

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open DSpace software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics. http://dspace.ensh.dz/jspui/ المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا لريهو منصة خاصة بتثمين لإيتاج لأساتذة باحثي المدرسة.

المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشور الوغير منشور (طروحات،مطبوعات بيداغوجية، مقالات الدوريات، كتب...) بثه على الخط. المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحةDSpacc و يتم إدارته من طرف مديرية

المستودع الرهمي للمدرسة مبني على المنصه المفتوحةUSPact و يتم إدارته من طرف مديريه المكتبة للمدرسة العليا

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.



Avant-propos

Selon *Wikipédia (2016) l*'**hydraulique souterraine** est la discipline géomécanique qui étudie mathématiquement l'écoulement gravitaire naturel (nappe aquifère...) ou provoqué (drainage, pompage...) de l'eau souterraine libre – ni adsorbée, ni capillaire - dans les milieux virtuels perméables, sous l'effet d'un gradient de charge ou de pression ; elle utilise des modèles théoriques de forme et de comportement hydrodynamiques qui doivent être compatibles avec les modèles réalistes de réseaux naturels que décrit l'hydrogéologie, l'hydraulique souterraine et l'hydrogéologie sont indissociables, interdépendantes et complémentaires.

L'hydraulique souterraine s'intéresse donc, aux écoulements dans les milieux poreux et traduit une dynamique de l'eau de ce milieu. Elle peut concerner :

- Le mouvement de l'eau dans les digues et fondations des barrages et permet l'estimation des sous pressions interstitielles dans les fondations d'un barrage et dans le corps d'un barrage et les débits de fuite dans un barrage.
- L'hydraulique souterraine, en ce qui concerne à l'écoulement de l'eau souterraine, étudie et permet à estimer la perméabilité, les rabattements piézométriques des nappes d'eau et à effectuer des simulations de la circulation de l'eau dans une nappe d'eau.

Ce polycopie s'intéresse aux problèmes relatifs à la circulation de l'eau des les milieux poreux d'une manière générale et dans les digues de barrages, fondation et nappes d'eau souterraines. Dans la première partie nous avons introduit un rappel de cours sur les écoulements des eaux souterraines et l'infiltration dans les digues de barrages en matériaux locaux. Dans la seconde partie, on y trouve les énoncés d'exercices. La troisième partie est réservée aux solutions des exercices.

Ce polycopie s'adresse aux étudiants préparant un diplôme d'ingénieur ou de Master ayant une relation avec les problématiques liés aux domaines d'hydraulique souterraine, hydrogéologie, hydrodynamique, mécanique des sols et de la géotechnique.

Nous avons essayé de citer le maximum de références bibliographiques pour permettre à l'étudiant d'élargir ses connaissances dans ce domaine.

Henry Philibert Gaspard Darcy, né le 10 juin 1803 à Dijon et mort le 2 janvier 1858 (à 54 ans) à Paris, est un hydraulicienfrançais, ayant entre autres établi la loi de Darcy, et l'équation de Darcy-Weisbach. Ingénieur général des ponts et chaussées, il est à l'origine de l'adduction d'eau (dérivation et distribution de sources d'eau potable) et du passage du chemin de fer à Dijon, contribuant grandement au développement de la ville (https://fr.wikipedia.org/wiki/Henry_Darcy).

Charles Vernon Theis (1900-1987) was the first hydrologist to develop a rigorous mathematical model of transient flow of water to a pumping well by recognizing the physical analogy between *heat flow in solids* and *groundwater flow in porous media (in aqtesolv, 2019).*

Hilton Hammond Cooper (1913-1990) and **Charles Edward Jacob** (1914-1970), groundwater hydrologists with the U.S. Geological Survey, devised a widely used graphical technique for the determination of hydraulic properties (transmissivity and storativity) of **nonleaky confined aquifers** *(in aqtesolv, 2019).*

Pierre-Simon de Laplace, comte Laplace puis 1^{er} marquis de Laplace, né le 23 mars 1749 à Beaumont-en-Auge et mort le 5 mars 1827 à Paris, est un mathématicien, astronome, physicien et homme politique français.

Laplace est l'un des principaux scientifiques de la période napoléonienne. En effet, il a apporté des contributions fondamentales dans différents champs des mathématiques, de l'astronomie et de la théorie des probabilités. Il a été l'un des scientifiques les plus influents de son temps, notamment par son affirmation du déterminisme. Il est renommé pour : équation de Laplace, transformation de Laplace, opérateur laplacien, travail sur la mécanique céleste. (https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre-Simon de Laplace)











Conseil des Académies Canadiennes en 2009 (in Therrien, 2015)



Ecoulement des eaux souterraines (USGS, 2015)



Ecoulement net pour un barrage en terre homogène, isotrope sur une fondation (a) imperméable et (b) perméable (hydrogeologistswithoutborders, 1979)

I - GENERALITES

Les principaux paramètres régissant l'écoulement des eaux souterraines sont :

- la transmissivité,
- la perméabilité,
- le coefficient d'emmagasinement
- la porosité efficace.

Pour évaluer le potentiel des eaux souterraines en tout point de l'espace ainsi que l'impact du pompage sur le régime des eaux souterraines, il est nécessaire et essentiel de connaître les paramètres caractérisant l'aquifère, en l'occurrence : le coefficient d'emmagasinement et la transmissivité

I - 1 - Lois de Darcy

Les écoulements des eaux souterraines obéissent aux deux conditions physiques suivantes :

- Les écoulements d'eau souterraine s'effectuent de l'élévation la plus élevée à la plus basse et de la haute pression à la basse pression.
- L'écoulement d'eau souterraine est entrainé par les gradients d'énergie potentielle

Le chevalier Henri Darcy, étudiant les fontaines de la ville de Dijon en 1856 et en se basant sur les hypothèse précédentes, a développé expérimentalement une relation entre le débit d'eau passant à travers un massif composé de sable peut se calculer par la relation suivante (Fig 1) :

$$Q = KA \frac{\Delta h}{L}$$
(1)
$$V = \frac{Q}{A}$$
(2)

Avec :

Q: le débit à travers la section A

V : vitesse d'écoulement en m/s

- K : coefficient de perméabilité en m/s
- $I = \frac{\Delta h}{L}$: gradient hydraulique (sans dimension)



Figure 1 Expériences de Darcy (Freeze A. and Cherry J., 1979)





D'après Taylor (1948) la variation du gradient hydraulique se divise trois grandes parties (Fig 2) :

- Pour l'écoulement la relation entre Δh et v est linéaire.
- Pour la zone de transition et écoulement turbulent, la relation entre Δh et v est non linéaire et la dissipation d'énergie est plus élevée.
- L'écoulement est turbulent dans la zone III

NB :

- La loi de Darcy n'est pas applicable dans le cas où les valeurs du gradient hydraulique sont très faibles.
- La loi de Darcy n'est pas valable en régime turbulent.

I-2- Charge hydraulique

La charge hydraulique est composée de deux composantes à savoir : la charge de gravité et la charge de pression

- Charge de gravité : il s'agit du point de position dans la matrice sol (Z), énergie potentielle : $\mathbf{Z} + \frac{\mathbf{u}}{\gamma_{w}}$
- Charge de pression : Il s'agit de la pression exercée par la colonne d'eau qui se trouve au-dessus du point en question (h), énergie cinétique : $\frac{V^2}{2g}$. Elle peut être positive dans le cas d'un milieu saturé ou négative dans le cas d'un milieu non saturé.

$$\mathbf{h} = \mathbf{Z} + \frac{\mathbf{u}}{\gamma_{\mathbf{w}}} + \frac{\mathbf{v}^2}{2\mathbf{g}} \qquad (3)$$

I-3- Le gradient hydraulique et ligne de pente hydraulique

Le gradient hydraulique est égal au rapport de la différence entre les charges à l'amant et à l'aval à la longueur de la matrice sol. Il traduit le taux de diminution de la charge hydraulique dans le sens de l'écoulement de l'eau. Il peut être considéré comme étant la pente de la surface de la nappe perpendiculaire aux courbes de niveau pour les eaux souterraines (Fig. 3 et 4). Pour les barrages en matériaux locaux, il s'agit de la pente de la ligne de saturation dans la digue.

Le gradient hydraulique : $I = \frac{h2-h1}{L} = \frac{\Delta h}{L}$ (4)



Figure 3 Calcul du gradient hydraulique avec 2 puits

Le gradient peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$\vec{i} = -\overrightarrow{grad}(h) = \begin{bmatrix} -\frac{\partial h}{\partial x} \\ -\frac{\partial h}{\partial y} \\ -\frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(5)



Figure 4 Calcul du gradient hydraulique à partir d'une carte piézométrique.

I-4- La conductivité hydraulique, K

La conductivité hydraulique est une propriété physique qui mesure la capacité du matériau à transmettre le fluide à travers les pores et les fractures en présence d'un gradient hydraulique appliqué. La loi de Darcy définit la conductivité hydraulique comme le rapport entre la vitesse

moyenne d'un fluide dans une section transversale (vitesse de Darcy) et le gradient hydraulique appliqué (openei.org/wiki/Glossary, 2017).

Il existe de nombreuses méthodes de mesure de la perméabilité dans un milieu saturé tel que montré par l'organigramme de la figure n°5:



HYDRAULIC CONDUCTIVITY DETERMINATION METHODS

Figure 5 Méthodes de détermination de la conductivité hydraulique (Elango, Lakshmanan, ed., 2011)

a- Au laboratoire

Perméamètre à charge constante (Dispositif expérimental de Darcy).

b- In situ (milieu naturel)

- Méthode de pompage,
- Méthode du trou à la tarière. •

Ils existent de nombreux tests de perméabilité des sols qui peuvent être réalisés à savoir:

- Les essais Matsuo
- Les essais Porchet •
- Les essais Lefranc

Le tableau n°1 et 2 donnent quelques valeurs de la perméabilité et l'Ordre de grandeurs de la perméabilité du sol respectivement.

Nature du sol	k en m/s	Degré de perméabilité
Graviers moyens à gros	10^{-3} à 10^{-1}	Très élevé
Petits graviers, sable	10^{-3} à 10^{-5}	Assez élevé
Sable très fin, sable limoneux	10^{-5} à 10^{-7}	Faible
Limon compact, argile silteuse	10 ⁻⁷ à 10 ⁻⁹	Très faible
Argile franche	10^{-9} à 10^{-12}	Pratiquement imperméable

Tableau 1 - Ordre de grandeur de la perméabilité de sol

k en m/s	10	1	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹	10 ⁻¹⁰	10 ⁻¹¹
Granulométrie homogène	gravier pur sab		sable	pur sable très fin limons				ons	argile				
Granulométrie variée	gra grosð	vier &moy	gravier et sable			sable et limons argileux							
degrés de perméabilité		TRES BONNE - BONNE				MAUVAISE						NUI	LLE
type de formation	PERMEABLE				SEMI-PERMEABLE						IMP MEA	ER- BLE	

Tableau 2 - Ordre de grandeurs de la perméabilité (Castagny, 1982)

I-5- Vitesse de Darcy - vitesse moyenne d'écoulement

Vitesse de Darcy (écoulement une dimension):

$$W_{\text{Darcy}} = Q/A = -Kdh/dl = Ki$$
 (6)

- q = vitesse de Darcy (litre/temps)

Vitesse moyenne d'écoulement:

$$V = Q/n_e A = Ki/n_e$$
(7)

- V = vitesse moyenne de l'eau (vitesse de Darcy divisé par n_e)
- $n_e = porosité effective du milieu$
- A = aire de la section d'écoulement

Dans le cas des sols composés de couches superposées (terrains hétérogènes), la notion de perméabilité équivalente selon les directions X (horizontale) et Y (verticale) définit un sol fictif homogène à la place de considérer chacune des couches séparément.

Dans le cas de l'écoulement dans le sens horizontal (Fig. 6), il est considéré que la perte de charge est similaire pour le n couches du terrain stratifié et le débit est égal à la somme des débits de chacune des couches.



Figure 6 Ecoulement horizontal dans un système à couches

$$K_h = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{n} K_i H_i \tag{8}$$

Dans le cas de l'écoulement dans le sens vertical (Fig. 7), il est considéré que le débit est identique pour chacune des couches et la perte de charge totale est la somme des pertes de charges des différentes couches.



Figure 7 Ecoulement perpendiculaire dans un système à couches

I-6- Porosité et indice des vides

La porosité représente la capacité d'un milieu poreux de contenir de l'eau.

La porosité totale représente le volume des vides présents dans la roche. Elle est égale au rapport du volume des vides au volume total.

La porosité efficace est le rapport entre le volume des vides interconnectés et le volume total de la roche.

Ci-dessous les expressions qui permettent le calcul des différentes porosités :

- Volume des vides: $V_v = V_a + V_w$
- Volume total: $V_t = V_v + V_s = (V_a + V_w) + V_s$
- Porosité totale: $n = V_v/V_t$
- Indice des vides: $e = V_v/V_s$
- Teneur en eau volumique: $\Theta = V_w/V_t$
- Degré de saturation: $Sr(\%) = (V_w/V_v)x100$

Avec :

- $V_a =$ Volume de l'air
- $V_w =$ Volume liquide
- $V_s =$ Volume solide

Dans le tableau N° 3 sont consignées quelques valeurs de la porosité.

Gravier	25 - 40%
Sable	25 - 50%
Silt	35 - 50%
Argile	40 - 70%
Basalte fracturé	5 - 50%
Calcaire karstifiés	25 - 50%
Grès	5 - 30%

Tableau 3Exemple de porosité

I-7- La transmissivité (T)

La transmissivité est une propriété hydraulique qui mesure la capacité de l'aquifère à transmettre les eaux souterraines sur toute son épaisseur saturée.

La transmissivité est mesurée comme étant la vitesse à laquelle l'eau souterraine peut s'écouler à travers une section d'aquifère de largeur unitaire sous un gradient hydraulique unitaire. Elle peut être déterminée à partir d'un essai de pompage en utilisant les niveaux de rabattement au cours du temps de pompage (GMW-Water, 2015).

Elle est représentée comme étant le produit de la conductivité hydraulique K (m/s) par de l'épaisseur saturée b (m), dans la direction normale à la base de l'aquifère (Stewart and Howell, 2003), Figure 8 :

$$T = Kb \quad (m^2/s) \tag{10}$$

Où T est la transmissivité et b est l'épaisseur de l'aquifère.

Figure 8 Transmissivité.....

I-8- Le coefficient d'emmagasinement

Le coefficient de stockage est défini comme étant le volume d'eau qu'un aquifère libéré ou emmagasiné par unité de surface d'un aquifère pour une perte ou un gain de charge hydraulique. La capacité de production d'eau d'un aquifère confiné peut être exprimée en termes de coefficient de stockage (Mohan M.K., 2015).

I-8- Le rayon d'influence (R)

Le rayon d'influence (R) d'un puits représente l'étendue horizontale maximale du cône de dépression lorsque le puits est en équilibre avec les apports (Fig. 9). Il est également défini comme étant la distance maximale à laquelle les prélèvements peuvent être détectés avec les appareils de mesure habituels sur le terrain (Dragoni, 1998). Il existe plusieurs formules de calcul du rayon d'influence.



Figure 9 Rayon d'influence

a) – Formule de Lembke (1886, 1887)

$$R = h_0 * \sqrt{\frac{K}{2N}}$$

$$R = 3 * \sqrt{\frac{h_0 * K * t}{n_e}}$$

c) – Formule de Kisakin in Chetusov (1949)

$$R = 575 * s * \sqrt{K * h_0}$$
akin in Aravin and Numerov (1953)

d) - Formule de Kusakin in Aravin and Numerov (1953)

$$R = 1.9 * \sqrt{\frac{h_0 * K * t}{n_e}}$$

e) – Formule de Schardt in Kyrieleis-Sichardt (1930)

$$R = 3000 * s * \sqrt{K}$$

Avec : R = rayon d'influence

N = Recharge annuelle

- s = rabattement
- ho = épaisseur de l'aquifère saturé non perturbé

Le rabattement s pour les deux types de nappes (libre et captive) peut être calculé par les expressions de Braun, Farber (2004):

1 – Nappe libre

$$s * \left(1 - \frac{s}{2h_0}\right) = -\frac{Q_0}{2\pi K h_0} Ln(\frac{r_w}{R})$$

2 – Nappe captive

$$s = -\frac{Q_0}{2\pi Km} Ln(\frac{r_w}{R})$$

 $O\dot{u}$: Q_0 = débit de pompage

 h_0 = épaisseur de l'aquifère saturé non perturbé

m = hauteur de l'aquifère confiné

 r_w = rayon du puits

K = conductivité hydraulique

I-9- La loi de Darcy à trois dimensions

Le débit selon les trois dimensions (vecteur) est le produit de la conductivité hydraulique (matrice) par le gradient hydraulique (vecteur) :

$$\overline{q} = \begin{bmatrix} q_x \hat{i} \\ q_y \hat{j} \\ q_z \hat{k} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \\ \partial h / \partial z \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} (K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z}) \hat{i} \\ (K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z}) \hat{j} \\ (K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}) \hat{j} \end{bmatrix}$$
(11)

Où
$$K_{wy} = K_{yx}, \quad K_{xz} = K_{zx} \ et \ K_{yz} = K_{zy}$$

avec :

$$\vec{V} = -\overline{\vec{K}}\overline{grad}h$$

Et
$$\overline{\overline{K}} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix}$$
, $\overline{grad}h = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix}$

Cette forme est requise dans la modélisation des écoulements dans un milieu poreux (nappe d'eau souterraine, infiltration à travers un digue en terre d'un barrage, infiltration dans les terrains de fondation..ect....)

II - Equation de continuité et d'écoulement

II-1- équation de continuité

Un modèle mathématique est un modèle dans lequel le comportement du système est représenté par un ensemble d'équations (Fig. 10), éventuellement associées à des déclarations logiques, exprimant les relations entre les variables et les paramètres (Clarke, 1973 in Oude Essink, 2000).



conditions: initial and boundary Figure 10 Parties d'un modèle mathématique (OudeEssink, 2000).

L'équation de continuité, dans sa forme générale, sous forme vectorielle s'écrit comme suit :

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
(12)

En remplaçant la loi de Darcy, la loi de continuité générale devient (Zreda, 2014) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
(13)

Avec S_s = emmagasinement spécifique qui représente le volume d'eau libéré par unité de volume de l'aquifère par la baisse d'une unité de charge hydraulique

On suppose que le fluide a une densité presque constante et la loi de Darcy est valide.

L'équation de continuité pour un régime permanent s'écrit comme suit :

$$div \ \vec{v} = 0 \ \text{Soit} \ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$
 (14)

L'équation de Darcy : $\vec{v} = K \cdot \vec{i}$ avec :

$$\vec{i} = -\vec{grad} h$$

et
 $\Delta h = 0$

En remplaçant la vitesse par son expression précédente, l'équation de Laplace ($\Delta h = 0$) devient :

• Pour un sol isotrope :

$$\Delta h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \qquad (15)$$

• Pour un sol anisotrope et hétérogène :

$$\Delta h = k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$
(16)

14

L'équation de continuité en cordonnée polaire s'écrit:

$$\Delta h = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \qquad (17)$$

Dans le cas d'un régime permanent, la charge h ne change pas avec le temps.

Dans le cas d'un régime transitoire, la piézométrie change avec le temps et donc, les équations deviennent :

• Pour un sol anisotrope et homogène

$$\frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial \mathbf{y}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial \mathbf{z}^2} = S_s \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{t}} \qquad (18)$$

• Pour un sol Isotrope et hétérogène

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
(19)

Avec Kx = Ky = Kz avec une variation dans l'espace (Zreda, 2014).

• Pour un sol Isotrope et homogène

$$K\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
(20)

Avec Kx = Ky = Kz. Elles sont constantes dans l'espace (Zreda, 2014).

II-2- Conditions aux limites et initiales

Pour résoudre et solutionner l'équation d'écoulement qui est une équation différentielle partielle du second ordre avec des termes spatiaux (dérivées spatiales du second ordre) et temporelles (dérivée temporelle du premier ordre), il est nécessaire d'avoir deux conditions aux limites pour tenir compte de la variabilité spatiale et d'une condition initiale pour tenir compte du terme transitoire (Zreda, 2014), Figures n° 11 et 12.

Les conditions limites sont (Zreda, 2014):

- 1- condition aux limites de Dirichlet : Charge ou potentiel imposé aux limites du domaine étudié, eau libre (Oued, lac,)
- 2- condition aux limites de Neumann : exprimée sous la forme d'un flux. Flux imposé aux limites du domaine étudié. Le flux peut être nul pour un substratum latéral ou basal. Comme il peut être imposé, le cas d'un pompage ou d'une recharge (infiltration).
- 3- Condition limite mixte (Cauchy) : contact nappe-cours d'eau (combinaison entre le flux et le potentiel hydraulique).



Figure 11 Conditions aux limites et initiales dans le cas d'un barrage



Figure 12 Conditions aux limites et initiales dans le cas d'un terrain de fondation

II-3- Solution de l'équation d'écoulement

L'intégration de l'équation de continuité permet la détermination de la position de la ligne de saturation dans le cas d'un barrage en terre. Elle permet également de détermination le toit de la nappe (surface piézométrique).

• La solution analytique est basée sur l'équation de Darcy:

$$Q = -KA\frac{\Delta h}{L} \tag{21}$$

La solution analytique a la forme suivante : h = f(X, Y, Z, t)

• La solution numérique est basée sur l'équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$
(22)

La résolution de cette équation rentre dans le cadre de la modélisation numérique des écoulements dans un milieu poreux. Les modèles numériques sont considérés comme étant un outil de gestion et de prédiction des ressources et/ou de la qualité des eaux (Cabaret, 2012). Ces modèles peuvent être utilisés également (Cabaret, 2012):

- pour étudier l'influence d'un pompage sur le niveau d'une nappe d'eau souterraine,
- A définir et étudier l'impact d'un ouvrage tel que un barrage, un bâtiment, un pont
- Faire de la prévision sur le devenir d'un polluant déversé ou introduit accidentellement (ou suite à l'utilisation abusive des fertilisants agricoles) en termes de trajectoires et concentration)
- Peut constituer un outil d'aide à la décision dans le cadre de développement d'un schéma de gestion des ressources en eau.

Un modèle ne peut en aucun cas représenter le phénomène étudié à 100%, donc, il est conseillé de tenir compte des approximations ainsi que le contexte physique dans l'interprétation des résultats.

Les méthodes des éléments finis et différences finis sont généralement utilisées pour résoudre cette équation par approximation numérique.

La méthode des **différences finies** consiste à discrétiser l'espace de l'air étudié en mailles de forme parallélépipédiques rectangulaires (Cabaret, 2012). Ce type de maillage est plus facile dans la programmation informatique, mais, il devient difficile à mettre en œuvre dès que la solution du problème exige un maillage très fin, ce qui engendre une augmentation remarquable du nombre de mailles (Fig. 13,14 et 15). En plus, la couverture des bordures ayant une forme géométrique non uniforme complique d'avantage la mise en œuvre de cette approche. La résolution de l'équation pour estimer le paramètre h se fait au centre de chacune des mailles du domaine ou bien au nœud.



Figure 13 Différents types de maillages - Différences finis (Payraudeau, 2007)



Figure 14 Maillage rectangulaire régulier (Cabaret, 2012)



Figure 15 Maillage régulier et paramètres par maille (Cabaret, 2012)

La taille d'une maille est de l'ordre de 5 m de côté pour une digue et de 5 km pour une nappe ou étude régionale, le nombre de mailles varie entre 1000 et 10000 (Payraudeau, 2007)

La méthode des **éléments finis (Fig. 16 et 17)** consiste à discrétiser l'espace de l'air étudié en mailles polygonales quelconques (triangles, quadrilatères...), ces formes géométriques permettent plus de flexibilité dans la représentation d'un système irrégulier (Cabaret, 2012) tel qu'une digue d'un barrage ou d'une nappe d'eau souterraine. Elle permet aussi une meilleure adaptation aux limites de l'espace étudié ainsi que la prise en compte facilement de l'anisotropie.





Figure 16 Maillage en éléments finis d'un barrage homogène avec drain horizontal (Meddi et Gacemi, 1987).



Figure 17 Maillage en éléments finis d'une nappe (Therrien, 2015)

II-4- Réseau d'écoulement

II-4-1- Réseau d'écoulement dans le corps d'un barrage et fondation

La solution de l'équation des écoulements dans un milieu poreux se fait pour chacune des mailles de l'air étudié (différence et éléments finis). L'objectif de cette résolution est d'estimer la charge h en tout point de l'espace. L'interpellation en utilisant la géostatistique permettra de tracer le réseau d'écoulement. Ce dernier est composé de (Fig. 18, 19 et 20) :

- lignes de courant (ou d'écoulement) : parcours d'une goûte ou particule d'eau entre deux points de potentiels différents. Le vecteur de vitesse est tangent le long de la ligne de courant ou d'écoulement

- **lignes équipotentielles :** Le long d'une ligne équipotentielle la charge est constante et la perte de charge entre deux lignes équipotentielles est constante.



Figure 18 Réseau d'écoulement dans une digue d'un barrage en terre et autour d'une file de palplanches (Meddi et Gacemi, 1987).



 a) Réseaux d'écoulement sous un barrage où l'imperméable est très profond et peu profond (adapté de Polubarinova-Kochina, 1962).



b) Réseau d'écoulement sous une palplanche (adapté de Polubarinova-Kochina, 1962).



c) Réseaux d'écoulement sous un barrage avec une palplanche (adapté de Polubarinova-Kochina, 1962).

Figure 19 - Réseaux d'écoulements sous un barrage différents cas de figures (in Lagacé, 2011)

LEGENDE





Figure 20 - Réseau d'écoulement dans le cas d'une vidange rapide d'une retenue

Une fois le réseau d'écoulement tracé (basé sur la résolution de l'équation de continuité) pour un régime permanent (Fig. 14a) et/ou pour un régime transitoire (Fig. 20), les caractéristiques suivantes peuvent être déterminées :

- Le débit d'infiltration,
- Calcul de la pression de l'eau interstitielle.

II.4.2. Réseau d'écoulement d'une nappe d'eau souterraine

La résolution de l'équation de Laplace citée précédemment, en tenant compte des trois types de conditions initiales et limites, permet de tracer la carte piézométrique.

Les cartes piézométriques ainsi réalisées permettent de mieux représenter la profondeur de la surface de la nappe. Elle est une représentation spatiale des niveaux piézométriques dans l'espace représentant la nappe d'eau souterraine. A travers ces cartes ont peut :

- Identifier le sens d'écoulement en se basant sur les lignes de courant,
- Déterminer la capacité de l'aquifère,
- Déterminer les axes de drainage,
- Déterminer, entre deux dates, l'évolution du niveau piézométrique d'une nappe,
- Déterminer les zones de perturbation par un pompage,
- La répartition spatiale des volumes d'eau emmagasinés,
- Simuler l'évolution des niveaux piézométriques et volumes d'eau stockés en cas d'étude d'impact des changements climatiques.
- Sélectionner les points d'eau (forages et puits),
- Etre utilisée comme moyen d'aide à la décision par les gestionnaires des ressources en eau.

Les figures 20, 21, 22, 23 et 24 montrent les diverses configurations d'écoulement, ainsi que les conditions aux limites nécessaires pour toute modélisation de l'écoulement souterrain.



Figure 20 Réseau d'écoulement (http://hydrogeologistswithoutborders.org/wordpress/1979-



francais/chapitre-5/)

Figure 21 Développement d'une surface d'exfiltration le long d'une limite d'exutoire libre. (a) Réseau d'écoulement saturé-non saturé; (b) réseau d'écoulement à la surface libre; (c) Réseau d'écoulement de Dupuit-Forchheimer. (http://hydrogeologistswithoutborders.org/wordpress/1979-francais/chapitre-5/)



Figure 22 Diverses configurations d'écoulement (Gonçalvès, 2010)



Figure 23 Écoulement souterrain à proximité (a) d'une limite imperméable, (b) d'une limite à charge

constante et (3) d'une limite de nappe d'eau souterraine

(http://hydrogeologistswithoutborders.org/wordpress/1979-francais/chapitre-5/)



Figure 24 Carte piézométrique de la nappe de la Mitidja (ANRH, Campagne d'octobre 2012)

II-5- But de l'étude des infiltrations à travers une digue de barrage

Les infiltrations, à travers les barrages et sous ces ouvrages, sont causées par la charge d'eau retenue dans la cuvette du barrage. Ces infiltrations sont responsables de 50 % des cas de destruction des barrages en matériaux locaux, donc, leur l'étude est devenue essentielle avant tout calcul et étude de la stabilité de ces ouvrages. Cette étude est indispensable pour déterminer :

- La ligne de saturation
- Le réseau d'écoulement (équipotentiels et lignes de courants),
- La pression hydrodynamique qui rente dans le calcul de la stabilité,
- La vitesse d'infiltration nécessaire à la vérification de l'érosion dans la digue et dans les fondations (risque de renard),
- Le débit d'infiltration,
- La ligne de saturation lors d'une vidange (rapide ou normale),

L'étude de l'infiltration permet aussi de fixer l'emplacement et de déterminer le type de drainage adéquat pour protéger l'ouvrage.

Avant tout modélisation et solution numérique de l'équation d'écoulement pour déterminer la position de la ligne de saturation, une étude préliminaire est nécessaire pour positionner, en première approximation, cette ligne qui est considérée comme étant une condition aux limites. Généralement, la solution analytique de l'équation de la parabole de Kozeny est suffisante. La ligne de saturation est la ligne le long de laquelle la pression hydrostatique est nulle. Elle représente la limite entre la partie sèche et la partie saturée en eau dans le corps du barrage.

<u>La pression de l'eau interstitielle</u> est déterminée directement du réseau d'écoulement (équipotentiels et lignes de courants). Une pression interstitielle importante peut provoquer l'apparition du phénomène de renard et peut être néfaste à la stabilité du barrage.

Les lignes de courant qui sont perpendiculaires aux équipotentielles permettent le calcul du débit de fuite du aux infiltrations à travers le corps du barrage. La détermination de ce débit permet également le dimensionnement et le positionnement du dispositif de drainage.

II-6- Calcul de débit de fuite à travers une fondation

La méthode de PRASIL est utilisée pour calculer le débit de fuite dans une fondation dont le réseau d'écoulement a été tracé. Le débit de fuite est donné par la formule suivante :

$$Q = Kh\frac{n}{m} \quad (23)$$

Avecn : le nombre de carrés compris entre deux lignes équipotentiellesm : le nombre de carrés compris entre deux lignes courant

II-7- Pression de l'eau interstitielle

La pression de l'eau interstitielle dans le corps d'un barrage est déterminée à partir du réseau de lignes équipotentielles (Fig. 25). Elle est calculée par l'expression suivante :

$$P_m = (Z_A - Z_B)\gamma_w \qquad (24)$$

Avec : P_m : Pression de l'eau interstitielle γ_w : Le poids volumique d'eau



Figure 25 Calcul de la pression de l'eau interstitielle

II-8- Phénomène de Renard et force déstabilisatrice

La majeure partie de rupture des barrages en terre est due principalement l''érosion interne (un cas sur deux). Ce phénomène est provoqué par l'augmentation de la vitesse d'écoulement dans le milieu poreux (dans les fondations ou le corps du barrage). Dès que la vitesse atteint une limite capable d'entrainer les particules les plus fines conduira automatiquement à une augmentation du débit. Ce phénomène se poursuivra par l'entrainement des particules de plus en plus gros ce qui donnera lieu à des cheminements préférentiels à l'eau et une augmentation conséquente du débit et l'apparition du phénomène de renard. Il est difficile à détecter (figure 26 a et b).



Figure 26 Phénomène de Renard dans les fondations et le corps du barrage (Bonelli, 2001)

Le meilleur moyen pour lutter contre le phénomène est d'accroitre la longueur du parcours des eaux infiltrées L pour réduire le gradient hydraulique ($\mathbf{I} = \frac{\Delta \mathbf{h}}{\mathbf{L}}$). Le dispositif de la figure n° 27 peut constituer une solution pour éviter l'apparition de ce dangereux phénomène.



Figure 27 Dispositifs de réduction du risque d'érosion interne (Desodt et Horsin Molinaro, 2016)

Pour réduire la pression qui s'exerce sur la base d'une digue, dirigée du bas vers le haut, il faut augmenter la longueur de l'écoulement pour réduire le gradient hydraulique $(I = \frac{\Delta h}{L})$ et la force de pression. Cette dernière est considérée comme étant une force déstabilisatrice dans le calcul de la stabilité d'un barrage. L'augmentation de la longueur L conduira à une augmentation des pertes de charge le long du parcours ce qui affaiblira l'action de l'eau à la base de la digue (Fig. 28).



Figure 28 Réseau d'écoulement avec et sans le rideau un écran imperméable (Bedient, 2005)

III. Essai de pompage

Ils permettent la détermination des caractéristiques hydrodynamique de l'aquifère à savoir :

- La transmissivité T (m²/s)
- Le coefficient d'emmagasinement S
- Le rayon fictif (m)

Ils permettent aussi :

- d'évaluer les conditions aux limites d'un aquifère qui sont indispensable pour toute modélisation de la nappe d'eau.
- Déterminer les conditions optimales d'exploitation de la nappe

Il existe plusieurs méthodes pour interpréter les essais de pompage selon le type de la nappe :

1 - Nappe captive

a) Régime permanent :

- Méthode de Thiem (1906)

b) Régime transitoire :

- Méthode de Theis
- Méthode de Chow
- Méthode de Jacob

2 - Nappe semi-captive

a) Régime permanent :

- Méthode de De Glee
- Méthode de Hantush et Jacob

b) Régime transitoire :

- Méthode de Walton

3 - Nappe Libre

a) Régime permanent :- Méthode de Thiem-Dupuit

b) Régime transitoire :

- Méthode de Boulton

III-1- écoulement permanent

Les essais de pompages sont réalisés pour avoir les objectifs suivants :

- estimation du rayon d'action du pompage,
- calcul du coefficient de perméabilité horizontal.

III-1-1- Formules de DUPUIT

La formule liant le débit de pompage et le rayon d'action a été mise au point en 1863 par l'hydraulicien DUPUIT.

Dupuit a fait l'hypothèse suivante : la variation sur la surface libre (piézométrique) ds est assimilée à dx selon l'axe des coordonnées horizontal (ds = dx), donc, la vitesse sur la ligne piézométrique pour ds est approximée par la vitesse selon l'axe X (Vx = Vs).

Le débit q = A Vx A : surface cylindrique d'un puits : $\mathbf{A} = 2\pi XY$

L'expression du débit s' écrit comme suit devient : $q = 2\pi XYK \frac{dy}{dx}$

Dans ce cas il s'agit de l'équation de continuité en cordonnée polaire décrite précédemment, donc, l'expression du débit *pour une nappe libre* (Fig. 29) devient: $q = 2\pi rhK \frac{dh}{dr}$ Avec r : rayon du puits.



Figure 29 Nappe libre

L'intégration de cette équation par rapport à y (entre h1 et H) puis par rapport à X (entre r1 et R donne l'expression suivante:

$$q = \pi k \frac{H^2 - h^2}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$
(25)

L' expression du débit *pour une nappe captive* (Fig. 30) devient: $q = 2\pi r e K \frac{dy}{dx}$

Avec e : épaisseur de la nappe



Figure 30 Nappe captive

L'intégration de cette équation par rapport à y (entre h1 et H) puis par rapport à X (entre r1 et R) donne l'expression suivante:

$$q = 2 \pi \operatorname{ek} \frac{\mathrm{H-h}}{\ln\left(\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}}\right)}$$
(26)

III-2- écoulement transitoire

Theis (1935) a proposé une approche pour estimer le rabattement d'une nappe captive durant un pompage caractérisé par un débit constant dans un régime transitoire (Fig. 31). Les des hypothèses de cette méthode :

- le diamètre du puits de pompage est très petit, de sorte que le stockage dans le puits peut être négligé,
- La nappe est captive sans recharge,
- Le puis traverse partiellement ou entièrement la nappe,
- L'épaisseur constante.

Le rabattement s (en m) est donné par l'expression suivante :





 $s = \frac{Q}{4\pi T} \int_{u}^{\infty} \frac{e^{-y}}{dy} = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (27)$ $u = \frac{r^{2}s}{4\pi t}$ $s = \frac{Q}{4\pi T} w(u)$ $T = \frac{Q}{4\pi s} w(u)$

 $S = 4T \frac{t}{r^2} u$

Avec :

- s : rabattement dans le puits en m ;
- Q : débit de pompage du puits en m³/s ;
- T : transmissivité en m²/s ;
- S : coefficient d'emmagasinement ;
- t : temps entre le début de l'essai de pompage et la prise de mesure du rabattement en s ;
- r : la distance entre le puits de pompage et le puits d'observation dans lequel le rabattement est mesuré en m

W(u) peut être calculé à partir d'une table des fonctions exponentielles intégrales (*in* Domenico & Schwartz, 1990), Tableau n°4.

Avec :

u	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x 1	0.219	0.049	0.013	0.0038	0.0011	0.00036	0.00012	0.000038	0.00
x 10 ⁻¹	1.82	1.22	0.91	0.7	0.56	0.45	0.37	0.31	0.26
$x 10^{-2}$	4.04	3.35	2.96	2.68	2.47	2.3	2.15	2.03	1.92
$x 10^{-3}$	6.33	5.64	5.23	4.95	4.73	4.54	4.39	4.26	4.14
x 10 ⁻⁴	8.63	7.94	7.53	7.25	7.02	6.84	6.69	6.55	6.44
x 10 ⁻⁵	10.94	10.24	9.84	9.55	9.33	9.14	8.99	8.86	8.74
x 10 ⁻⁶	13.24	12.55	12.14	11.85	11.63	11.45	11.29	11.16	11.04
x 10 ⁻⁷	15.54	14.85	14.44	14.15	13.93	13.75	13.60	13.46	13.34
x 10 ⁻⁸	17.84	17.15	16.74	16.46	16.23	16.05	15.9	15.76	15.65
x 10 ⁻⁹	20.15	19.45	19.05	18.76	18.54	18.35	18.2	18.07	17.95
x 10 ⁻¹⁰	22.45	21.76	21.35	21.06	20.84	20.66	20.5	20.37	20.25
x 10 ⁻¹¹	24.75	24.06	23.65	23.36	23.14	22.96	22.81	22.67	22.55
$x 10^{-12}$	27.05	26.36	25.96	25.67	25.44	25.26	25.11	24.97	24.86
$x 10^{-13}$	29.36	28.66	28.26	27.97	27.75	27.56	27.41	27.28	27.16
x 10 ⁻¹⁴	31.66	30.97	30.56	30.27	30.05	29.87	29.71	29.58	29.46
x 10 ⁻¹⁵	33.96	33.27	32.86	32.58	32.35	32.17	32.02	31.88	31.76

 Tableau 4 Valeurs de W(u) pour les valeurs de u (Domenico & Schwartz, 1990).

Jacob en 1950 a proposé une forme simplifiée découlant de l'expression de Theis valable pour des valeurs de t grande ou de r petite :

- $\frac{1}{u} > 100$ ce qui donne t $> \frac{100 \text{Sr}^2}{4\text{T}}$
- piézomètres prochent du puits avec une distance maximale ne dépassant pas les 50m,
- Le temps de pompage ne doit pas dépassé les 42 heures,
- La valeur $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$ doit être inférieure à 0,01.

L'expression du rabattement s est alors :

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} ln \left(\frac{2,25Tt}{r^2 S}\right)$$
(28)

Pour les nappes libres, la méthode de THEIS devient valable en ajoutant les hypothèses simplificatrices suivantes : l'épaisseur de la nappe doit être constante avec un écoulement horizontal donc, ces deux conditions limitent la validité de la méthode de Theis pour les nappes libres (Portet, 2003)

- Pour un rabattement inférieur à 10% ($\frac{dh}{h} < 10\%$ l'équation de THEIS reste valable ;
- pour un rabattement compris entre10 et 30% $10\% < \frac{dh}{h} < 30\%$ l'équation de THEIS devient :

$$s = \frac{2,3Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2,25Tt}{r^2 S}\right) (29)$$

• pour un rabattement supérieur à $30\% \ 30\% < \frac{dh}{h}$, les méthodes spécifiques aux nappes libres seront appliquées

Enoncé des exercices

Enoncé 1 : Calculer la quantité d'eau produite suite à une baisse de la surface libre de 2m dans un aquifère libre. La surface de l'aquifère est estimée à 1500m². La porosité et la rétention spécifique de l'aquifère sont respectivement de 0.35 et 0.15.

Enoncé 2 : le coefficient d'emmagasinement spécifique pour un aquifère captif ayant une épaisseur de 40m est $2.5 \times 10^{-5} \text{m}^{-1}$. Calculer le volume de l'eau que peut libérer l'aquifère suite à une baisse de sa surface piézométrique de 7m sur une surface de 1km² ?

Enoncé 3 :

Un cylindre de section de2000 mm² est rempli de sable ayant une perméabilité K. L'écoulement à travers le sable a lieu sous l'effet d'une charge constante tel que montré par la figure 32. Le volume d'eau collecté après 10min de fonctionnement est de1 litre.



Figure 32

- 1. La loi de Darcy est elle applicable dans ce cas?
- 2. Calculer la conductivité hydraulique du sable utilisé?
- 3. Estimer la conductivité hydraulique en utilisant la formule de HAZEN ?comparer les deux résultats?
- 4. Calculer la différence de charge maximale à appliquer à ne pas dépasser?

On donne : Le diamètre des grains d=0.5mm et La viscosité dynamique μ =1.13x10⁻³pa.s,

NB: Les longueurs sont exprimées en mm

Exercice 4 :

Même données que l'exercice 3, sauf que l'écoulement se produit sous l'effet d'une charge variable (figure 33) et le milieu est constitué de sable fin et delimon. Le tube a un diamètre de3cm et d'un niveau d'eau initial h_0 =120mm. Après 08heures d'essai, on a noté une baisse du niveau à h1=100mm.

Estimer la conductivité hydraulique de l'échantillon ? Commenter le résultat?



Figure 33

Enoncé 5 :

Trois forages d'observation sont réalisés pour déterminer la direction de l'écoulement et le gradient hydraulique dans un aquifère. La distance entre les forages et la charge hydraulique dans chaque forage sont montrées par le tableau 4.

Tableau 5 Charge hydraulique (m) Forage X(m)Y(m) 0 1 0 60 2 200 340 58.1 3 190 -150 55

Déterminer graphiquement la direction et le module du vecteur gradient hydraulique ? L'écoulement est supposé plan.

Enoncé 6 :

Le potentiel hydraulique dans un aquifère est donné par l'équation :

$$H(x,y) = 2x^{2} + 3xy + 4y^{2} + 5$$
(30)

Déterminer la direction, le sens et le module des vecteurs gradients hydraulique et lavitesse de Darcy au point (1,1) dans les cas suivants tout en représentant les résultats par un schéma :

- a) Milieu homogène et isotrope K=10m/j
- b) Milieu homogène et anisotrope $K_x=10m/j$, Ky=5m/j (x,y sont les axes principaux de l'écoulement)
- c) Milieu homogène et anisotrope $K_x=20m/j$, $K_y=10m/j$ et $K_{xy}=6m/j$ (x,y ne sont pas les axes principaux de l'écoulement

Que peut-on tirer comme conclusion ?

Enoncé 7 : La figure 34 illustre le réseau d'écoulement dans un barrage en terre dessiné à l'échelle Supposant que la hauteur d'eau à l'amont de ce barrage reste constante et égale à35m :

- 1. déterminer les conditions aux limites du problème ?
- 2. déterminer le débit de fuite à travers la digue ? La largeur de la digue est de 300m et la conductivité hydraulique K=1m/j
- 3. calculer la charge hydraulique , le gradient hydraulique et la pression interstitielle au point A sachant que Z_A = 15m (Fig 34.b)



Enoncé 8 :

Supposant que le barrage décrit par l'énoncé 7 est anisotrope de perméabilités : $K_x=7 \times 10^{-7} \text{m/s}, K_z=3.5 \times 10^{-7} \text{m/s}$

- 1. Représenter à l'aide d'un schéma le système homogène et isotrope équivalent.
- 2. Calculer le débit de fuite dans le nouveau système ? sachant que le réseau d'écoulement dans le nouveau système est illustré par la figure 35.



Figure 35. Réseau d'écoulement

Enoncé 9 :

On considère un rideau de palplanches destiné à la réalisation d'une fouille. Le sol, perméable, est le siège d'un écoulement permanent dont les caractéristiques sont représentées sur le schéma ci-après figure 36. Sachant que $H_1 = 5m$, $H_2 = 2m$ et $K = 10^{-6}$ m/s :

a. Calculer le débit d'eau dans la fouille,

b. Calculer le gradient hydraulique de l'écoulement FF', EE', et le gradient moyen entre EF. Comparer ces 3 valeurs.

- c. Calculer la pression interstitielle en M, P et E,
- d. Le sol a un poids volumique $\gamma = 19$ KN/m³ Peut-on craindre un phénomène de renard ?



Figure 36. Réseau d'écoulement sous un rideau palplanche **Enoncé 10 :**

Un aquifère captif d'épaisseur constante de 34m et stratifié entre deux piézomètres (figure 37).

1. tracer la courbe du niveau piézométrique entre les deux piézomètres ?

2. déterminer la perméabilité équivalente sachant que l'écoulement est horizontal (on néglige l'écoulement vertical) ?

3. calculer le débit total /unité de largeur dans cet aquifère ?

4. déterminer le temps mis par un polluant pour atteindre le piézomètre (2) à partir du piézomètre (1).



Figure 37.

Enoncé 11 : un aquifère confiné avec un substratum horizontal et d'épaisseur variable comme c'est montré par la figure 38. Supposant que l'écoulement souterrain dans l'aquifère est essentiellement horizontal. Déterminer le débit d'écoulement par unité de largeur entre deux sections (1) et (2) dont les niveaux piézométriques sont 24m et 27m respectivement.



Figure 38

Enoncé 12 : Un puits complet réalisé est dans un aquifère captif d'épaisseur de 25m. Après une longue période de pompage continue avec un débit de 0.05m3/s, il a été observé des rabattements de 3 et de1.2m aux distances de 50m et de150m du puits (respectivement). Calculer la conductivité et la transmissivité de l'aquifère.

Enoncé 13 : Un puits traverse un aquifère libre, dont, le niveau d'eau initial est de $h_0=25m$. Après un pompage (régime permanent) avec un débit de 0.05m3/s, les rabattements enregistrés aux distances de 50m et de 150m du puits sont respectivement 3 et 1.2m. Calculer la conductivité hydraulique et le rayon d'influence ? (comparer les résultats trouvés aux résultats de l'enoncé10)

Enoncé 14 :

Soit un aquifère libre constitué de deux formations A et B reliant un canal à une rivière représenté par la figure 39. Les niveaux d'eau dans le canal et la rivière sont de15m et de12m respectivement à partir du substratum. Les conductivités hydrauliques des deux formations A et B sont 7m/j et 10m/j respectivement.

NB : En supposant que l'écoulement est horizontal :



- 1.) Déterminer l'équation de la surface libre de l'écoulement permanent h(x) ?
- 2.) Calculer le niveau d'eau dans l'aquifère à une distance de 340m du canal ?
- 3.) Calculer le débit /unité de largeur circulant entre le canal et la rivière ?

Enoncé 15:

On Considère une coupe verticale d'un aquifère à 4 forages A,B,C et D montrée par la figure 40.

Les charges hydrauliques, les conductivités hydrauliques calculées après un essai de pompage et les conductivités hydrauliques mesurées au laboratoire au niveau des points E et F sont données par le tableau 2.

- a) Calculer le débit spécifique estimé Qx dans la couche de sable supérieure ?
- b) Estimer le débit /unité de largeur alimentant la rivière par la couche supérieure de sable ?
- c) Estimer le débit spécifique horizontal qx dans la couche inférieure de sable ?
- d) Estimer le débit /unité de largeur circulant dans la couche inférieure vers la rivière ?
- e) Calculer le débit spécifique vertical Qz à travers la couche Argilo-Silteuse confinée ?





Tableau 6 : données du problème

Location	H(m)	Kx(m/j)	Kz(m/j)
А	44.50	0.35	
В	42.64	5.0	
С	44.62	0.25	
D	42.75	4.0	
Е			0.003
F			0.002

Enoncé 16 :

Un aquifère captif exploité par un forage avec un débit constant de60l/s. Dans le cas où les coefficients de transmissivité et d'emmagasinement de l'aquifère sont de $1250m^2/j$ et de 5×10^{-4} respectivement, calculer les rabattements enregistrés à une distance de 250m du forage après 8heures, 30jours et 6mois de pompage. Calculer le rayon d'influence après 1 heure de pompage.

NB : Utiliser l'équation de Thiès

Enoncé 17 : Le tableau 6donne le rabattement mesuré à différents intervalles de temps

lors d'un essai de pompage dans un aquifère captif à une distance de 200m du forage d'exploitation. Déterminer la transmissivité $T(m^2/j)$ et le coefficient d'emmagasinement S dans le cas où le débit de pompage est de $1500m^3/j$

Tableau	7	
---------	---	--

Temps (min)	Rabattement (m)	Temps (min)	Rabatte ment (m)
1	0,02	100	1,03
2	0,07	300	1,36
3	0,12	1000	1,70
4	0,17	4000	2,12
5	0,21		-
7	0,28		
10	0,36		
20	0,55		
40	0,76		

Enoncé 18 :

Des mesures de rabattement au cours du temps pour un essai de pompage dans la phase de remontée sont présentées par le tableau 7.

Déterminer la transmissivité et le coefficient d'emmagasinement pour un aquifère confiné, sachant que le débit de pompage est de 4.53m³/min et le temps d'arrêt de pompage est de 800min

Rabattement d	lans le forage	Rabattement d	lans un piézomètre
temps (min)	s'(m)	temps (min)	s'(m)
800	3,788	800	0,564
803	3,030	805	0,539
808	1,515	810	0,497
813	0,758	815	0,464
820	0,455	820	0,439
880	0,303	825	0,415
940	0,242	830	0,400
995	0,209	840	0,370
1055	0,179	850	0,348
1115	0,155	860	0,330
1175	0,148	870	0,312
1235	0,139	880	0,294
1295	0,115	890	0,285
1360	0,103	900	0,273
1416	0,100	910	0,264
1418	0,100	920	0,258
1527	0,067	980	0,212
1600	0,067	1040	0,185
		1100	0,164
		1160	0,148
		1220	0,139
		1280	0,121
		1340	0,109
		1400	0,109
		1460	0,103
		1520	0,094
		1600	0,088

Tableau 8

Corrigé des exercices

Solution de l'énoncé 1 :

Calculons d'abord la porosité efficace :

On a la porosité totale=porosité efficace + rétention spécifique n=ne+nr (31)

D'où ne=n-nr =0.35-0.15=0.20

Pour une nappe libre, la porosité efficace égale à la porosité de drainage.Le coefficient d'emmagasinement s est :

$$S = \frac{Vw}{A \Delta h}$$
 (32)
Avec A : surface de l'aquifère, Vw=volume d'eau extrait (drainé), Δh : baisse du niveau d'eau
On peut calculer donc la quantité d'eau produite Vw
 $Vw = S.A.\Delta h$
Vw=0.20*1500*2=600m³

Réponse de l'énoncé 2 :

Pour un aquifère captif, le coefficient d'emmagasinement spécifique Ss est donné par l'expression suivante :

$$Ss = \frac{Vw}{Vaq.\Delta h} \quad (m^{-1}) \tag{33}$$

Le volume de l'aquifère est Vaq = b^*A , avec A : superficie de l'aquifère (m²), etb : épaisseur de l'aquifère (m),

On remplace dans Vaq l'équation (29), on trouve le volume d'eau libéré par la nappe : $Vw = A.b.Ss.\Delta h$ (34) $Vw = 1x10^6 *40*2.5x10^{-5} *7=7000m^3$

Solution de l'énoncé 3 :

 Validité de la loi de Darcy : La loi de darcy est applicable si Re< 1 la vitesse de Darcy U est donnée par:

$$U=\underline{\underline{V}}$$

A Avec :Q : débit d'eau collecté après 10min Q=volume /temps Q= $10x10^{6}/600s=1.67 x10^{3} mm^{3}/s$ A : section de la colonne 2000mm².

D'où

 $U=1.67 \times 10^3 / 2000 = 8.3 \text{ mm/s}$



Calculons maintenantle nombre de Reynolds Re :

$$\operatorname{Re} = \frac{U\rho.d_g}{\mu}$$
(35)

Où : dg : diamètre des grains

i : gradient hydraulique = $\frac{\Delta H}{L}$ ρ : masse volumique de l'eau = 1000kg/m³ μ : viscosité dynamique de l'eau = 1.13x10⁻³pa.s

La différence de charge est: $\Delta H= 150+100-70=180 \text{mm}$ $L = \sqrt{80^2 + 100^2} = 128 \text{mm}$ $\text{Re} = \frac{8.3.10^{-3}.1000 \times 0.08.10^{-3}}{1.13.10^{-3}} = 0.5 < 1 \text{ donc, la loi de Darcy est applicable dans notre cas.}$

2. calcul du coefficient de perméabilité (conductivité hydraulique) K :

On déduit K ;
$$K = \frac{Q}{i.A} = \frac{Q}{\frac{\Delta H}{L}.A}$$
 (36)

Application numérique:

$$K = \frac{1.67 \times 10^{-6}}{\frac{180}{128} \cdot 2000 \times 10^{-6}} = 0.6.10^{-3} \text{ m/s}$$

 Différence de charge maximale ΔHmax Elle correspond à la valeur maximale de Re en régime laminaire c à.dRe=1

$$\operatorname{Re}=1 \Longrightarrow \operatorname{Re}=\frac{k.i.\rho.d_g}{\mu}=1 \Longrightarrow \frac{k.\frac{\Delta H_{\max}}{L}\rho.d_g}{\mu}=1 \quad (37)$$

Donc :

$$\Delta H_{max} = \frac{\mu L}{K.\rho.d_g} = \frac{1.13.10^{-3}.128.10^{-3}}{5.10^{-3}.1000 \times 0.08.10^{-3}} = 0.361 \text{m}$$
(38)

au delà de cette valeur, l'écoulement n'est plus laminaire et la loi de Darcy ne sera pas valable.

Solution de l'énoncé 4 :

La perte de charge est donnée par h+30 (mm) ce qui représente la différence entre les deux niveaux. h est variable dans le temps à l'inverse du perméametre à charge constante. D'après l'équation de continuité et pour une baisse de niveau dans le tube dh, on a :

$$-s.\frac{dh}{dt} = U.A \tag{39}$$

Avec s : section de tube, A : section de la colonne de filtration, U : vitesse de Darcy, t : temps.



Figure 42.

La vitesse de Darcy est donnée par :

U=K.I (40) Avec :K : Coefficient de perméabilité à mesurer. , I : gradient hydraulique

L'expression donnant I est la suivante :

$$I = \frac{h+30}{L} \quad (41)$$

Où :L : longueur de l'échantillon

En combinant les expressions (9),(10) et (11), on obtient :

$$-s.\frac{dh}{dt} = K.\frac{h+30}{L}.A$$
 (42)

L'équation (42) est une équation différentielle du premier ordre à variable h(t), par séparation des variable l'intégration de cette équation entre h0 et h1, le temps entre t0 et t1, on trouve l'égalité suivante :

$$-\int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h+30} = \frac{K}{L} \cdot \frac{A}{s} \cdot \int_{t_0}^{t_1} dt \qquad (43)$$

On trouve :

$$Ln\frac{h_0 + 30}{h_1 + 30} = \frac{K}{L} \cdot \frac{A}{s}(t_1 - t_0)$$
 (44)

d'où

$$K = \frac{Ln \frac{h_0 + 30}{h_1 + 30}}{(t_1 - t_0)} \cdot \frac{s}{A} \cdot L = \frac{Ln \frac{h_0 + 30}{h_1 + 30}}{(t_1 - t_0)} \cdot \frac{d^2}{D^2} \cdot L \quad (44)$$

Application numérique :

$$K = \frac{Ln \frac{120 + 30}{100 + 30}}{8^* 3600} \cdot \frac{30^2}{50.5^2} \cdot 128 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

 $K=2.24.10^{-7} \text{ m/s}$

La condition est vérifiée puisque le perméamètre à charge variable s'applique pour les milieux dont la perméabilité est inférieure à 10^{-5} m/s

Solution de l'Enoncé 5 :

Supposant que l'écoulement est plan.

1. Pour déterminer la direction, le sens et le module du vecteur gradient hydraulique, nous avons besoin de deux lignes équipotentielles et une ligne de courant. Sachant que les lignes de courant sont perpendiculaires aux lignes équipotentielles.

<u> 1ere étape :</u>

On remarque que la ligne équipotentielle de valeur 58.1 passe entre le A et le C.

On doit déterminer le point d'intersection de cette droite ave la droite (AC).

Si on a la longueur de (AC), L= 242.07m, alors on peut déterminer la position de la ligne équipotentielle (58.1) au point D sur la droite (AC) par interpolation linéaire :





2^{ème} étape :

On trace la ligne de courant perpendiculaire aux deux lignes équipotentielles 58.1 et 60 donc, elle passera par le point A.

La longueur du droit est égale 100 m, Donc, on calcule le module du gradient hydraulique par la formule suivante:

 $i = \frac{\Delta H}{l} = \frac{60 - 58.1}{100} = 0.019$

 $O\dot{u}$: l= distance entre les deux lignes équipotentielle le long de la ligne de courant (100m), le gradient hydraulique a, donc, une direction AF se dirigeant de A vers F et a un module de 0.019.

NB : On peut notamment résoudre l'exercice en utilisant la méthode analytique

1. On suppose que l'écoulement estplan et la surface piézométrique est plane, donc la surface piézométrique a pour équation :

 $\varphi(x, y) = a.x + b.y + c$ On calcule les constantes a,b et c en utilisant les valeurs piézométriques aux point A, B et C, d'où :

$$\varphi(0,0) = \varphi_{\rm A} = c = 60$$

 $\varphi(200,340) = a..200 + b.340 + 60 = 58.1$ Il vient : 200a+340b=-1.9 (1) De même $\varphi(190,-150) = a..190 - b.150 + 60 = 55$ Il vient : 190a-150b=-5 (2) De (1) et (2) on trouve a=-0.02 et b=0.007 Le potentiel hydraulique devient $\varphi(x, y) = -0.02.x + 0.007.y + 60$

Le vecteur gradient hydraulique i est donné par la formule suivante :

$$i = -\operatorname{grad} \phi$$

$$i = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \phi}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.02 \\ -0.007 \end{pmatrix}$$

Il vient $\|\mathbf{i}\| = \sqrt{0.02^2 + 0.007^2} = 0.02$

C'est presque la même valeur calculée en utilisant la méthode graphique qui est de0.019On peut calculer la direction (magnitude)de l'angle θ entre i et l'axe des x

$$\theta = \operatorname{arctg}(\frac{-0.007}{0.02}) = -19.3^{\circ}$$
 par rapport à l'axe des x. c'est vérifiée.

Solution de l'énoncé 6:

Le vecteur gradient hydraulique est donné par:

$$\vec{i} = -\text{gradH}$$
 (45)

$$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} \\ -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4\mathbf{x} - 3\mathbf{y} \\ -8\mathbf{y} - 3\mathbf{x} \end{pmatrix}$$
(46)

Le vecteur vitesse de Darcy $\vec{v} = -\vec{k}.\vec{gradH} = \vec{k}.\vec{i}$, k est le tenseur de perméabilité au point (1,1)

$$\vec{i} \begin{pmatrix} -\frac{\partial H}{\partial x} \\ -\frac{\partial H}{\partial y} \end{pmatrix} = \vec{i} \begin{pmatrix} -4x - 3y \\ -8y - 3x \end{pmatrix}_{(I,I)} = \vec{i} \begin{pmatrix} -7 \\ -11 \end{pmatrix} \quad (47) \quad \begin{array}{c} \theta \\ \vec{v}_3 \\ \vec{v}_2 \\ \vec{v}_1 \\ \hline \end{array}$$
Figure 44

y

Le module de $\|\vec{i}\| = \sqrt{(-7)^2 + (-11)^2} = 13$

La direction : l'angle que fait le vecteur gradient avec l'axe des x est α :

 $\alpha = \arctan(\frac{-11}{-7}) = 57.52^{\circ}$ Voir figure 39.

Le vecteur vitesse de Darcy V au point (1,1)

$$\vec{v} = \bar{\vec{K}} \cdot \vec{i}$$
(48)

a) pour un milieu homogène et isotrope K est un scalaire

v et i sont parallèles

$$\|\vec{\mathbf{v}}_{I}\| = \mathbf{K} \cdot \|\vec{\mathbf{i}}\| = 10 \cdot \mathbf{x} \mathbf{13} = 130 \,\mathrm{m/j}$$

La direction du vecteur vitesse v est la même que le vecteur gradient hydraulique i (Voir figure 39)

b) pour un milieu homogène anisotrope, les axes x et y sont les axes principaux de l'écoulement, le tenseur K s'écrit :

$$\mathbf{\ddot{K}} = \begin{bmatrix} 10 & 0\\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Donc le vecteur vitesse s'écrit :

$$\vec{\mathbf{v}}_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0\\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{cases} -7\\ -11 \end{cases} = \begin{cases} -70\\ -55 \end{cases}$$

Le module de v est :

 $\|\vec{\mathbf{v}}_2\| = \sqrt{(-70)^2 + (-55)^2} = 89 \,\mathrm{m}/\mathrm{j}$

L'angle entre le vecteur v et l'axe des x devient : $\beta = \arctan(55/70) = 38^{\circ}$ l'angle entre v1 et v2=(α - β)=57°.52-38°=19°.52

c) Milieu homogène anisotrope : les axes x,y ne sont pas les axes principaux, le tenseur K s'écrit donc:

Х

$$\mathbf{\bar{K}} = \begin{bmatrix} 20 & 6\\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

D'où le vecteur vitesse devient :

$$\vec{\mathbf{v}}_3 = \begin{bmatrix} 20 & 6\\ 6 & 10 \end{bmatrix} \begin{cases} -7\\ -11 \end{cases} = \begin{cases} -206\\ -152 \end{cases}$$

Le module du vecteur vitesse est:

 $\|\vec{v}_3\| = \sqrt{(-206)^2 + (-152)^2} = 255.2 \text{ m/j}$ Angle que fait le vecteur vitesse v3 avec l'axe des x : $\theta = \arctan(152/206) = 36.42^\circ$ d'où l'angle entre $\vec{v3}$ et le vecteur i est $\alpha \cdot \theta = 57.52^\circ \cdot 36.42^\circ = 21^\circ$

Solution de l'énoncé 7 :

1. les conditions aux limites du problème sont :

Lignes équipotentielles :

- (AB) : charge constante =35m
- (DE) : surface filtrante (tapis filtrant)

Lignes de courant :

- (AE) surface imperméable
- (BF) surface libre la pression est nulle don H=z

2. Calcul du débit de fuite à travers la digue :

Le débit de fuite Q est donné par la formule :

$$Q = K.\frac{N_C}{N_H}.\Delta H.b$$

Avec :Nc : nombre de tubes de courant

N_H : nombre de lignes équipotentielles

 ΔH : perte de charge de l'écoulement souterrain (différence de charge entre les deux équipotentielles extrêmes max et min)= $H_{AB}-H_{DE}$

Nc = 4

$N_{\rm H}$ =14

Application numérique :

$$Q = 1.\frac{4}{14}.35 \times 300 = 3000 \text{ m}^3 / \text{j}$$

3.

- La charge hydraulique au point A

Tout d'abord il faut calculer l'équivalent de la perte de charge d'un carré :

$$\Delta h' = \frac{\Delta H}{N_{H}} = \frac{35}{14} = 2.5m$$

Donc :
H_A=35m- 4carreaux . $\Delta h' = 35$ - 4*2.5=25m
D'où la charge hydraulique au pt A est 25m.
La pression interstitielle au point A



Figure 45.

(49)



P_A=p.g.(H_A-Z_A) =9810*(25-15)=98100pa =0.981bar

Solution de l'énoncé 8 :

1.le corps de la digue est homogène anisotrope, Le système équivalent homogène isotrope est de Conductivité hydraulique égale à :

Keq= $\sqrt{K_x.K_z} = \sqrt{7x3.5x10^{-7}} = 4.95x10^{-7} \text{ m/s}$ Pour les dimensions du barrage, suivant x seront Multipliées par le rapport $\sqrt{\frac{k_z}{k_x}} = \sqrt{\frac{3.5}{7}} = \sqrt{0.5} = 0.70$

et suivant z restent les mêmes (non changées)

donc le système équivalent est représenté par la figure (46):

 Le réseau d'écoulement dans le nouveau Système est représenté par la figure (35).
 Le débit de fuite Q se calcule par la même Méthode utilisée dans l'exercice 7 :

$$Q = K.\frac{N_C}{N_H}.\Delta H.b$$

Il vient :

$$Q = 4.95 \times 10^{-7} \cdot \frac{5}{14} \cdot 35.300.3600.24 = 160.38 \text{m}^3 \text{ / j}$$

Solution de l'énoncé 9:

a. Le débit d'eau dans la fouille est le débit d'eau souterrain qui est donné par la formule :

$$Q = K.\frac{N_C}{N_H}.\Delta H.b$$

Nc=10 , (nombre de carreaux entre deux lignes équipotentielles successives) $N_H=20$, (nombre de carreaux dans un tube de courant)

b. le gradient hydraulique aux FF', EE' et le gradient moyen au EF

1. i_{FF'}

Le gradient hydraulique entre deux équipotentiels est calculé par :

$$i = \frac{\phi_1 - \phi_2}{1}$$

 ϕ_1, ϕ_2 : équipotentiels

l : distance entre les lignes équipotentielles φ_1 , φ_2 le long de la ligne de courant perpendiculaire aux équipotentiels φ_1 , φ_2 , elle est mesurée à l'échelle

L'équidistance entre deux équipotentielles consécutives égales : $\Delta \phi = (H_1+H_2)/N_H = (5+2)/20 = 0.35 m$



Figure 46 système équivalent homogène isotrope

 $i_{FF'} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{1} = \frac{\Delta \phi}{1} = \frac{0.35}{1.16} = 0.30$

2. $i_{EE'}$

De la meme manière, on calcule le gradient hydraulique au EE'

$$i_{\rm EE'} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{1} = \frac{\Delta \phi}{1} = \frac{0.35}{0.39} = 0.9$$

3. i_{EF} Le gradient moyen entre E et F est donné par : $i_{EF} = \frac{\phi_E - \phi_F}{\phi_E} = \frac{2.45 - 0}{0.42} = 0.42$

$$_{\rm EF} = \frac{\Phi_{\rm E} - \Phi_{\rm F}}{1} = \frac{2.43 - 0}{5.8} = 0.42$$

On remarque que $i_{EE'} > i_{EF} > i_{FF'}$

c. pressions interstitielles aux points M, E et P

La pression interstitielle u en un point M est donnée par la formule suivante :

 $u(M)=\rho.g.(H_M-z_M)$ (pa)

avec :

 H_M : la charge hydraulique au point M (m)

Z_M: cote du point A par rapport au niveau de référence (m)

 ρ : masse volumique de l'eau (1000 kg/m³).

g: gravité (m/s^2) .

Donc au point M :

- u(M)=1000*10*(0.70-(-3.3))=40000pa=40kpa

au point È

- u(E)=1000*10*(2.45-(-5.8))=82500

au point P

d. pour vérifier s'il y'a risque du phénomène de Renard, il faut calculer le gradient hydraulique critique i_c et le gradient hydraulique observé i_{obs} (déjà calculé en b).

si $i_c < i_{obs}$ alors il y'a risque

le gradient hydraulique critique ic est calculé par la formule :

$$i_{c} = \frac{\gamma - \gamma_{w}}{\gamma_{w}}$$
$$i_{c} = \frac{19 - 10}{10} = 0.9$$

Le phénomène de Renard se passe prés du sol à coté de la palplanche donc $i_{obs}=I_{FF}=0.3$ Donc $i_c>i_{obs}$, donc il y'a pas risque, mais on pratique il recommande un facteur de sécurité Fs

Qui égale Fs = $\frac{i_c}{i_{obs}} > 3$

Donc il faut enfoncer la palplanche dans le sous sol pour éviter le problème du renard

Solution de l'énoncé 10:

1. Perméabilité équivalente

L'écoulement horizontal dominant, les couches sont placés en série, alors la perméabilité équivalente est donnée par :

$$K_{eq} = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2} + \frac{L_3}{K_3}} = \frac{400 + 1000 + 700}{\frac{400}{10} + \frac{1000}{5} + \frac{700}{15}} = 7,32 \text{m/j}$$

2. Calcul du débit d'eau souterrain /unité de largeur : D'après la loi de Darcy on a : Q=Keq.A.i Avec :Q : est le débit total circulant dans l'aquifère (m^3/j) A : section de l'aquifère perpendiculaire à l'écoulement= B.l B : épaisseur de l'aquifère (m) l : largeur de l'aquifère (m) i : gradient hydraulique =(H₁-H₂)/L H₁, H₂ : niveaux piezomètriques aux points (1) et (2) respectivement Donc, il vient : Q/l = q=Keq.B.i q= 7,32 .34. (13,5-5,7)/2100=0.92 m³/j/m largeur

3. Temps mis par un polluant pour arriver au piézomètre (2) à partir du piézomètre (1)

Le temps t est calculé comme suit :

 $t = \frac{L_{I}}{V_{I}} + \frac{L_{2}}{V_{2}} + \frac{L_{3}}{V_{3}}$

 $V_1,\,V_2,\,V_3$ sont les vitesses interstitielles dans les 3 formations respectivement. La vitesse interstitielle V=U/n Donc

$$t = n_1 \frac{L_1}{U} + n_2 \frac{L_2}{U} + n_3 \frac{L_3}{U}$$

U : vitesse de Darcy =K.i= $\frac{q}{B} \frac{-0.92}{34} = 0.02$ m/j

$$t = 0,25 \cdot \frac{400}{0,02} + 0,30 \frac{1000}{0,02} + 0,25 \frac{700}{0,02} = 23750 \text{ j} = 65 \text{ ans}$$

Solution de l'énoncé 11:

Calcul du débit /unité de largeur :

On a d'après la loi de Darcy et l'hypothèse de Dupuit (écoulement plan), la formulation suivante :

$$Q = K.A \frac{dh}{dx}$$
(50)

La section A=B.l B : épaisseur de l'aquifère variable l : largeur

L'épaisseur varie linéairement avec la distance x, Donc, on peut écrire :

B=ax+b Pour x=0, B=20m d'où b=20 a= (50-20)/1500=0.02 d'où B=0.02.x+20 (m)

Alors, l'équation (18) devient : Q.dx=K.(0.02.x+20).1.dh $\frac{Q}{l}dx = K.(0.02.x + 20).dh$ Q'dx = K.(0.02.x + 20).dh



On sépare les variables et par intégration on peut écrire :

 $Q' \int_{0}^{1500} \frac{dx}{.(0.02.x + 20)} = K \int_{24}^{27} dh.$ $Q' \ln \frac{1500}{20} = K(27 - 24)$ Il vient Q'=3.K/4.31 = 45/4.31 = 10.42m³/j/m.largeur

Le débit circulant dans l'aquifère par unité de largeur est de 10.42m³/j/m.largeur

Solution de l'énoncé 12 :

Le débit extrait est représenté par l'équation suivante :

$$Q = K.A \frac{dh}{dr} \qquad (52)$$

La section A= $2\pi r.B$ B : l'épaisseur de l'aquifère Q.dr=K.B. 2π .r.dh $\int_{r_0}^{R} Q.\frac{dr}{r} = \int_{h_0}^{H} 2.\pi.K.B.dh$ $Q.\ln\frac{R}{r_0} = 2\pi.K.B.(H-h_0)$ (52)



C'est l'équation du Dupuit en régime permanent Si on applique cette équation entre deux points (1) et (2), On trouve :

$$Q.\ln\frac{r_2}{r_1} = 2\pi.K.B.(h_2 - h_1)$$
(53)

Avec : $h_2=H-s_2$, $h_1=H-s_1$ S₁ et s₂ sont les rabattements aux points (1) et (2) respectivement On remplace h2 et h1 dans l'équation (53) on trouve la formule donnant K :

$$K = \frac{Q}{2.\pi.B.(s_1 - s_2)} . \ln \frac{r^2}{r^1}$$

AN : s_1=3m, s_2=1.2m, r_1=50m, r_2=150m, Q=0.05m^3/s, B=25m

$$K=1.94.10^{-4} \text{m/s} = 16.78 \text{m/j}$$

Calcul de la transmissivité T
 $T = K.B$
 $T=16.80x25 = 419.6 \text{m}^2/\text{j}$

Solution de l'énoncé 13 :

Calcul de la conductivité hydraulique : d'après la loi de Darcy, le débit extrait s'écrit :

$$Q = K.A \frac{dh}{dr}$$

La section $A=2\pi r.h$ Alors il vient : $Q.dr = 2.\pi.K.r.h.dh$



Voir figure (49) Après séparation des variables et intégration entre Deux points (1) et(2):

$$\int_{r_{1}}^{r_{2}} Q \cdot \frac{dr}{r} = \int_{h_{1}}^{h_{2}} 2 \cdot \pi \cdot K \cdot h \cdot dh$$
On trouve :

$$Q \ln \frac{r_{2}}{r_{1}} = \pi \cdot K (h_{2}^{2} - h_{1}^{2})$$
(54)

D'où

$$K = \frac{Q \ln \frac{r_2}{r_1}}{\pi (h_2^2 - h_1^2)}$$
(55)

Or on a $\ h_2 = h_0 \text{-} s_2 = 25 \text{-} 1.2 = 23.8 m$, $h_1 = h_0 \text{-} s_1 = 25 \text{-} 3 = 22 m$ AN :

$$K = \frac{0.05.\ln\frac{150}{50}}{\pi(23.8^2 - 22^2)} = 2.12 \times 10^{-4} \,\text{m/s}$$

K=18,3m/j
2) calcul du rayon d'influence R :

on remplace $r_2=R$ et $h_2=h_0$ on trouve :

$$Q \ln \frac{R}{r_1} = \pi . K (h_0^2 - h_1^2)$$

On tire R,

$$R = r_1 \cdot e^{\frac{\pi \cdot K(h_0^2 - h_1^2)}{Q}} = 50 \cdot e^{\frac{\pi \cdot 2 \cdot 12^{*10} - 4(25^2 - 22^2)}{0.05}} = 327m$$

Donc R=327m.

Solution de l'énoncé 14:

D'après la loi de Darcy, le débit circulant entre le canal est la rivière/unité de largeur s'écrit :

$$q = -K_A \cdot h \cdot \frac{dh}{dx} \tag{56}$$

Le signe moins signifie que le gradient hydraulique est négative suivant x q.dx=-K_A.h.dh

Par intégration entre 0 et x et entre h1 et h on trouve : $2qx = -K_A.(h^2-h_1^2)$



Figure 50

On trouve :

$$h(x) = \sqrt{h_1^2 - \frac{2qx}{\kappa_A}} \qquad \text{Pour } 0 \le x \le L_A \tag{57}$$

De même manière entre 350m et 500m

L'équation de h est donnée par

$$h(x) = \sqrt{h_3^2 - \frac{2q(x - L_A)}{K_B}} \quad \text{Pour } L_A < x \le L_A + L_B \quad (58)$$

On calcule h₃ de l'équation (57)
Pour x=350m, h=h₃, il vient :
$$h_3^2 = h_1^2 - \frac{2qL_A}{K_A} \quad (59)$$

On remplace (50) dans (58) on trouve l'équation de h entre L et L + L = :

On remplace (59) dans (58) on trouve l'équation de h entre L_A et L_A+L_B :

$$h(x) = \sqrt{h_1^2 - \frac{2qL_A}{K_A} - \frac{2q(x - L_A)}{K_B}} \qquad \text{Pour } L_A < x \le L_A + L_B \quad (60)$$

Donc, (58) et (60) donnent l'équation de h dans l'aquifère. 2) calcul du débit /unité de largeur de l'aquifère q :

De l'équation (60) pour $x=L_A+L_B=500m$, alors $h=h_2$

il vient :

$$h_2^2 = h_1^2 - \frac{2qL_A}{K_A} - \frac{2qL_B}{K_B}$$

On trouve :

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \cdot \left(\frac{L_A}{K_A} + \frac{L_B}{K_B}\right)}$$
(61)

A.N

 $q = \frac{15^{2} - 12^{2}}{2.\left(\frac{350}{7} + \frac{150}{10}\right)} = 0.62 \text{ m}^{3}/\text{j.m de largeur}$

3) calcul du niveau d'eau à 340m du canal Alors x=340m on utilise l'équation (57)

$$h(x) = \sqrt{h_1^2 - \frac{2qx}{K_A}}$$

$$h(340) = \sqrt{15^{2} - \frac{2 \times 0.62 \times 340}{7}} = 12.82 \text{m}$$

2^{ème} méthode de résolution :

Si on utilise la notion de la perméabilité équivalente en supposant que l'écoulement est horizontal :

Alors
$$K_{eqh} = \frac{L_A + L_B}{\frac{L_A}{K_A} + \frac{L_B}{K_B}}$$
 (62)

Alors l'équation (61) devient :

$$q = K_{eqh} \frac{h_1^2 - h_2^2}{2.L}$$
(63)

Tel que $L=L_A+L_B$

D'où on peut calculer le débit /unité largeur circulant dans l'aquifère homogène de perméabilité K_{eqh} tout en négligeant l'écoulement vertical. Il vient

 $K_{eqh}=7.70 \text{m/j}$

Solution de l'énoncé 15 :

- a. Débit spécifique qx dans la couche de sable supérieure La nappe est libre dans ce cas qx est donné : q_x=-K_x.(h_C-h_A)/(X_c-X_A)=-Kx.(44.62-44.50)/(100)=-(KA+Kc)/2.(0.12/100)=-3.6x10⁻³ m/j le signe (-) veut dire que le sens du débit spécifique au contraire du sens de l'axe des x. la conductivité est égale à la moyenne des deux conductivités de A et C.
- b. Le débit /unité de largeur alimentant la rivière est approximé par la relation : $Q1=q_x.B$ avec B : épaisseur de la couche saturée =6m

 $Q1=3.6x10^{-3}*6=0.0216m^{3}/j/m$ de largeur

- c. Estimation du débit spécifique q_x dans la couche inférieure de sable entre B et D: $q_x = -K_x \cdot (h_D - h_B)/(X_D - X_B)$ $q_x = -4.5m/j(42.75 - 42.64)/(100) = -4.95x \cdot 10^{-3}m/j$
- d. Débit/unité de largeur alimentant la rivière par la couche inférieure de sable : Q2=qx.B=4.9 x10⁻³ *15=0.07425m³/j/m de largeur
- e. Débit spécifique verticale qz à travers la couche argilo silteuse :

- Entre A et B au pt E $qz=-Kz.(h_B-h_A)/(Z_B-Z_A)$ $qz=-0.003*(42.64-44.50)/(-5)=-1.116 \times 10^{-3} m/j$

 Entre C et D au pt F : qz=-0.002(42.75-44.62)/(-5)=-7.48 x10⁻⁴m/j le débi spécifique moyen qz=9.54x10⁻⁴m/j

Solution de l'énoncé 16 :

Calcul des rabattements enregistrés à une distance de 250m du puits

L'équation de Thiès donne le rabattement s en fonction de la variable u dans un aquifère confiné (captif) comme suit :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_{u}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (64)$$
$$\boldsymbol{u} = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (65)$$

Avec

r: distance du puits de pompage (L), S : coefficient d'emmagasinement (-)

T : transmissivité (L^2/t)

 $Q:L^3/t$

Les valeurs de W(u) sont montrées en annexe 1.

a) Pour t= 8heures

$$u = \frac{24 \times 250^{2} \times 5.10^{-4}}{4 \times 1250 \times 8} = 0.01875 = 0.019 = 0.02$$

Du tableau on tire W(u)=3.35

Donc le rabattement après 8 heures de pompage est :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{60 \times 10^{-3} \times 24 \times 3600}{4\pi \times 1250} \times 3.35 = 1.10m$$

b) Pour t=30j
$$u = \frac{250^{-2} \times 5.10^{-4}}{4 \times 1250 \times 30} = 2 \times 10^{-4}$$

On tire W(u)=7.95

Le rabattement s

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{60*10^{-3}*24*3600}{4\pi * 1250} * 7.95 = 2.62m$$

c) Pour t = 6mois = 180j

$$u = \frac{250^{2} * 5.10^{-4}}{4 * 1250 * 180} = 3.5 * 10^{-5}$$

On prend u la moyenne entre $3*10^{-5}$ et $4*10^{-5}$

On tire W(u)=(9.84+9.55)/2=9.695

$$\mathbf{S} = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{60 \times 10^{-3} \times 24 \times 3600}{4 \times \pi \times 1250} \times 9.695 = 3.2m$$

Rayon d'influence R après 1h

Le rayon d'influence correspond à un rabattement nul

S= 0 , d'où W(u)=0. Du tableau donnant w(u) en fonction de u on trouve u = 9

$$u = \frac{R^{2}S}{4Tt} = 9$$

On tire $R = \sqrt{\frac{36.Tt}{s}}$

R=1936m

Solution de l'énoncé 17:

La méthode de Cooper-Jacob :

Le rabattement est donné par la formule suivante :

$$s = \frac{2.303Q}{4\pi T} \log \frac{2.25Tt}{r^{2}S}$$
(66)

Il vient :

$$s = \frac{2.303Q}{4\pi T} \log \frac{2.25T}{r^2 S} + \frac{2.303Q}{4\pi T} \log t$$
(67)

On trace s=f(log(t)), on trouve une droite s=b+a.logt

La pente est $\frac{2.303Q}{4\pi T}$

L'intersection avec l'axe des x :

s=0, donne
$$\log(t) = log \frac{r^2 S}{2.25T}$$
 donc t=t0= $\frac{r^2 S}{2.25T}$

Les résultats de calcul sont présentés par le tableau 9. et par le graphique de la figure 51.

la pente de la droite de Jacob est a

$$a = \frac{1.5 - 0.5}{2.7 - 1.1} = 0.625$$

Donc, T=2.303*Q/(4*π*0.625)

T=439.84m²/j

Calcul du coefficient d'emmagasinement :

 $S=t_0*2.25.T/r^2$

On a log $t_0=0.3$, donc $t_0=2min=1.39x10^{-3}j$

On trouve $S=3.8 \times 10^{-4}$

Donc en résumé :

$$T=439.84m^2/j$$
 et S=3.8x10⁻⁴



Solution de l'énoncé 18 :

Après l'arrêt du pompage, le niveau de la nappe commence à remonter pour atteindre le niveau initial, il s'agit de la phase de remontée. Cependant, on peut calculer la transmissivité en utilisant cette phase.

D'après la formule de Jacob-Bear, le rabattement résiduel s' au cours de la remontée est exprimé par la relation :

$$s' = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{t}{t'}$$
 (68)

t(min)	s(m)	Log t
1	0,02	0,00
2	0,07	0,30
3	0,12	0,48
4	0,17	0,60
5	0,21	0,70
7	0,28	0,85
10	0,36	1,00
20	0,55	1,30
40	0,76	1,60
100	1,03	2,00
300	1,36	2,48
1000	1,7	3,00
4000	2,12	3,60



Figure 52. Droite de Jakob pour la phase de remontée

Avec :

t: temps compté à partir du débit

de l'essai de pompage.

t' : temps compté à partir de l'arrêt

de pompage.

On trace s'=f(logt/t')

On trouve une droite de pente

 $a=2.3Q/4\pi T$ et qui passe

D'où on tire T= $2.3Q/4\pi$.a

D'après la figure 52. On calcule

la pente a=0.27

Donc T=4424m²/j

Bibliographie

Site internet :

- www.u-picardie.fr/beauchamp/cours.qge/du-7.htm
- <u>www.actu-</u> environnement.com/ae/dictionnaire_environnement/definition/transmissivite.php4.
- <u>https://www.pairform.fr/doc/17/138/487/web/co/8_5_2_3.html</u>
- https://openei.org/wiki/Glossary
- Cyr M. et Lérau J. (2019). Cours de Géotechnique, INSA de Toulouse
- ANRH. (2012) . Recharge des nappes souterraines. SIEE Pollutec, Alger, 2012.
- Beauchamp J. (2008). Le cycle global de l'eau. Cours de l'Université de Picardie, France, <u>Chapitre3: L'eau et le sol</u> (http:// <u>www.u-picardie.fr/beauchamp/cours.qge/du-7.htm</u>
- **Bedient P.B. (2005).** Gound water hydrology introduction. Civil & Environmental Engineeriing Rice University.2005
- **Bonelli S. (2001).** Ouvrages hydrauliques en remblai : un regard transversal sur l'action de l'eau. Ingénieries E A T, IRSTEA édition 2001, p. 49 p. 58. -hal-00464550
- **Brugeron A., (2012).** Cartographie et systèmes d'information géographique pour la gestion des ressources en eau souterraine, Rapport BRGM.
- Cabaret O. (2012). Les principes de la modélisation. BRGM Aquitaine, mars 201
- **Casrany G. (1982).** Principe et méthode de l'hydrogéologie. Dunod Université. Paris : Bordas, 1982. 237p.
- Desodt C. et Horsin Molinaro H. (2016). Phénomènes de boulance et d'érosion régressive(renard hydraulique) dans les barrages. Université Paris-Saclay.11p. <u>http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/</u>
- **Domenico, P. A., & Schwartz, F. W. (1990).** Physical and chemical hydrogeology. NewYork, NY: John Wiley.
- **Dragoni W. (1998).** Some consideration regarding the radius of influence of a pumping well. Perugia Italy, 1998. Web:http://www.unipq.it/~denz/Dragoni.pdf
- Elango, Lakshmanan, ed. (2011-11-23). Hydraulic Conductivity: Issues, Determination and Applications. <u>doi:10.5772/744</u>
- **Freeze A. and Cherry J., (1979).** Groundwater. Prentice Hall, United States. (<u>http://hydrogeologistswithoutborders.org/wordpress/1979-english/</u>)
- GMW-Water (2015). Groundwater Terms and definitions Glossary for users. Document Number: 2977263 Version: 8. November 2015

- Gonçalvès J. (2010). Modélisation en hydrogéologie: de la carte piézométrique au modèle Numérique. Journées « modélisation en environnement », ECCOREV, 22-26/02/2010
- Hydrogeologistswithoutborders (1979). Chapitre 10 : *Eaux souterraines et problèmes géotechniques. Trduit par* Timothée le Guellec.
 http://hydrogeologistswithoutborders.org/wordpress/1979-francais/chapitre-10/
- Lagacé R. (2011).DRAINAGE, Note de cours, chapitre 5, Université de Laval, Canada , 2011. 22 p.
- Kyrieleis, W., Sichardt, W. (1930). Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten, Springer, Berlin, 1930
- -
- Meddi M. et Gacemi F. (1987). Etude des écoulements en milieu poreux saturé par la méthode des éléments finis. PFE, ENP Alger, 1987. 105 p.
- Mohan M.K. (2015). Water resources engineering. Guru nanak institutions technical campus, India. Department of civil engineering.
- Oude Essink G.H.P. (2000). Groundwater Modelling. L4018/GWM I. Utrecht University, Interfaculty Centre of Hydrology Utrecht. Institute of Earth Sciences, Department of Geophysics. September 2000. 201p
- **Payraudeau S. (2007).** Hydrologéologie. Chapitre 7 : Notions de modèles hydrogéologiques. ENGEES, Strasbourg, France.
- **Portet F.(2003).** Aide-mémoire: Interprétation d'essais de pompage. Ecole des Mines de saint-Etienne
- Stewart B. A., Howell T. (2003). Encyclopedia of Water Science. CRC Press, 31 juil. 2003 1104 pages

- **Tisot J.P.** Cours « **Propriétés Mécanique et physiques des sols**, université de Nancy). http://tice.inpl-nancy.fr/modules/sciences_techniques/Proprietes-Meca-Sols/general/index.html

- Theis, C.V., (1935). The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage, Am. Geophys. Union Trans., vol. 16, pp. 519-524.
- **Therrien R.(2015).**Modélisation hydrogéologique et gestion des ressources en eau. Université de Laval, Canada. 28 p.
- Zreda M. (2014). Hydrogeology, 431/531 University of Arizona. PART 7 Equations of flow. 12p.
- Todd D.K.& Mays L.W. (2005) Groundwater Hydrology, third edition, John Wiley & Son, Inc.

- United States Geological Survey (USGS) (2015). Groundwater discharge the water cycle. [WWW document]. http://water.usgs.gov/edu/watercyclegwdischarge.html (accessed 23/11/2015)
- **M.Karamouz, A.Ahmadi, M.Ajhbari (2001)** Groundwater Hydrology Engineering, planning, and management, CRC Press Taylor & Francis Group
- Smith G.N & Smith Ian.G.N. (1988) Element of Soil mechanics. Black Well Science, USA
- G.Demarsily (2004) Cours d'hydrogeologie, Université de P & M. Curie, France
- Fitts C.R. (2002) Groundwater Science, Academic Press, Elsevier Science Ltd, UK

Annexe

							(-)		
u	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>x 1</i>	0.219	0.049	0.013	0.0038	0.0011	0.00036	0.00012	0.000038	0.000012
$x 10^{-1}$	1.82	1.22	0.91	0.7	0.56	0.45	0.37	0.31	0.26
$x 10^{-2}$	4.04	3.35	2.96	2.68	2.47	2.3	2.15	2.03	1.92
$x 10^{-3}$	6.33	5.64	5.23	4.95	4.73	4.54	4.39	4.26	4.14
x 10 ⁻⁴	8.63	7.94	7.53	7.25	7.02	6.84	6.69	6.55	6.44
$x 10^{-5}$	10.94	10.24	9.84	9.55	9.33	9.14	8.99	8.86	8.74
x 10 ⁻⁶	13.24	12.55	12.14	11.85	11.63	11.45	11.29	11.16	11.04
x 10 ⁻⁷	15.54	14.85	14.44	14.15	13.93	13.75	13.60	13.46	13.34
x 10 ⁻⁸	17.84	17.15	16.74	16.46	16.23	16.05	15.9	15.76	15.65
x 10 ⁻⁹	20.15	19.45	19.05	18.76	18.54	18.35	18.2	18.07	17.95
$x 10^{-10}$	22.45	21.76	21.35	21.06	20.84	20.66	20.5	20.37	20.25
x 10 ⁻¹¹	24.75	24.06	23.65	23.36	23.14	22.96	22.81	22.67	22.55
$x 10^{-12}$	27.05	26.36	25.96	25.67	25.44	25.26	25.11	24.97	24.86
$x 10^{-13}$	29.36	28.66	28.26	27.97	27.75	27.56	27.41	27.28	27.16
$x 10^{-14}$	31.66	30.97	30.56	30.27	30.05	29.87	29.71	29.58	29.46
$x 10^{-15}$	33.96	33.27	32.86	32.58	32.35	32.17	32.02	31.88	31.76

Tableau 1. Valeurs de la fonction de Thiès W(u) en fonction de u