  a une masse volumique  $\rho_{\text{glace}} = 995 \text{ Kg/m}^3$ . Un iceberg sphérique de 1000 tonnes flotte à la surface de l'eau (Figure a). L'eau de mer a une masse volumique  $\rho_{\text{eau}} = 1025 \text{ Kg/m}^3$

On demande de :

- 1- Déterminer la Fraction  $F$  du volume immergée ?
- 2- Quelle sera  $F$  si la glace avait une forme cubique ?

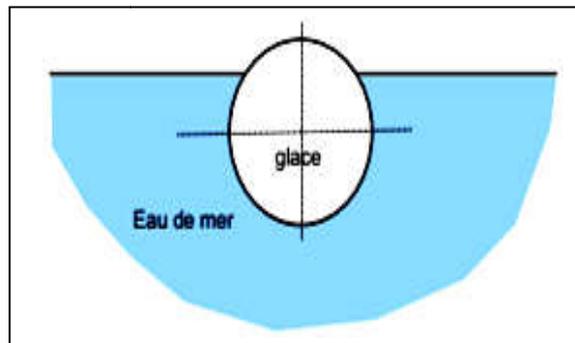


Figure (a)

**Exercice N°3:**

**Partie 01 : Etude de la Buse**

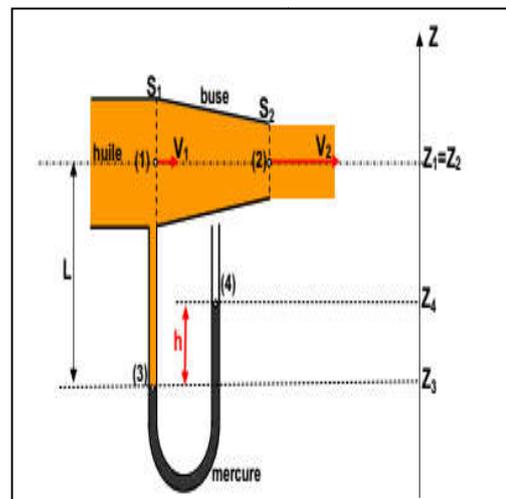
Un débit volumique  $0,411 \text{ l/s}$ ,  $d_1 = 10 \text{ mm}$ ,  $V_2 = 4 \cdot V_1$  et  $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

Tel que:

- L fluide est parfait
- ( $Z_1 = Z_2$ )
- La masse volumique de l'huile est  $800 \text{ kg/m}^3$

Trouver :

- 1) la vitesse  $V_1$
- 2) déterminer la pression  $P_1$  en bar. En appliquant le Théorème de Bernoulli



\*Sachant que : Le théorème de Bernoulli :  $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0$

**Parie 02 : Etude de manomètre (Tube en U)**

On donne :  $-(Z_1 - Z_3) = L = 1274 \text{ mm}$

- L'accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- La pression  $P_4 = P_{atm} = 1 \text{ bar}$
- 1) En appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points (1) et (3), déterminer la pression  $P_3$ .
- 2) De même, en appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points (3) et (4), déterminer la dénivellation  $h$  du mercure

**Corrigé Type :**

**Correction de l'Examen:**

**2<sup>ème</sup> année : Classes préparatoires**

**Durée : 02h**

**08/01/2019**

**A/ Réponses aux questions de cours : (6/6)**

1,5
1,5
1,5
1,5

1- La tension superficielle à la surface d'une petite goutte de liquide rend la pression régnant à l'intérieur de goutte supérieure à la pression extérieure.

La figure 1-5 représente les forces assurant l'équilibre dans la direction  $X$  de la moitié d'une petite goutte de diamètre  $d$ . Les forces  $\sigma dL$  sont dues à la tension superficielle s'exerçant sur le périmètre et les forces  $dP_x$  sont les composantes selon  $X$  des forces  $p dA$  (voir le chapitre 3). Alors, d'après  $\Sigma X = 0$ ,

somme des forces dirigées vers la droite = somme des forces dirigées vers la gauche

$$\sigma \int dL = \int dP_x$$

tension superficielle  $\times$  périmètre = pression  $\times$  projection de la surface

$$\sigma(\pi d) = p(\pi d^2/4)$$

ou  $p = 4\sigma/d$  en Pa (man.) L'unité de tension superficielle est le N/m.

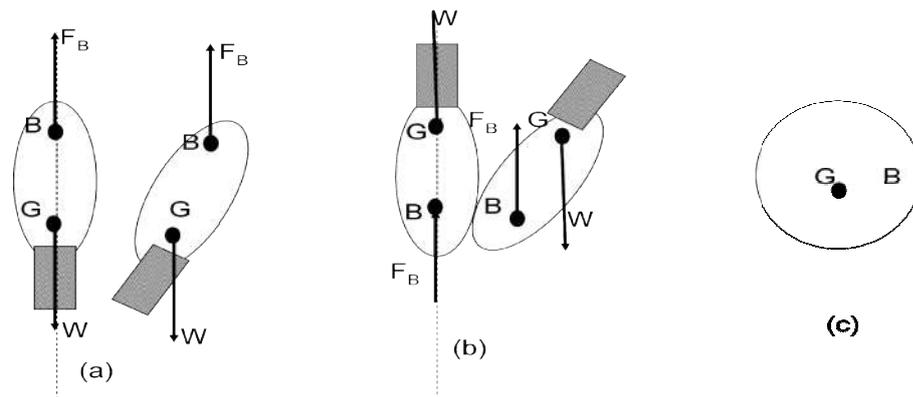
On doit noter que plus petite est la goutte, plus grande est la pression.

2-	Les fluides aqueux	Les fluides gazeux
	Comme : l'eau, le pétrole, l'essence, le mercure, etc.	Comme : les gaz (O2, Méthane)

3- **La classification des fluides se fait par deux cas:**

- ❖ par la compressibilité:
  - ✓ Fluide compressible
  - ✓ Fluide incompressible
- ❖ Par l'effet de la viscosité:
  - ✓ Fluide parfait
  - ✓ Fluide Réel

4- la stabilité d'un corps immergé



Pour un état d'équilibre ( $F_B=W$ ) la force de poussée est égale au poids du ballon. Si on effectue un petit déplacement angulaire dans le sens des aiguilles d'une montre, le couple ( $F_B, W$ ) tendra à remettre le ballon dans sa position initiale, c'est l'équilibre stable de la figure (a), où le centre de gravité est plus bas que le centre de poussée.

- Pour la figure (b) où le centre de gravité est plus haut que le centre de poussée, si on effectue un déplacement angulaire au sens des aiguilles d'une montre, le couple ( $F_B, W$ ) sera aussi dans le même sens et le corps se renverse et ne retourne pas à sa position initiale, c'est l'équilibre instable.
- Quand le centre de gravité se superpose avec le centre de poussée (figure(c)), l'équilibre est, dit neutre, car le couple ( $F_B, W$ ) sera nul.

B/ Exercices :

Exercice N°1:

c)- Dans le cas où  $p = p_1 = p_2$  et  $T = T_1 = T_2$ , déterminer le volume  $V$  du mélange en fonction des volumes  $V_1$  et  $V_2$ .

- En conséquence :  $p_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T_1$ ,  $p_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot R \cdot T_2$  et  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$  avec :  $n = n_1 + n_2$ .

$$n_1 = \frac{p \cdot V_1}{R \cdot T}, \quad n_2 = \frac{p \cdot V_2}{R \cdot T} \quad \text{et} \quad n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$\frac{p \cdot V_1}{R \cdot T} + \frac{p \cdot V_2}{R \cdot T} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \Rightarrow V_1 + V_2 = V$$

d)- Dans le cas où  $V = V_1 = V_2$  et  $T = T_1 = T_2$ , établir une relation entre les trois pressions  $p$ ,  $p_1$  et  $p_2$ . (Cette relation est appelée Loi de Dalton)

- Pour l'espèce gazeuse 1 :  $p_1 \cdot V = n_1 \cdot R \cdot T$
- Pour l'espèce gazeuse 2 :  $p_2 \cdot V = n_2 \cdot R \cdot T$
- Pour le mélange :  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$n_1 = \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T}, \quad n_2 = \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T} \quad \text{et} \quad n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$\frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T} + \frac{p_2 \cdot V}{R \cdot T} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \Rightarrow p_1 + p_2 = p$$

### Exercice N°2:

1) Equation d'équilibre :  $P_{\text{arch}} = \text{Poids} \Rightarrow \rho_{\text{glace}} \cdot g \cdot V_{\text{total}} = \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot V_{\text{immergé}}$

$$\text{donc } F = \frac{V_{\text{immergé}}}{V_{\text{total}}} \cdot 100 = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau}}} \cdot 100$$

$$\text{A.N. } F = \frac{995}{1025} \cdot 100 = 97\%$$

2) La fraction  $F$  ne dépend que du rapport des masses volumiques. Elle est indépendante de la forme. Donc  $F=97\%$  si la forme était cubique.

### Exercice N°3:

Partie 1 : Etude de la buse

1) Vitesse d'écoulement :  $V_1 = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d_1^2}$  A.N.  $V_1 = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,01^2} = 5 \text{ m/s}$

2) Equation de continuité :  $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \cdot d_1$  A.N.  $d_2 = \sqrt{\frac{5}{20}} \cdot 10 = 5 \text{ mm}$

3) Equation de Bernoulli :  $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho_{\text{huile}}} + g(Z_2 - Z_1) = 0$  or  $Z_1 = Z_2$  et  $P_2 = P_{\text{atm}}$

$$\text{Donc } P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{huile}} \cdot (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\text{A.N. } P_1 = 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (20^2 - 5^2) = 2,5 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 2,5 \text{ bar}$$

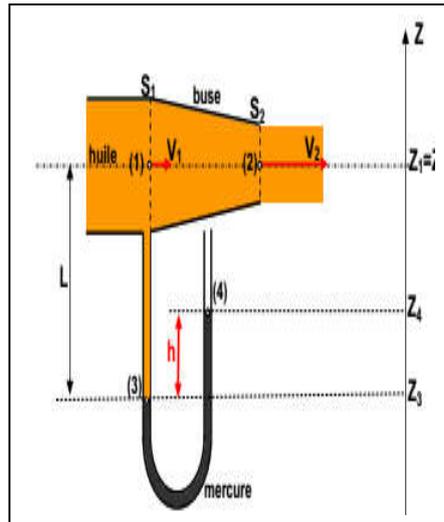
Partie 2 : Etude du manomètre (tube en U)

1) RFH entre (1) et (3) :  $P_3 - P_1 = \rho_{\text{huile}} \cdot g \cdot (Z_3 - Z_1)$

$$P_3 = P_1 + \rho_{\text{huile}} \cdot g \cdot L \quad \text{A.N. } P_3 = 2,5 \cdot 10^5 + 800 \cdot 9,81 \cdot 1,274 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 2,6 \text{ bar}$$

2) RFH entre (3) et (4) :  $P_3 - P_4 = \rho_{\text{mercure}} \cdot g \cdot (Z_4 - Z_3)$  or  $(Z_4 - Z_3) = h$

$$\text{Donc } h = \frac{P_3 - P_4}{\rho_{\text{mercure}} \cdot g} \quad \text{A.N. } h = \frac{2,6 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5}{13600 \cdot 9,81} = 1,2 \text{ m}$$



**Sujet 03 :**

**Examen Semestriel+Test TP**

2<sup>ème</sup> année CP

Durée : 01 :30h

22/03/2021

Nom :	Prénom :	La Note :

A/ Questions de cours :

<p>1- Citez les différentes formes de fluide, donnez des exemples?</p> <p>2- Comment se fait la classification des fluides ?</p> <p>3- Donner la différence entre liquide et solide de point de vue Forces attractives intermoléculaires?</p>	
---	--

B/ Exercices :

▪ Exercice N°1:

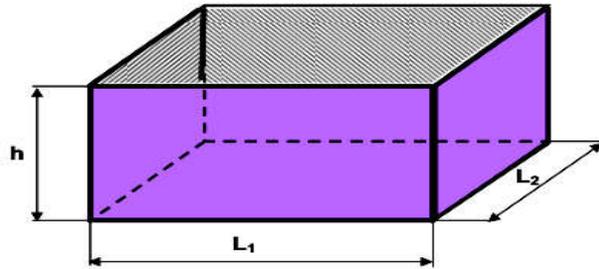
<p>Quelle est la pression de 11,7g (C2H2) contenus dans un ballon de 10litres à une température de 50°C ?</p>	
---	--

▪ Exercice N°2

Un réservoir de forme parallélépipédique ayant les dimensions suivantes :

- hauteur  $h = 3\text{ m}$ ,
- longueur  $L_1 = 8\text{ m}$ ,
- largeur  $L_2 = 6\text{ m}$ .

est complètement remplie d'huile de masse volumique  $\rho = 900\text{ kg/m}^3$ .



**1)** Calculer le module de la résultante des forces de pression sur chaque surface du réservoir (les quatre faces latérales et le fond).

**2)** Déterminer pour les surfaces latérales la position du point d'application (centre

**Corrigé Type :**

**Correction de l'Examen:**

2<sup>ème</sup> année CP

Durée : 01 :30h

22/03/2021

**/ Questions de cours : (09/09)**

<b>3</b>	
<b>3</b>	
<b>3</b>	
1- Citez les différentes formes de fluide, donnez des exemples?	- Les fluides aqueux : l'eau, le pétrole, l'essence, le mercure, etc.. Les fluides gazeux : les gaz (O2, Méthane)
2- Comment se fait la classification des fluides ?	- La classification des fluides se fait par deux cas: par la compressibilité: ✓ Fluide compressible ✓ Fluide incompressible Par l'effet de la viscosité: ✓ Fluide parfait ✓ Fluide Réel
3- Donner la différence entre liquide et solide de point de vue Forces attractives intermoléculaires?	- Solide : Plus grandes Molécules plus serrées Et Liquide : Pas de résistance

**B/ Exercices :**

▪ **Exercice N°1: (03/03)**

<b>03</b>	Quelle est la pression de 11,7g (C2H2) contenus dans un ballon de 10litres à une température de 50°C ?	<b>PV=nRT ;</b> <b>P= [(11,7/2(12)+2(1))x8.31x(273+50)]/0.01=120785,85</b> <b>Pa=12 bar</b>
-----------	--	---

▪ **Exercice N°3: (07/07)**

<b>04</b>	<b>REPOSE</b>
<b>03</b>	
	<b>1) <math>\vec{R} = P_c \cdot S</math></b>
	Sur les parois latérales :
	$\vec{R}_1 = \varpi \cdot \frac{h}{2} \cdot h \cdot L_1 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h^2 \cdot L_1$ A.N. $\vec{R}_1 = \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 9,81 \cdot 3^2 \cdot 8 = 317844 \text{ N}$
	$\vec{R}_2 = \varpi \cdot \frac{h}{2} \cdot h \cdot L_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h^2 \cdot L_2$ A.N. $\vec{R}_2 = \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 9,81 \cdot 3^2 \cdot 6 = 238383 \text{ N}$
	Sur le fond du réservoir :
	$\vec{R}_3 = \varpi \cdot h \cdot L_1 \cdot L_2 = \rho \cdot g \cdot h \cdot L_1 \cdot L_2$ A.N. $\vec{R}_3 = 900 \cdot 9,81 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 8 = 1271376 \text{ N}$
	<b>2) Les points d'application sont à <math>\frac{h}{3} = 1 \text{ m}</math> du fond pour les faces latérales.</b>

Ce document Polycopié « MDF I » répond au programme officiel du ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique ; Il Correspond aux notes de cours et exercices de mécanique des fluides dispensés aux étudiants du premier cycle à l'école Nationale Supérieure de l'Hydraulique.

Ce document couvre la majorité des aspects de la mécanique des fluides, constitue une introduction à la mécanique des fluides et l'essentiel de ce qu'un étudiant doit savoir ; Il fournit les bases nécessaires à la compréhension physique et au calcul des phénomènes en mécanique des fluides.

Cet Ouvrage ressemble un volume d'application pratique intéressant (50 exercices d'une façon détaillée, des tests de « TP, cours, TD » et des sujets exemplaires d'examens, qui en font une bonne préparation aux examens , aux concours et à la vie professionnelle



## **HARKAT SAMRA**

Docteur d'état en Hydraulique

« Maître de Conférences »

Ecole Nationale Supérieure de l'Hydraulique, Blida, Algérie

[Harkatsamra@yahoo.fr](mailto:Harkatsamra@yahoo.fr) ; [samraHarkat@ensh.dz](mailto:samraHarkat@ensh.dz)