The title (العنوان):

Effet du sol sur les lois de manœuvre des robinets-vannes en coup de bélier parfait.

APA Citation (توثيق APA):

Kadi, Latifa (2012). Effet du sol sur les lois de manœuvre des robinets-vannes en coup de bélier parfait[Thèse de magister, ENSH].

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE LÕENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DÕHYDRAUIQUE

ENSC-(n°)

MEMOIRE DE MAGISTERE
DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE

Présenté par

KADI Latifa

pour obtenir le grade de

MAGISTERE DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE

Spécialité :
Génie de l'eau

Sujet du mémoire :

Effet du sol sur les lois de manœuvre des robinets-vannes en coup de bélier parfait

Mémoire présenté et soutenu à Blida le 25/09/ 2012 devant le jury composé de :

Mr M.MEDDI	Professeur	Président
Mr B.SALAH	Professeur	Rapporteur
Mr B.REMINI	Professeur	Examinateur
Mr M.K. MIHOUBI	Maitre de conférences	Examinateur
Mr O.KHODJET KESBA	Maitre de conférences	Examinateur
Mr F.MASSOUH	Professeur	Invité

Année Universitaire 2011/2012

« Quand il se présente à la culture scientifique, l’esprit n’est jamais jeune. Il est même très vieux, car il a l’âge de ses préjugés. »

Bachelard, Gaston

La formation de l’esprit scientifique

A tous ceux qui nous ont appris

A tous ceux qui nous ont permis dôaboutir

Veuillez trouver ici le témoignage de notre profonde gratitude et notre haute considération

A mes parents qui m'ont inculqué de leur rigueur, mon père pour m'avoir fait aimer les maths et la physique depuis mon plus jeune âge

A mes proches

A tout le personnel de l'E.NS.H

A mon Encadreur

Monsieur le Docteur ***B.SALAH***

Je vous remercie d'abord d'avoir accepté de diriger ce travail.

Avoir un encadreur qui associe rigueur, sympathie, bienveillance, disponibilité et grande gentillesse a été un énorme privilège.

Recevez ma très haute considération, mon profond respect ainsi que ma sincère reconnaissance, non seulement pour votre générosité scientifique mais aussi pour vos qualités humaines.

Merci beaucoup, Mr Salah, de croire en moi.

A Monsieur le Professeur F.MASSOUH

Même si je ne vous ai pas rencontré personnellement,

Vos compétences et votre sympathie me sont quand même parvenues.

Pour cela recevez l'expression de ma haute considération.

A mon Enseignante

Madame ***F.DERNOUNI***

Je vous exprime un profond respect et une grande reconnaissance car il ne peut en être autrement vu la générosité, la sympathie ainsi que la disponibilité dont vous faites preuve envers moi.

Au Président de Jury

*Monsieur le Professeur **M.MEDDI***

Vous me faites un grand honneur en acceptant la présidence du jury.

Recevez l'expression de ma reconnaissance pour l'intérêt que vous avez bien voulu porter à mon modeste travail.

Veuillez trouver dans cette page l'expression de ma haute considération et de mon plus profond respect.

Aux Membres de Jury

*Monsieur le Professeur **B.REMINI***

Vous avez bien voulu vous associer à mon jury,

Votre présence m'honore beaucoup.

Soyez profondément remercié d'avoir bien voulu me donner de votre temps.

Je vous adresse ma sincère et haute considération.

Monsieur le Docteur ***M.K.MIHOUBI***

Votre présence dans ce jury est un grand honneur

Veuillez trouver ici, l’expression de ma sincère reconnaissance pour le temps que vous avez bien voulu m’accorder.

Soyez assuré encore une fois, de ma gratitude et de toute ma considération.

Monsieur le Docteur ***O.KHODJET KESBA***

Vous me faites le grand honneur d’accepter de participer au jury de ma soutenance,

C’est pourquoi je tiens absolument à vous remercier de votre disponibilité.

Recevez l’expression de ma profonde gratitude et de ma haute considération.

:ЉЬЯ

تبين المراجع أن ظاهرة المطرقة المائية، التي تمثل مرحلة قصوى من نظام التدفق الانتقالي، تحدث في شكلين: متزايد و متناقص و هما مضرين بحسن سير الأنابيب، تلاحظ هذه الظاهرة عندما يتم تعديل ظروف التدفق المستمر نتيجة حوادث أو تشغيلات عادية مثل إيقاف مضخة، غلق أو فتح صمام مما يؤدي إلى تغيرات كبيرة في الضغط و السرعة و هذا قد يسبب انفجار الأنابيب التي يمكن أن تكون حرة أو مطمورة.

من اجل التقليل من الآثار المضرة، تهدف دراستنا إلى استخدام طريقة الخصائص لإيجاد نموذج مثالي للمطرقة المائية لنستنتج من ذلك قانون تشغيل صمامات يوافق النموذج المقترح. بدراسة حالة الأنابيب الحرة و المطمورة، سنجري مقارنة بين ثلاث مواد لصناعة الأنابيب: الفولاذ، متعدد كلوريد الفينيل و متعدد الايثيلين عالي الكثافة.

Résumé :

La bibliographie montre que le coup de bélier, phase extrême du régime transitoire, se manifeste sous deux formes : croissante et décroissante qui sont néfastes pour la bonne tenue des conduites. Cette phase survient lorsque les conditions de l’écoulement permanent sont perturbées par des manœuvres pouvant être accidentelles ou tout à fait habituelles telles que l’arrêt d’une pompe, la fermeture ou l’ouverture d’une vanne. Il se produit alors de grandes variations de pression et de vitesse pouvant entrainer des implosions voire même des éclatements des conduites libres ou enterrées.

Afin de minimiser les conséquences néfastes, notre étude a pour but d’utiliser la méthode des caractéristiques en vue de modéliser d’une façon optimale le coup de bélier et de déduire en conséquence une loi de manœuvre répondant à cette optimisation. Notre raisonnement sera développé, en considérant le cas des conduites libres et enterrées où une application à titre comparative sera faite pour trois matériaux de conduites : l’acier, le PVC et le PEHD.

Abstract :

The bibliography shows that the water hammer, extreme phase on transient flow, occurs in two forms: increasing and decreasing which are harmful to the good behaviour of pipes. This phase arises when the conditions of steady flow are perturbed by maneuvers that can be accidental or quite normal such as shutting down a pump, closing or opening a valve. Is then produced large variations in pressure and velocity which can cause implosion or bursting of free and buried pipes.

To minimize the negative consequences, our study aims to use the method of characteristics to model in an optimal way the water hammer and deduct accordingly an operation law responding to this optimization. Our reasoning will be developed considering the case of free and buried pipes where an application for comparison will be made for three pipe materials: steel, PVC and HDPE.

Table des matières

Pages

Pages

Chapitre 3

ETUDE DE LA CELERITE DôONDES DE COUP DE BELIER

Chapitre 4

EFFET DU SOL SUR LE COUP DE BELIER

Chapitre 5

ETUDE DU COUP DE BELIER OPTIMUM

Chapitre 6

EFFET DU SOL SUR LES LOIS DE MANí UVRE EN COUP DE BELIER OPTIMISE

Pages

ANNEXE 1

DESCRIPTION DU ROBINET-VANNE

ANNEXE 2

DOMMAGES LIES AU COUP DE BELIER

Liste des figures

Pages

Chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE REGIME TRANSITOIRE

Chapitre 2

ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

Chapitre 3

ETUDE DE LA CELERITE DôONDES DE COUP DE BELIER

Pages

Chapitre 4

EFFET DU SOL SUR LE COUP DE BELIER

Chapitre 5

ETUDE DU COUP DE BELIER OPTIMUM

Chapitre 6

EFFET DU SOL SUR LES LOIS DE MANí UVRE EN COUP DE BELIER OPTIMISE

Pages

Annexe 1

GENERALITES SUR LES ROBINETS

Annexe 2

DOMMAGES LIES AU COUP DE BELIER

Liste des tableaux

Pages

Chapitre 5

ETUDE DU COUP DE BELIER OPTIMUM

Chapitre 6

EFFET DU SOL SUR LES LOIS DE MANí UVRE EN COUP DE BELIER OPTIMISE

Pages

Notations

Nomenclature	Signification	Unité
a	Célérité des ondes de coup de bélier	$m.s^{-1}$
a_e	Célérité des ondes de coup de bélier dans une conduite enterrée	$m.s^{-1}$
a_0	Ouverture totale de lôobturateur	m
a_k	Ouverture courante de lôobturateur	m
a_k/ a_0, ɖ	Fraction dôouverture du robinet-vanne	/
c	Coefficient de Parmakian traduisant lôeffet de la contrainte longitudinale	/
D	Diamètre externe de la conduite	m
D_i	Diamètre interne de la conduite	m
e	Epaisseur de la conduite	m
E, E_m	Module de Young du matériau de la conduite	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_c	Module de Young du matériau du béton	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_R	Module de Young de la roche	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_s	Module de Young de lôacier	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
E_S	Module de Young du sol	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
g	Accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
H_0	Charge statique	m
h	Hauteur piézométrique	m
h_{Li}	Coup de bélier au niveau de la vanne à la $i^{ème}$ phase	m
h_{0i}	Coup de bélier au niveau du réservoir à la $i^{ème}$ phase	m
i	Rang de la phase de manî uvre	/
j	Pente hydraulique	/
K	Module dôélasticité de lôeau	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
L	Longueur de la conduite	m
m	Nombre de pas de temps de manî uvre	/
P	Pression régnant à lôintérieur dôune conduite	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
P_b	la pression transmise de la tôle dôacier au manchon de béton	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
P_c	la pression transmise du manchon de béton au rocher	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
P_r	Sollicitation due aux terres des remblais	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
Q	Débit dôécoulement en un instant quelconque	$m^3.s^{-1}$
Q_0	Débit dôécoulement en régime permanent	$m^3.s^{-1}$
Q_k	Débit passant à travers le robinet-vanne	$m^3.s^{-1}$
Q_{Li}	Débit au niveau de lôobturateur à la $i^{ème}$ phase	$m^3.s^{-1}$
Q_{0i}	Débit au niveau du réservoir à la $i^{ème}$ phase	$m^3.s^{-1}$
R_i	Diamètre interne de la conduite	m
S	Aire de la section dôécoulement	m^2
t	temps	s
T	Temps de fermeture complète du robinet-vanne	s
U	Vitesse dôécoulement	$m.s^{-1}$
U_0	Vitesse dôécoulement en régime permanent	$m.s^{-1}$
U_{Li}	Vitesse au niveau de lôobturateur à la $i^{ème}$ phase	$m.s^{-1}$
U_{0i}	Vitesse au niveau du réservoir à la $i^{ème}$ phase	$m.s^{-1}$
x	abscisse	m
φH	Perte de charge	m
Ů	Déformation longitudinale	/
Ů	Déformation radiale	/

ɗ	Temps dôaller-retour dôune onde	s
ɚ	Coefficient de perte de charge	/
ε	Rapport entre la vitesse à la sortie de la vanne et au niveau de lôobturateur	/
g_m	Coefficient de Poisson du matériau de la conduite	/
g_s	Coefficient de Poisson du sol	/
g_c	Coefficient de Poisson du béton	/
ɝ	Paramètre adimensionnel du coup de bélier : rapport entre la valeur du coup de bélier et la charge statique	/
Ɉ	Masse volumique de lôeau	$Kg.m^{-3}$
$ů_l$	Contrainte longitudinale	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
$ů_r$	Contrainte radiale	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
ůɗ	Contrainte tangentielle	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$
Ɣ	Coefficient de Halliwell traduisant lôeffet de la contrainte longitudinale	/

INTRODUCTION GENERALE

La modification d’un régime d’écoulement permanent dans un réseau d’eau sous pression (par mise en marche, arrêt d’une pompe, fermeture ou ouverture d’un robinet-vanne) produit une discontinuité des paramètres caractérisant l’écoulement notamment la vitesse et la pression. Cette discontinuité, qui est due à une onde de pression, se propage petit à petit dans tout le réseau avec une célérité donnée engendrant ainsi des variations de pression pouvant être extrêmement brutales : on parle alors de coup de bélier. Ce phénomène s’amortit généralement après quelques allers-retours d’onde menant au retour à un nouveau régime permanent établi sauf dans les cas extrêmes où on peut observer des éclatements de conduites.

Le coup de bélier, qui peut donc se définir comme une phase exceptionnelle du régime d’écoulement transitoire, est très préjudiciable pour les équipements hydrauliques et ses conséquences peuvent même s’avérer dramatiques du fait de l’amplitude et la soudaineté du phénomène. C’est pourquoi son importance technique est extrêmement grande d’où la nécessité d’empêcher son apparition ou du moins d’en atténuer les conséquences.

Le coup de bélier peut se manifester par une importante augmentation ou diminution de la pression, on parle alors de surpression et dépression respectivement. Une surpression vient s’ajouter à la pression initiale régnant dans la conduite. Lorsque la pression devient trop forte et que la somme de la pression initiale dans la conduite et de la surpression devient supérieure à la pression maximale admissible des conduites, il y a risque de rupture de canalisation et de déboitement des joints. Si au contraire, on a une forte dépression et que des pressions négatives apparaissent, il peut y avoir aspiration des joints, détérioration de l’enduit interne des conduites ou encore rupture de canalisation par implosion. Même si une conduite est conçue pour résister aux fortes pressions et dépressions, le coup de bélier a une autre conséquence qui est la fatigue qu’entraine pour une conduite l’alternance de fortes et de faibles pressions car les tuyaux sont conçus pour résister aux fortes pressions mais pas aux grandes variations de pression. On n’a pas beaucoup étudié cet effet du coup de bélier, en particulier dans les conduites enterrées, qui subissent, en plus des efforts de pression interne, des pressions externes non négligeables.

Les effets des coups de bélier ont été constatés il y a longtemps déjà. En effet, le phénomène est très étudié depuis la fin du dix-neuvième siècle et on essaie toujours de mieux le comprendre pour l’optimiser. Une présentation des différents travaux qui lui ont été consacrés sera faite dans le premier chapitre de ce document pour mettre en évidence l’évolution de la connaissance du phénomène.

Dans le second chapitre, nous faisons une description du régime transitoire prépondérant et nous présentons les méthodes d’analyse de ce dernier.

Le chapitre trois fera l’objet d’une synthèse bibliographique concernant la détermination de la célérité d’onde de coup de bélier puisqu’il s’agit du paramètre le plus important dans l’étude du coup de bélier. Notre intérêt sera porté sur le cas des conduites enterrées puisque il représente la situation la plus rencontrée en pratique.

INTRODUCTION GENERALE

Connaissant la célérité dôonde dans une conduite enterrée, nous analysons lôeffet du sol sur le coup de bélier en se basant sur cette célérité. Ceci fait lôobjet du chapitre quatre où des généralités sur lôenterrement des conduites seront également données.

Le but de notre travail étant dôétudier lôeffet du sol sur les lois de manî uvre des robinet-vannes pour optimiser le coup de bélier, nous présenterons dôabord, et ce dans le cinquième chapitre du document, une analyse du régime transitoire par la méthode des caractéristiques qui permettra de déduire un coup de bélier optimum, c'est-à-dire un coup de bélier provocant une augmentation de pression aussi faible que possible et qui demeure constante dans le temps. Nous présenterons ensuite dans notre dernier chapitre une procédure de détermination dôune loi de manî uvre pour garantir cette forme de coup de bélier tenant compte de lôeffet et du type de sol qui constitue le remblai.

Chapitre -1-

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE REGIME TRANSITOIRE

1.1. Introduction :

Depuis fort longtemps les régimes dôécoulement transitoires ont suscité lôintérêt et la curiosité des scientifiques, en effet côest à partir des premières investigations réalisées il y a quelques siècles déjà, avec les moyens de lôépoque, quôon est arrivé aujourdôhui à lôutilisation des ordinateurs pour la modélisation et la résolution des équations régissant ces écoulements qui sont très fréquents dans la pratique.

Lôobjectif de ce chapitre est de donner un aperçu bibliographique sur les travaux réalisés antérieurement dans le domaine des écoulements instationnaires.

1.2. Travaux antérieurs :

Les premières investigations concernant la présence dôondes dans les milieux fluides ont commencé par lôétude de la propagation des ondes sonores dans lôair et dans les eaux superficielles peu profondes ainsi que par lôétude de lôécoulement du sang dans les artères. Cependant, ces problèmes nôont pu être rigoureusement résolus quôaprès le développement de la théorie de lôélasticité et la résolution des équations aux dérivées partielles.

Il est clair que lorsquôon étudie la propagation dôondes dans les fluides, le paramètre le plus important est la vitesse avec laquelle les ondes se diffusent dans le milieu, on parle alors de célérité dôonde. Les premières études portées sur les régimes instationnaires concernaient la détermination de cette célérité. Dôaprès lôhistorique présenté par **Chaudhry** en 1979 lôétude de la propagation des ondes dans les fluides a débuté avec les recherches établies par **Newton** en 1687 qui a étudié deux phénomènes : celui de la propagation des ondes sonores dans lôair et des vagues dôeau dans les canaux. On note que **Newton** et **Lagrange** ont tous les deux obtenu des résultats quant à la vitesse des ondes sonores dans lôair, on rapporte des valeurs de 298,4m/s et 345m/s comme résultat théorique et expérimental respectivement. Les deux auteurs ont tenté dôexpliquer cet écart, **Lagrange** a rapporté cette divergence à lôerreur expérimentale et Newton a pensé que la valeur théorique était erronée et a attribué cette différence à lôespacement entre les particules solides dans lôair ainsi quôà la présence de vapeur dans lôair, mais la réelle raison de cette différence nôa été apportée quôen 1808 par **Laplace** qui a signalé que la relation théorique établie par **Newton** et **Lagrange** était basée sur la loi de **Boyle** et qui ne sôapplique plus quand on a une variation de la pression puisque la température de lôair ne restait pas constante, **Laplace** a indiqué que la valeur théorique devait être augmentée de 20% environ si les conditions adiabatiques sont utilisées plutôt que les conditions isothermes. Quelques années plus tard, en 1759, **Euler** a étudié les ondes sonores et a développé une théorie détaillée de la propagation dôondes élastiques, il a abouti à lôéquation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1.1}$$

Avec : $a^2 = gh$;

x: position de la particule à lʼéquilibre ;

y : déplacement de la particule ;

h : hauteur de la colonne dʼair ;

a : vitesse de propagation des ondes.

Euler a également donné une solution générale à cette équation :

$$y = F(x+at) + f(x-at) \tag{1.2}$$

Où F et f représentent des ondes progressives.

En plus des ondes sonores, **Euler,** en 1775 sʼest intéressé à lʼécoulement du sang dans les artères mais il nʼy a pas eu de résultat.

Outre la vitesse du son, **Newton**, en comparant lʼoscillation dʼun liquide dans un tube en U à celle dʼun pendule, à développé une expression de la vitesse des vagues dans un canal, mais cette formule était malheureusement incorrecte :

$$a = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{1.3}$$

Où a représente la vitesse dʼonde, L la longueur dʼonde et g lʼaccélération de la pesanteur.

En 1788, **Lagrange** reprenant lʼétude des écoulements instationnaires compressibles et incompressibles dans les canaux, a développé une formule correcte pour déterminer la célérité des vagues:

$$a = \sqrt{gd} \tag{1.4}$$

Où d est la profondeur du canal.

Il est facilement remarquable que presque tous les documents traitant de lʼévolution de la théorie du coup de bélier introduisent le nom de **Thomas Young.**

En 2008, **Tijsseling** et **Anderson** retraçant les travaux de **Young** dans le domaine des écoulements fluides non permanents ont montré quʼeffectivement, il fût le premier à introduire dans ses travaux la théorie de lʼélasticité (1808) dans son célèbre article « Hydraulic Investigations, Subservient to an Intended Croonian Lecture on the Motion of the Blood » où il a déterminé la vitesse de propagation dʼune onde de pression dans un liquide compressible contenu dans un tube élastique. Cette vitesse nʼayant pas été exprimée de manière explicite, les travaux de **Young** passèrent inaperçus au début jusquʼà ce que les frères allemands **Ernst-Heinrich** et **Wilhelm Weber** les découvrent un demi siècle environ après leur apparition. **Ernst-Heinrich Weber** a publié un article en 1850 concernant des expériences menées sur lʼécoulement du sang qui traite de lʼapplication de la théorie des ondes à la circulation du sang et en particulier au pouls. Dans cet article il affirme que son frère **Wilhelm Weber** avait établi une théorie sur la célérité dôonde qui se trouve être la même que celle de **Young** jusque là oubliée.

Dans lôarticle cité auparavant, **Young** a pu exprimer la célérité *a* de propagation dôune onde dans un fluide incompressible de masse volumique ***ɟ*** sôécoulant dans un tuyau ayant un module dôélasticité de Young « *E* » :

$$a = \sqrt{\frac{E.e}{\rho D}} \tag{1.5}$$

Avec *e* et *D*, lôépaisseur et le diamètre du tuyau respectivement.

Cette formule est valable autant pour un coup de bélier dans une conduite déformable que pour la circulation du sang mais les travaux de **Young** nôont pas attiré ses contemporains.

Ce sont les travaux de Young qui comprennent la plupart voire tous les éléments clés qui, par la suite, ont été combinés dans lôéquation de **Joukowski.** Après avoir interrompu sa carrière médicale, **Young** (1801-1803), a établi une forme implicite de la formule de **Joukowski**, au début pour un solide puis il a étendu sa théorie dans le domaine fluide. **Thomas Young** a trouvé que la déformation ***Ů*** produite par un impact dans un solide élastique est :

$$\varepsilon = \frac{u}{a} \tag{1.6}$$

Où *u* représente la vitesse de la collision.

Connaissant la loi de **Hooke** : $$\varepsilon = -\frac{\sigma}{E} \tag{1.7}$$

Où ***ů*** représente la contrainte, on peut établir que :

$$\sigma = -\frac{Eu}{a} \tag{1.8}$$

Sachant que lôexpression de la vitesse du son dans un solide est :

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{1.9}$$

Il a été établi : $$\sigma = -\rho a u \tag{1.10}$$

Lôéquation (1.10) représente lôéquivalent pour un solide de la formule de **Joukowski** $(P = \rho a u)$.

De plus, **Young** a appliqué le principe de la continuité au cas dôun liquide incompressible sôécoulant dans un tube élastique, ce qui lui a permis dôobtenir la formule la plus ancienne témoignant de lôinteraction fluide-structure :

$$\sigma = \frac{D}{2e}\delta P \tag{1.11}$$

Cœst à partir de toutes ces réflexions que **Young** a implicitement exprimé lœéquivalent de la formule de Joukowski (pour les solides élastiques avant les fluides) et la célérité dœonde dans lœexpression (1.5) qui sœapplique aujourdœhui pour un fluide incompressible.

Comparant cette célérité caractérisant la propagation des ondes dans les tuyaux à celle traversant une eau à surface libre, **Helmholtz** était le premier à avoir démontré que la célérité des ondes de pression dans une eau contenue dans une conduite est inférieure à celle traversant une eau non confinée, il a attribué cette différence à lœélasticité des parois de conduites.

En 1866, **Wilhelm Weber** « Théorie de la propagation dœondes dans lœeau ou autre liquide incompressible contenu dans un tube élastique » a pris en compte lœélasticité des parois des conduites pour déterminer la vitesse de propagation des ondes de pression dans un liquide incompressible et a même effectué des expériences:

$$a = \sqrt{\frac{R}{2k\rho}} \tag{1.12}$$

R : étant le rayon du tuyau.

Avec un module dœélasticité défini par : $k = \frac{dR}{dP}$ dont la notation moderne est $k = \frac{R^2}{E.e}$ pour les tuyaux circulaires.

Pour ce qui est des équations décrivant le mouvement, **Rieman** « Partielle Differentialgleichungen » (1869) a développé lœéquation tridimensionnelle du mouvement et lœa simplifiée à une seule dimension pour lœappliquer aux ondes sonores. **Lord Rayleigh** (1877) a publié son livre sur la théorie du son « Theory of Sound » qui résumait les travaux antérieurs ainsi que ses propres recherches. **Saint Venant** (1871) a développé les équations du régime transitoire.

Plusieurs recherches ont succédé à celles de **Young** et de **Weber**, **Marey** (1858, 1875, 1880) « Recherches sur la circulation du sang (études hydrauliques) » , «Mouvements des ondes liquides pour servir à la théorie du pouls », « physiologie expérimentale » a réalisé une série dœexpériences sur des tuyaux flexibles dans le but de déterminer la célérité dœonde de pression dans lœeau et dans le mercure mais nœa pas pu faire de formulation mathématique, cependant il est arrivé aux conclusions que la célérité dœondes est indépendante de lœamplitude des ondes de pression, quœelle est plus importante dans le mercure que dans lœeau et quœelle est proportionnelle à lœélasticité du tube.

Les formulations mathématiques ont par la suite été effectuées par **Resal** (1876) « Note sur les petits mouvements dœun fluide incompressible dans un tuyau élastique » (journal de mathématiques pures et appliquées) qui a repris les résultats de Young et de Weber et semble le premier, en Mars 1876 à avoir écrit la formule (1.5) sous sa forme explicite moderne et ce en étudiant les ondes se propageant dans un tube en caoutchouc dépourvu de tensions longitudinales et plus dilatable dans le sens latéral par les accroissements de la pression interne que nôest compressible le liquide.

Finalement le mathématicien allemand **Diederik Korteweg** (1878) « Sur la célérité de propagation du son dans les tubes élastiques », a donné le résultat final tenant compte de lôélasticité du matériau de la conduite et de la compressibilité du fluide K :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{E.e}{\rho D}}{1+\frac{E.e}{KD}}} \tag{1.13}$$

Tous les auteurs que lôon vient de citer se sont intéressés à la propagation dôondes de pression dans les fluides, pour ce qui est du problème du coup de bélier proprement dit, **Wood** (1970) « History of Water hammer » considérait **Michaud** (1878) « Coup de bélier dans les conduites. Etude des moyens employés pour en atténuer les effets » comme étant le premier à lôavoir traité mais les investigations dô**Anderson** (1976) « Manabreaôs Note on Water Hammer: 1858 » ont montré que côétait **Manabrea** le premier à avoir étudié le problème. **Le colonel Menabrea** (1858) a adressé une note sur les effets du choc de lôeau dans les conduites. Il a souligné que jusquôalors plusieurs ingénieurs sôétaient intéressés aux problèmes du coup de bélier dans le but de déterminer les pressions susceptibles de produire la rupture sous lôaction dôune onde de choc mais que deux paramètres avaient été négligés, à savoir lôélasticité du tube et la compressibilité de lôeau. Il a donc mis lôaccent sur le fait que lôeffet produit par une onde de choc dépend de la nature du matériau, celui observé dans un tube en fer nôest pas le même que pour un tube en plomb. **Menabrea** (1858) a donné deux formules pour déterminer la hauteur de la colonne dôeau qui correspond au choc, la première en considérant une conduite de section circulaire libre à ses deux extrémités à lôune desquelles lôécoulement de lôeau est brusquement arrêté avec présence dôun réservoir dôair pour amortir le choc. Dans cette formule, on retrouve le module de compressibilité de lôeau mais aussi les modules dôélasticité du matériau de la conduite dans le sens de la circonférence, dans le sens normal et aussi dans le sens longitudinal.

La seconde formule est basée sur lôhypothèse dôun tube fixe à ses deux extrémités sans réservoir dôair en considérant la dilatation circulaire comme déformation prépondérante. Des résultats numériques de la hauteur correspondant au choc dans le cas d'un liquide compressible et en considérant l'eau incompressible obtenus pour un tube en fer ont également été présentés pour illustrer l'effet de la compressibilité de l'eau.

Michaud, lui, fût le premier à signaler le caractère oscillatoire du coup de bélier. En négligent les effets de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité des parois du matériau, **Michaud** a étudié deux cas : celui d'une fermeture brusque et celui d'une fermeture progressive linéaires. Il s'est également intéressé aux réservoirs d'air et à leur emplacement optimal.

Tenant compte de l'élasticité et de la compressibilité, **Michaud** a déterminé la surpression maximale h_M :

$$h_M = \frac{2UL}{gT} \tag{1.14}$$

Où : U représente la vitesse d'écoulement,

L : longueur de la canalisation,

g : accélération de la pesanteur,

T : temps de fermeture.

Connaissant le problème de l'écoulement instationnaire accompagné par la propagation d'ondes dont la célérité était relativement bien connue, les investigateurs du domaine ont commencé à s'intéresser aux variations du régime que provoquent ces ondes, après **Manabrea** et **Michaud** qui ont déterminé les surpressions dans des cas bien particuliers, **Weston** (1885) « Description of Some Experiments Made on the Providence, R.I., Water Works to Ascertain the Force of Water Ram in Pipes » et **Carpentier** (1893-1894) « Experiments on Water Hammer » ont mené un certain nombre d'expériences dans le but de développer une relation entre la diminution de la vitesse et la surpression qui en résulte mais ces travaux n'ont pas abouti, leurs conduites étant trop courtes, c'est le plus souvent à **Joukowski** qu'on attribue la formule que ces auteurs ont recherché en vain.

La variation de pression ΔP dans un fluide intervenant à la suite d'une modification de la vitesse Δu est de :

$$\Delta P = \rho . a . \Delta U \tag{1.15}$$

Où : ΔU est la variation de la vitesse, ρ la masse volumique du fluide

Cette relation est communément connue comme « l'équation de **Joukowski** » mais parfois on parle de **Joukowski-Frizell** ou encore d'équation d'**Allievi.**

La première formulation explicite de l'équation (1.15) dans le domaine du coup de bélier est attribuée à **Joukowski** (1898) mais **Frizell** (1898) a aussi développé cette même équation sauf que sa contribution a été critiquée et refusée par ses contemporains américains. **Allievi** (1902), ignorant l'existence de cette formule l'a également établie. **Rankine** (1870) serait aussi parvenu au même résultat mais dans un contexte plus général que celui du coup de bélier.

On attribue également cette formule à **Von Kries** qui a établi lʼéquation dite de Joukowski en étudiant lʼécoulement du sang dans les artères mais ses travaux nʼont pas été validés par lʼexpérience contrairement à Joukowski. La différence entre ces deux auteurs est que Joukowski a travaillé avec des tuyaux en acier de longueur importante avec de grandes célérités dʼonde alors que **Von Kries** a utilisé des tuyaux en caoutchouc avec des célérités dʼonde réduites.

Comme déjà mentionné, **Joukowski** (1898) a réalisé une série dʼexpériences pour de grandes longueurs de conduites, on peut donner les dimensions en longueurs et diamètres respectivement : 7620m, 50mm ; 305m, 101.5mm ; 305m, 152.5mm.

Dans sa formule de la célérité des ondes, **Joukowski** a considéré les deux élasticités, de lʼeau et de lʼenveloppe. **Joukowski** a aussi étudié lʼeffet des chambres à air et des soupapes de sécurité et sʼest intéressé à lʼeffet de la variation du rythme de fermeture et a trouvé que la surpression était maximale pour des temps de fermeture inférieurs à $\frac{2L}{a}$.

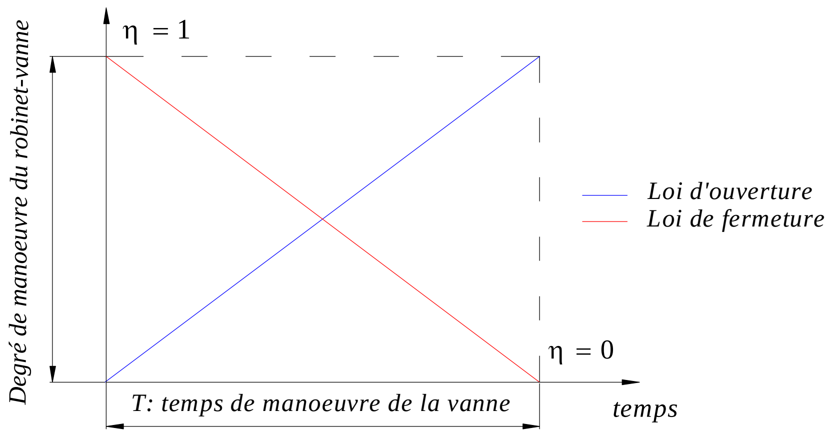
Indépendamment, **Frizell** (1898) « Pressures Resulting from Changes of Velocity of Water in pipes » a présenté une analyse du coup de bélier basée sur des études quʼil a entreprises alors quʼil était ingénieur consultant lors de la réalisation de la centrale hydroélectrique dʼOgden dans lʼUtah avec une longueur de la conduite forcée de 9449m. **Frizell** a déterminé la vitesse de propagation des ondes de coup de bélier ainsi que la surpression qui en résulte, il a aussi affirmé que la célérité dʼonde pourrait être la même que celle du son dans une eau non confinée si le module dʼélasticité des parois de conduite était infini, mais comme signalé avant ses travaux nʼont pas été vraiment appréciés contrairement à ceux de Joukowski .

Les auteurs des œuvres consacrées à lʼétude du coup de bélier, notamment à son historique sont unanimes sur le fait que le fondateur de la théorie du coup de bélier et celui qui lʼa interprétée avec une rigueur mathématique est lʼitalien **Lorenzo Allievi** en 1902 dans sa monographie « teoria generale del moto perturbato dellʼacqua nei tubi in pressione » qui représente la théorie générale du mouvement instationnaire de lʼeau dans les conduites sous pression. Une traduction en français de cet article a été faite par lʼauteur lui-même en 1904. **Allievi** a présenté une nouvelle approche du régime transitoire et sa monographie est différente des travaux qui lui sont antérieurs par son originalité ainsi que par lʼimportance et la nouveauté des résultats obtenus. En fait, **Allievi** a ignoré ce qui sʼétait fait avant dans le but dʼaborder le problème à lʼorigine.

Lʼarticle cité là-dessus ne constitue pas « la théorie du coup de bélier » mais ses outils mathématiques, ce nʼest quʼen 1913 quʼ**Allievi** a publié sa « théorie générale » et a présenté des diagrammes permettant de déterminer facilement les extrêmes de pression suite à une ouverture ou fermeture linéaire de l'obturateur, **Allievi** a recherché si certaines manœuvres non linéaires de l'obturateur ne pouvaient pas être plus dangereuses, pour une conduite, que les mouvements linéaires. Son attention fut sollicitée par les phénomènes de résonance, auxquels tous les systèmes élastiques sont sensibles.

Dans son étude portant sur les lois da manî uvre, **Allievi** a exprimé la vitesse dõécoulement en fonction du degré de manî uvre (ouverture ou fermeture) de lõobturateur en suivant une loi linéaire dans le cas dõune valeur majorante $\left(\frac{a\Delta U}{g}\right)$ du coup de bélier ,comme le montre la *figure 1.1*.

Figure 1.1: Loi de manoeuvre linéaire d'un robinet-vanne



Ainsi **Allievi** a introduit les méthodes graphiques dõanalyse du régime non permanent, par la suite, **R.S Quick** (1927) a présenté un article «Comparisons and Limitations of Various Water Hammer Theories » dans lequel il analysait en détail les formules approximatives publiées auparavant pour la détermination de la surpression due au coup de bélier et dont il a comparé la précision et les limites. Il a également développé, et ce indépendamment dõAllievi, un abaque simple et précis pour la détermination rapide de la surpression maximale dans le cas dõune fermeture uniforme et instantanée.

Une dizaine dõannées après, **Robert W.Angus** (1938) développe une méthode graphique pour que la pression en coup de bélier puisse être déterminée en chaque point dõune conduite pour nõimporte quel mouvement dõobturateur. **Angus** a étudié le cas de conduites composées comportant des branchements ainsi que la rupture de la colonne liquide due à la cavitation.

Parlant toujours des méthodes graphiques, sans doute la plus connue et la plus utilisée est celle de **Schnyder** (1929) qui permet le calcul du coup de bélier dans les conduites de refoulement des pompes. **Bergeron** (1931) la généralisa pour déterminer les conditions d'écoulement dans des sections quelconques d'une conduite forcée et **Schnyder**, en 1932, inclut les effets de frottement dans le calcul. **Pickford** (1969) a réalisé une comparaison entre les méthodes de résolution graphiques et la solution analytique classique donnée par Allievi.

Ce même auteur a développé ses équations en partant de lôhypothèse dôune conduite cylindrique dôépaisseur et de diamètre constants munie dôune vanne pour contrôler lôécoulement et aboutissant à un bassin assez grand, cependant, les pertes de charge dues au frottement ont été négligées, hypothèse tout à fait justifiable selon lôauteur compte tenu de lôintensité des pressions qui accompagnent le régime transitoire dans une conduite en charge.

Le même auteur a étudié le mouvement rythmique des vannes et a prouvé que la surpression ne pouvait pas excéder le double de la pression statique.

Allievi a considéré un liquide compressible et des conduites déformables. Il a introduit deux paramètres adimensionnels :

$$\omega = \frac{aU_0}{2gH_0} \tag{1.16}$$

$$\tau = \frac{aT}{2L} \tag{1.17}$$

T : temps de fermeture ;
ɤ : rapport entre lôénergie cinétique et lôénergie potentielle ;
Ű: caractéristique de la fermeture de la vanne ;

Jouguet (1932), publiant une biographie dô**Auguste Rateau** dans les annales des mines est revenu sur ses nombreuses recherches. **Rateau** sôest intéressé à la fermeture brusque dôune conduite forcée alimentant une turbine hydraulique, il a complètement examiné le cas où la conduite est munie d'un réservoir d'air dont le volume permet de négliger lôélasticité de lôenveloppe et la compressibilité de lôeau.

Il a déterminé les cas où il y a oscillation, résonance, amortissement et a montré notamment qu'une cause importante d'amortissement est fournie par la continuation du débit à travers l'orifice incomplètement fermé. Quand il n'y a pas de réservoir d'air, il faut tenir compte de l'élasticité propre de la conduite et de l'eau.

Rateau, reprenant une idée de **Michaud**, introduit alors, pour représenter cette élasticité propre, une sorte de réservoir d'air fictif, mais ce n'est là qu'un aperçu. Le phénomène est alors comparable aux vibrations d'un tuyau sonore à parois élastiques et s'étudie au moyen de l'équation des cordes vibrantes.

Rateau a compris tout de suite l'importance de la théorie d'Allievi, en effet en 1904, il a réalisé des expériences pour vérifier la théorie dôAllievi, il a analysé et discuté ces expériences dans un mémoire destiné au deuxième congrès de la houille blanche, ceci fût publié en 1915.

Le comte **De Sparre** (1904) a publié une étude dans la revue de la houille blanche concernant son analyse du coup de bélier avec présence de cheminée dôéquilibre où il a pris en compte les pertes de charge dans cette dernière.

Cette étude a été précédée par une autre dans laquelle il a étudié le coup de bélier en fermeture lente proportionnelle au temps sans compressibilité de lôeau ni élasticité de la conduite et interposition de tout système élastique.

De Sparre (1913, 1915) a présenté des résultats quôil a obtenus en partant des travaux dôAllievi sur lôétude du coup de bélier dans les conduites formées de sections de diamètres différents. **De Sparre** a également développé une méthode dôapproximation qui suppose que le coup de bélier ne dépasse pas la moitié environ de la pression statique.

Toutes les théories développées dans le domaine du coup de bélier considéraient une répartition de vitesse uniforme, en prenant toujours une valeur moyenne de la vitesse dôécoulement.

Boussinesq (1905), dans son mémoire a développé une théorie complète sur la propagation des ondes dans un milieu fluide en tenant compte de lôépaisseur du tuyau et de son hétérotropie et il a aussi signalé que lôhypothèse du parallélisme des tranches liquides nôétait pas justifiée puisque les filets liquides sont animés de vitesses différentes. Dans son travail il a raisonné sur les tuyaux flexibles et rigides.

Camichel, Eydoux et **Gariel**, ont entrepris une série dôétudes et de travaux expérimentaux et ont apporté une grande contribution dans le domaine du coup de bélier notamment dans le cas des installations hydroélectriques. On peut citer quelques uns de leurs travaux :

- En 1916 et 1917, ces auteurs ont publié leur étude théorique et expérimentale du coup de bélier, laquelle sôest faite à lôinstitut électrotechnique de Toulouse et à lôusine hydroélectrique de Soulom et qui a nécessité plus de trois mille expériences distinctes. Ils ont introduit la méthode de la dépression brusque imaginée et étudiée par Camichel pour déterminer la célérité dôonde, il sôagit dôune méthode de répétition dans laquelle plusieurs allers et retours dôonde sont enregistrés, le but étant de réaliser un graphique représentant la variation de la pression en fonction du temps pour une conduite a caractéristique unique et variable. Ils ont également étudié lôeffet des pertes de charge sur toutes sortes de manî uvres (lente, brusque et instantanée), Ils ont considéré les conditions de résonance et recherché les fermetures et ouvertures dangereuses en reprenant les formules de Michaud , Allievi-Joukowski et De Sparre .

- **D.Eydoux** (1917) a publié une étude sur les mouvements de lôeau et les coups de bélier dans les cheminées dôéquilibre, une suite à lôétude entreprise auparavant par Camichel et qui concerne le coup de bélier dans les conduites forcées, Eydoux a étudié la coexistence du coup de bélier et de lôoscillation en masse pour les différentes manî uvres. Il a présenté une étude détaillée de lôoscillation en masse et le mouvement de lôeau dans certains dispositifs tels que les appareils de production dôeau sous pression comme les pompes et les appareils dôutilisation comme les presses.

- **C. Camichel (1918)** a publié une étude qui concerne le coup de bélier dans les conduites munie dôun réservoir dôair dans lequel il apporte une vérification expérimentale de la formule de Rateau relative à une conduite munie à son extrémité aval dôune poche dôair faisant que la compressibilité de lôeau et la dilatation des enveloppes peuvent être négligées, une extension de la formule de Rateau au cas de plusieurs poches dôair dont une à lôextrémité aval, un calcul du coup de bélier avec présence de poches dôair, des équations permettant lôétude des conduites munies de poches dôair dans le cas où le volume de celle-ci ne permet pas de négliger la dilatation de la conduite et la compressibilité de lôeau ainsi que quelques indications sur le remplissage des conduites et le fonctionnement des ventouses employées pour lôexpulsion de lôair et des accidents que celles-ci sont susceptibles de provoquer.

Le régime dôécoulement transitoire étant dû, entre autres, aux manî uvres des robinets-vannes, plusieurs chercheurs se sont portés sur lôeffet que peuvent avoir les cadences de ces manî uvres, **A.H Gibson** (1908) a réalisé dans sa publication une étude sur les fermetures et ouvertures graduelles des vannes en considérant lôélasticité des parois des conduites et en apportant des résultats expérimentaux, il a appliqué sa théorie pour les régulateurs de turbines et a également étudié les fermetures brusques mais pas instantanées ainsi que les ouvertures soudaines avec et sans élasticité de la conduite.

Partant des travaux de Joukowski, **N.R Gibson** en 1920 a apporté une résolution du problème de coup de bélier par une méthode dôapproximations successives en considérant lôélasticité de lôeau et de la conduite. En 1927, **Quick** a simplifié cette méthode.

Après que **Gromeka** (1883) « Concerning the Propagation Velocity of Water Hammer waves in Elastic pipes » ait pour la première fois inclus les pertes dues au frottement dans lôanalyse du coup de bélier, et ce en considérant un fluide incompressible et les pertes dues au frottement directement proportionnelles à la vitesse dôécoulement. **N.R Gibson** a aussi introduit lôeffet du frottement mais il le considérait proportionnel au carré de la vitesse dôécoulement et non à la vitesse elle-même comme ses prédécesseurs.

Strowger et Kerr (1926) « Speed Changes of Hydraulic Turbines for Sudden Changes of Load » ont présenté une méthode numérique pour lôanalyse du coup de bélier dans les turbines, **Wood** (1926) en discutant cette méthode a introduit une méthode dôanalyse graphique, **Lowy** (1928) a indépendamment développé la même méthode. Il a également étudié la résonance due aux mouvements périodiques des vannes ainsi que la surpression due aux ouvertures graduelles et a aussi considéré les pertes dues au frottement. **Clifton** (1987) « Water Hammer and Governor Analysis : Coup de bélier et analyse du régulateur » a étudié lôeffet du coup de bélier sur la stabilité des régulateurs en précisant quôil en limitait la qualité de la régulation de la vitesse. Un modèle de coup de bélier a été établi pour prévoir les performances des régulateurs à réaction des turbines.

Charles Jaeger (1933) a présenté sa thèse « Théorie générale du coup de bélier. Application au calcul des conduites à caractéristiques multiples et aux chambres dôéquilibres » quôil considère comme complément de lôî uvre dôAllievi devenue peu satisfaisante dans certains cas pratiques notamment ceux relatifs aux conduites présentant des discontinuités (variations de section ou bifurcations) et celles munies de chambre dôéquilibre ne pouvant pas être assimilées à un bassin infiniment grand.

Dans sa thèse de doctorat en sciences techniques, **Jaeger** a démontré que les équations de l'oscillation de masse dérivent de celles du coup de bélier, mais que les deux phénomènes, loin de se confondre, se superposent et quõil fallait par conséquent rechercher les lois de propagation propres du coup de bélier dans la chambre dõéquilibre et la galerie en charge, et rejeter l'ancienne conception.

Dans un souci économique, **Jaeger** a recherché des formes de chambres dõéquilibre plus économiques que celle quõon utilisait: chambres non prismatiques, avec col d'entrée ou avec étranglement.

Jaeger a aussi exposé lõeffet des conditions de manî uvre de lõobturateur dans une conduite forcée débouchant dans un bassin infiniment grand, il a en effet considéré le cas de la fermeture linéaire et celui de l'ouverture linéaire en généralisant les lois analysées par Allievi dans le cas des conduites à caractéristiques multiples. Mais, l'essentiel de son travail a porté sur les mouvements rythmiques de l'obturateur et la répartition réelle des pressions le long de la conduite.

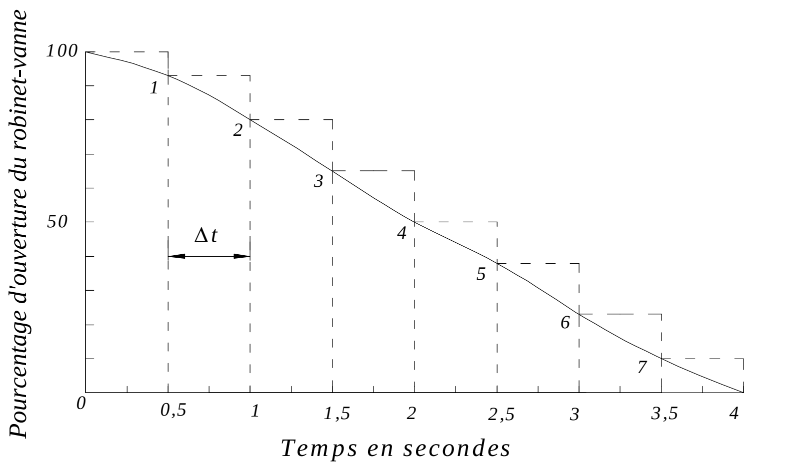
Entre les années quarante et les années soixante-dix plusieurs publications sont apparues dans le domaine de lõanalyse de lõécoulement non permanent. On peut en citer quelques uns:

L. Escande qui a fait plusieurs publications concernant lõoscillation de lõeau dans les chambres dõéquilibre, on peut donner lõexemple de **Escande** (1943) « Recherches théoriques et expérimentales sur les oscillations de lõeau dans les chambres dõéquilibre » et les notes adressées en 1957 « Etude des pressions supplémentaires engendrées dans une chambre dõéquilibre par un débit dõapport non émulsionné » et « Remarque sur les cheminées dõéquilibre à débit dõapport ». **Rich** (1944-1945) « Waterhammer Analysis by the Laplace-Mellin Transformations » a utilisé la transformée de la Laplace dans lõétude du coup de bélier. **Gray** (1953) « The Analysis of the Dissipation of Energy in Waterhammer » a introduit la méthode des caractéristiques pour lõanalyse du coup de bélier sur ordinateur. Dõautres documents ont été publiés par **Paynter** (1951) « Transient Analysis of Certain Nonlinear Systems in Hydroelectric plants»; **Charles Jaeger** (1954) « Hydraulique technique »; **Gardel** (1956) « Chambres dõéquilibre »; **John Parmakian** (1963) « Water Hammer Analysis »; **Kerenski** (1965-1966) « Discussion of « The Velocity of Water Hammer Waves» by Pearsall»; H. **Kinno** (1968) «Water Hammer Control in Centrifugal Pump Systems »; **Chaudhry** (1970) « Resonances in Pressurized Piping Systems»; **Jaeger** (1977) « Fluid Transients in Hydro-Electric Engineering Practice »; **Streeter et Wylie** (1983) « Fluid Transients».

Ayant compris que la façon dont une vanne est manî uvrée a une grande influence sur lõintensité du régime transitoire qui sõen suit, on a, et ce depuis un bon nombre dõannées déjà, essayé dõaméliorer les ouvertures et fermetures de vannes puisque celles-ci sont inévitables.

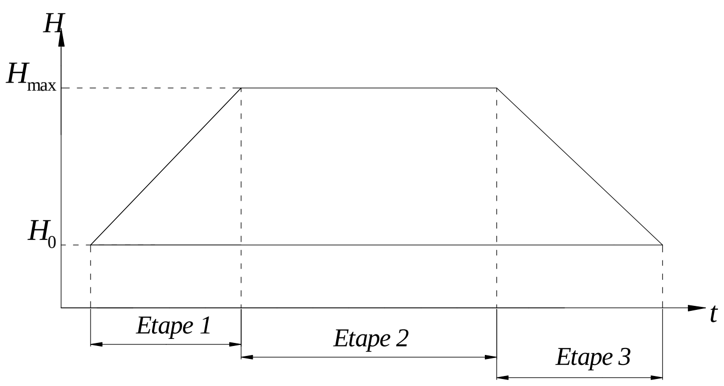
Parmakian, en étudiant les lois de manî uvre, a analysé les fermetures lentes se faisant pas à pas. Il indique que le pas de temps maximum pouvant être utilisé est de 2*L/a* *(figure 1.2)*.

Figure 1.2: Loi de manoeuvre lente d'un robinet-vanne



Est apparu, par la suite, le concept de coup de bélier optimum et donc de loi de manœuvre optimales. **Ruus** (1957, 1966) était le premier à présenter la procédure pour la détermination d'une manœuvre de vanne optimale. **Cabelka** et **Franc** (1959) « Closure Characteristics of a Valve with Respect to Waterhammer » et **Streeter** (1963) « Valve Stroking to Control Waterhammer » ont indépendamment développé le concept. **Streeter** et **Wylie** ont étendu et informatisé le principe « Valve Stroking » pour les systèmes de conduites complexes. **Azouri et al.** (1986) ont suggéré une loi de fermeture concave $\eta = \left(1 - \frac{t}{T}\right)^n$ avec n >1 (η représentant la fraction d'ouverture de la vanne). **Abreu et al.** (1996) Soulignent que quelle que soit la fiabilité de cette théorie, la question qui se pose est la valeur du facteur n afin de garantir un coup de bélier optimal. Ils notent également le fait que cette méthode donne de meilleurs résultats que la fermeture linéaire mais moins bons que le concept « Valve Stroking ».

Figure 1.3: Principe de la manoeuvre "Valve Stroking"



Les techniques développées par ces auteurs imposent un mouvement de vanne rigoureux, ce qui exige un système de commande très précis, chose difficile à réaliser. La technique « Valve Stroking » développée par **Streeter** a pour objectif de supprimer les surpressions résiduelles après la manî uvre.

Dôautres approches ont été apportées dans le but dôoptimiser les manî uvres des vannes. **Driels** (1975) a fait une étude concernant une fermeture de vanne à deux étages dans le but de minimiser lôaccroissement de la pression et a utilisé un algorithme de recherche pour trouver le moment où la vitesse de fermeture doit changer. **Contractor** (1985) a étudié une fermeture de vanne à deux et trois étages, **Goldberg et Karr** (1985) ont suggéré une fermeture optimale quôils ont appelé « Quick Stroking ». **R.C. Hsiao, M.P. Rivera** (1987) « Optimal Control of Transient Flows due to Valve Operations » ont présenté une approche pour la détermination de la manî uvre optimale dôune vanne, ils ont mis en place un système de commande à boucle fermée qui est moins sensible aux perturbations et aux incertitudes de la modélisation du système. **B. Salah et al.** (1997) ont présenté une méthode permettant la détermination dôune loi de manî uvre parfaite minimisant au maximum lôeffet néfaste du coup de bélier.

Le Gourieres et **Nougaro** (1960) ont adressé une note transmise par **Escande** où ils présentaient une méthode entièrement graphique pour lôétude des coups de bélier dôonde dans les conduites munies de réservoirs dôair, cette méthode sôapplique aux réservoirs de toutes formes pour des lois de compression quelconque, la méthode nécessite le tracé de la courbe des surpressions à la base du réservoir en fonction du volume dôair emprisonné.

M.H. Khan (1964) a établi un modèle mathématique dôune adduction en charge dôaménagement hydroélectrique à lôaide dôune calculatrice digitale tenant compte des pertes de charge dues au frottement évaluées à lôaide dôun coefficient variable en fonction du nombre de Reynolds, des pertes de charge dans les raccordements en té ainsi que des caractéristiques hydrauliques de la turbine, le but étant la détermination de la pression en tout point de lôadduction et des variations des plans dôeau dans une chambre dôéquilibre. Une méthode de calcul détaillée du régime transitoire basée sur le phénomène de lôoscillation en masse à lôaide dôune calculatrice digitale a aussi été établie.

Depuis quelques décennies maintenant, les méthodes de résolution graphiques et les solutions classiques ont été remplacées par lôutilisation des ordinateurs. Les méthodes numérique ont pris le dessus, on peut affirmer que les deux méthodes les plus utilisées sont celles des caractéristiques et celles de différences finies.

Le terme « méthode des caractéristiques » a été introduit par **Monge** (1789) « Graphical Integration » qui a développé une méthode graphique pour lôintégration des équations aux dérivées partielles. Aujourdôhui cette méthode est la plus utilisée pour lôétude des écoulements non permanents. En 1962, **Lai** « A Study of Waterhammer Including Effect of Hydraulic Losses » a introduit la méthode des caractéristiques dans sa thèse de doctorat et son article avec Streeter (1963) « Waterhammer Analysis Including Fluid Friction » est considéré comme la publication qui a fait connaître cette méthode ainsi que lôutilisation des ordinateurs dans le domaine de lôhydraulique. **Shimada et Okushima** (1984) ont donné un nouveau modèle numérique pour la résolution des équations régissant le problème du coup de bélier. Ils ont proposé une méthode de résolution en série ainsi que la méthode Raphson-Newton. **Chaudhry et Hussaini** (1985) ont résolu les équations du régime transitoire par des schémas explicites de la méthode de différences finies (Mac Cormack, Lambda et Gabutti). **Sibetheros et al**. (1991) « Spline interpolations for water hammer analysis » ont étudié la méthode des caractéristiques avec interpolation pour lôanalyse du coup de bélier dans une conduite horizontale. **Borthur** (1997) a utilisé deux méthodes : celle des caractéristiques et un schéma explicite de la méthode des différences finies (Lax Wondroff). **Valdivia** (2001) a développé un modèle mathématique pour le calcul du coup de bélier en considérant la dissipation dôénergie. Il a étudié le coup de bélier produit par une fermeture de vanne instantanée à lôextrémité dôune conduite reliée à un réservoir de niveau constant. Le modèle consiste en la linéarisation des équations du régime transitoire pour établir une équation similaire à celle dôun mécanisme oscillatoire et dôutiliser cette équation comme une condition aux limites dans la méthode des caractéristiques.

Ruus et **Carney** (1985), en analysant les hausses et chutes de pression résultant de lôarrêt brusque dôune pompe et de la fermeture subséquente du clapet de retenue, ont présenté un abaque qui permet de déterminer ces variations de pression à différents endroits : à la sortie de la pompe, au milieu de la conduite et aux trois quarts de la longueur da la conduite alimentée par une seule pompe. Les modèles mathématiques établis montrent que les frottements, les caractéristiques de la conduite ainsi que lôinertie de la pompe ont un effet prononcé sur les hausses et chutes de pression.

A.Caron (1986) a appliqué le modèle numérique Cebel afin de diagnostiquer la cause de surpressions excessives observées dans un réseau dôadduction de la ville de Trincomalee au Sri Lanka, en réalité le perçage du battant du clapet du réservoir dôair anti-bélier nôétait pas conforme aux spécifications initiales.

Bahrar et al. (1998) ont étudié lôinfluence du comportement viscoélastique des conduites en matériaux plastiques qui se traduit par un amortissement des oscillations de pression et aussi par des vitesses de propagation légèrement inférieures à celle des matériaux linéairement élastiques.

Plusieurs auteurs ont proposé des expressions pour quantifier de la manière la plus précise possible la vitesse de propagation des ondes de coup de bélier. Allievi a démontré dans sa théorie générale du coup de bélier que la célérité est donnée par :

$$a = \frac{1}{\rho}\left[\frac{1}{K} + \frac{1}{E}\frac{D}{e}\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{1.18}$$

Jaeger a déterminé la célérité de propagation dôonde dans des conduites dont les parois ne sont pas minces ainsi que dans les galeries en charge. Dans ce dernier cas, il a considéré plusieurs possibilités : galeries sans revêtement, galeries revêtues dôun manchon en béton ou en béton armé et galerie munie dôune cuirasse en tôle dôacier. **Massouh** (1979), dans « Célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites élastiques et viscoélastiques », a introduit lôeffet des efforts longitudinaux, **Bernard** (1955) a étudié la célérité dôonde à lôintérieur dôune galerie excavée dans un massif rocheux sain et homogène en tenant compte du module dôélasticité de la roche. **Parmakian** (1963) a étudié la célérité dôonde dans les conduites en acier et en fonte tenant compte des contraintes longitudinales.

Dans le même document, Parmakian a présenté un abaque permettant de déterminer la valeur de la célérité dôonde à partir du rapport de dimensions $\frac{D}{e}$ et de la configuration de la conduite. **Halliwell** (1963) a étudié la célérité dôonde pour différents cas de conduites élastiques, commençant par les conduites à parois épaisses, il a analysé les cas où la conduite a une configuration qui ne permet aucun déplacement longitudinal, les conduites à parois minces et aussi les différentes possibilités pour les galeries creusées dans les roches cõest à dire les galeries en roches ainsi que les galeries creusées dans la roche mais revêtues de béton ou de béton armé .

Salah.B (2001) a développé une formule de la célérité dôonde introduisant lôeffet du sol et les efforts longitudinaux. **F.E. Hachem et A.J.Schleiss** (2010) ont reformulé les expressions de la célérité élaborées par Jaeger et Halliwell pour y introduite lõinteraction fluide-structure.

Après que la théorie générale du coup de bélier ait été établie, on essaie toujours dôoptimiser lôétude du phénomène et ce, en tentant de reproduire des conditions réelles dans lesquelles il se produit. **B.Bahrar** et al. (1998) ont réalisé une modélisation du coup de bélier tenant compte des déformations de flexion et de cisaillement de la conduite, ainsi que les termes d'inertie radiale et longitudinale. **Wu et Ferng** (1999) ont étudié le coup de bélier en considérant un écoulement quasi-unidimensionnel avec une légère variation de la section. Ils ont analysé lôeffet de la variation de section sur la pression avec et sans considération du frottement avec les parois.

Dans tous ces travaux, lôeffet du sol a été négligé, étant donné que les conduites en charge sont presque toujours enterrées **M. Meunier** (1980) a présenté des courbes expérimentales pour illustrer lôeffet de lôenterrement des conduites sur la célérité des ondes de coup de bélier.

Pour confirmer ces courbes, et en se basant sur les travaux de Jaeger et Halliwel, **Salah B.** et al. (2001) ont développé une formule de la célérité dôonde introduisant les caractéristiques mécaniques du sol environnant, et les efforts longitudinaux en analysant l'effet de la charge externe exercée par le remblai qui surmonte une conduite enterrée. Ces mêmes auteurs ont considéré le sol comme un cylindre dôépaisseur infinie agissant autour de la conduite comme un ressort. Ainsi, pour montrer l'effet de la charge externe sur l'augmentation de la célérité, des exemples numériques ont été présentés en considérant différents matériaux de conduites simples et blindées et les plages courantes du rapport diamètre/épaisseur.

Un autre aspect de lõanalyse du régime transitoire est le comportement de la conduite vis-à-vis des variations des paramètres hydrauliques. Il est à noter que ce comportement nõa pas encore été parfaitement modélisé. En 1954, **Skalak** a publié une étude sur le régime transitoire en incluant lôeffet de lõinteraction fluide-structure, dans son étude **Skalak** considère la propagation des ondes de pression dans une conduite de longueur infinie ainsi que la réponse radiale et axiale de cette dernière. **Kochupillai** et al. (2004) ont développé un nouveau modèle de simulation des interactions fluide-structure qui se produisent dans les systèmes de canalisations en régime transitoire. Une nouvelle formulation de la méthode des éléments finis basée sur la vitesse dƒécoulement a été développée, il a aussi été démontré que dans certains cas les vibrations structurelles augmentent avec lƒinteraction fluide-structure contrairement à ce quƒon pouvait croire. Pour étudier le régime transitoire résultant de la fermeture rapide dƒune vanne, ils ont appliqué un modèle hybride c'est-à-dire que les équations du coup de bélier ont été modélisées par la méthode des caractéristiques et la structure par la méthode des éléments finis, lƒéquation de lƒonde a été écrite tenant compte de la vitesse du fluide puisque celle-ci est variable**.**

A.S. Tijsseling (2007) a présenté un modèle mathématique unidimensionnel pour décrire le comportement des conduites sous pression à parois épaisses c'est-à-dire avec un rapport rayon/épaisseur inférieur à 2 et ce, en tenant compte de lƒinteraction fluide-structure modélisée par la théorie des poutres tout en négligeant les effets du frottement. Cette étude est très intéressante dans la mesure où beaucoup de conduites dans la pratique se caractérisent par des parois relativement épaisses, on peut donner lƒexemple des conduites sous haute pression dans les industries chimiques et nucléaires ou encore les conduites en fonte ductile avec revêtement en béton, les résultats ont été comparés à ceux donnés par lƒexpérience avec des tuyaux épais.

Badreddin Giuma S.K Elghariani (2007) ont étudié le problème du régime transitoire par la méthode des caractéristiques tenant compte de la variation du frottement et de lƒinteraction fluide ï structure, il a également analysé lƒeffet du temps de fermeture et de la vitesse initiale, lƒaugmentation de la pression est plus importante pour les grandes vitesses dƒécoulement.

Bergant et al. (2005) ont publié un article dans la revue Journal of Fluids and structures, dans lequel ils sont revenus sur le problème du coup de bélier avec rupture de la veine liquide. Dans un premier temps, ils ont revu lƒhistorique depuis la découverte du phénomène vers la fin du dix-neuvième siècle, la reconnaissance de ses dangers vers les années 1930 jusquƒau développement de modèles numériques durant les années 1960 et 1970. Dans leur publication, les auteurs ont présenté lƒhistorique de la cavitation due au coup de bélier, ils ont résumé lƒétat dƒavancement de son analyse en exposant les modèles simulant différentes formes de cavitation ainsi que les travaux expérimentaux qui ont été effectués là-dessus.

Mimi Das Saikia et **Arup Kumar Sarma** (2006) ont développé un modèle numérique UNSTD_FRIC_WH utilisant la méthode des caractéristiques pour lƒanalyse du régime transitoire impliquant un facteur de friction variable, ils ont clairement illustré lƒatténuation du phénomène du fait du frottement avec un modèle qui sƒapplique autant pour un écoulement laminaire que turbulent rugueux puisquƒil résulte dƒune combinaison de lƒéquation de Poiseuille et de Collebrook White . Les auteurs recommandent vivement de ne pas considérer un frottement constant.

Karney et **Simpson** (2007) ont étudié la stratégie dƒinstallation dƒun clapet anti-retour dans une canalisation pour la protection dƒune montée subite de pression en isolant une partie du système suite à un évènement de coup de bélier à basse pression. Une application impliquant une conduite avec un point élevé isolé dans son profil a été numériquement étudiée. Bien sur le clapet ne protège que la partie aval, la réponse passagère du reste de la conduite peut être améliorée en installant une dérivation autour du clapet ou en perforant lôélément actif du clapet.

Tian et al. (2008) ont appliqué la méthode des caractéristiques pour évaluer le coup de bélier au cours du processus de démarrage alterné de pompes en parallèle dans le but dôune meilleure conception des systèmes de pompage en parallèle.

Bergant et Tijsseling (2008) ont étudié lôeffet de quelques paramètres sur lôatténuation des ondes de coup de bélier notamment lôeffet du frottement, de la cavitation et de lôinteraction fluide-structure.

Gargouri et al. (2008) ont analysé, par une simulation numérique, la possibilité de réduire les pression provoquées par le phénomène de coup de bélier dans un réseau de conduites quasi-rigides en remplaçant une des conduite du réseau par une conduite viscoélastique en polymère, un modèle numérique constitué de deux équations aux dérivées partielles de type hyperbolique a été développé et résolu par la méthode des caractéristiques avec mise en mémoire et interpolation.

La loi de comportement de la conduite viscoélastique a été décrite par le modèle Kelvin-Voigt en se limitant à lôélément élastique du modèle et pour les applications, un code de calcul en langage Fortran a été élaboré.

Gargouri et al. (2008) ont publié un article dans la revue de la houille blanche dans lequel un modèle numérique simulant la propagation dôondes de pression dans les réseaux de conduites, ce modèle a été établi en se basant sur des équations au dérivées partielles résolues par la méthode des caractéristiques. Lôalgorithme présenté permet de déterminer la valeur de la pression maximale résultant du coup de bélier dû à une fermeture rapide de vannes dans le réseau et donc il permet de déterminer la valeur de la contrainte maximale dans les conduites. Ils ont analysé la surpression tenant compte de lôamortissement et de la réflexion des ondes au niveau des jonctions, on note aussi que lorsque plusieurs vannes sont fermées en même temps, la surpression pourrait dépasser la valeur admissible et mener à une rupture. Ces travaux concernaient les réseaux de distribution dôeau dans le sud de la Tunisie avec et sans surpresseurs.

Bergant et al. (2008) ont publié un article en deux parties où certains paramètres jusque là négligés dans la théorie du coup de bélier ont été pris en compte. Il sôagit du frottement transitoire, la cavitation quelle soit sous forme de bulles dôair ou de vapeur ou carrément par rupture de la veine liquide, lôinteraction entre le fluide et la structure, le comportement viscoélastique du matériau de la conduite ainsi que les fuites.

La méthode des caractéristiques a été utilisée pout la transformation des équations du coup de bélier, le modèle du frottement transitoire y est implicitement incorporé, des modèles discrets de cavités de vapeurs ou de gaz permettent la simulation de ces dernières en des sections définies, lôinteraction entre le liquide et la structure est décrite en partant des équations du coup de bélier en y introduisant un terme dans lôéquation de continuité, le comportement viscoélastique des tuyau est décrit par la modèle de Kelvin-Voigt, les fuites et les blocages sont considérés comme des conditions aux limites ou intérieures.

La seconde partie du document présente des études de cas pour illustrer comment ces paramètres peuvent affecter le coup de bélier. En fait cæst la première fois que tous ces paramètres ont été réunis dans un même document.

Afshar , Rohani (2008) ont étudié les imperfections et les limitations que présente la méthode des caractéristiques classique en étudiant le cas dûn régime transitoire survenant après la fermeture dûne vanne et celui dû à la défaillance dûn système de pompage, les résultats ont été comparés à ceux obtenus en appliquant la méthode des caractéristiques classique, la méthode proposée a prouvé son efficacité et sa précision.

Les auteurs notent les limitations de la méthode classique notamment pour ce qui est des conditions aux limites, par exemple la méthode classique nécessite un seul dispositif entre deux tuyaux sinon une nouvelle condition aux limites doit être dérivée pour chaque combinaison de dispositifs dans un système de conduites, de plus, les conditions aux limites établies pour des systèmes tels que les vannes, les pompes ou les réservoirs est très dépendante du fait que les dispositifs soient situés au sein même du système ou à ses extrémités, les conditions aux limites varient aussi si ces dispositifs se trouvent à lâamont ou à lâaval du système et les conditions aux limites imposées par ces dispositifs changent si le sens du flux est inversé.

Cæst pour toutes ces raisons quûne nouvelle méthode implicite a été développée permettant la détermination du débit et de la pression aux nî uds pour chaque pas de temps, les équations ont été développées indépendamment de la localisation des dispositifs cités précédemment ainsi que du sens dæécoulement, il est donc possible de considérer nâimporte quelle configuration.

B.Salah et F.Massouh (2009), constatant que lûtilisation de la méthode des caractéristiques comportait des erreurs spatiales et temporelles, ont étudié la quantification de ces erreurs en utilisant le développement de Taylor et la méthode de lâinterpolation linéaire entre deux nî uds.

Ismaier , Schlucker (2009) ont étudié lâinteraction entre les pulsations de la pression provoquées par les pompes centrifuges et le coup de bélier. Des expériences ont été menées sur des tuyaux dûn diamètre nominal de 100mm et dûne longueur de 75m.

Les différentes mesures ont montré que les pulsations de la pression peuvent contribuer à lâatténuation ou au contraire lâamplification des surpressions dues au coup de bélier, les mesures ont aussi montré que lorsque lâonde de choc atteint la pompe, elle est atténuée de 20% c'est-à-dire que 80% de lâonde passe la pompe et lâonde sâatténue de 20% (pression de Joukowski), il a aussi été noté une différence assez importante dans les mesures, ceci étant expliqué par la position de la roue de la pompe, il est clair que la résistance est plus élevée lorsque lûne des pâles en rotation est directement en face de la sortie de la pompe.

Rohani et Afshar (2010) reprenant leur étude publiée en 2008, ont présenté une formulation améliorée de la méthode des caractéristiques pour lâétude du régime transitoire causé par la défaillance dûn dispositif de pompage. On sait que la méthode des caractéristiques nécessite un calcul laborieux pour la résolution des équations non linéaires à chaque pas de temps, cæst pourquoi les auteurs proposent une nouvelle formulation pour pallier à ce problème tout en profitant des avantages de la méthode de caractéristiques classique.

Pour améliorer la convergence de la méthode, une formulation améliorée est aussi proposée en introduisant un des paramètres caractéristiques de la pompe pour bien simuler sa défaillance. Il y a eu comparaison entre la méthode classique et la nouvelle formulation, cette dernière a montré son efficacité (par comparaison avec des travaux antérieurs). La discrétisation de la conduite se fait en divisant la conduite en deux ensembles de points : nodaux et intérieurs.

Bourdarias et Gerbi (2010) présentent un schéma cinétique numérique pour le calcul des écoulements transitoires mixtes utilisant un bilan énergétique à lôéchelle microscopique. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenu par un modèle résolvant les équations dôAllievi par la méthode des caractéristiques, ces résultats coïncident très bien.

Il est possible dôappliquer ce schéma à un écoulement combiné c'est-à-dire à surface libre et sous pression. Les auteurs de lôarticle ont montré que lôapproche cinétique est pertinente dans le cas dôun écoulement sous pression après que **Perthame et Simeoni** (2001) et **Botchorishvili** et al. (2003) aient prouvé son efficacité pour les écoulements à surface libre.

1.3. Conclusion :

Ce chapitre a fait lôobjet dôune étude bibliographique dans le domaine du régime transitoire, il est irréfutable que ce phénomène est dôune importance majeure vu toutes les études et recherches qui lui ont été consacrées depuis longtemps, cependant le sujet est loin dôêtre épuisé puisquôil reste des côtés à développer et des hypothèses simplificatrices à vérifier malgré le fait que lôanalyse mathématique du régime transitoire ait été établie depuis longtemps.

Dans cette étude bibliographique, il a été mentionné que certains auteurs ont étudié les lois de manî uvre optimales de vannes dans le but de minimiser les effets néfastes du coup de bélier. Néanmoins la loi optimale de la manî uvre tenant compte dôun coup de bélier ascendant ou descendant est loin dôêtre étudiée dans la bibliographie. Les premières lois de manî uvre qui ont été présentées étaient toutes linéaires, chose tout à fait éloignée de la réalité puisquôil est aujourdôhui affirmé que les mouvements réels des obturateurs ne sont pas linéaires. Parmakian propose une fermeture lente mais ne fait pas de formulation mathématique. Streeter et Wylie ont très nettement optimisé le phénomène de coup de bélier dû à une manî uvre de fermeture, en proposant une fermeture très lente se faisant en trois phases distinctes avec la nécessité dôétudier chaque phase séparément et de déterminer la loi de chacune dôentre dôelles ainsi que la durée des deux dernières phases puisque celle de la première est égale au temps dôaller-retour dôune dôonde de la vanne vers le réservoir.

En se basant sur ces travaux, nous essayerons de déterminer une seule et unique loi valable pour toute la durée de manî uvre tout en minimisant au maximum la fatigue des conduites ainsi que leur épaisseur.

Notons également que dans lôétude des moyens anti-béliers la plupart des auteurs considèrent des conduites non enterrées ce qui ne reflète pas la réalité puisque les conduites sont enterrées pratiquement. En analysant la bibliographie, et notamment les expériences de Meunier, la non prise en compte de lôeffet du sol sur les conduites enterrées entraine certainement des erreurs sur leur dimensionnement mécanique et les anti-béliers appelés à les protéger. Ces erreurs sont dues couramment à la détermination imprécise de la célérité de propagation dôonde dans les conduites. Côest dans cette optique que sôinscrit notre travail qui a pour objectif :

- Dôabord lôoptimisation du coup de bélier engendré dans une conduite gravitaire en charge munie dôun robinet vanne à son extrémité aval en vue de minimiser la fatigue de la conduite suite aux surpressions et dépressions simultanées.

- Ensuite proposer une loi de manî uvre de ce robinet-vanne sous lôinfluence du sol puisque la conduite est enterrée. Cette loi de manî uvre ainsi déterminée qui nôest autre quôune courbe caractéristique, sera proposée au constructeur pour une conception en vue de répondre à notre cas dôoptimisation.

Chapitre-2-

ANALYSE DU REGIME TRANSITOIRE

2.1. Introduction:

Lôobjectif de ce deuxième chapitre est de décrire le régime transitoire et de présenter les méthodes dôanalyse qui le caractérisent.

Lôarrêt dôune pompe ou la fermeture brutale dôune vanne modifient les conditions de lôécoulement permanent. Il se produit alors de grandes variations de vitesse et de pression (coups de bélier) ce qui crée des désagréments plus ou moins importants.

Les écoulements non permanents sont décrits par lôéquation de continuité et lôéquation dynamique. Il sôagit de deux équations aux dérivées partielles obtenues en partant de certaines hypothèses simplificatrices. Lôétude est envisagée avec et sans frottement.

2.2. Description physique du phénomène transitoire prépondérant :

Nous examinons le cas simple dôune conduite horizontale supposée élastique, constituée dôun même matériau, de diamètre D, d'épaisseur e, et de longueur L. Cette conduite, véhiculant un débit dôeau Q_0 à une vitesse moyenne U_0, est munie à son extrémité aval dôun robinet-vanne et dôun réservoir à son extrémité amont. Le liquide est supposé légèrement compressible. Les pertes de charge sont négligées. Le sens de lôécoulement est noté comme positif (*figure 2.1*).

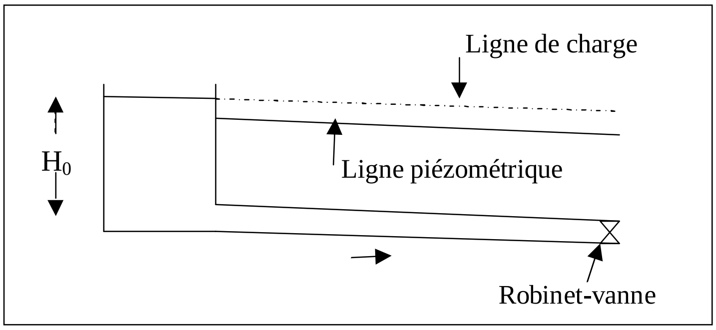


Figure 2.1 : Schéma du dispositif à étudier

Suite à une manî uvre du robinet-vanne (*figure 2.1*), Les phases physiques du coup de bélier peuvent se résumer comme suit :

- *Première phase* : $0 < t < \dfrac{L}{a}$: En considérant que la vanne est fermée instantanément au temps $t = 0$, les particules liquides qui se trouvaient à lôabscisse $x = L$ trouvent devant elle un obstacle solide infranchissable, leur énergie cinétique est alors transformée en énergie potentielle qui se manifeste dans la compression du liquide et la dilatation de la conduite. Quand la vanne se ferme brusquement, en accord avec la seconde loi de Newton, on écrit :

$$F = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{m(U_0 - 0)}{\Delta t} = \infty \tag{2.1}$$

La force résultante et la pression tendraient vers une valeur infinie et la conduite devrait se désintégrer. Mais ce cas extrême ne se produit pas avec cette ampleur car le changement de vitesse ne se fait pas instantanément et la compressibilité du liquide ainsi que la déformabilité de la conduite permettent d'absorber une certaine quantité d'énergie et donc de limiter le choc.

Cette première phase peut être comparée à un carambolage qui se produit dans une autoroute, le premier conducteur (goutte d'eau) qui heurte un obstacle (vanne) et s'immobilise voit les autres automobilistes qui le suivent de près se tamponner les uns après les autres.

Derrière l'onde la vitesse est nulle, la pression augmente (P^*+dP^*), le liquide se comprime ($\rho+d\rho$) et la conduite augmente de diamètre ($D+dD$).

- *Seconde phase :* $\frac{L}{a} < t < 2\frac{L}{a}$ *:* au début de cette phase, la pression dans la conduite est très élevée comparée à la pression qu'exerce la colonne d'eau dans le réservoir. Toute la masse d'eau de la conduite est en mouvement vers le réservoir. L'inertie de cette masse d'eau cause alors un abaissement de la pression à la vanne, la pression devient inférieure à la valeur de la pression statique normale.

- *Troisième phase :* $2\frac{L}{a} < t < 3\frac{L}{a}$ *:* la vitesse s'annule au niveau de la vanne, le liquide voit sa masse volumique passer de ρ à ($\rho - d\rho$) et la canalisation voit son diamètre passer de D à ($D - dD$). Une onde négative de célérité a remonte vers le réservoir.

- *Quatrième phase :* $3\frac{L}{a} < t < 4\frac{L}{a}$ *:* une onde positive se dirige du réservoir vers la vanne et la conduite reprend ses caractéristiques initiales.

  A l'instant $t = 4\frac{L}{a}$, une onde positive arrive à la vanne, on retrouve les conditions de l'écoulement permanent sauf que la vitesse de l'eau est moindre que la vitesse initiale, ceci résulte des pertes d'énergie dues aux frottements ainsi qu'au travail de déformation du matériau de la conduite et de l'eau.

2.3. Analyse du régime transitoire :

Le but de l'analyse du coup de bélier est de voir l'évolution des deux variables dépendantes que sont la vitesse et la pression en fonction du temps et dans l'espace. Pour ce faire, il est nécessaire d'effectuer un bilan de masse et de quantité de mouvement.

2.3.1. L'équation de continuité :

Considérons la *figure 2.2* et notons par x la coordonnée longitudinale et t le temps.

Analysons à présent l'évolution du volume de contrôle (BC) c'est-à-dire les déformations à masse constante de ce dernier entre les instants t et ($t+dt$), pour cela, on exprime que la masse $\rho V = \rho . S . \delta L$ reste constante (*figure 2.2*) :

$$\frac{d\rho}{\rho}+\frac{dS}{S}+\frac{d(\Delta l)}{\Delta l}=0 \tag{2.2}$$

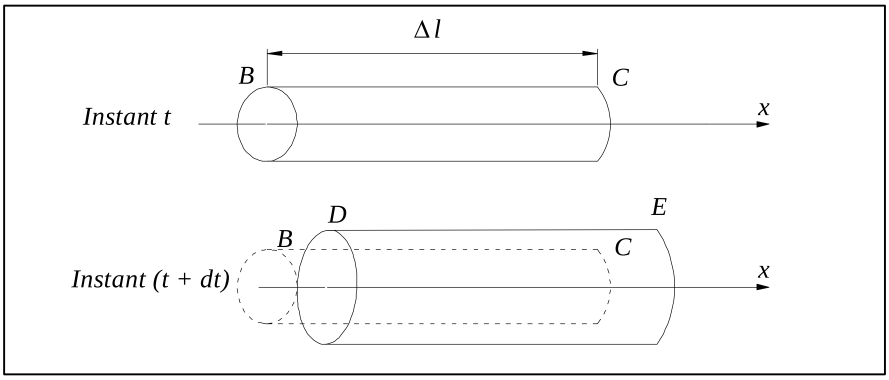


Figure 2.2 : Déplacement d'un élément liquide

Exprimons la variation de Δl :

$$\Delta l\ (t) = x_C - x_B$$

$$\Delta l\ (t + dt) = x_E - x_D$$

$$d(\Delta l) = (x_E - x_C) - (x_D - x_B)$$

$$d\ (\Delta l) = U_C .dt - U_B.dt$$

$$d\ (\Delta l) = (U_C - U_B)\ dt$$

D'où
$$\frac{d(\Delta l)}{\Delta l}=\frac{\partial U}{\partial x}.dt \tag{2.3}$$

Par définition le module d'élasticité du fluide est égal à $\frac{dP}{d\rho/\rho}$, ce qui donne que la variation de la masse volumique s'écrit :

$$\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dP}{K} \tag{2.4}$$

La section de l'élément liquide reste en permanence égale à celle de l'élément de tuyau qui l'entoure, on peut écrire :

$$\frac{dS}{S}=2\frac{dR}{R}=2d\varepsilon_r=\frac{2}{E}(d\sigma_r-\upsilon.d\sigma_l)$$

Sachant que $\sigma_l = k.\sigma_r$, en posant $c = 1 - k\nu$, on obtient :

$$\frac{dS}{S}=\frac{2c}{E}d\sigma_r$$

Sachant que la contrainte radiale s'écrit :

$$\sigma_r=\frac{P.D}{2e}$$

Donc :
$$\frac{dS}{S}=\frac{D}{E.e}.c.dP \tag{2.5}$$

On remplace à présent chaque terme de lõéquation (2,2) par son équivalent donné par les expressions (2.3), (2,4) et (2.5) :

$$\frac{\partial U}{\partial x}dt + \frac{dP}{K} + \frac{D}{E.e}.c.dP = 0$$

En divisant les membres de cette équation par *dt*, on obtient lõéquation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E.e}c\right)\frac{dP}{dt} = 0 \qquad (2.6)$$

On voit que le terme $\left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E.e}c\right)$ dépend dõune part de la compressibilité de lõeau (*K*), dõautre part des caractéristiques du tuyau $\left(\frac{D}{E.e}\right)$

« c » : coefficient dõancrage.

En posant : $$\frac{1}{a^2} = \rho\left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E.e}c\right) \qquad (2.7)$$

Lõéquation de continuité devient :

$$\rho\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial P}{\partial t} + U\frac{\partial P}{\partial x}\right) = 0 \qquad (2.8)$$

Où « *a* » désigne la célérité dõonde de propagation (m/s)

2.3.2. Lõéquation dynamique :

Selon la loi de Newton, la somme des forces extérieures ÆF_e sõexerçant sur le volume de contrôle de longueur *dx* est (*figure 2.3*):

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum F_e \qquad (2.9)$$

$$\frac{d(mU)}{dt} = \frac{dm}{dt}U + m\frac{dU}{dt}$$

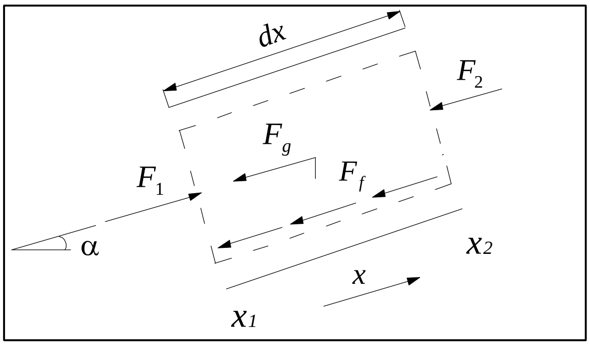


Figure 2.3 : Forces extérieures agissant sur un élément liquide

La masse de lôélément liquide ne varie pas dans son déplacement, on a donc $\frac{dm}{dt} = 0$, nous avons donc :

$$\frac{d(mU)}{dt} = m\frac{dU}{dt} = \rho S dx \frac{dU}{dt} = \sum F_e \tag{2.10}$$

Les forces extérieures ∑ ⍰ qui sôexercent sur cet élément de volume liquide projetées sur lôaxe de la conduite sont :

- Les forces de pression F_i sur les sections de contrôle (i = 1÷2) :

$$F_1 = P.S$$

$$F_2 = P.S + \frac{\partial P}{\partial x} S dx$$

La résultante des forces de pression est donc :

$$-\frac{\partial P}{\partial x} S dx \tag{2.11}$$

- La composante de la force de pesanteur projetée sur lôaxe de lôécoulement :

$$-\rho g S.dx.\sin\alpha \tag{2.12}$$

Où Ŭ est lôangle de lôaxe de la conduite par rapport à lôhorizontale.

- La force de frottement :

$$F_f = \tau_0 \pi D dx \tag{2.13}$$

Avec Ű0 comme contrainte de cisaillement entre le liquide et la paroi de la conduite.

En remplaçant les expressions (2.11), (2.12), (2.13) dans lôexpression (2.10) :

$$\rho S dx \frac{dU}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} S dx - \rho g S.dx.\sin\alpha - \tau_0 \pi D dx \tag{2.14}$$

Selon lôéquation de Darcy Weisbach :

$$\tau_0 = \frac{1}{8}\rho f U|U|$$

Où f est le coefficient de frottement.
Plus généralement, on peut écrire :

$$\tau_0 = \frac{1}{4}\rho g D j$$

Où j est la force de résistance par unité de poids, il sôagit dôune grandeur sans dimension appelée pente de frottement.
En remplaçant Ű0 par sa valeur dans lôéquation (2.14) et en simplifiant par ɉ.$S.dx$, on obtient tout calcul fait :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin\alpha + j) \tag{2.15}$$

Les équations (2.8) et (2.15) représentent le système dœéquations de Saint Venant décrivant les phénomènes transitoires en écoulement monophasique sous pression.

2.3.3. Résolution des équations de Saint Venant :

La méthode des caractéristiques est certainement la plus utilisée. Ses avantages sont une simulation correcte de lœonde, une illustration simple de sa propagation, une programmation présentant peu de difficultés et une efficacité en termes de calcul. Les équations aux dérivées partielles sont dœabord converties en équations différentielles ordinaires, qui sont par la suite résolues par un schéma explicite de la méthode des différences finies.

Du fait que les conditions aux limites et les sections de la conduite sont analysées séparément durant le pas de temps, cette méthode est particulièrement adaptée pour les systèmes avec des conditions aux limites constantes. Le désavantage de cette méthode est que le pas de temps adopté doit être réduit pour satisfaire la condition de stabilité. Pour remédier à cela, une combinaison de la méthode des caractéristiques et de celle des différences finies avec schéma implicite devrait être utilisée.

La méthode des différences finies peut entraîner soit des schémas explicites ou implicites. Ces derniers sont avantageux en termes de rapidité, mais sont plus sophistiqués du point de vue de la programmation.

Dans un schéma implicite de la méthode des différences finies, les dérivées partielles sont remplacées par des différences finies. Cependant cette méthode à lœavantage dœêtre inconditionnellement stable, par conséquent des pas de temps importants peuvent être utilisés.

a. Equations aux caractéristiques :

Nous reprenons le système dœéquations de Saint Venant :

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{1}{a^2}\left(\dfrac{\partial P}{\partial t} + U\dfrac{\partial P}{\partial x}\right) = 0 \\ \\ \dfrac{\partial U}{\partial t} + U\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin\alpha + j) \end{cases} \tag{2.16}$$

Multiplions la première équation du système (2.16) par $\dfrac{a}{\rho}$ on obtient :

$$\begin{cases} a\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{1}{\rho a}\left(\dfrac{\partial P}{\partial t} + U\dfrac{\partial P}{\partial x}\right) = 0 \\ \\ \dfrac{\partial U}{\partial t} + U\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} = -g(\sin\alpha + j) \end{cases} \tag{2.17}$$

En additionnant membre à membre les équations formant le système (2.17), on a :

$$\left[\frac{\partial U}{\partial t}+(a+U)\frac{\partial U}{\partial x}\right]+\frac{1}{\rho a}\left[\frac{\partial P}{\partial t}+(a+U)\frac{\partial P}{\partial x}\right]=-g(\sin\alpha + j) \qquad (2.18)$$

En soustrayant membre à membre les équations formant le système (2.17), on obtient :

$$\left[\frac{\partial U}{\partial t}+(U-a)\frac{\partial U}{\partial x}\right]-\frac{1}{\rho a}\left[\frac{\partial P}{\partial t}+(U-a)\frac{\partial P}{\partial x}\right]=-g(\sin\alpha + j) \qquad (2.19)$$

En observant les expressions entre crochets, et considérant que $\frac{\partial x}{\partial t}\approx\frac{dx}{dt}$ le système dőéquations de Saint Venant devient :

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=U+a \\ \dfrac{dU}{dt}+\dfrac{1}{\rho a}\dfrac{dP}{dt}=-g(\sin\alpha + j)\end{cases} \qquad (2.20)$$

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=U-a \\ \dfrac{dU}{dt}-\dfrac{1}{\rho a}\dfrac{dP}{dt}=-g(\sin\alpha + j)\end{cases} \qquad (2.21)$$

En coup de bélier, nous avons : $U << a$, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=\pm a \\ \dfrac{a}{g}dU \pm \dfrac{1}{\rho g}dP=-(\sin\alpha + j).a.dt\end{cases} \qquad (2.22)$$

Avec : $a.dt = dx$, $\sin\alpha.dx = dz$ où z représente la cote du point considéré $\frac{P}{\rho g}+z=h$ où h est la cote piézométrique , ces équations deviennent :

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=\pm a \\ \dfrac{a}{g}dU \pm dh=-ja.dt\end{cases} \qquad (2.23)$$

En conséquence, nous obtenons :

$$\begin{cases}\dfrac{dU}{dt}+\dfrac{1}{\rho a}\dfrac{dP^*}{dt}=-gj \quad \text{avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=a \\ \dfrac{dU}{dt}-\dfrac{1}{\rho a}\dfrac{dP^*}{dt}=-gj \quad \text{avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=-a\end{cases} \qquad (2.24)$$

Introduisons le débit Q da la canalisation, on peut écrire les équations aux caractéristiques :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{aQ}{gS}+\dfrac{P^*}{\rho g}\right)=-aj & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=a \\ \dfrac{d}{dt}\left(-\dfrac{aQ}{gS}+\dfrac{P^*}{\rho g}\right)=-aj & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=-a \end{cases} \tag{2.25}$$

Dans le système d'équations (2.25), les deux équations de gauche s'appellent équations de compatibilité, celles de droite : équations aux caractéristiques.

b. Principe de la méthode des caractéristiques :

Le principe se base sur les équations aux caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{dt}+\dfrac{gS}{a}\dfrac{dh}{dt}+\dfrac{\lambda}{2DS}Q|Q|=0 & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=a \\ \dfrac{dQ}{dt}-\dfrac{gS}{a}\dfrac{dh}{dt}+\dfrac{\lambda}{2DS}Q|Q|=0 & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt}=-a \end{cases} \tag{2.26}$$

Le système (2.26) montre que les équations aux dérivées partielles ont été transformées en équations différentielles ordinaires de variable indépendante *t.*

Dans un plan *(x, t)*, les équations $\dfrac{dx}{dt}=a$, $\dfrac{dx}{dt}=-a$ sont représentées par des droites de pentes ± *L/a*. Ces droites sont appelés lignes caractéristiques.

2.3.4. Equations d'Allievi :

Les équations d'Allievi s'obtiennent également en se basant sut l'équation de continuité et l'équation dynamique sauf que les pertes de charge sont négligées.

Le système d'équations d'Allievi s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial x}+\dfrac{g}{a^2}\dfrac{\partial h}{\partial t}=0 \\ \dfrac{\partial U}{\partial t}+g\dfrac{\partial h}{\partial x}=0 \end{cases} \tag{2.27}$$

La solution générale du système (2.27) présentée par Allievi est :

$$\begin{cases} \Delta h = F(t-\dfrac{x}{a})+f(t+\dfrac{x}{a}) \\ U(x,t)-U_0=-\dfrac{g}{a}[F(t-\dfrac{x}{a})-f(t+\dfrac{x}{a})] \end{cases} \tag{2.28}$$

La fonction *F* représente une onde de pression se propageant sans déformation à la célérité *a* le long de la conduite du réservoir vers la vanne. La fonction *f* représente une seconde onde de pression se propageant sans déformation à la célérité (ï a) le long de la conduite de la vanne vers le réservoir.

La forme mathématique des fonctions F et f dépend de la loi de fermeture ou dôouverture de la vanne.

2.4. Effet de la durée de fermeture des vannes sur la valeur du coup de bélier :

La durée de fermeture des vannes a une grande influence sur la valeur du coup de bélier, on sait quôil se produit à lôextrémité amont de la conduite une réflexion des ondes avec changement de signe, dans le cas dôune fermeture lente, la pression augmente progressivement à lôextrémité aval mais lôonde de surpression partie de la vanne à sa fermeture revient sous forme de dépression à lôinstant $2L/a$ et contribue à diminuer la surpression due à la fermeture lente si elle nôest pas encore achevée, par contre si la fermeture est déjà terminée à lôinstant $2L/a$, la surpression atteint la valeur la plus élevée quôil est possible de prendre.

2.4.1. Manî uvre de vanne instantanée :

Considérons une conduite dans laquelle lôécoulement est initialement permanent, supposons maintenant quôune fermeture de vanne instantanée a lieu à lôextrémité aval de la conduite. Cela entrainera une soudaine augmentation de la pression au voisinage de la vanne, cette surpression peut alors être déterminée comme suit :

A lôinstant où la vanne est fermée, lôonde f nôexiste pas encore donc on peut écrire :

$$f\left(t+\frac{x}{a}\right)=0$$

Les équations dôAllievi sôécrivent alors :

$$\begin{cases} h-h_0 = F\left(t-\dfrac{x}{a}\right) \\ U-U_0 = \dfrac{g}{a}F\left(t-\dfrac{x}{a}\right) \end{cases}$$

On détermine maintenant la surpression $h\text{-}h_0$:

$$h-h_0 = -\frac{a}{g}(U-U_0)$$

$$\Delta h = -\frac{a}{g}\Delta U \tag{2.29}$$

Côest la formule de Joukowski, ΔU est la variation de la vitesse de lôeau au niveau de la vanne à lôinstant où la vanne est complètement fermée. La surpression est proportionnelle à la variation de la vitesse. Une vanne ne peut pas se fermer instantanément, il sôagit dôun cas purement théorique.

2.4.2. Manî uvre de vanne brusque :

Une vanne est dite à fermeture brusque si sa durée de fermeture est inférieure à $2\frac{L}{a}$ c'est-à-dire au temps que met une onde partant de la vanne à lõinstant $t = 0$ pour aller au réservoir et revenir à la vanne.

Si le réservoir se trouve à une distance telle que lõonde réfléchie ne peut pas retourner à la vanne avant que celle-ci ne soit complètement fermée, la surpression maximale au niveau de la vanne est la même que pour une fermeture instantanée, c'est-à-dire $\Delta h = -\frac{a}{g}\Delta U$.

Pour nõimporte quel mouvement de vanne se faisant en un temps inférieur à $2\frac{L}{a}$ la surpression maximale sõétend de la vanne jusquõà un certain point dans la conduite entre la vanne et le réservoir, on peut déterminer la position de ce point comme suit :

Si x_2 est la distance reliant ce point au réservoir alors le temps que met une onde pour aller de la vanne jusquõà ce point est $\frac{L - x_2}{a}$.

Le temps nécessaire pour que lõonde de pression partie de la vanne au réservoir revienne au point considéré est $\frac{L + x_2}{a}$.

Si on appelle le temps de fermeture totale de la vanne *T*, alors le temps compté du début du mouvement de la vanne jusquõà lõarrivée de lõonde de surpression finale au point quõon cherche est $T + \frac{L - x_2}{a}$.

Ce point étant localisé où une onde incidente rencontre une onde réfléchie, on a (*figure 2.4*):

$$\frac{L + x_2}{a} = T + \frac{L - x_2}{a}.$$

Ce qui donne :

$$x_2 = \frac{Ta}{2} \tag{2.30}$$

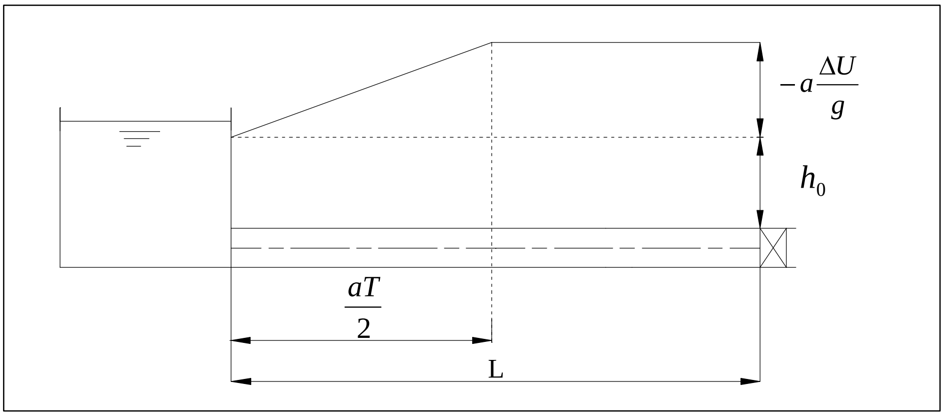


Figure 2.4: *Distribution de la pression le long de la conduite après fermeture brusque de la vanne*

2.4.3. Manœuvre de vanne lente :

Une vanne est dite à fermeture lente si le temps de fermeture T est supérieur à $2\frac{L}{a}$. Une onde qui arrive à la vanne à l'instant T où elle est complètement fermée, part du réservoir à l'instant $T-\frac{L}{a}$ où ne règnent plus les conditions de l'écoulement permanent, il en résulte que la surpression dépend de la loi de fermeture de la vanne, la formule de Michaud que nous allons établir suppose une fermeture linéaire.

La vitesse moyenne dans la section transversale droite au niveau de la vanne a pour expression :

$$U = U_0(1-\frac{t}{T}) \qquad \text{Pour} \qquad 0 \le t \le T$$

A l'instant $t = 2\frac{L}{a}$, la vitesse moyenne dans la section transversale au niveau de la vanne est $U = U_0(1-\frac{2L}{aT})$, à l'instant $t = \frac{L}{a}$ au niveau du réservoir règnent les conditions de l'écoulement permanent, pour l'observateur partant du réservoir à l'instant $t = \frac{L}{a}$ et arrivant à la vanne à l'instant $t = 2\frac{L}{a}$ l'expression $h(x,t)+\frac{a}{g}U(x,t)$ reste constante et égale à $h_0+\frac{a}{g}U_0$, nous pouvons alors écrire l'équation suivante :

$$h(x,t)+\frac{a}{g}U(x,t) = h_0+\frac{a}{g}U_0$$

Recherchons à présent la pression exprimée en mètres de colonnes de liquide au niveau de la vanne à l'instant $t = 2\frac{L}{a}$. A cet instant, la vitesse moyenne dans la section transversale droite au niveau de la vanne a pour expression :

$$U = U_0(1-\frac{2L}{aT})$$

L'équation précédente au niveau de la vanne à l'instant $t = 2\frac{L}{a}$ s'écrit :

$$h+\frac{a}{g}U = h_0+\frac{a}{g}U_0$$

Il en résulte :
$$h = h_0 + \frac{2LU_0}{gT} \qquad (2.31)$$

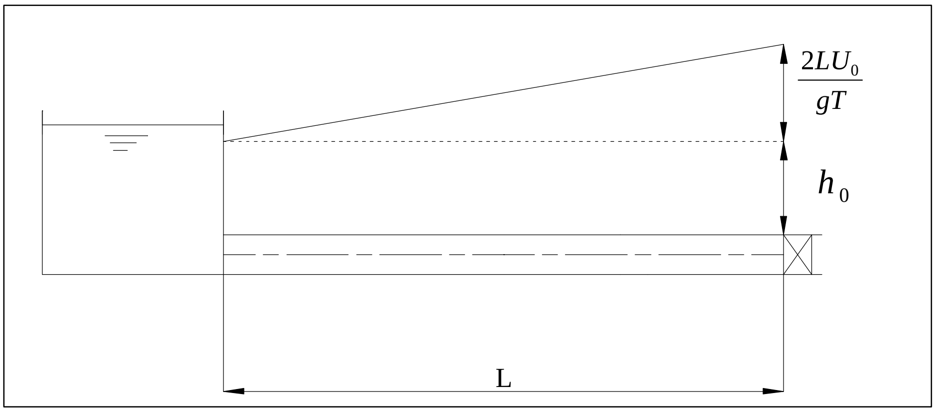


Figure 2.5 : Distribution de la pression le long de la conduite après fermeture lente de la vanne

Dans le cas dôune fermeture lente, la surpression maximale est de $\frac{2LU_0}{gT}$, sauf que dans la pratique, une vanne ne se ferme jamais suivant une loi linéaire, cette formule a donc surtout un intérêt théorique.

Il est fréquent dans la pratique dôutiliser des vannes dont les arbres ou les organes assurant leur fermeture sont mis en mouvement par des moteurs à vitesse de rotation constante, il est possible dans ces conditions de déterminer la loi de variation de la section laissée au passage du liquide.

2 .4.4. Manî uvre dôouverture de vanne :

Lorsque lôécoulement de lôeau sous pression est stoppé par la fermeture dôune vanne, lôénergie cinétique de lôeau se transforme en énergie potentielle, on observe alors une augmentation de la pression statique. Au contraire lorsque lôécoulement de lôeau est accéléré par lôouverture dôune vanne, de lôénergie est fournie pour mettre lôeau en mouvement ce qui entraine une diminution conséquente de la pression statique. Donc dans le cas dôune ouverture brusque engendrant un coup de bélier on observe dès la manî uvre de la vanne uns dépression qui sera suivie de surpression à lôinverse des cas de fermeture.

2.5. Effet des pertes de charge :

Les pertes de charge sont dues aux frottements des molécules liquides entre elles et aussi contre les parois solides des conduites qui les véhiculent. Ces frottements interviennent dès quôun écoulement se produit puisquôils résultent de la viscosité du liquide et de la turbulence du régime. En régime transitoire, les pertes de charge ou pertes dôénergie ont pour effet lôatténuation du phénomène et lôamortissement des oscillations, la valeur de la surpression près de lôobturateur nôest pas constante mais sôatténue progressivement au fur et à mesure que le front dôonde sôen éloigne.

On peut faire une schématisation de lôévolution de la pression au niveau de la section de la vanne (*figure 2.6*):

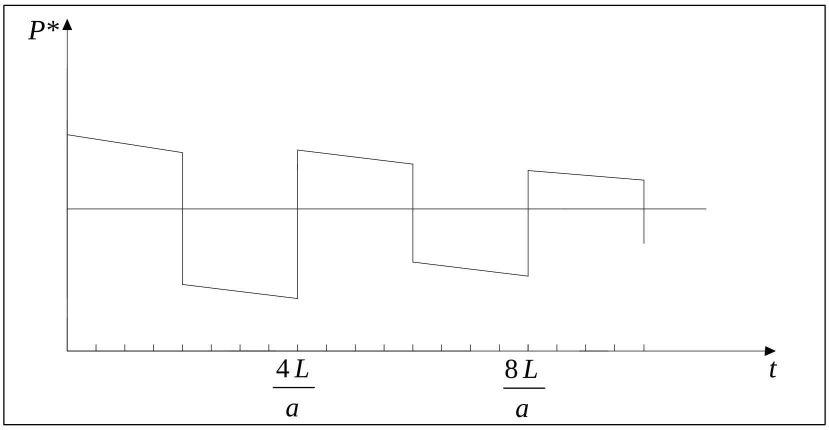


Figure 2.6: Variation de la pression au niveau de la vanne tenant compte des pertes de charge

La valeur de la perte de charge en régime transitoire dépend de la variation de la vitesse le long de la conduite. Considérons les deux cas de variation linéaire et parabolique de la vitesse :

2.5.1. Variation linéaire de la vitesse :

Supposons que la perturbation imposée à lőécoulement permanent engendre une variation linéaire du débit :

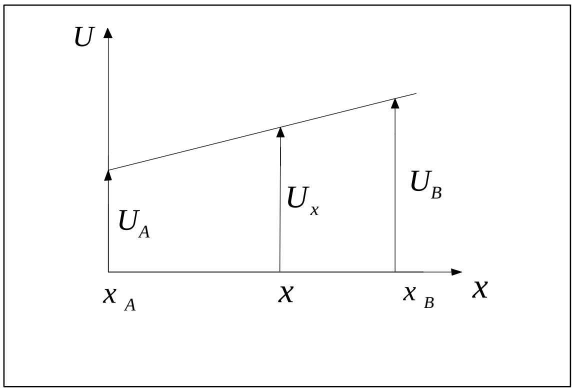


Figure 2.7 : Variation linéaire de la vitesse

La tangente qui représente la pente de la droite est $\alpha = \frac{U_B - U_A}{x_A - x_B}$.

Le gradient de la perte de charge est : $j_x = k_1 U_x^2$.

k_1 désigne une constante avec un diamètre constant et un coefficient de perte de charge fonction de la conduite.

Pour un élément infinitésimal de la longueur de la conduite désigné par *dx*, la perte de charge est :

$$dh = j_x.dx$$

Sur toute la longueur L, on aura : $\Delta H = \int_{x_A}^{x_B} j_x.dx$

En fonction de la vitesse, cette perte de charge sôécrit :

$$\Delta H = k_1 \int_{x_A}^{x_B} U_x^2 .dx$$

La variation de la vitesse étant linéaire, la vitesse U_x à une abscisse x quelconque est :

$$U_x = U_A + \frac{U_B - U_A}{L}.x$$

Ce qui donne :

$$\Delta H = k_1 \int_0^L \left(U_A + \frac{U_B - U_A}{L}.x \right)^2 dx$$

$$\Delta H = k_1 \int_0^L \left(U_A{}^2 + \frac{(U_B - U_A)^2}{L}.x^2 + 2U_A \frac{U_B - U_A}{L}.x \right) dx$$

Après intégration, on obtient :

$$\Delta H = k_1 \left(U_A^2.x + \left(\frac{U_B - U_A}{L} \right)^2 \frac{x^3}{3} + U_A \frac{U_B - U_A}{L} \frac{x^2}{2} \right)_0^L$$

$$\Delta H = k_1 \left(U_A^2.L + (U_B - U_A)^2 . \frac{L}{3} + U_A \frac{U_B - U_A}{2} L \right)$$

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{2gD} \left(U_A^2 + \frac{(U_B - U_A)^2}{3} + \frac{U_A}{2}(U_B - U_A) \right)$$

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{2gD} \frac{1}{6} \left(5U_A^2 + 2U_B^2 - U_B.U_A \right) \qquad (2.32)$$

2.5.2. Variation parabolique de la vitesse :

Supposons une variation de la forme : $x = \alpha U_x^2$

On peut écrire : $U_x^2 = \sqrt{\dfrac{x}{\alpha}}$ et $U^2 = \dfrac{x}{\alpha}$ avec $j_x = k_1 U_x^2$

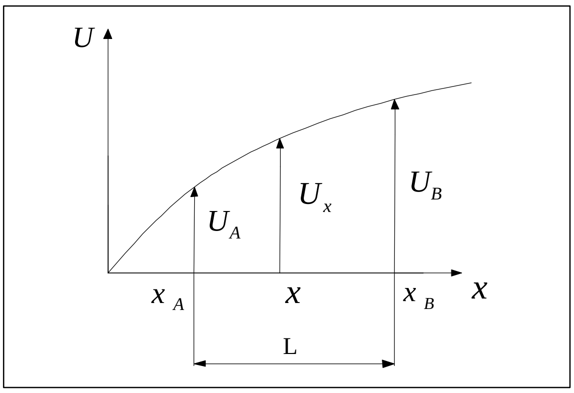


Figure 2.8 : Variation parabolique de la vitesse

La perte de charge pour une longueur *dx est :* $dh = j_x.dx$

En intégrant entre les points A et B :

$$\Delta H = \int_{x_A}^{x_B} j_x.dx = \int_{x_A}^{x_B} k_1.U_x^2 dx$$

$$\Delta H = k_1 \int_{x_A}^{x_B} \frac{x}{\alpha} dx = \frac{k_1}{\alpha} \int_{x_A}^{x_B} x.dx$$

$$\Delta H = \frac{k_1}{\alpha} \frac{x^2}{2} \Bigg|_{x_A}^{x_B}$$

$$\Delta H = \frac{k_1}{2\alpha}(x_B^2 - x_A^2)$$

Dôoù : $$\Delta H = \frac{k_1}{2\alpha}(x_B - x_A)(x_B + x_A)$$

On sait que : $x_B = \alpha U_B^2$ et $x_A = \alpha U_A^2$

$$\Delta H = \frac{k_1}{2\alpha}(U_B - U_A)(\alpha U_B^2 - \alpha U_A^2)$$

$$\Delta H = \frac{k_1}{2}(U_B^2 + U_A^2)(x_B - x_A)$$

En posant $x_B - x_A = L$, on obtient :

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{2gD}\left(\frac{U_B^2 + U_A^2}{2}\right)$$

Dôoù : $$\Delta H = \frac{\lambda L}{2D}\left(\frac{U_B^2}{2g} + \frac{U_A^2}{2g}\right) \qquad (2.33)$$

On en conclut donc que pour déterminer la perte de charge en coup de bélier, il est nécessaire de connaitre la loi selon laquelle varie la vitesse, dans ce qui précède nous avons présenté les deux cas les plus simples.

2.6. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes générales de lôanalyse du régime transitoire et en particulier le coup de bélier. Ce dernier représentant une étape prépondérante du régime transitoire, montre que le tuyau est soumis à des pressions internes pouvant entrainer lôéclatement du tuyau. Les différentes lois de manî uvre ainsi présentées ne montrent pas lôoptimisation du coup de bélier ce qui ne permet pas une protection au préalable de la canalisation.

Chapitre -3-

ETUDE DE LA CELERITE DÔONDES DE COUP DE BELIER

3.1. Introduction :

Les écoulements transitoires sôaccompagnent de la propagation dôondes dans le milieu fluide. Cette propagation se fait à une certaine vitesse appelée célérité et qui est proportionnelle à la surpression maximale quôon peut rencontrer dans un réseau sous pression.

Il est donc primordial de bien évaluer cette célérité afin que les calculs théoriques du coup de bélier, qui précèdent toute étude de conception dôun système de distribution ou dôadduction en charge, soient les plus corrects possible.

Dans ce chapitre, sont présentées les diverses possibilités quôon peut rencontrer dans la pratique. Commençant par la conduite mince non enterrée, on répertorie les différentes méthodes de détermination de la célérité dôonde, notamment dans les conduites dont les parois ne sont pas minces, dans les galeries rocheuses en charge ainsi que dans les conduites enterrées.

3.2. Notions sur la propagation des ondes dans un milieu fluide :

Une onde peut se définir comme la propagation dôune perturbation. Il sôagit donc dôun phénomène qui fait intervenir à la fois lôespace et le temps. Les ondes mécaniques se propagent dans un milieu matériel solide, liquide ou gazeux.

Quand un milieu fluide est affecté localement par des variations de pression dôorigine quelconque, la perturbation qui en résulte se propage engendrant dans le milieu une variation de pression, de masse volumique et de température.

Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini, mais sont susceptibles de réflexion et de réfraction quand elles rencontrent une surface séparant deux milieux différents. Deux cas sont à envisager :

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface rigide, elle se réfléchit sans changer de signe : ainsi une onde de compression se réfléchit en une onde de compression.
- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface ou la pression reste constante (surface libre dôun liquide), il y a réflexion avec changement de signe : ainsi une onde de compression donne naissance à une onde de dépression.

Les ondes élastiques susceptibles de se propager dans les fluides sont des ondes longitudinales :

- Vitesse des ondes dans lôair : 331m/s.
- Vitesse des ondes dans lôeau : 1 410m/s.

Ainsi, les ondes élastiques longitudinales peuvent se propager dans le fluide contenu dans une conduite. En faisant abstraction des perturbations provoquées par le frottement sur les parois, on peut admettre que pour une conduite cylindrique, la propagation sœffectue par des ondes planes perpendiculaires à lœxe de la conduite mais la célérité des ondes est différente de la valeur donnée précédemment. En effet, sous lœction des variations de pression provoquées par une onde, les parois de la conduite se déforment. Ces déformations sont petites en général, mais il faut en tenir compte dans le calcul de la vitesse des ondes. Si elle est de lœrdre de 1000m/s dans les conduites dœcier elle peut descendre à quelques centaines de m/s pour les conduites en matière plastique et à 15m/s pour des conduites en caoutchouc.

Facteurs influençant la valeur de la célérité des ondes de coup de bélier :

La vitesse de propagation des ondes dépend de la compressibilité du fluide, des propriétés élastiques de la conduite et aussi des contraintes externes. Les propriétés élastiques impliquent la taille et lœpaisseur des parois, les contraintes externes impliquent le type de support, la liberté de mouvement de la conduite dans le sens longitudinal et radial.

Le module de compressibilité du fluide dépend de sa température, de la pression et de la quantité de gaz non dissout. La compressibilité du fluide augmente lorsque lœcoulement est biphasique, **Pearshall** (1965) a montré que la présence dœn volume de gaz pour 10 000 volumes de liquide réduit la célérité dœnde dœnviron 50%. La présence de solides dans le liquide a le même effet mais pas avec la même importance sauf sœl sœgit de solides compressibles.

3.3. Détermination théorique de la célérité des ondes de coup de bélier :

3.3.1. Expression générale de la célérité dœnde de coup de bélier :

Dans le chapitre précédent, en dérivant lœquation de continuité dans le paragraphe 2.3, [équation (2.7)], nous avons introduit un paramètre a qui représente la célérité dœnde. Essayons à présent dœtablir lœxpression générale de cette célérité.

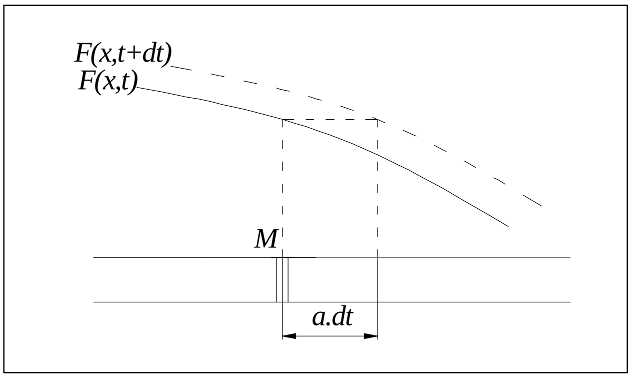


Figure 3.1 : déplacement dœune onde non amortie

Supposons que lœnde se propage sans être amortie. Un paramètre quelconque F du fluide se déplace donc avec elle sans être modifié alors quœl est modifié pendant le temps dt pour la particule physique situé en M à lœnstant t. On peut donc écrire :

- Pour lœnde : $dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx_{onde} = 0$ (3.1)

- Pour une particule : $dF = \dfrac{\partial F}{\partial t}dt + \dfrac{\partial F}{\partial x}dx_{particule} \neq 0$ (3.2)

Comme $dx_{onde} = a.dt$ et que $dx_e = U.dt$, l'équation (3.1) permet d'écrire :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -a\frac{\partial F}{\partial x} \tag{3.3}$$

En reportant l'équation (3.3) dans (3.2) :

$$\frac{dF}{dt} = (U-a)\frac{\partial F}{\partial x} \tag{3.4}$$

Reprenons l'équation de continuité (2.2) exprimée dans le chapitre précédent :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{d(\Delta l)}{\Delta l} = 0 \tag{3.5}$$

En remplaçant $\dfrac{d(\Delta l)}{\Delta l}$ par sa valeur (équation 2.3) :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{\partial U}{\partial x}dt = 0 \tag{3.6}$$

En appliquant à la vitesse U le résultat de l'équation (3.4), on obtient :

$$\frac{dU}{dt} = -(U-a)\left[\frac{d\rho}{\rho.dt} + \frac{dS}{S.dt}\right] \tag{3.7}$$

En partant de l'hypothèse de l'onde non amortie, et en considérant une conduite horizontale, l'équation dynamique (2.15) devient :

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \tag{3.8}$$

En appliquant à la pression P le résultat de l'équation (3.4), on obtient :

$$\frac{dP}{dt} = -\rho(U-a)\frac{dU}{dt} \tag{3.9}$$

En éliminant $\dfrac{dU}{dt}$ entre les équations (3.7) et (3.9), on a :

$$\frac{1}{(U-a)^2} = \rho\left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP}\right) \tag{3.10}$$

Si on néglige U devant a, on obtient l'expression générale de la célérité d'onde :

$$\frac{1}{a^2} = \rho\left(\frac{d\rho}{\rho dP} + \frac{dS}{SdP}\right) \tag{3.11}$$

Cette expression peut être développée pour un fluide peu compressible contenu dans une conduite élastique à paroi mince :

$$\frac{1}{a^2} = \rho\left(\frac{1}{K} + \frac{D}{E.e}.c\right) \tag{3.12}$$

Le coefficient adimensionnel c traduit lõinfluence de la contrainte longitudinale, il dépend de la constante de **Poisson**.

3.3.2. Détermination de la célérité dans les conduites non enterrées :

Lõexpression (3.11) sert de base pour la détermination de la formule suivante donnant la célérité dõondes dans les conduites libres (supposées non enterrées) :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K}{E} \cdot \frac{D}{e} . c}} \qquad (3.13)$$

Pour une eau ayant un module dõélasticité K = 2.07 10^9Pa et une masse volumique ρ = 1000Kg/m^3, lõexpression (3.13) devient :

$$a = \frac{1430}{\sqrt{1 + \frac{2.10^9}{E} \cdot \frac{D}{e} . c}} \qquad (3.14)$$

Où *E (module de Young du matériau de la conduite)* est exprimé en Pascal, la célérité ne peut donc pas dépasser 1430m/s, qui représente la célérité du son dans lõeau, mais sõen approche pour les tuyaux très rigides (*E* très grand).

Ceci nous montre que la célérité dépend de trois paramètres :

- Le rapport $\frac{K}{E}$ donc le matériau qui compose la conduite ;
- Le rapport $\frac{D}{e}$ donc les dimensions de la conduite ;
- Le terme c qui dépend du mode dõancrage de la conduite.

a. Conduites à paroi minces élastiques :

Plusieurs auteurs ont étudié la célérité dõonde du coup de bélier dans les conduites minces :

- **Allievi** (1902), dans se théorie générale, a déterminé la célérité dõonde dans les conduites minces :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K}{E} \cdot \frac{D}{e}}} \qquad (3.15)$$

Si on compare cette expression à lõexpression générale (3.14), on remarque quõ**Allievi** a négligé lõinfluence des contraintes axiales et a directement pris le coefficient c égal à 1.

- **Parmakian** (1963) a déterminé la célérité dõonde dans les conduites minces :
    - Pour les conduites en acier, en fonte et en amiante-ciment, Parmakian a déterminé lõexpression suivante :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1+\frac{K}{E}.\frac{D}{e}.c_1}} \qquad (3.16)$$

Le coefficient c_1 qui traduit lôinfluence de lôallongement de la conduite a été défini par Parmakian comme suit :

$c_1 = \frac{5}{4} - \upsilon$ Pour une conduite ancrée à son extrémité supérieure dépourvue de joints de dilatation ;

$c_1 = 1 - \upsilon^2$ Pour une conduite ancrée tout au long de sa longueur contre tout mouvement longitudinal ;

$c_1 = 1 - \frac{\upsilon}{2}$ Pour une conduite munie de joints de dilatation.

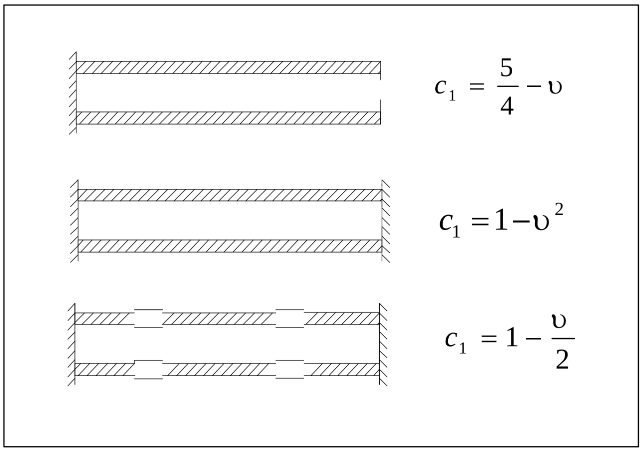


Figure 3.2: Mode dôancrage et valeurs du coefficient c y correspondant

Parmakian a présenté des abaques qui permettent la détermination de la célérité dôonde pour les conduites en acier, en fonte et en amiante-ciment selon le rapport de dimensions *D/e.*

Comme les trois possibilités dôancrage peuvent se présenter pour une conduite en acier, Parmakian a établi un abaque qui comprend des courbes pour chaque valeur de c_1 citée auparavant. Pour ce qui est des tuyaux en fonte ou en amiante-ciment, puisque généralement ils sont enfouis sous un remblai et que leurs extrémités sont souvent ancrées ne permettant pas de déplacement longitudinal, lôabaque de Parmakian a été réalisé en prenant $c_1 = 1 - \upsilon^2$.

- Pour les tuyaux en bois, compte tenu du fait que plusieurs facteurs influent sur la célérité dôonde, Parmakian souligne quôune vitesse assez précise peut être obtenue en remplaçant le tuyau en bois par un tuyau équivalent en acier dont lôépaisseur est déterminée en ajoutant environ le soixantième de lôépaisseur du bois à lôépaisseur équivalente dôune conduite uniforme en acier.

- **Halliwell** (1963) a aussi étudié la célérité dôonde dans les conduites à parois minces, il a proposé lôexpression suivante :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K}{E}\psi}} \tag{3.17}$$

Avec : $$\psi = \frac{E}{\Delta P}(2\varepsilon_r + \varepsilon_l) = E(2\bar{\varepsilon}_r + \bar{\varepsilon}_l) \tag{3.18}$$

γ est un paramètre adimensionnel et $\bar{\varepsilon}_r, \bar{\varepsilon}_l$ représentent respectivement la déformation radiale et longitudinale par unité dôaccroissement de la pression de long de la conduite.

Dans son raisonnement, **Halliwell** a considéré les mêmes cas dôancrage que **Parmakian**, il a obtenu pour le coefficient **γ** les valeurs suivantes :

- Conduite ancrée uniquement à son extrémité amont :

$$\psi = \frac{D}{e}\left(\frac{5}{4} - \upsilon\right) \tag{3.19}$$

- Conduite ancrée tout au long de sa longueur ne subissant pas de déplacement longitudinal :

$$\psi = \frac{D}{e}\left(1 - \upsilon^2\right) \tag{3.20}$$

- Conduite munie de plusieurs joints de dilatation :

$$\psi = \frac{D}{e} \tag{3.21}$$

En comparant les travaux des trois auteurs que lôon vient de citer, on peut aisément remarquer la différence entre eux, **Allievi** a négligé lôallongement des conduite à parois minces élastiques sous lôeffet de la contrainte longitudinale, **Parmakian** et **Halliwell** , ont pris en compte cette déformation, on voit que les coefficient traduisant lôeffet des contraintes axiales sont égaux pour des conduites ancrées à une ou aux deux extrémités $\left(\psi = \frac{D}{e}c_1\right)$, cependant dans le cas où on est en présence dôune conduite dotée de plusieurs joints de dilatation, les avis des deux auteurs divergent puisque **Halliwell** a négligé le module de **Poisson** g devant le rapport $\frac{D}{e}$ considérant que la conduite subit des déformations longitudinales mais que ces dernières sont perdues au niveau des nombreux joints quôelle comporte. **Parmakian**, lui nôa pas négligé le coefficient de **Poisson.**

b. Conduites à parois épaisses élastiques :

Considérons une conduite à paroi épaisses de rayon intérieur *b* et de rayon extérieur *c*, *E* le module d'élasticité du matériau de la conduite et *m* l'inverse de la constante de **Poisson.** A l'intérieur de la conduite règne une pression *P*.

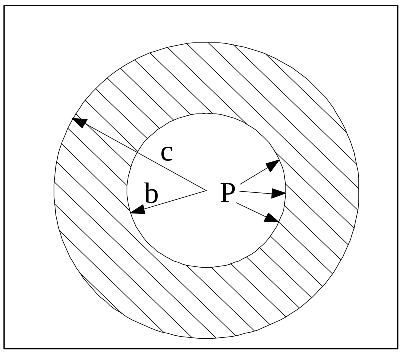


Figure 3.3 : Conduite à parois épaisses

Jaeger (1933) a étudié la célérité dôonde dans les conduites à parois épaisses dans l'hypothèse d'un état de sollicitation à deux dimensions, où les tensions et les déformations parallèles à l'axe sont négligées.

Partant de la relation dô**Allievi** $a = \sqrt{\dfrac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{1}{E}.\frac{D}{e}}}$, le seul terme que **Jaeger** a modifié au cours de son développement est celui qui donne la déformation élastique de la conduite c'est-à-dire que dans cette même formule, le terme $\frac{1}{E}.\frac{D}{e}$ est remplacé par une valeur nouvelle qui dépend exclusivement de la déformation de la conduite :

$$a = \sqrt{\dfrac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2}{mE(c^2 - b^2)}.\left[(m-1)b^2 + (m+1)c^2\right]}} \qquad (3.22)$$

Définition du coefficient m :

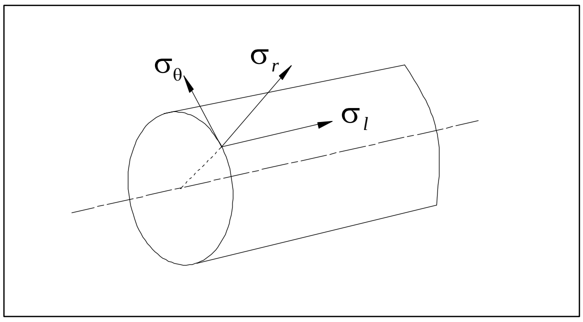


Figure 3.4: Contraintes agissant sur une conduite

Jaeger a négligé la déformation longitudinale (σ_l = 0) et considéré la déformation radiale et tangentielle en écrivant :

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \frac{1}{m}\sigma_\theta)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \frac{1}{m}\sigma_\theta)$$

Si le coefficient de contraction *m* est négligé, la célérité sera donné par :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2}{E}.\frac{b^2 + c^2}{c^2 - b^2}}} \tag{3.23}$$

Jaeger indique que cette formule est de préférence utilisée dans les cas où le matériel n'est pas homogène (béton armé) et où on ne sait plus ce que signifie le coefficient *m*.

Contrairement à **Jaeger, Halliwell** a pris en compte dans son développement le fait que la conduite en coup de bélier subit des déformations longitudinales, comme pour les conduites minces, **Halliwell** a analysé les trois cas envisageables quant à la configuration de la conduite.

- Conduite ancrée à son extrémité amont seulement :

$$\psi = 2\left[\frac{c^2 + 1.5b^2}{c^2 - b^2} + \frac{\upsilon(c^2 - 3b^2)}{c^2 - b^2}\right] \tag{3.24}$$

- Conduite ancrée tout au long de sa longueur ne subissant pas de déplacement longitudinal :

$$\psi = 2(1+\upsilon)\left[\frac{b^2 + c^2}{c^2 - b^2}\right] - \left[\frac{2\upsilon.b^2}{c^2 - b^2}\right] \tag{3.25}$$

- Conduite munie de plusieurs joints de dilatation :

$$\psi = 2\left[\frac{b^2 + c^2}{c^2 - b^2} + \upsilon\right] \tag{3.26}$$

- **Massouh** (1979) a déterminé le coefficient *c* de lôexpression générale (3.12) pour les tuyaux épais dans les trois cas dôancrage:

  - Conduite ancrée à une seule extrémité :

$$c = (1 - \frac{\upsilon}{2})\frac{b}{c} + \frac{2(c-b)}{b}(1+\upsilon) \tag{3.27}$$

  - Conduite ancrée à ses deux extrémités :

$$c = (1 - \upsilon^2)\frac{b}{c} + \frac{2(b-c)}{b}(1+\upsilon) \tag{3.28}$$

- Conduite dotée de plusieurs joints :

$$c = \frac{b}{c} + \frac{2(c-b)}{b}(1+\upsilon) \qquad (3.29)$$

En comparant les travaux que lôon vient dôexposer, on conclut que la principale hypothèse qui les différencie est celle de lôallongement des conduites, **Jaeger** a négligé le déplacement longitudinal, **Halliwell** et **Massouh** lôont pris en compte, si on néglige le coefficient de **Poisson** dans lôexpression établie par **Halliwell** pour une conduite munie de plusieurs joints de dilatation, on retrouve lôexpression établi par **Jaeger** une trentaine dôannées avant. Les seconds membres des expressions (3.27), (3.28) et (3.29) montrent clairement lôintroduction de lôépaisseur des conduites et du module de Poisson dans les travaux de **Massouh**.

Halliwell, dans son article indique que le terme comprenant le module de Poisson peut être négligé si la conduite se caractérise par un module de Young important, dans le cas contraire, si le module dôélasticité du matériau est faible alors ce terme peut être important et ne doit pas être négligé.

c. Conduite en béton armé et précontraint :

Les conduites en béton armé et précontraint présentent la difficulté dôêtre en matériau composite : acier et béton dont les modules dôélasticité sont différents, le problème de fissuration du béton peut également intervenir. Lôidéal dans ce cas serait lôexpérimentation. Cela dit, certains travaux ont été consacrés à ce cas de figure.

Pour une conduite en béton armé, **Parmakian** propose de considérer une conduite équivalente mais en acier selon lôépaisseur du béton et la quantité dôarmatures. Lôépaisseur des parois de la conduite en béton est convertie en une épaisseur dôacier équivalente en multipliant par le rapport entre le module dôélasticité du béton et celui de lôacier. Généralement, ce rapport varie entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{15}$. Cependant, puisque des fissures apparaissent dans le béton, ce rapport peut être diminué à $\frac{1}{20}$ environ.

Pour la détermination de lôépaisseur équivalente, **Gariel** a proposé lôexpression suivante :

$$e = e_s\left(1 + \frac{1}{n}\frac{e_c}{e_s}\right) \qquad (3.30)$$

e représente lôépaisseur équivalente pour un conduite supposée en acier, e_c est lôépaisseur du béton, e_s est lôépaisseur dôarmature circonférentielle supposée uniformément répartie et *n* est le rapport des modules dôélasticité.

Massouh a aussi étudié la célérité dõonde dans les conduites en béton, il a établit une solution théoriquement plus correcte que les précédentes en tenant compte de la répartition non uniforme des contraintes dans lõépaisseur de la conduite, ainsi il a proposé une solution simplifiée, analogue à celle de Gariel mais en prenant une épaisseur équivalente en béton :

$$e = e_c(1 + n\frac{e_s}{e_c}) \tag{3.31}$$

3.3.3. Détermination de la célérité dans les galeries rocheuses :

a. Cas dõune galerie sous pression sans revêtement, (figure 3.5) :

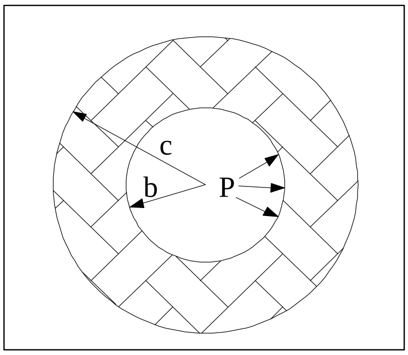


Figure 3.5 : Galerie rocheuse sans revêtement

- **Jaeger** suppose que le massif, dans lequel est perforée la galerie, est infiniment grand, lõexpression quõil a développée est la suivante :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2}{E}\frac{m+1}{m}}} \tag{3.32}$$

- **Halliwell** a considéré le cas dõune galerie creusée dans une roche comme un cas particulier de celui dõune conduite épaisse avec un rayon externe tendant vers lõinfini, les trois cas dõancrage étudiés précédemment aboutissent au même résultat :

$$\psi = 2(1 + \upsilon) \tag{3.33}$$

Ce qui donne une célérité de :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{2K}{E}(1 + \upsilon)}} \tag{3.34}$$

- Pour une galerie en charge, Parmakian a déterminé la déformation radiale comme suit :

$$\Delta R = \frac{R}{2G}\Delta P \tag{3.35}$$

G représente le module de rigidité du matériau de la roche.

Et pour ce qui est de la célérité dôonde :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{1}{G}}} \tag{3.36}$$

Parmakian a proposé un abaque permettant de déterminer directement la célérité dôonde connaissant le module de rigidité de la roche.

En comparant les relations donnant les célérités dôonde dans les galeries rocheuses sans revêtement, on observe lôabsence du coefficient de Poisson de la roche dans les expressions données par **Jaeger et Parmakian**, ce qui indique que les contraintes axiales ont été négligées par les auteurs.

b. *Cas des galeries sous pression revêtues d'un manchon en béton :*

Jaeger considère que la déformation radiale est la même pour le manchon que pour le rocher (*figure 3.6*).

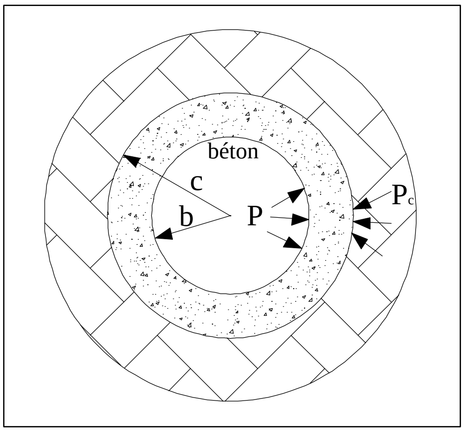


Figure 3.6 : Galerie en charge revêtue dôun manchon en béton

Dans sa théorie générale du coup de bélier, **C.Jaeger**, détermine la célérité dôonde dans les galeries rocheuses revêtues de béton qui est donnée par:

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2}{m_c E_c (c^2 - b^2)}\left[(m_c - 1)(b^2 - \lambda c^2) + (m_c + 1)(1 - \lambda) c^2\right]}} \tag{3.37}$$

Où :

$$\lambda = \frac{P_c}{P} = \frac{\frac{2b^2}{E_c (c^2 - b^2)}}{\frac{m_R + 1}{m_R E_R} + \frac{(m_c - 1)c^2 + (m_c + 1)b^2}{m_c E_c (c^2 - b^2)}} \tag{3.38}$$

Avec :

P : la pression régnant à l'intérieur de la galerie,

b et c les rayons, intérieur et extérieur du manchon,

E_c son module d'élasticité moyen,

E_R le module d'élasticité du rocher,

m_c et m_R les coefficients de contraction.

P_c la pression transmise du manchon au rocher.

Pour le même cas de revêtement, **Halliwell** a développé l'expression suivante :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1+\frac{K}{E_c}\psi}} \tag{3.39}$$

Où :

$$\psi = 2(1+\upsilon)\left[\frac{E_c\left[c^2+b^2(1-2\upsilon)\right]+E_R\left[(1-2\upsilon)(c^2-b^2)\right]}{E_c(c^2-b^2)+E_R\left[b^2+c^2(1-2\upsilon)\right]}\right] \tag{3.40}$$

Les deux auteurs ont travaillé sur des galeries revêtues de béton, comme pour les cas précédents, **Halliwell** tient compte de la contrainte axiale mais il a effectué son développement sous l'hypothèse que les modules de Poisson des matériaux considérés à savoir la roche et le béton sont les mêmes.

c. *Galeries revêtues d'un manchon et munie d'une cuirasse :*

Nous supposons que la galerie est revêtue d'une cuirasse en tôle d'acier. L'espace compris entre la tôle et le rocher est rempli de béton, **Jaeger** a distingué deux cas, selon que le béton est encore intact, ou fissuré (*Figure 3.7*).

- *Cas où le béton n'est pas fissuré :*

La cuirasse en tôle d'acier absorbe une pression P - P_b. La pression P_b est transmise de la cuirasse, de module E_s, au manchon de béton, de module E_c et la pression P_c, du manchon de béton, au rocher de module E_R. Il est supposé que l'épaisseur e de la tôle est négligeable par rapport au rayon b, qui est le rayon intérieur du manchon de béton.

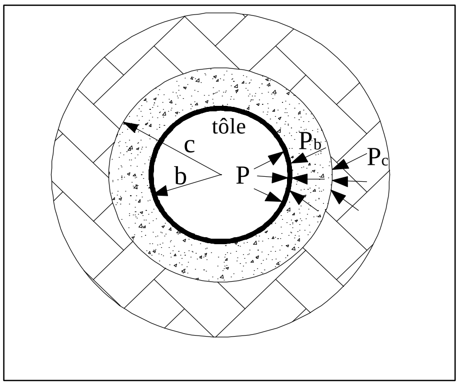


Figure 3.7 : Galerie sous pression munie d'une cuirasse

La célérité dôonde sôécrit alors:

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2b}{E_s . d}(1-\lambda_1)}} \qquad (3.41)$$

En posant :

$$\lambda_1 = \frac{P_b}{P} = \frac{\frac{b^2}{E_s d}}{\frac{b^2}{E_s d} + \frac{b}{m_c E_c (c^2 - b^2)}\left[(m_c - 1)(b^2 - \lambda_2 c^2) + (m_c + 1)(1-\lambda_2)c^2\right]} \qquad (3.42)$$

Tel que :

$$\lambda_2 = \frac{P_c}{P_b} = \frac{\frac{2b^2}{E_c (c^2 - b^2)}}{\frac{m_R + 1}{m_R E_R} + \frac{(m_c - 1)c^2 + (m_c + 1)b^2}{m_c E_c (c^2 - b^2)}} \qquad (3.43)$$

- *Cas où le béton est fissuré :*

Pour ce cas de béton, la célérité dôonde sôexprime par :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{2b}{E_s . e}(1-\lambda_3)}} \qquad (3.44)$$

Où :

$$\lambda_3 = \frac{\frac{b^2}{E_s e}}{\frac{b^2}{E_s d} + \frac{c^2 - b^2}{2cE_c} + \frac{(m_R + 1)b}{m_R E_R}} \qquad (3.45)$$

Pour une galerie revêtue de béton et dôune tôle dôacier, **Halliwell** a démontré lôexpression suivante :

$$\psi = \frac{2b}{e}(1-\upsilon^2)(1-\lambda) \qquad (3.46)$$

Le coefficient λ est donné par :

$$\lambda = \frac{(1-\upsilon)b}{(1-\upsilon)b + \frac{E_s}{E_c} e \frac{E_c c^2 + b^2(1-2\upsilon) + E_R(1-2\upsilon)(c^2 - b^2)}{E_c(c^2 - b^2) + E_R\left[b^2 + c^2(1-2\upsilon)\right]}} \qquad (3.47)$$

Parmakian a déterminé la célérité dôonde dans le cas où lôon a un cuirasse en acier se trouvant en contact avec du béton ou directement avec la roche :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{K} + \frac{bc_2}{E_s.e}}} \tag{3.48}$$

Avec :
$$c_2 = \frac{E_s.e}{Gb + E_s e} \tag{3.49}$$

Les travaux de **Jaeger et Halliwell** sont comparables, ils font intervenir les modules de Young des trois matériaux (roche, béton et acier). Cependant, on voit la présence du coefficient de Poisson dans lʼexpression donnée par Halliwell. Pour simplifier les calculs, **Halliwell** a considéré un même coefficient de Poisson pour les trois matériaux : $\boldsymbol{\nu}_s = \boldsymbol{\nu}_c = \boldsymbol{\nu}_R = \boldsymbol{\nu}$. Dans la formule donnée par **Parmakian**, on remarque lʼabsence des paramètres caractérisant le béton.

3.3.4. Cas où le matériau de la conduite est rigide :

Si la conduite est rigide, cela veut dire quʼelle ne subi aucune déformation, donc :

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \tag{3.50}$$

3.3.5. Détermination de la célérité dans les conduites non circulaires :

Chaudhry (1979) a présenté pour le coefficient $\boldsymbol{\psi}$ lʼexpression suivante. Cette expression a été établie à partir de celle donnant la célérité dʼonde dans les conduites de section rectangulaire à parois minces donnée par **Jenker** (1971).

$$\psi = \frac{\beta b^2}{15e^2 d} \tag{3.51}$$

Où :

$$\beta = 0.5(6-\alpha) + 0.5\left(\frac{d}{b}\right)^3\left[6 - 5\left(\frac{b}{d}\right)^2\right] \tag{3.52}$$

$$\alpha = \frac{1+(\frac{d}{b})^2}{1+\frac{d}{b}} \tag{3.53}$$

b, étant la largeur et *d* la profondeur de la conduite.

Thorley et Guymer (1976), en étudiant la célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites non circulaires à parois épaisses (l/e <20) ont inclut lʼeffet des contraintes de cisaillement, (*l* étant la largeur de la conduite, *e* : lʼépaisseur de la paroi)

En partant de ces travaux, lʼexpression suivante a été établie pour les conduites épaisses ayant une section transversale carrée :

$$\psi = \frac{1}{15}\left(\frac{l}{e}\right)^3 + \frac{l}{e}\left(1 + \frac{E}{G}\right) \tag{3.54}$$

G : le module de cisaillement du matériau de la conduite.

Chaudhry a aussi présenté une expression donnant la célérité d'onde dans les conduites de section hexagonale à parois minces, cette expression a été établie à partir des travaux de **Thorley et Twyman** (1977) :

$$\psi = 0.0385\left(\frac{l}{e}\right)^3 \tag{3.55}$$

l représente le côté de l'hexagone.

3.3.6. Détermination de la célérité dans les conduites enterrées :

Il est important de considérer que la plupart des conduites dans la pratique sont enterrées et donc subissent les pressions externes qui résultent de la colonne de sol qui les surmonte. Après que **Jaeger** et **Halliwell** aient étudié la célérité d'onde dans les galeries en charge, certains auteurs se sont intéressés aux tuyaux enterrés comme on en voit dans la majorité des cas.

Quand une conduite n'est pas enterrée, elle peut se déformer librement dans le sens radial vue l'absence de charges externes. Etant donné qu'en pratique les conduites sont souvent enterrées à des profondeurs variables, cette déformation devient fonction du type de remblai et de la nature du sol.

La célérité de propagation, qui dépend du comportement mécanique de la paroi, est ainsi affectée par la présence du remblai. Il en résulte donc une rigidité supplémentaire de la structure que représente la paroi, et par conséquent une augmentation de la célérité de propagation de l'onde, comparativement au cas des conduites libres. Dans cette optique **M.Meunier** (1980) a exprimé la difficulté de détermination de la célérité d'onde dans les conduites enterrées. Il a présenté des courbes expérimentales illustrant le pourcentage d'augmentation de la célérité dans les tuyaux enterrés. Cependant **Meunier** annonce cette courbe avec une grande réserve indiquant que plusieurs méthodes expérimentales permettent la quantification de la célérité d'onde de coup de bélier mais que ces techniques donnent des résultats différents. Une vingtaine d'année après, **B.Salah** et **F.Massouh** (2001) ont proposé une expression de la célérité d'onde dans les conduites enterrées et les galeries rocheuses qu'elles soient blindées ou pas.

Les auteurs, dans leur analyse, ont travaillé dans l'hypothèse d'un système conduite-sol linéairement élastique. Généralisant les travaux de **Jaeger** et **Halliwell** , **B.Salah et F.Massouh** ont étudié le cas où la conduite est composée de plusieurs parois annulaires : blindage, conduite et milieu externe (sol ou rocher) en faisant l'hypothèse de l'absence d'espaces annulaires aux interfaces des anneaux concentriques avec une parfaite égalité des déformations des anneaux, ainsi la raideur opposée au fluide peut être modélisée par une série de ressorts (un par anneau) y compris celui correspondant au sol dont l'épaisseur est supposée infinie. Ainsi dans l'hypothèse d'une élasticité linéaire et d'épaisseur de blindage e_m bien inférieure au rayon, les auteurs obtiennent la célérité d'onde suivante :

$$a=\sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1+K\frac{2b(1-\upsilon_m^2)G}{(1+\upsilon_m)bE_c+E_m.e_m.G}}} \tag{3.56}$$

Le facteur G est défini par :

$$G=\frac{E_C(1-\upsilon_S)(1-\upsilon_C)\left[c^2+b^2(1-2\upsilon_C)\right]+E_S(1-\upsilon_S)^2(1-2\upsilon_C)(c^2-b^2)}{E_C(c^2-b^2)(1-\upsilon_M)(1-\upsilon_S)+E_S(1-\upsilon_C)(1-\upsilon_M)\left[b^2+c^2(1-2\upsilon_C)\right]} \tag{3.57}$$

Les indices c, s et m font référence au béton, au sol et au blindage de la conduite.

Cette expression est valable autant pour une conduite posée en tranchée subissant la pression du remblai qui la surmonte que pour des galeries rocheuses simples ou blindées. Si on compare ce travail avec les travaux cités auparavant, on voit que contrairement à **Halliwell**, **B.Salah et F.Massouh** ont tenu compte du module de Poisson propre à chaque matériau formant la galerie rocheuse. Ce travail a mis en évidence, à travers des applications numériques la fait que le sol impose une raideur supplémentaire à la conduite, réduisant ainsi sa déformabilité et augmentant, par conséquent, la célérité de l'onde du coup de bélier.

Dans l'hypothèse de la précontrainte**, B.Salah et F.Massouh** (2010) ont étudié un deuxième modèle donnant la célérité d'onde dans les conduites enterrées. Pour montrer l'effet du remblai, ils considèrent que les conduites sont enterrées dans un remblai infini homogène et isotrope constitué d'un sol formé soit par du sable humide, soit par de l'argile saturée car ces cas sont souvent rencontrés en pratique. Le matériau formant les conduites utilisées est le PVC haute densité et le rapport diamètre/épaisseur varie à l'intérieur des limites $5<\frac{2a}{e}<12$ ce que montre la *figure 3.9* :

Contrairement au cas précédent où le sol avait une épaisseur infini, dans ce travail, les auteurs modélisent le sol par une contrainte (P_e) uniformément répartie sur le contour de la conduite et qui dépend de la profondeur à laquelle est enterrée la conduite ainsi que du type de remblai qui la surmonte.

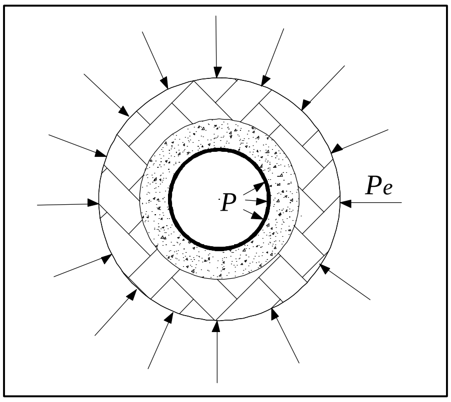


Figure 3.8 : Pression exercée par le sol sur la conduite enterrée

Dans ces hypothèses, les auteurs donnent la célérité d'onde dans une conduite mince soumise à une pression externe P_b :

$$a^2 = \frac{\frac{K}{\rho}}{1 + K(1-\upsilon_m^2)\frac{2b}{E_m.e_m}\left[1 + B(P - P_b)\right]} \quad (3.58)$$

Le terme *B* représente la déformabilité donnée par :

$$B = \frac{(1+\upsilon_m^2)b^2}{E_m.e_m}(1-2\upsilon_m) \quad (3.59)$$

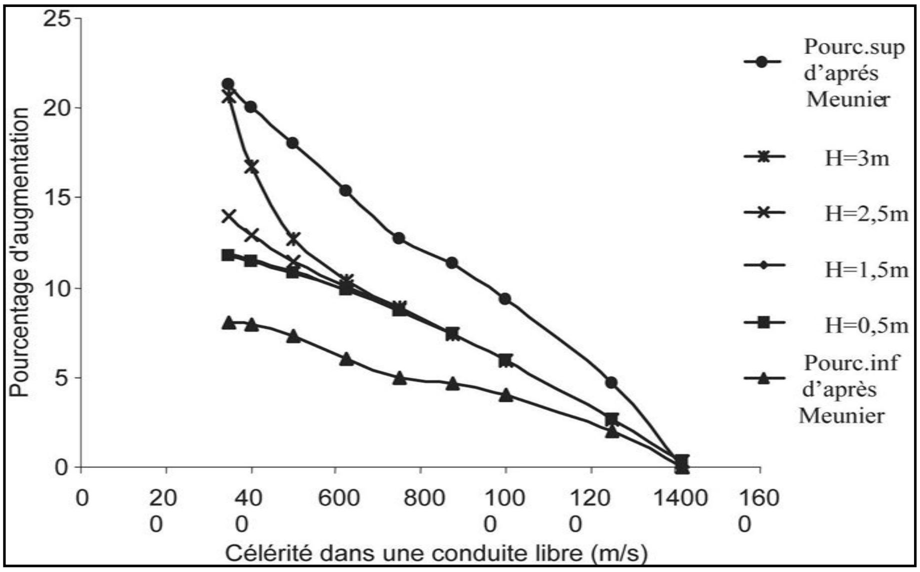


Figure 3.9 : Effet du remblai sur lôaugmentation de célérité dôonde dans une conduite enterrée dans de lôargile saturée

Par commentaire, pour des célérités supérieures à 600 m/s, les courbes théoriques que les auteurs ont obtenues se situent au milieu de la fourchette indiquées par Meunier. Par contre, en allant vers les faibles valeurs de célérité, on se trouve dans le cas de conduites à grande déformabilité et qui sont sensibles au poids du remblai. Dans ces conduites la variation de célérité est très importante. Les courbes montrent que lôeffet du sol produit une augmentation pouvant atteindre environ 48 % dans les conduites en P.V.C enterrées dans du sable humide, à une profondeur maximale de 3 m. Par ailleurs, cette augmentation est de lôordre de 20 % dans les conduites enterrées dans de lôargile saturée à la même profondeur.

3.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les travaux qui concernent la détermination de la célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites libres et enterrées et également dans les galeries rocheuses. Dans les travaux antérieurs cités dans ce chapitre, chaque auteur adopte ses propres hypothèses simplificatrices afin de modéliser et donc reproduire au mieux les conditions réelles quôon rencontre en pratique. Il a été montré analytiquement et expérimentalement, que la célérité dôonde augmente dans les tuyaux enterrés. Cette augmentation dépend non seulement du matériau qui compose la conduite mais aussi du type de sol qui lôentoure. Ces deux facteurs ont fait augmenter certainement la rigidité des conduites minces et notamment celles en PVC, avec une diminution de la déformabilité.

Chapitre -4-

EFFET DU SOL SUR LE COUP DE BELIER

4 .1. Introduction :

Lorsquûne conduite est enterrée, elle subit un certain nombre de contraintes qui viennent sôajouter à celles quôelle subirait nôétant pas enterrée. Côest pour cette raison que, dans ce chapitre et dans un premier temps, nous présenterons les circonstances dans lesquelles se trouvent les tuyaux enterrés afin de donner une idée sur la différence entre une conduite enterrée et une conduite libre. Ensuite nous essayerons dôanalyser lôeffet de lôenterrement des conduites sur le phénomène du coup de bélier via la célérité dôonde.

4.2. Généralités sur lôenterrement des conduites :

4.2.1. Les sollicitations extérieures sur une conduite de section circulaire enterrée :

Les sollicitations extérieures agissant sur une conduite de section circulaire enterrée peuvent se grouper en deux catégories, la première relative à celle ne variant pas avec la profondeur de pose de la canalisation et la seconde rassemblant celles qui sont liées à cette profondeur.

a. Les sollicitations ne variant pas avec la profondeur de pose :

Les efforts que subit un tuyau enterré et qui ne sont pas fonction de la hauteur de remblai qui le surmonte sont les suivants :

- Le poids propre de la canalisation (G) ;
- Le poids du fluide véhiculé (W) ;
- La pression interne du fluide transporté dans le cas des tuyaux en charge (P_i) ;
- Les efforts provoqués par la différence de température régnant sur les faces externe et interne de la paroi du tuyau ;
- Les efforts résultant dôune inégale répartition des sollicitations extérieures suivant lôaxe de la conduite ;
- Lôaction due à lôassemblage des tuyaux.

b. Les sollicitations qui dépendent de la profondeur de pose :

Les efforts sôexerçant sur une conduite enterrée et dépendant de la profondeur à laquelle cet enterrement est effectué sont :

- Les sollicitations verticales dues aux terres surmontant le tuyau (P_r) ;
- La résultante verticale due aux surcharges de surface, roulante et / ou uniformément réparties (P_t) ;
- La sollicitation latérale des terres, poussée active ou butée passive, et des surcharges de surface (L);
- Lôaction du sol dôappui sur le tuyau (R) ;

- La sollicitation due à pression hydrostatique de la nappe phréatique dans laquelle le tuyau peut être enterré.

Lôintensité de ces sollicitations est très délicate à déterminer, elle dépend de nombreux facteurs dont les caractères intrinsèques sont très difficiles à déterminer suivant lôhétérogénéité des sols par exemple et qui sont, en plus, variables dans le temps comme la cohésion du sol. Parmi ces facteurs on a *(figure 4.1)* :

- La nature du sol dans lequel lôouvrage est enterré ;
- Le mode dôexécution de la fouille et sa forme ;
- La nature et lôimportance de la fondation ;
- Les dimensions, la nature du tuyau et son aptitude à se déformer ;
- Le mode et la nature de lôenrobage du tuyau ;
- Le mode de compactage et la nature des remblais de la fouille ;
- Les caractéristiques des charges de surface, leurs effets statique et dynamique sur le tuyau.

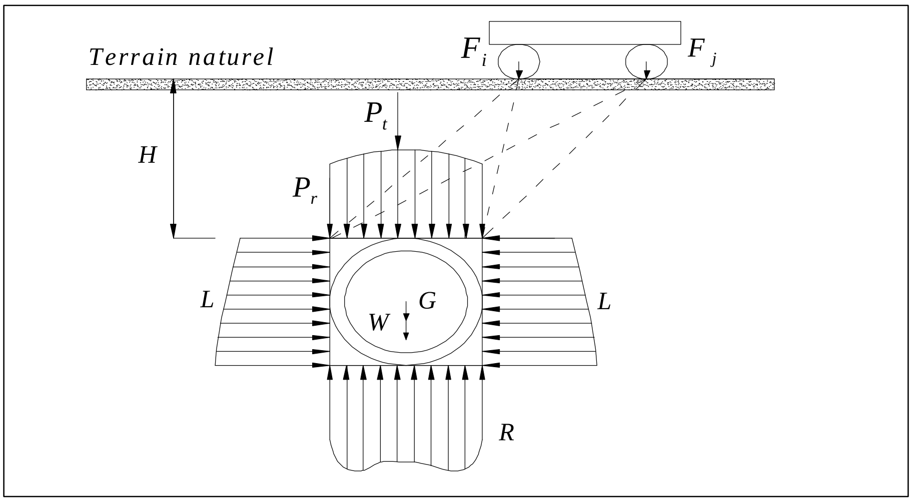


Figure 4.1 : Les principales sollicitations extérieures agissant sur un tuyau enterré [Nonclercq.P « Hydraulique urbaine appliquée 3ème partie : Le calcul statique des collecteurs urbains »]

4.2.2. Les déformations et tassements relatifs à un tuyau enterré et du sol adjacent :

Sous le plan horizontal tangent à la génératrice supérieure du tuyau (A), on constate, suite à lôaction du poids du remblai sis au-dessus de la canalisation :

- Un enfoncement de la conduite dans le sol (**ŭc**$_1$) ;
- Une déformation verticale de la conduite (**ŭc**$_2$) ;
- Un tassement du terrain de fondation (**ŭs**$_1$) ;
- Un tassement des terres latérales (**ŭs**$_2$) ;

Donc pour le prisme intérieur, on observe un tassement total du plan A :

$$ŭc = ŭc_1 + ŭc_2 \qquad (4.1)$$

Et pour les prismes latéraux, un mouvement total au niveau du plan (A) :

ŭs = **ŭs**$_1$ + **ŭs**$_2$ (4.2)

Au dessus du plan (A), les terres du prisme intérieur subissent outre le tassement **ŭc**, celui dû au poids des terres supérieures, de même, celles des prismes latéraux subissent le tassement **ŭs**, ainsi que celui dû à leur poids.

Le tassement différentiel entre le prisme intérieur et les prismes latéraux sœxprime par :

ŭs - **ŭc** (4.3)

On peut alors définir le coefficient de tassement qui représente le rapport entre le tassement différentiel et le tassement du terrain adjacent au tuyau :

$$\frac{\delta s - \delta c}{\delta s_2} = \frac{(\delta s_1 + \delta s_2) - (\delta c_1 + \delta c_2)}{\delta s_2} \quad (4.4)$$

- Si la canalisation est rigide : **ŭc**$_2$ = 0 *;*
- Si la conduite ne subit aucun tassement (sol rocheux) : **ŭc**$_1$ = 0 *;*
- Si le sol de fondation est incompressible : **ŭs**$_1$ = 0 *;*

Si cœst trois possibilités sont réunies alors le coefficient de tassement est égal à 1.

On peut envisager deux types de tassements :

- Le premier correspond à un coefficient de tassement positif, lorsquàprès la réalisation du remblai, le prisme intérieur tasse moins que les prismes latéraux ;
- Le second correspond à un coefficient de tassement négatif, lorsquàprès la réalisation du remblai, le prisme intérieur tasse plus que les prismes latéraux. Cœst le cas des conduites peu rigides, *(figure 4.2).*

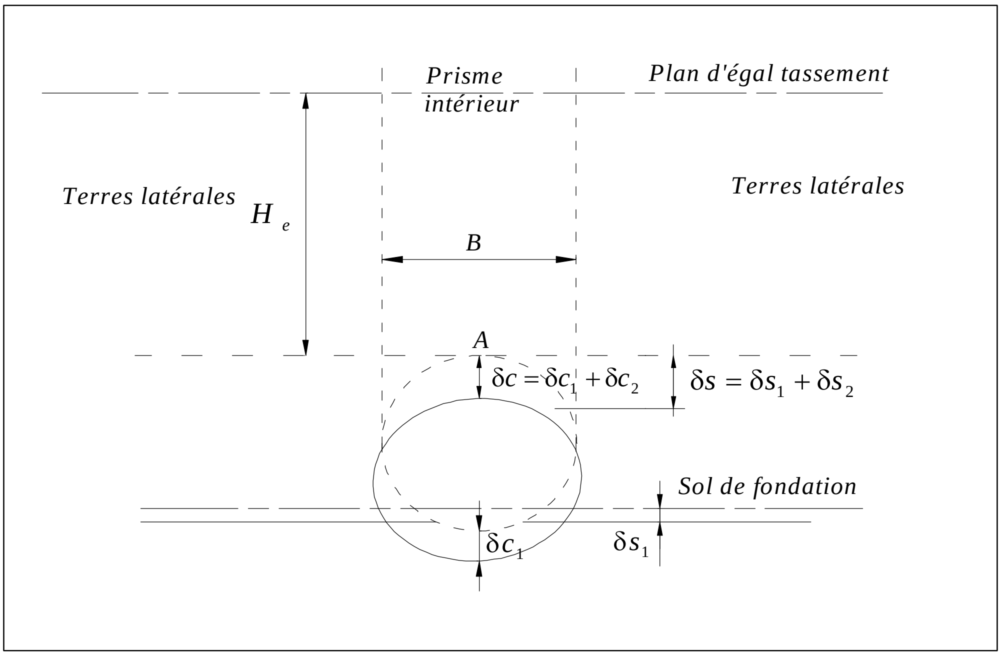


Figure 4.2 : Tassements relatifs dûn tuyau enterré et du sol adjacent [Nonclercq.P « Hydraulique urbaine appliquée 3ème partie : Le calcul statique des collecteurs urbains »]

4.2.3. Le plan d'égal tassement :

Les mouvements relatifs du prisme intérieur vis-à-vis des terres latérales développent des forces de cisaillement dans le sol qui provoquent une interaction des déplacements du prisme intérieur sur ceux des massifs latéraux et / ou vice versa.

Pour une certaine hauteur H_e au dessus de la génératrice supérieure de la conduite, on peut admettre que les mouvements totaux du prisme intérieur sont égaux aux mouvements totaux des massifs latéraux, cette hauteur H_e définit un plan horizontal appelé « plan d'égal tassement ». Ce dernier est réel si la profondeur H_e est inférieure à H, la profondeur à laquelle se trouve le tuyau sous le terrain naturel. Il est virtuel si H_e est supérieure à H.

4.2.4. Détermination de la sollicitation due à la charge des terres :

Plusieurs théories ont été consacrées à la détermination de la charge des terres qui surmontent un tuyau enterré, cependant elles se rejoignent toutes dans la formule qui permet l'évaluation de cette charge P_r, à savoir :

$$P_r = K.\gamma.H.B \tag{4.5}$$

Dans laquelle :

P_r : est la sollicitation des terres surmontant le tuyau ;

K : est un coefficient regroupant tous les effets des forces de frottement qui se développent le long de la surface de glissement considéré ;

γ : est le poids volumique du matériau de remblai ;

H : est la profondeur de la génératrice supérieure du tuyau sous le terrain naturel ;

B : est la largeur du prisme de terre intéressant le tuyau.

Comme nous l'avons déjà signalé, plusieurs auteurs ont traité le problème de la détermination des charges dues au prisme de terres qui surmonte la conduite. Ces théories conduisent à une formule unique [équation (4.5)] mais différent entre elles dans la détermination du coefficient K qui traduit les effets du tassement. Notons toutefois que la théorie de **Marston** (1930) reste la plus utilisée pour la détermination des charges des terres.

4.2.5. Les caractéristiques de la conduite et du remblai :

a. Caractéristiques de la conduite :

La déformabilité de la conduite posée en tranchée intervient d'une manière importante dans la détermination de la sollicitation due à la charge des terres au dessus, elle est cependant très difficile à évaluer, *(figure 4.3)*.

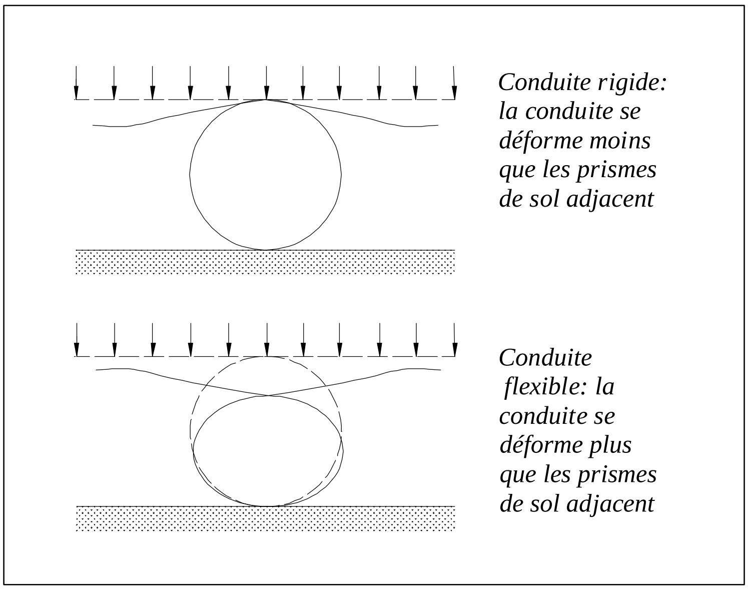


Figure 4.3 : Comportement rigide et flexible d'une conduite [Jacob.S « Le dimensionnement mécanique des tuyaux d'assainissement »]

L'observation expérimentale permet d'établir que pour un tuyau rigide, la résistance vis-à-vis des déformations est élevée, la charge du remblai est quasi totalement supportée par la canalisation et la poussée au niveau du diamètre horizontal est petite, alors qu'un tuyau flexible se déforme verticalement et une partie de la charge du remblai est absorbée par la butée se développant dans le remblai latéral du tuyau, *(figure 4.4).*

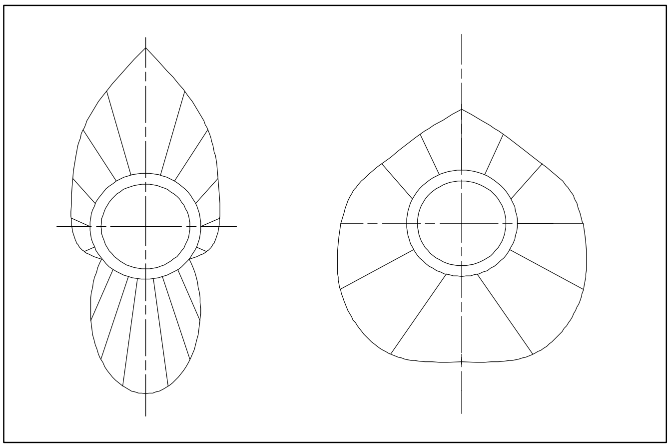


Figure 4.4: Schématisation de la répartition des pressions radiales autour d'un tuyau rigide (à gauche) et d'un tuyau flexible (à droite) [Nonclercq.P « Hydraulique urbaine appliquée 3ème partie : Le calcul statique des collecteurs urbains »]

b. Caractéristiques du remblai :

La nature et les caractéristiques physiques et mécaniques des sols utilisés pour les remblais peuvent être très diverses. D'autre part, bien que la distinction théorique entre un sol cohérent et un sol pulvérulent soit bien établie :

- Un sol est rarement homogène et les caractéristiques déterminées sur celui-ci ne sont, de ce fait, que des valeurs moyennes des valeurs réelles ;

- Les caractéristiques physiques et mécaniques des sols peuvent évoluer dans le temps : ainsi, la cohésion, lôangle de frottement interne et le poids volumique de ceux-ci voient leur valeur varier avec la teneur en eau du sol.

Il est aussi nécessaire de parler du cas particulier des matériaux crayeux quôon réutilise comme matériau de remblai de fouille, le phénomène de gonflement auquel ces sols sont sujets peut créer une charge supplémentaire qui est transmise à la conduite enterrée.

c. Lôeffet de pression latérale du remblai :

Le poids du remblai produit latéralement sur le tuyau un effort horizontal. Cet effort peut être actif ou une réaction du sol sur la conduite selon lôimportance de la déformation du tuyau sous lôaction des charges verticales quôil supporte. Ces deux efforts ont pour effet de contrecarrer les actions des charges verticales.

4.2.6. Conclusion :

Toutes ces informations témoignent de la difficulté et de la nécessité de déterminer avec une précision suffisante les charges exercées par le sol sur une conduite enterrée. Lorsque, dans une telle conduite, un coup se bélier de produit, sa déformabilité est fortement diminuée, et dépend du type de sol dans lequel elle est enterrée, ce qui engendre inévitablement une augmentation de la célérité des ondes de coup de bélier, laquelle est dôautant plus importante que le tuyau est flexible.

Il est nécessaire de souligner le fait que la détermination de cette célérité dépend de deux paramètres, à savoir la compressibilité du liquide et la déformabilité du tuyau. Déformabilité très influencée par les divers aspects qui entrent en jeu lors de lôenterrement des conduites.

Il faut donc bien connaître les efforts que subit un tuyau enterré afin de pouvoir convenablement estimer la célérité dôonde qui peut sôy développer et ce, bien entendu, dans lôobjectif dôune bonne conception des réseaux de conduites enterrés.

4.3. Effet du sol sur le coup de bélier:

Nous savons très bien que la grande majorité des conduites véhiculant lôeau ou même dôautres fluides sont enterrées à une certaine profondeur et aussi que les phénomènes transitoires sont fréquents et inévitables. Côest pourquoi il est important de connaître le résultat de la combinaison de ces deux conditions.

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé certains travaux consacrés à la célérité des ondes de coup de bélier dans les conduites enterrées. On rappelle que Halliwell et Jaeger ont étudié le cas des galeries rocheuses en charge, chacun dôeux ayant adopté ses propres hypothèses simplificatrices. Meunier a présenté expérimentalement une plage dôaugmentation de la célérité des ondes de coup de bélier dans une conduite enterrée. Cette dernière a par la suite était vérifiée théoriquement par B. Salah qui a généralisé le cas des galeries rocheuses à celui des conduites enterrées dans nôimporte quel type de sol. Il est donc aujourdôhui attesté que le régime transitoire sôétablissant dans une conduite enterrée sôaccompagne de la propagation dôondes dont la célérité est plus grande que celle ayant lieu dans une conduite non enterrée. Cette augmentation est fonction du matériau qui compose la conduite donc de sa déformabilité, du sol dans lequel elle est enterrée et aussi du mode de pose de la conduite (en tranchée ou sous remblai).

Nous savons à présent que lôenterrement des conduites mène à une augmentation de la célérité des ondes de coup de bélier, augmentation qui dépendra non seulement de la nature du sol, du type de pose de la conduite mais aussi du matériau qui la compose.

On a déjà montré que la valeur du coup de bélier habituellement utilisée sôécrit [équation (2.29)] :

$$\Delta h = \pm \frac{a}{g} \Delta U$$

Cette expression montre que la surpression et la dépression, qui sôalternent lors dôun coup de bélier, sont directement proportionnelles à la célérité dôonde. On peut donc conclure que la valeur du coup de bélier dans une conduite enterrée est supérieure à cette valeur dans les conduites libres. Les deux cas doivent donc être bien distingués dans la phase de conception.

A travers notre étude bibliographique nous avons montré que le sol intervient sur la rigidité de la conduite et par conséquent sur lôaugmentation de la célérité. Pour illustrer lôeffet du sol sur la valeur du coup de bélier nous tenons compte de cette augmentation de célérité par considération du cas réel côest-à-dire de la conduite enterrée caractérisée par une célérité a_e.

Essayons dôétudier lôévolution du phénomène par une représentation dans un plan (x, t) et dans un plan (h, Q).

4.3.1. Traduction des équations aux caractéristiques dans un plan (x, t) *et un plan* (h, Q) *:*

Reprenons les équations aux caractéristiques établies au chapitre 2 :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{aQ}{gS} + \dfrac{P*}{\rho g}\right) = -aj & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt} = a \\ \dfrac{d}{dt}\left(-\dfrac{aQ}{gS} + \dfrac{P*}{\rho g}\right) = -aj & \text{Avec} \quad \dfrac{dx}{dt} = -a \end{cases} \tag{4.6}$$

A travers ces équations, on voit que si on néglige les pertes de charge, on obtient deux systèmes dôéquations linéaires. On peut donc se placer dans deux plans de coordonnées :

- Soit le plan (x, t) : on se déplace alors sur les droites x ï x_0 = ± a (t - t_0) et le long de ces droites, on écrit que les quantités $h \pm \frac{a}{gS} Q$ se conservent.
- Soit le plan (h, Q) : on se déplace alors sur les droites $h - h_0 = \pm \frac{a}{gS}(Q - Q_0)$ et le lieu du déplacement est donné par x ï x_0 = ± a (t - t_0), (*figures 4.5 et figure 4.6*).

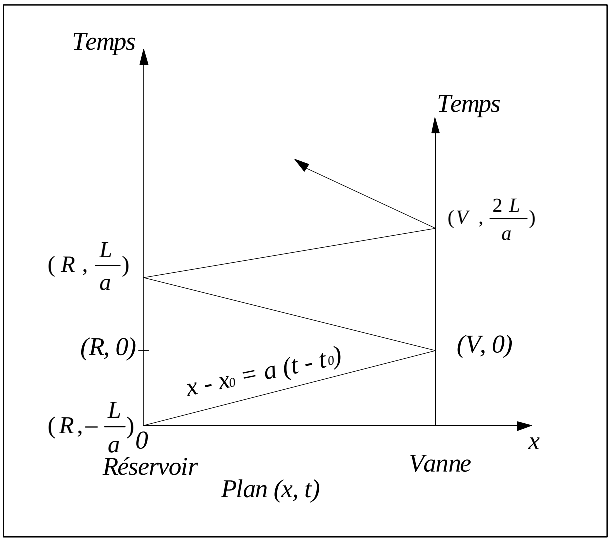


Figure 4.5 : Déplacement d'une onde dans un plan (x, t)

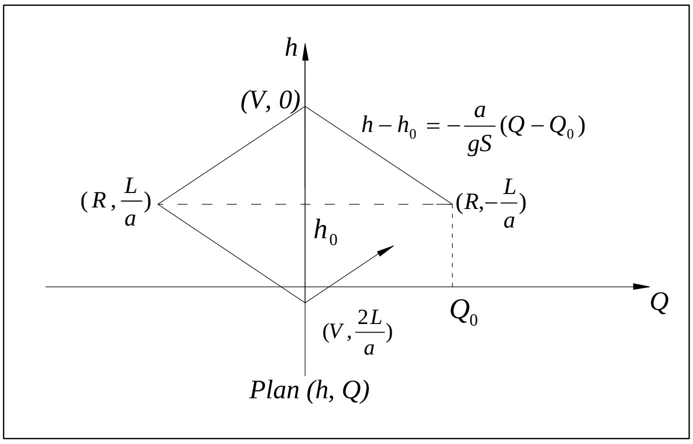


Figure 4.6 : Déplacement d'une onde dans un plan (h, Q)

4.3.2. Analyse du coup de bélier tenant compte de l'effet du sol :

a. Représentation dans un plan (x, t) :

Lorsque la vanne est fermée à l'instant $t = 0$, une onde de célérité a_e se propage vers le réservoir et y arrive à l'instant $t = \frac{L}{a_e}$ en suivant une équation horaire donnée par $t + \frac{x}{a_e} = 0 + \frac{L}{a_e}$. Cette onde mettra moins dans temps pour arriver au réservoir que l'onde se propageant dans une conduite non enterrée.

Du réservoir partira une onde suivant l'équation $t - \frac{x}{a_e} = \frac{L}{a_e}$ qui restituera les conditions de l'écoulement permanent dans toute la conduite à l'instant $t = \frac{2L}{a_e}$. Une onde de dépression se dirigera par la suite de la vanne vers le réservoir entre l'instant $t = \frac{2L}{a_e}$ et $t = \frac{3L}{a_e}$ avec une équation horaire $t + \frac{x}{a_e} = 3\frac{L}{a_e}$. À $t = \frac{3L}{a_e}$, lôonde sera réfléchie vers la vanne $(t - \frac{x}{a} = 3\frac{L}{a})$ et à lôinstant $t = \frac{4L}{a_e}$ se termine la première période de lôécoulement transitoire, *(figure 4.7).*

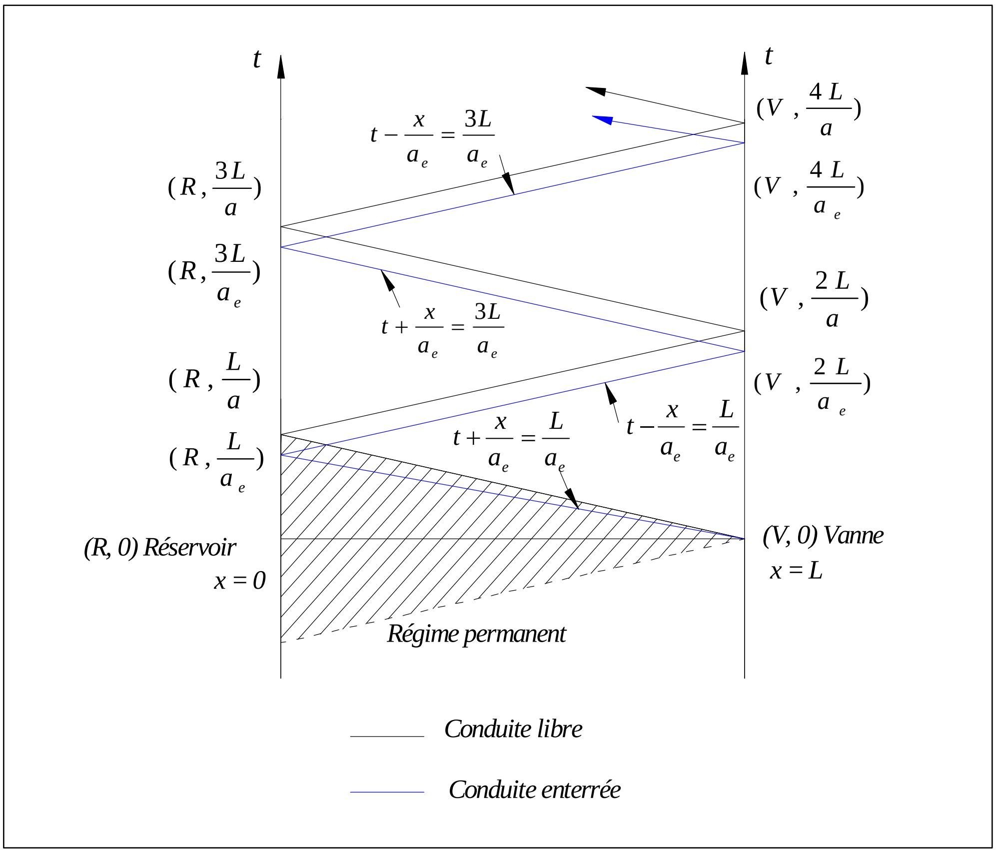


Figure 4.7 : Représentation des équations aux caractéristiques dans un plan (x, t) pour une conduite enterrée

On voit dans cette figure que les droites représentant le déplacement des ondes lors dôune période de coup de bélier dans le cas où la conduite nôest pas enterrée voient leurs pentes changer lorsque la célérité dôonde augmente (conduites enterrée). Il est évident que la période du mouvement transitoire dôune conduite enterrée est inférieure à celle dôune conduite libre.

$$\frac{4L}{a_e} < \frac{4L}{a}$$

b. Représentation dans un plan (h, Q) :

Reprenons le même raisonnement que celui exposé dans le chapitre 2 concernant lôévolution des paramètres *h* et *Q* dans le cas des conduites non enterrées. On voit aussi que les droites tracées voient leurs pentes changer puisque la valeur des surpressions et dépressions dépendent presque exclusivement de la vitesse de propagation de lôonde de pression, *(figure4.8).*

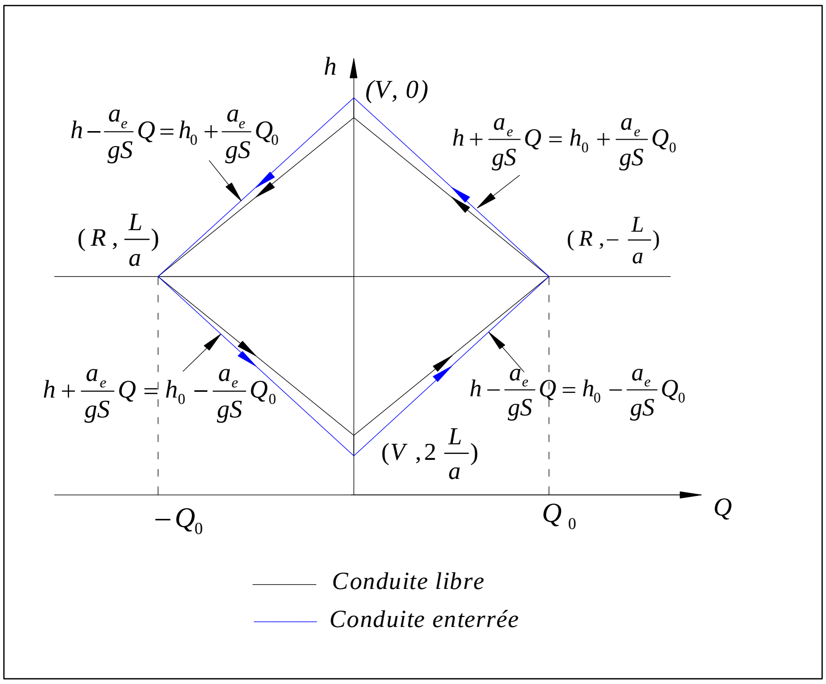


Figure 4.8: Représentation des équations aux caractéristiques dans un plan (h, Q) pour une conduite enterrée

Nôoublions pas toutefois que dans ce raisonnement pour la traduction des équations aux caractéristiques dans un plan (x, t) ou (h, Q), nous avons négligé les pertes de charge, qui, nous le rappelons, ont pour effet dôamortir le phénomène, ce qui veut dire que les surpressions ou les dépressions qui ont été supposées constantes durant toute la période du phénomène transitoire ne le sont pas en réalité mais elles diminuent au fur et à mesure des allers-retours de lôonde. Nous avons donc une valeur majorée du coup de bélier.

4.4. Conclusion :

Il est irréfutable que le phénomène du coup de bélier est plus conséquent lorsque les conduites sont enterrées. Et comme généralement, la pose des conduites peut se faire dans différents types de sol, à des profondeurs variables et dans des configurations diverses selon les conditions locales, il est important de tenir compte de tous ces facteurs qui aggravent les phénomènes transitoires. Ainsi lors de la conception dôun système dôécoulement en charge, il faut majorer la valeur du coup de bélier selon les charges que subit la conduite.

La loi de manî uvre adoptée devra aussi être améliorée afin dôoptimiser la réponse de la conduite. Il sôimpose donc dôétudier les lois de manî uvre pour voir leur variation selon la nature du sol en place, de plus les lois de manî uvre des vannes nôont pas été étudiées dans les réseaux enterrés. Ce sera lôobjet des chapitres qui suivent.

Chapitre -5-

ETUDE DU COUP DE BELIER OPTIMUM

5.1. Introduction :

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié le sens physique du phénomène du coup de bélier, c'est-à-dire : la célérité d'onde qui le caractérise ainsi que les variations du couple vitesse- pression qui l'accompagnent. En pratique il existe deux formes de coups de bélier ascendant et descendant selon le type et la vitesse de fermeture. Ces deux formes sont néfastes pour la tenue de la conduite.

Dans ce chapitre, notre but est d'optimiser ce phénomène c'est-à-dire assister à un coup de bélier qui augmente pendant la première phase et demeure constant pendant toute la durée de la manœuvre. Cette technique permet certainement une longévité de la conduite d'autant plus que celle-ci est enterrée.

5.2. Formes de coup de bélier :

La variation de pression se manifestant à la suite d'une manœuvre rapide d'un organe de robinetterie placé dans une conduite peut avoir des effets néfastes sur cette dernière. En pratique, la variation de pression peut se faire de deux manières :

- Une variation qui donne une diminution de la pression, c'est le cas du coup de bélier décroissant résultant d'une variation importante de débit pendant les premiers pas de manœuvre de fermeture de l'organe de régulation. (*Figure 5.1*)

- Une variation qui donne une augmentation de la pression, c'est le cas du coup de bélier croissant résultant d'une faible variation de débit durant les premiers pas de manœuvre de fermeture de l'organe de régulation. (*Figure 5.2*)

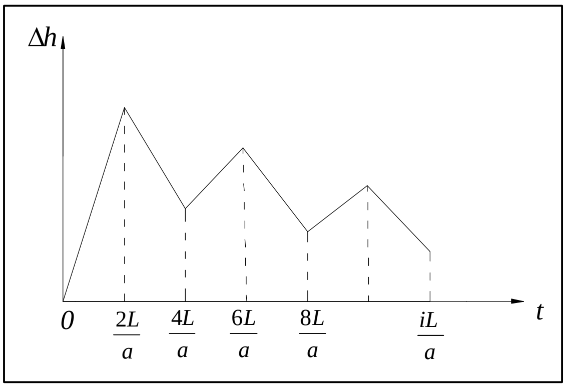


Figure 5.1 : Coup de bélier décroissant

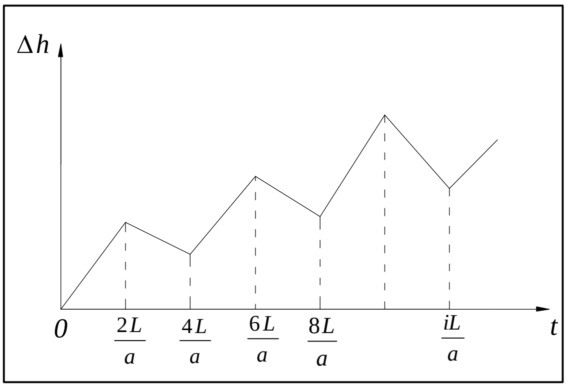


Figure 5.2 : Coup de bélier croissant

Ces deux formes de manœuvre ne sont pas avantageuse pour la conduite étant donné que la pression varie pendant la manœuvre et que le coup de bélier est important au début ou à la fin de la manœuvre. C'est pourquoi nous introduisons le coup de bélier dit « parfait ».

5.3. Définition d'un coup de bélier parfait :

Dans ce travail nous cherchons un coup de bélier durant lequel les variations de pression restent sensiblement les mêmes pendant la manœuvre de l'obturateur. A la fin de la manœuvre les variations ne sont plus importantes. Un tel coup de bélier permet, donc, de minimiser considérablement la fatigue des conduites qui, sont dimensionnées et conçues pour résister aux fortes pressions mais pas aux fluctuations des pressions, *(figure 5.3)*.

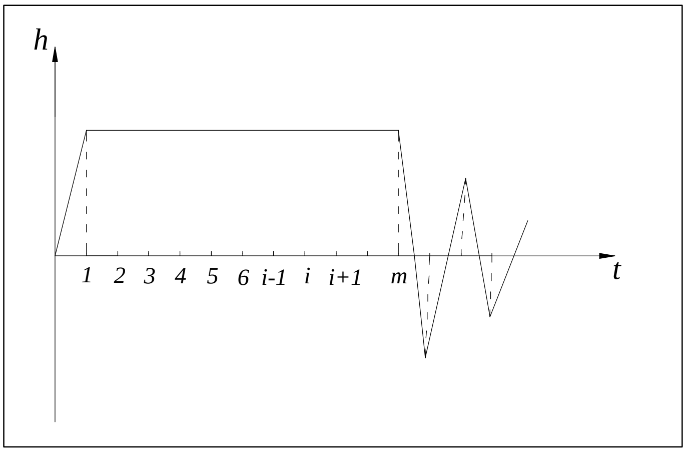


Figure 5.3 : Coup de bélier parfait pour une fermeture d'un robinet-vanne

5.4. Etude de la variation de la vitesse et du coup de bélier lors de la manœuvre :

Nous étudions la variation de la vitesse et du coup de bélier y correspondant au niveau d'un obturateur, de caractéristiques connues, placé à l'extrémité aval de la conduite au fur et à mesure que le débit change :

Le dispositif étudié comporte un réservoir de hauteur d'eau H_0 supposée constante, alimentant une conduite supposée horizontale de caractéristiques invariables (épaisseur, diamètre, longueur).

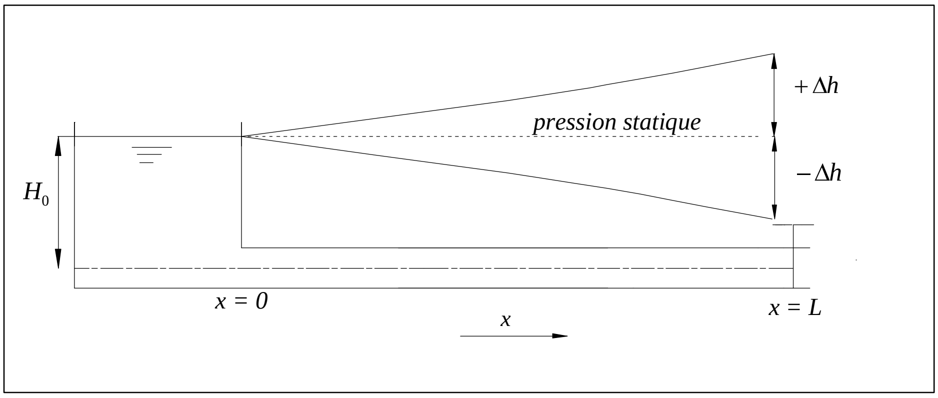


Figure 5.4 : Système étudié pour la détermination de la vitesse et du coup de bélier

Afin d'étudier les phénomènes physiques du coup de bélier dans l'installation, on considère le diagramme (*t, x), (figure 5.5),* ci-après qui décrit le mouvement des ondes de perturbation à la suite d'une manœuvre de la vanne, le long de la conduite *(figure 5.4)*

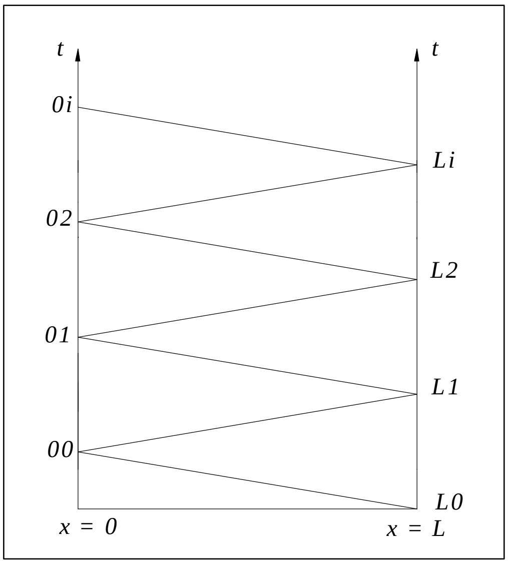


Figure 5.5 : Parcours des ondes de coup de bélier

Pour calculer les paramètres du régime transitoire, nous négligeons le terme $\frac{U^2}{2g}$ et nous partons de l'expression bien connue qui donne la valeur du coup de bélier (équations aux caractéristiques) :

$$dH \pm \frac{a}{g} dU + \Delta H = 0 \tag{5.1}$$

ΔH représente les pertes de charge, qui seront calculées en se basant sur la formule de Darcy en régime transitoire en considérant une variation parabolique de la vitesse suivant la longueur :

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{2D}\left(\frac{U_B^2}{2g} + \frac{U_A^2}{2g}\right) \tag{5.2}$$

U_A et U_B représentent des vitesses aux deux sections consécutives.

λ : coefficient de frottement linéaire

Posons : $k = \frac{\lambda L}{D}$ et $\theta = \frac{2L}{a}$

On a :

$$\Delta H = \frac{k}{2}\left(\frac{U_B^2}{2g} + \frac{U_A^2}{2g}\right) \tag{5.3}$$

Le second terme de l'expression (5.1) est affecté d'un signe (-) lorsque l'onde part de la vanne vers le réservoir et d'un signe (+) lorsqu'elle revient du réservoir vers la vanne. Partant de cette expression, nous déterminerons la vitesse à la sortie du réservoir pendant la durée du régime transitoire, la vitesse d'écoulement et la valeur du coup de bélier au niveau de l'obturateur.

Comme référence de la pression dynamique, nous prenons la ligne horizontale passant par le plan d'eau dans le réservoir. Nous allons faire l'intégration de notre équation différentielle sur toute la longueur de la conduite, c'est-à-dire soit de $x = 0$ à $x = L$ soit de

$x = L$ à $x = 0$, dans le but de définir une loi de manî uvre permettant dôassurer une pression dynamique constante durant la manî uvre.

5.4.1. Variations de la vitesse dôécoulement en fonction du débit :

Posons : $U_0 = U_{00} = U_{L0}$ comme étant la vitesse moyenne de lôécoulement permanent.

U_{00} : vitesse à lôentrée du réservoir à lôétape $i = 0$;
U_{L0} : vitesse au niveau de la vanne à lôétape $i = 0$.

La variation de la vitesse se fait en suivant le cheminement des ondes de perturbation entre lôobturateur et le réservoir.

a. *L0 ï 00 :*

A lôinstant $t = \frac{\theta}{2} = \frac{L}{a}$, c'est-à-dire lorsque lôonde de pression arrive à lôextrémité amont de la conduite, on a :

$$dH - \frac{a}{g}dU + \Delta H = 0$$

En intégrant cette équation, il vient :

$$H_{L0} - H_{00} - \frac{a}{g}\left(U_{L0} - U_{00}\right) + \Delta H_{00-L0} = 0$$

On détermine U_{00} :

$$U_{00} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(H_{L0} - H_{00}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{00-L0} \qquad (5.4)$$

b. *00 ï L1 :*

A lôinstant $t = \theta$, quand lôonde revient à lôextrémité aval de la conduite, on a :

$$dH + \frac{a}{g}dU + \Delta H = 0$$

$$U_{L1} = U_{00} - \frac{g}{a}\left(H_{L1} - H_{00}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{L1-00}$$

Tenant compte de lôexpression (5.4) :

$$U_{L1} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00}\right) \qquad (5.5)$$

c. *L1 ï 01 :*

Lôonde partant de la vanne vers le réservoir, on a :

$$dH - \frac{a}{g}dU + \Delta H = 0$$

On intègre cette expression et on détermine la vitesse au niveau du réservoir à $t = 3L/a$:

$$U_{01} = U_{L1} + \frac{g}{a}\left(H_{01} - H_{L1} - \Delta H_{L1-01}\right)$$

En remplaçant U_{L1} par sa valeur :

$$U_{01} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00}\right) + \frac{g}{a}\left(H_{01} - H_{L1}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{L1-01}$$

$$U_{01} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} + H_{L1} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01}\right)$$

$$U_{01} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01}\right) \qquad (5.6)$$

d. *01 ï L2 :*

$$dH + \frac{a}{g}dU + \Delta H = 0$$

$$H_{L2} - H_{01} + \frac{a}{g}\left(U_{L2} - U_{01}\right) + \Delta H_{L2-01} = 0$$

$$U_{L2} = U_{01} - \frac{g}{a}\left(H_{L2} - H_{01} + \Delta H_{L2-01}\right) = U_{01} - \frac{g}{a}\left(H_{L2} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{L2-01}$$

En remplaçant le résultat de lœéquation (5.6), nous avons :

$$U_{L2} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01}\right) - \frac{g}{a}\left(H_{L2} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{L2-01}$$

$$U_{L2} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} - H_{01} + H_{L2} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01}\right)$$

$$U_{L2} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} - H_{01} + H_{L2} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01}\right) \qquad (5.7)$$

e. *L2-02 :*

En intégrant lœexpression décrivant le régime transitoire, on trouve :

$$H_{02} - H_{L2} = \frac{a}{g}\left(U_{02} - U_{L2}\right) + \Delta H_{02-L2}$$

$$U_{02} = U_{L2} + \frac{g}{a}\left(H_{02} - H_{L2}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{02-L2}$$

Tenant compte de lœexpression (5.7) :

$$\boxed{U_{02} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} - H_{01} + H_{L2} - H_{01}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01}\right) + \frac{g}{a}\left(H_{02} - H_{L2}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{02-L2}}$$

$$\boxed{U_{02} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} - 2H_{00} + 2H_{L2} - 2H_{01} - H_{02}\right) - \frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2}\right)} \qquad (5.8)$$

f. *02 ï L3 :*

$$dH + \frac{a}{g} dU + \Delta H = 0$$

Lôintégration de cette expression mène à :

$$U_{02} - U_{L3} = \frac{g}{a}\left(H_{L3} - H_{02}\right) + \Delta H_{02-L3}$$

Cette expression avec celle donnée par lôéquation (5.8) permettent dôavoir :

$$\boxed{\begin{aligned}&U_{L3} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} + 2H_{L2} - 2H_{00} - 2H_{01} - 2H_{02} + H_{L3}\right) - \\ &\frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2} + \Delta H_{02-L3} + \Delta H_{03-L3}\right)\end{aligned}} \quad (5.9)$$

g. *L3 ï 03 :*

$$dH - \frac{a}{g} dU + \Delta H = 0$$

$$H_{03} - H_{L3} = \frac{a}{g}\left(U_{03} - U_{L3}\right) + \Delta H_{03-L3}$$

$$U_{03} = U_{L3} - \frac{g}{a}\left(H_{L3} - H_{03}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{03-L3}$$

Compte tenu de (5.9) :

$$\boxed{\begin{aligned}&U_{03} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} + 2H_{L2} + 2H_{L3} - 2H_{00} - 2H_{01} - 2H_{02} - H_{03}\right) - \\ &\frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2} + \Delta H_{02-L3} + \Delta H_{03-L3}\right)\end{aligned}} \quad (5.10)$$

h. *03 ï L4 :*

$$dH - \frac{a}{g} dU + \Delta H = 0$$

$$H_{03} - H_{L4} = -\frac{a}{g}\left(U_{03} - U_{L4}\right) - \Delta H_{03-L3}$$

$$U_{L4} = U_{03} + \frac{g}{a}\left(H_{03} - H_{L4}\right) - \frac{g}{a}\Delta H_{03-L4}$$

On remplace U_{03} par sa valeur exprimée dans lôéquation (5.10) :

$$\boxed{\begin{aligned}&U_{L4} = U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} + 2H_{L2} + 2H_{L3} - H_{03} + H_{L4} - 2H_{00} - 2H_{01} - 2H_{02} - H_{03}\right) - \\ &\frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2} + \Delta H_{02-L3} + \Delta H_{03-L3} + \Delta H_{03-L4}\right)\end{aligned}}$$

C’est-à-dire :

$$\boxed{\begin{aligned}U_{L4} &= U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + H_{L0} + 2H_{L2} + 2H_{L3} - H_{03} + H_{L4} - 2H_{00} - 2H_{02} - 2H_{03}\right) - \\ &\frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2} + \Delta H_{02-L3} + \Delta H_{03-L3} + \Delta H_{03-L4}\right)\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}U_{L4} &= U_{L0} - \frac{g}{a}\left(2H_{L1} + 2H_{L2} + 2H_{L3} + H_{L0} + H_{L4}\right) - \frac{g}{a}\left(-2H_{00} - 2H_{01} - 2H_{02} - 2H_{03}\right) - \\ &\frac{g}{a}\left(\Delta H_{L0-00} + \Delta H_{L1-00} + \Delta H_{L1-01} + \Delta H_{L2-01} + \Delta H_{02-L2} + \Delta H_{02-L3} + \Delta H_{03-L3} + \Delta H_{03-L4}\right)\end{aligned}}$$

Cette équation peut aussi s’écrire :

Ou :

$$U_{L4} = U_{L0} + \frac{2g}{a}\left(H_{00} + H_{01} + H_{02} + H_{03}\right) - \frac{2g}{a}\left(H_{L1} + H_{L2} + H_{L3}\right) - \frac{g}{a}\left(H_{L0} + H_{L4}\right) - \frac{g}{a}\sum \Delta H \tag{5.11}$$

Expression de $\sum \Delta H$:

En se basant dur l’expression (5.3), on peut écrire :

$$\sum \Delta H = \frac{k}{2}\left[\begin{array}{l}\frac{U_{L0}^2}{2g} + \frac{U_{00}^2}{2g} + \frac{U_{L1}^2}{2g} + \frac{U_{00}^2}{2g} + \frac{U_{L1}^2}{2g} + \frac{U_{01}^2}{2g} + \frac{U_{L2}^2}{2g} + \frac{U_{01}^2}{2g} + \frac{U_{02}^2}{2g} + \frac{U_{L2}^2}{2g} + \frac{U_{02}^2}{2g} + \\ \frac{U_{L3}^2}{2g} + \frac{U_{03}^2}{2g} + \frac{U_{L3}^2}{2g} + \frac{U_{03}^2}{2g} + \frac{U_{L4}^2}{2g}\end{array}\right]$$

$$\sum \Delta H = \frac{k}{2}\left[\frac{U_{L0}^2}{2g} + 2\frac{U_{00}^2}{2g} + 2\frac{U_{L1}^2}{2g} + 2\frac{U_{01}^2}{2g} + 2\frac{U_{L2}^2}{2g} + 2\frac{U_{02}^2}{2g} + 2\frac{U_{L3}^2}{2g} + 2\frac{U_{03}^2}{2g} + \frac{U_{L4}^2}{2g}\right]$$

$$\sum \Delta H = \frac{k}{2}\left[\frac{U_{L0}^2}{2g} + 2\frac{U_{L1}^2}{2g} + 2\frac{U_{L2}^2}{2g} + 2\frac{U_{L3}^2}{2g} + \frac{U_{L4}^2}{2g}\right] + \frac{k}{2}\left[2\frac{U_{00}^2}{2g} + 2\frac{U_{01}^2}{2g} + 2\frac{U_{02}^2}{2g} + 2\frac{U_{03}^2}{2g}\right]$$

$$\sum \Delta H = \frac{k}{2}\left[2\frac{U_{L1}^2}{2g} + 2\frac{U_{L2}^2}{2g} + 2\frac{U_{L3}^2}{2g}\right] + \frac{k}{2}\left[\frac{U_{L0}^2}{2g} + \frac{U_{L4}^2}{2g}\right] + \frac{k}{2}\left[2\frac{U_{00}^2}{2g} + 2\frac{U_{01}^2}{2g} + 2\frac{U_{02}^2}{2g} + 2\frac{U_{03}^2}{2g}\right]$$

$$\sum \Delta H = k\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g} + k\sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g} + \frac{k}{2}\left(\frac{U_{L0}^2}{2g} + \frac{U_{Li}^2}{2g}\right) \tag{5.12}$$

Posant $H = h + \dfrac{U^2}{2g}$, nous obtenons d’une façon générale tenant compte de (5.11) et (5.12) :

$$\boxed{\begin{aligned}U_{Li} &= U_{L0} - \frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} - \sum_{i=0}^{i-1} h_{0i} + \frac{h_{L0} + h_{Li}}{2}\right] - \frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g} - \sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}\right] - \frac{g}{a}k\left[\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g} + \sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}\right] - \\ &\frac{g}{a}\left(\frac{k}{2} + 1\right)\left(\frac{U_{L0}^2}{2g} + \frac{U_{Li}^2}{2g}\right)\end{aligned}}$$

Sachant que : $U_0 = U_{L0}$, on a :

$$U_{Li}+\frac{g}{a}(2+k)\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g}+\frac{g}{2a}(k+2)\frac{U_{Li}^2}{2g}=U_0-\frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}-\sum_{i=0}^{i-1}h_{0i}+\frac{h_{L0}+h_{Li}}{2}\right]+\frac{g}{a}(2-k)\sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}-\frac{g}{2a}(k+2)\frac{U_{L0}^2}{2g}$$

Après simplification de cette équation, on obtient :

$$U_{Li}+\frac{g}{a}(2+k)\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g}+\frac{g}{2a}(k+2)\frac{U_{Li}^2}{2g}=U_0-\frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}-\sum_{i=0}^{i-1}h_{0i}+\frac{h_{Li}}{2}\right]+\frac{g}{a}(2-k)\sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}-\frac{g}{2a}(k+2)\frac{U_{L0}^2}{2g}$$

On isole les termes comprenant les pertes de charge :

$$U_{Li}=U_0+\frac{2g}{a}\left(\sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}-\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g}\right)-\frac{2g}{a}\left(\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}-\sum_{i=0}^{i-1}h_{0i}+\frac{h_{Li}}{2}\right)-\frac{g}{a}\left(\frac{U_{Li}^2}{2g}-\frac{U_{L0}^2}{2g}\right)-\frac{kg}{a}\left[\sum_{i=0}^{i-1}\frac{U_{0i}^2}{2g}+\frac{U_{L0}^2}{4g}+\sum_{i=1}^{i-1}\frac{U_{Li}^2}{2g}+\frac{U_{Li}^2}{4g}\right]$$

$$U_{Li}=U_0+\frac{1}{a}\left(\sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2-\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2\right)-\frac{2g}{a}\left(\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}-\sum_{i=0}^{i-1}h_{0i}+\frac{h_{Li}}{2}\right)+\frac{1}{2a}\left(U_{L0}^2-U_{Li}^2\right)-\frac{k}{2a}\left[\sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2+\frac{U_{L0}^2}{2}+\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2+\frac{U_{Li}^2}{2}\right]$$

On suppose qu'au niveau du réservoir, le niveau d'eau reste constant : $h_{0i}=0$:

$$U_{Li}=U_0+\frac{1}{a}\left(\sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2-\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2\right)-\frac{2g}{a}\left(\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}+\frac{h_{Li}}{2}\right)+\frac{1}{2a}\left(U_{L0}^2-U_{Li}^2\right)-\frac{k}{2a}\left[\sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2+\frac{U_{L0}^2}{2}+\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2+\frac{U_{Li}^2}{2}\right]$$

La différence des carrés des vitesses U_{0i} et U_{Li} est très faible et peut être négligée devant la valeur de la célérité. L'expression devient alors :

$$U_{Li}=U_0-\frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}h_{Li}+\frac{h_{Li}}{2}\right]-\frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2+\frac{U_{Li}^2}{2}+\frac{U_{L0}^2}{2}+\sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2\right] \quad (5.13)$$

C'est l'expression donnant la variation de la vitesse d'écoulement au $i^{ème}$ pas de manœuvre au droit du robinet-vanne.

5.4.2. Etude du coup de bélier par variation du débit :

Partant de lœxpression suivante déterminée dans le paragraphe précédent :

$$\boxed{U_{Li} = U_0 + \frac{1}{a}\left(\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 - \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2\right) - \frac{2g}{a}\left(\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} - \sum_{i=0}^{i-1} h_{0i} + \frac{h_{Li}}{2}\right) + \frac{1}{2a}\left(U_{L0}^2 - U_{Li}^2\right) - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2}\right]}$$

Sachant que le niveau dœau reste constant : $h_{0i} = 0$, cette lœxpression ci-dessus permet dœcrire :

$$\frac{2g}{a}\left(\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2}\right) = U_0 - U_{Li} + \frac{1}{a}\left(\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 - \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2\right) + \frac{1}{2a}\left(U_{L0}^2 - U_{Li}^2\right) - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2}\right]$$

On isole h_{Li}, on trouve:

$$\frac{h_{Li}}{2} = \frac{a}{2g}\left(U_0 - U_{Li}\right) - \sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{1}{2g}\left(\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 - \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2\right) + \frac{1}{4g}\left(U_{L0}^2 - U_{Li}^2\right) - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2}\right]$$

Ou encore :

$$h_{Li} = \frac{a}{g}\left(U_0 - U_{Li}\right) - 2\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{1}{g}\left(\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 - \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2\right) + \frac{1}{2g}\left(U_{L0}^2 - U_{Li}^2\right) - \frac{k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2}\right]$$

Enfin, en uniformisant cette expression, on peut écrire :

$$h_{Li} = \frac{a}{g}\left(U_0 - U_{Li}\right) - 2\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} - \frac{1}{2g}\left[(2+k)\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{k+2}{2} U_{Li}^2\right] + \frac{2-k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2}\right] \qquad (5.14)$$

Cette expression donne le coup de bélier au $i^{ème}$ pas de manî uvre au droit de la vanne

5.5. Optimisation du Coup de bélier par ouverture de lôobturateur:

Reprenons lœxpression donnant la répartition des vitesses :

$$U_{Li} = U_0 - \frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2\right]$$

Il sœgit dûne dépression provoquée par une ouverture. Au début de la manî uvre, nous pouvons imposer juste à lâamont de lôobturateur :

$$U_{L0} = U_{00} = U_0 = 0$$

Lœxpression devient alors :

$$U_{Li} = -\frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \sum_{i=1}^{i-1} U_{0i}^2\right]$$

Pour un coup de bélier optimum, nous posons que : $h_{Li} = h_1 = cte$, et cela durant lôouverture complète de lôobturateur qui dure *T = m.d*.

Nous avons :

$$U_{Lm} = -\frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{m-1} h_{Li} + \frac{h_{Lm}}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Lm}^2}{2} + \sum_{i=1}^{m-1} U_{0i}^2\right]$$

Ceci nous donne :

$$U_{Lm} = -\frac{2g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Lm}^2}{2} + \sum_{i=1}^{m-1} U_{0i}^2\right]$$

On suppose une répartition linéaire de la vitesse :

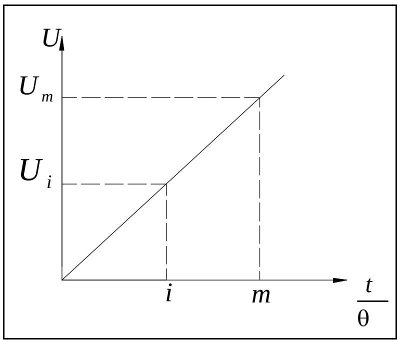


Figure 5.6 : Répartition linéaire de la vitesse durant la manî uvre dôouverture

Nous pouvons écrire :

$$\frac{U_i}{i} = \frac{U_m}{m}$$

Donc :

$$U_i = i\frac{U_m}{m}$$

Côest-à-dire :

$$U_i^2 = i^2 \frac{U_m^2}{m^2}$$

Ceci nous donne :

$$\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 = \frac{U_m^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1} i^2$$

On remplace :

$$U_{Lm} = -\frac{2g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\frac{U_{Lm}^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1} i^2 + \frac{U_{Lm}^2}{2} + \sum_{i=1}^{m-1} U_{0i}^2\right]$$

Faisons lôhypothèse que la vitesse U_{0i} à la sortie du réservoir est dans un rapport $\boldsymbol{\varepsilon}$ avec la vitesse U_{Li} au niveau de lôobturateur, où le coefficient $\boldsymbol{\varepsilon}$ est une fonction de m ($\boldsymbol{\varepsilon} = f(m)$).

$$U_{0i} = \boldsymbol{\varepsilon}\, U_{Li} = \boldsymbol{\varepsilon}\,(m) U_{Li}$$

$$\frac{U_{0i}}{i} = \mu(m)\frac{U_{Lm}}{m}$$

$$U_{0i} = \mu(m)\frac{U_{Lm}}{m}i$$

$$U_{0i}^{2} = \mu^{2}\frac{U_{Lm}^{2}}{m^{2}}i^{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m-1}U_{0i}^{2} = \mu^{2}\frac{U_{Lm}^{2}}{m^{2}}\sum_{i=1}^{m-1}i^{2}$$

En remplaçant, on trouve:

$$U_{Lm} = -\frac{2g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\frac{U_{Lm}{}^{2}}{m^{2}}\sum_{i=0}^{m-1}i^{2} + \frac{U_{Lm}^{2}}{2} + \mu^{2}\frac{U_{Lm}^{2}}{m^{2}}\sum_{i=1}^{m-1}i^{2}\right]$$

$$U_{Lm} = -\frac{2g}{a}\left[(m-\frac{1}{2})h_1\right] - \frac{k}{2a}U_{Lm}{}^{2}\left[\frac{1}{2} + \frac{1+\mu^{2}}{m^{2}}\sum_{i=1}^{m-1}i^{2}\right]$$

Au niveau de la vanne, à la m$^{\text{ème}}$ phase de la manî uvre, la relation liant la vitesse d'écoulement à travers la vanne à la charge totale tenant compte du coup de bélier est exprimée par :

$$U_{Lm} = \varphi\sqrt{2g(H_0 + h_1)}$$

Où ***ű*** désigne le coefficient de vitesse.

Quand le régime permanent s'établit pour une même ouverture a_k, nous pouvons écrire :

$$U^{0} = \varphi\sqrt{2gH_0}$$

U^0 est la vitesse en régime établi pour l'ouverture a_k.(une position de l'obturateur)

Si nous considérons que le coefficient de vitesse ***ű*** est constant pour une ouverture a_k, nous aurons :

$$U_{Lm} = U^{0}\sqrt{1+\frac{h_1}{H_0}}$$

$$U_{Lm}^{2} = \left(U^{0}\right)^{2}\left(1+\frac{h_1}{H_0}\right)$$

On a déjà : $\xi = \dfrac{h_1}{H_0}$

On remplace dans l'expression précédente :

$$U^{0}\sqrt{1+\xi} = -\frac{2g}{a}\left[(m-\frac{1}{2})h_1\right] - \frac{k}{2a}\left(U^{0}\right)^{2}\left(1+\xi\right)\left[\frac{1}{2} + \frac{1+\mu^{2}}{m^{2}}\sum_{i=1}^{m-1}i^{2}\right]$$

On multiplie par le terme : $\dfrac{a}{gH_0}$

$$\frac{aU^{0}}{gH_0}\sqrt{1+\xi} = -2\left[(m-\frac{1}{2})\xi\right] - \frac{k}{2gH_0}\left(U^{0}\right)^{2}\left(1+\xi\right)\left[\frac{1}{2} + \frac{1+\mu^{2}}{m^{2}}\sum_{i=1}^{m-1}i^{2}\right]$$

Tenant compte de :

$$\varphi = \frac{U_0}{\sqrt{2gH_0}}$$

Et en posant :

$$W = \frac{aU_0}{gH_0}$$

$$W\sqrt{1+\xi} = -2\left[(m-\frac{1}{2})\xi\right] - k\varphi^2(1+\xi)\left[\frac{1}{2}+\frac{1+\mu^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1} i^2\right]$$

Et aussi :

$$N = \frac{1}{2}+\frac{1+\mu^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1} i^2$$

On obtient :

$$W\sqrt{1+\xi} = -2(m-\frac{1}{2})\xi - k\varphi^2 N(1+\xi)$$

Avec : $R = k\varphi^2 N$

$$W\sqrt{1+\xi} = -2(m-\frac{1}{2})\xi - R(1+\xi)$$

ξ sera définie par une équation du second ordre qu'on doit résoudre afin de déterminer ce paramètre adimensionnel décrivant le coup de bélier optimum :

$$\left[4(m-0.5)^2 + R^2 + 4(m-0.5)R\right]\xi^2 + \left[2R^2 + 4R(m-0.5) - W^2\right]\xi + R^2 - W^2 = 0$$

En résolvant cette équation par rapport à ξ, on trouve :

$$\xi_1 = \frac{-\left[2R^2 + 4R(m-0.5) - W^2\right] - W\sqrt{4.(4m^2 - 4m + 2Rm - R + 1) + W^2}}{2\left[4(m-0.5)^2 + R^2 + 4(m-0.5)R\right]}$$

$$\xi_2 = \frac{-\left[2R^2 + 4R(m-0.5) - W^2\right] + W\sqrt{4.(4m^2 - 4m + 2Rm - R + 1) + W^2}}{2\left[4(m-0.5)^2 + R^2 + 4(m-0.5)R\right]}$$

Il n'y a que la première solution qui corresponde à notre problème (dépression), donc pour une manœuvre d'ouverture du robinet-vanne, on a :

$$\xi = \frac{-\left[2R^2 + 4R(m-0.5) - W^2\right] - W\sqrt{4.(4m^2 - 4m + 2Rm - R + 1) + W^2}}{2\left[4(m-0.5)^2 + R^2 + 4(m-0.5)R\right]} \qquad (5.15)$$

L'équation (5.15) exprime le paramètre adimensionnel (rapport entre le coup de bélier et la charge statique) dans le cas d'une ouverture d'un robinet-vanne en coup de bélier optimum.

Rappelons que W est une caractéristique de l'installation à étudier et que R est le produit de trois paramètres à savoir : le coefficient de perte de charge linéaire k, le coefficient de vitesse φ, le paramètre N qui est fonction du rapport ε, et du nombre de pas d'ouverture m.

Application numérique et résultat :

La fonction $\xi = f\ (m, R, W)$ caractérise la dépression qu'on observe lors d'une ouverture d'un robinet-vanne. Dans l'objectif de donner un aspect significatif à cette fonction, une brève étude basée sur une application numérique sera faite en vue de montrer lôinfluence des facteurs *W*, *R* et *m* sur la fonction з.

Pour une valeur définie du paramètre *R*, nous ferons varier les valeurs de m et de W.

- Pour *R* = 1,5 :

Les valeurs du paramètre adimensionnel caractérisant le coup de bélier sont répertoriées dans le *tableau 5.1*:

Tableau 5.1 : Dépression з en fonction du nombre m et R = 1,5 pour une installation W donnée

m	***W* = 0,50**	***W* = 1**	***W* = 2**	***W* = 3**	***W* = 4**	***W* = 5**	***W* = 6**
1,00	-0,708	-0,785	-0,879	-0,926	-0,952	-0,966	-0,976
2,00	-0,418	-0,492	-0,611	-0,699	-0,765	-0,813	-0,850
3,00	-0,295	-0,354	-0,457	-0,543	-0,613	-0,672	-0,720
4,00	-0,228	-0,277	-0,364	-0,440	-0,507	-0,565	-0,615
5,00	-0,186	-0,113	-0,302	-0,370	-0,430	-0,485	-0,533
6,00	-0,157	-0,192	-0,258	-0,318	-0,373	-0,424	-0,470
7,00	-0,136	-0,166	-0,225	-0,279	-0,329	-0,376	-0,419
8,00	-0,119	-0,147	-0,199	-0,249	-0,295	-0,338	-0,378
9,00	-0,107	-0,131	-0,179	-0,224	-0,266	-0,306	-0,344

La représentation graphique donne :

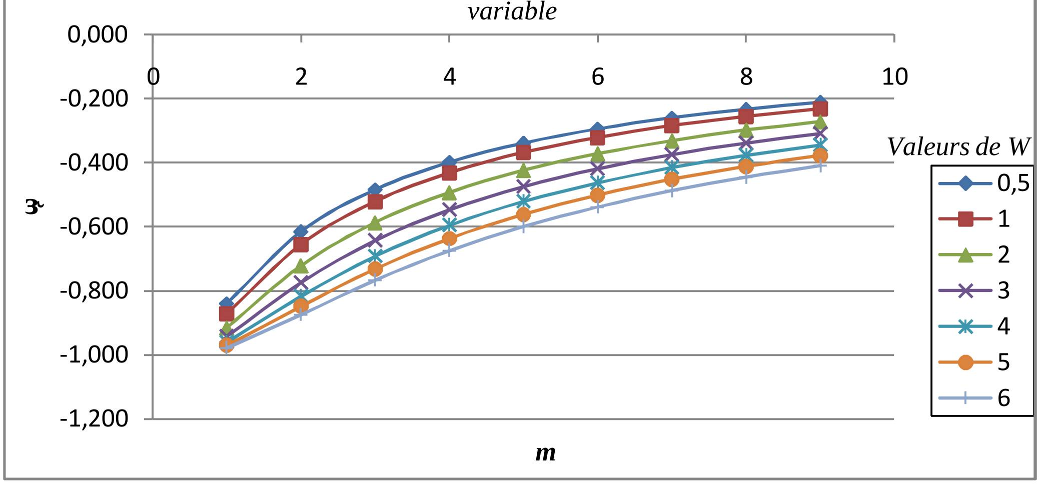


Figure 5.7 : Dépression з en fonction de m et R = 1,5 pour W variable

- Pour *R* = 2 :

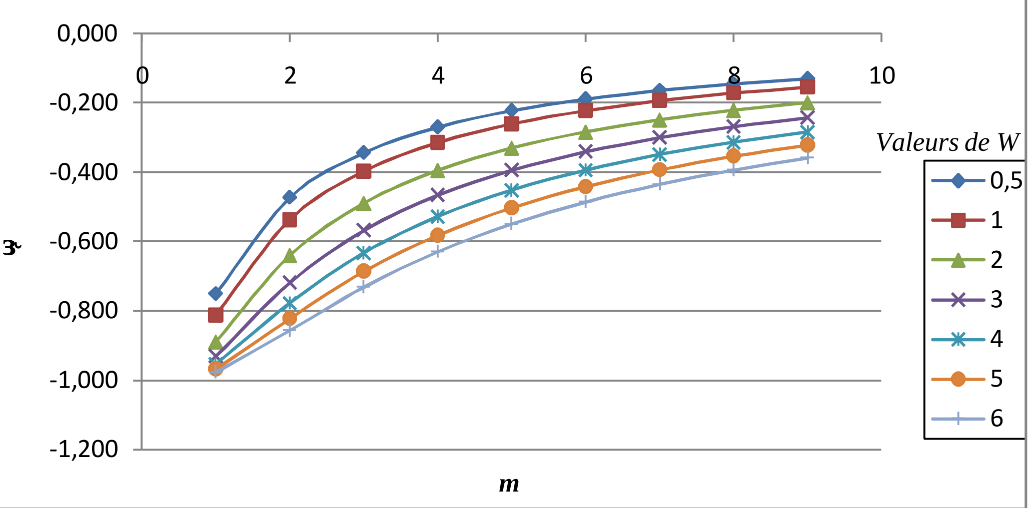
Les valeurs caractérisant la dépression sont représentées dans le tableau suivant :

Tableau 5.2 : Dépression $\Im$ en fonction du nombre m et R = 2 pour une installation W donnée

m	***W* = 0,5**	***W* = 1**	***W* = 2**	***W* = 3**	***W* = 4**	***W* = 5**	***W* = 6**
1	-0,750	-0,811	-0,889	-0,930	-0,954	-0,967	-0,976
2	-0,473	-0,536	-0,640	-0,718	-0,777	-0,822	-0,856
3	-0,344	-0,397	-0,490	-0,568	-0,632	-0,686	-0,731
4	-0,270	-0,314	-0,395	-0,466	-0,528	-0,582	-0,629
5	-0,222	-0,260	-0,331	-0,394	-0,451	-0,502	-0,548
6	-0,188	-0,222	-0,284	-0,341	-0,393	-0,441	-0,485
7	-0,164	-0,193	-0,249	-0,301	-0,349	-0,393	-0,434
8	-0,145	-0,171	-0,221	-0,269	-0,313	-0,354	-0,393
9	-0,130	-0,154	-0,199	-0,243	-0,283	-0,322	-0,358

La représentation graphique correspondante :

Figure 5.8: Variation de la dépression en fonction de m, pour R = 2



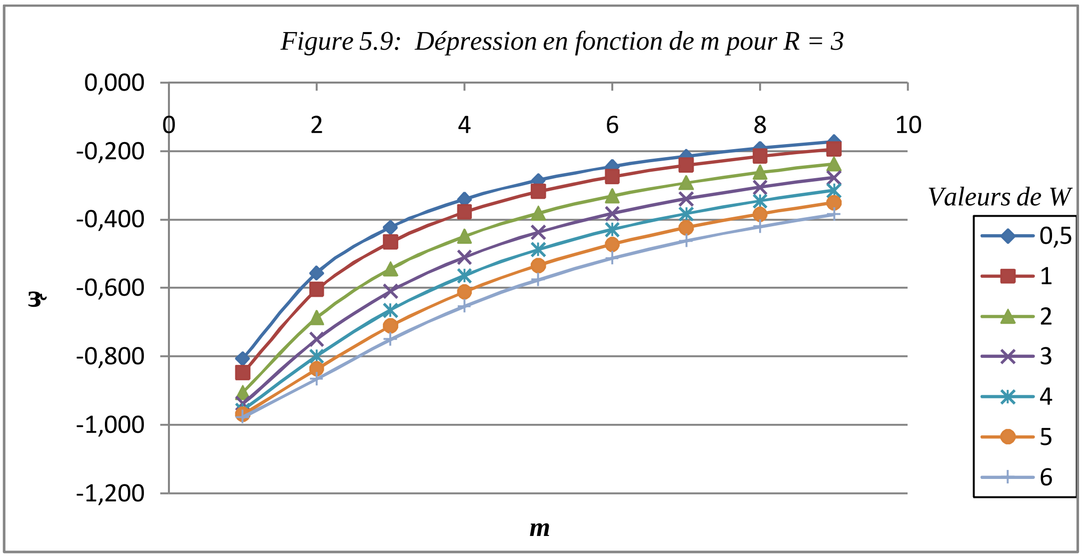
- Pour *R* = 3 :

Le coup de bélier obtenu pour les différents cas étudiés lorsque *R* = 3 est comme suit :

Tableau 5.3 : Dépression en fonction du nombre m pour R = 3

m	***W* = 0,5**	***W* = 1**	***W* = 2**	***W* = 3**	***W* = 4**	***W* = 5**	***W* = 6**
1	-0,805	-0,848	-0,905	-0,938	-0,957	-0,969	-0,977
2	-0,556	-0,605	-0,687	-0,750	-0,799	-0,837	-0,866
3	-0,422	-0,466	-0,544	-0,609	-0,665	-0,711	-0,750
4	-0,341	-0,379	-0,449	-0,510	-0,564	-0,612	-0,653
5	-0,285	-0,319	-0,381	-0,438	-0,488	-0,534	-0,576
6	-0,245	-0,275	-0,331	-0,383	-0,430	-0,473	-0,513
7	-0,215	-0,242	-0,293	-0,340	-0,384	-0,425	-0,462
8	-0,192	-0,216	-0,262	-0,306	-0,346	-0,385	-0,420
9	-0,173	-0,195	-0,237	-0,278	-0,315	-0,351	-0,385

La représentation graphique qui lui correspond :



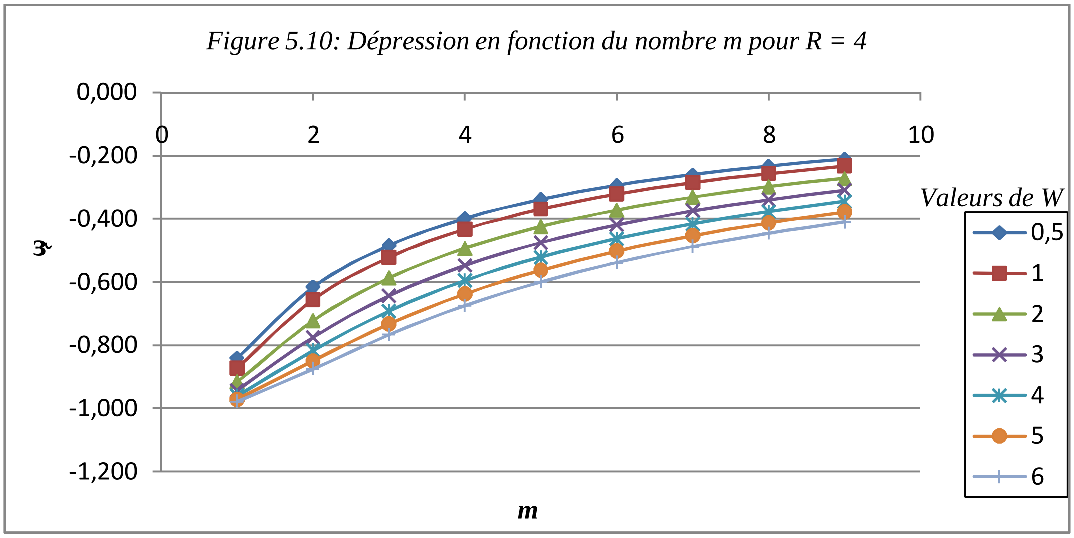
- Pour $R = 4$:

Les valeurs représentant la dépression sont répertoriées dans le tableau suivant :

Tableau 5.4 : Dépression en fonction du nombre m pour R = 4

m	***W* = 0,5**	***W* = 1**	***W* = 2**	***W* = 3**	***W* = 4**	***W* = 5**	***W* = 6**
1	-0,840	-0,872	-0,916	-0,943	-0,960	-0,971	-0,978
2	-0,616	-0,655	-0,722	-0,775	-0,816	-0,849	-0,875
3	-0,484	-0,521	-0,587	-0,643	-0,691	-0,732	-0,767
4	-0,399	-0,432	-0,493	-0,547	-0,595	-0,637	-0,675
5	-0,339	-0,369	-0,424	-0,475	-0,521	-0,562	-0,600
6	-0,295	-0,322	-0,372	-0,419	-0,462	-0,502	-0,538
7	-0,261	-0,285	-0,331	-0,375	-0,415	-0,453	-0,488
8	-0,234	-0,256	-0,299	-0,339	-0,377	-0,412	-0,446
9	-0,212	-0,232	-0,272	-0,309	-0,345	-0,378	-0,410

La représentation graphique donne :



Les graphiques que lôn vient dôélaborer montre clairement que la dépression survenant suite à lôouverture dôun robinet-vanne diminue considérablement lorsque le nombre de pas de temps dôouverture augmente et ceci est valable pour toutes les valeurs du facteur *R* qui traduit lôinfluence du coefficient de perte de charge, de celui de la vitesse ainsi que celle du rapport $\boldsymbol{\varepsilon}$ de la vitesse à la sortie du réservoir et au droit de la vanne.
Pour une valeur déterminée du facteur *R*, lorsque la valeur du paramètre *W* augmente, la dépression devient plus importante, sachant que $W = \frac{aU_0}{gH_0}$, on peut affirmer que ce dernier augmente lorsque la célérité des ondes de coup de bélier croît, ce qui est le cas dans les conduites enterrées. on voit que dans certains cas, pour une manî uvre brusque de la vanne, la dépression approche les 100% de la charge statique, ce qui est vraiment important et probablement préjudiciable pour lôinstallation, dôoù la nécessité de définir une loi de manî uvre parfaite donnant lieu à un coup de bélier minimum possible dans les conduite enterrée où la célérité dôonde devient très importante compte tenu de la rigidité supplémentaire que subit la conduite enterrée.

Conclusion :

Les analyses de lôinfluence dôune ouverture lente sur un éventuel coup de bélier montrent clairement que plus la manî uvre est lente moins le coup de bélier est important. Il reste cependant à décrire la manî uvre optimale pour assurer le coup de bélier parfait.

Analyse physique du coefficient $\boldsymbol{\varepsilon}$:

Le coefficient $\boldsymbol{\varepsilon}$ désigne le rapport entre la vitesse à la sortie du réservoir U_{0i} et celle au droit du robinet-vanne U_{Li} :

$$\mu = \frac{U_{0i}}{U_{Li}}$$

Ceci indique que toute variation de vitesse au niveau de la vanne entraine une variation à la sortie du réservoir.
Nous avons :

$$dH \pm \frac{a}{g} dU + \Delta H = 0$$

Dans notre analyse du coefficient $\boldsymbol{\varepsilon}$, nous négligerons les pertes de charge dans le but de simplifier les calculs :

$$dH \pm \frac{a}{g} dU = 0 \qquad (5.16)$$

En se référant au diagramme du parcours des ondes, nous pouvons analyser les vitesses tenant compte du fait quôau niveau du réservoir $h_{0i} = 0$:

- **00 ï L1 :**

$$U_{L1} = U_0 - \frac{g}{a} h_{L1}$$

- **L1 ï 01 :**

$$U_{01} = U_0 - 2\frac{g}{a}h_{L1}$$

- **01 ï L2 :**

$$U_{L2} = U_0 - 2\frac{g}{a}h_{L1} - \frac{g}{a}h_{L2}$$

- **L2 ï 02 :**

$$U_{02} = U_0 - 2\frac{g}{a}(h_{L1} + h_{L2})$$

- **02 ï L3 :**

$$U_{L3} = U_0 - 2\frac{g}{a}(h_{L1} + h_{L2}) - \frac{g}{a}h_{L3}$$

- **L3 ï 03 :**

$$U_{03} = U_0 - 2\frac{g}{a}(h_{L1} + h_{L2} + h_{L3})$$

- **03 ï L4 :**

$$U_{L4} = U_0 - 2\frac{g}{a}(h_{L1} + h_{L2} + h_{L3}) - \frac{g}{a}h_{L4}$$

- **L4 ï 04 :**

$$U_{04} = U_0 - 2\frac{g}{a}(h_{L1} + h_{L2} + h_{L3} + h_{L4})$$

En généralisant les résultats, on peut écrire :

$$U_{0i} = U_0 - 2\frac{g}{a}\sum_{i=1}^{i} h_{Li} \tag{5.17}$$

$$U_{0i} = U_0 - 2i\frac{g}{a}h_1$$

On étudie le cas dôun coup de bélier parfait, donc $h_{Li} = h_1$:

On multiplie et on divise par $H_0.U^0$:

$$U_{0i} = U_0 - 2i\frac{g}{a}h_1\frac{H_0U^0}{H_0U^0}$$

On remplace sachant que :

$$W = \frac{aU_0}{gH_0}$$

$$\xi = \frac{h_1}{H_0}$$

$$U_{0i} = U_0 - 2iU^0\frac{\xi}{W}$$

Pour une manî uvre dôouverture, on peut considérer : $U_0 = 0$

$$U_{0i} = -2iU^0\frac{\xi}{W}$$

Pour $i = m$:

$$U_{0m} = -2mU^0 \frac{\xi}{W} \tag{5.18}$$

Lõanalyse des vitesses à partir du diagramme illustrant le parcours des ondes permet dõécrire :

$$U_{Lm} = U_0 - 2\frac{g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right]$$

U_0 = 0 donc :

$$U_{Lm} = -2\frac{g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right]$$

On multiplie et on divise par $H_0.U^0$:

$$U_{Lm} = -2\frac{H_0U^0}{H_0U^0}\frac{g}{a}\left[(m-1)h_1 + \frac{h_1}{2}\right]$$

Cette expression représente :

$$U_{Lm} = -2U^0 \frac{\xi}{W}\left[m - \frac{1}{2}\right] \tag{5.19}$$

On divise les relations (5.18) et (5.19) :

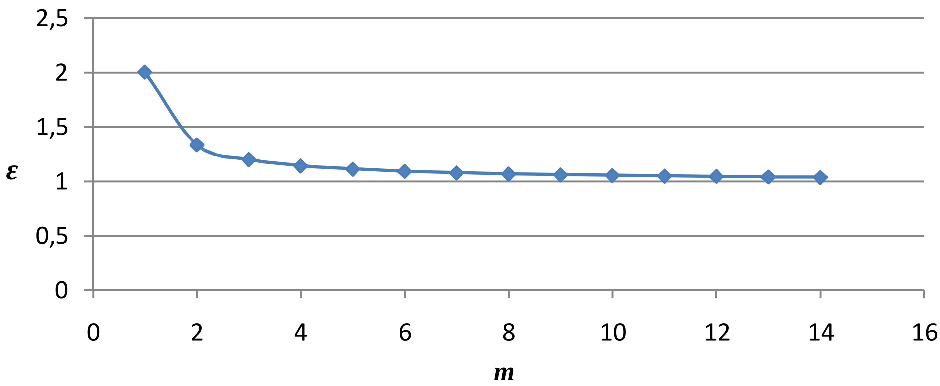
$$\mu(m) = \frac{m}{m - \frac{1}{2}} \tag{5.20}$$

On peut à présent analyser lõinfluence du nombre de pas de temps dõouverture sur le rapport des vitesses aux extrémités de le conduite.

Tableau 5.5 : Influence du nombre m sur le coefficient μ

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ε	2	1,333	1,200	1,143	1,111	1,091	1,077	1,067	1,059	1,053	1,048	1,043	1,040	1,037

*Figure 5.11: Influence du nombre m sur le coefficient **ε***



En analysant le graphique représentant la variation du rapport entre les vitesses aux extrémités de la conduite, on peut conclure que ce dernier diminue lorsque le nombre de pas de temps dõouverture augmente. Pour une ouverture rapide, ce coefficient est égal à 2, ceci indique que la vitesse à la sortie du réservoir est le double de celle au droit de la vanne, ce qui annonce un régime transitoire. Par contre on voit que plus le nombre de phases dôouverture augmente plus le rapport μ se rapproche de 1, ceci indique que la différence entre la vitesse à la sortie du réservoir et celle au droit de la vanne est très faible, le régime transitoire nôest donc pas très prononcé.

5.6. Coup de bélier parfait pour une fermeture du robinet-vanne:

On cherche à avoir un coup de bélier optimum c'est-à-dire un coup de bélier qui augmente pendant la première phase de fermeture (pour i = 1) et demeure constant jusquôà ce que la manî uvre soit terminée.

On sait que la valeur du coup de bélier est donnée par :

$$h_{Li} = \frac{a}{g}\left(U_0 - U_{Li}\right) - 2\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} - \frac{1}{2g}\left[(2+k)\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{k+2}{2}U_{Li}^2\right] + \frac{2-k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2}\right]$$

Pour $i = m$, $U_{Li} = U_{Lm} = 0$.

Lôexpression précédente devient alors :

$$h_{Lm} = \frac{a}{g}\left(U_0 - 0\right) - 2\sum_{i=1}^{m-1} h_{Li} - \frac{1}{2g}\left[(2+k)\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + 0\right] + \frac{2-k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{m-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2}\right]$$

Ceci nous donne :

$$h_{Lm} + 2(m-1)h_{Lm} = \frac{a}{g}U_0 - \frac{2+k}{2g}\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + \frac{2-k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{m-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2}\right]$$

$$(2m-1)h_{Lm} = \frac{a}{g}U_0 - \frac{2+k}{2g}\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + \frac{2-k}{2g}\left[\sum_{i=0}^{m-1} U_{0i}^2 + \frac{U_{L0}^2}{2}\right]$$

On sait aussi que :

$$U_{L0} = U_0$$

$$(2m-1)h_{Lm} = \frac{a}{g}U_0 - \frac{2+k}{2g}\sum_{i=1}^{m-1} U_{Li}^2 + \frac{2-k}{4g}U_0^2 + \frac{2-k}{2g}\sum_{i=0}^{m-1} U_{0i}^2$$

Dans ce cas également, on suppose que la répartition de la vitesse dans la conduite est linéaire soit presque linéaire pendant la manî uvre de la vanne.

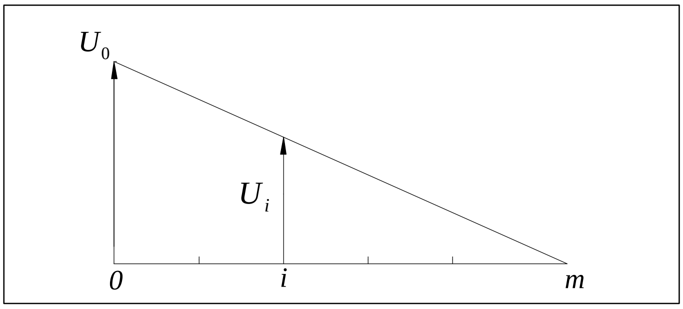


Figure 5.12 : Répartition linéaire de la vitesse durant la manî uvre de fermeture

On peut écrire :

$$U_i = \frac{U_0}{m}(m-i)$$

C'est-à-dire :

$$U_i^2 = \frac{U_0^2}{m^2}(m-i)^2$$

Et :

$$\sum_{i=0}^{m-1} U_i^2 = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{U_0^2}{m^2}(m-i)^2 = \frac{U_0^2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} U_i^2 = \sum_{i=1}^{m-1} \frac{U_0^2}{m^2}(m-i)^2 = \frac{U_0^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1}(m-i)^2$$

On remplace :

$$(2m-1)h_{Lm} = \frac{a}{g}U_0 + \frac{2-k}{4g}U_0^2 - \frac{2+k}{2g}\frac{U_0^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1}(m-i)^2 + \frac{2-k}{2g}\frac{U_0^2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2$$

En simplifiant cette expression, on aboutit à :

$$(2m-1)h_{Lm} = \frac{a}{g}U_0 + \frac{k+6}{4g}U_0^2 - \frac{k}{g}\frac{U_0^2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2$$

On détermine à présent h_L :

$$h_L = \frac{a}{g(2m-1)}U_0 + \frac{k+6}{4g(2m-1)}U_0^2 - \frac{kU_0^2}{g(2m-1)m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2$$

On divise par H_0 :

$$\frac{h_L}{H_0} = \frac{a}{g(2m-1)H_0}U_0 + \frac{k+6}{4g(2m-1)H_0}U_0^2 - \frac{kU_0^2}{g(2m-1)m^2H_0}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2$$

$$\xi = \frac{h_L}{H_0} = \frac{a}{g(2m-1)H_0}U_0 - \frac{kU_0^2}{g(2m-1)H_0}\left[-\frac{1}{4} + \frac{1}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2\right] + \frac{3}{2g(2m-1)H_0}U_0^2$$

$$\xi = \frac{aU_0}{g(2m-1)H_0} - \frac{kU_0^2}{g(2m-1)H_0}\left[-\frac{1}{4} + \frac{1}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2\right] + \frac{3}{2g(2m-1)H_0}U_0^2$$

On a :

$$\varphi = \frac{U_0}{\sqrt{2gH_0}}$$

$$W = \frac{aU_0}{gH_0}$$

On obtient :

$$\xi = \frac{W}{2m-1} - \frac{2k\varphi^2}{2m-1}\left[-\frac{1}{4} + \sum_{i=0}^{m-1}\frac{(m-i)^2}{m^2}\right] + \frac{3\varphi^2}{2m-1}$$

$$\xi = \frac{W}{2m-1} - \frac{k\varphi^2}{2m-1}\left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2\right] + \frac{3\varphi^2}{2m-1} \tag{5.21}$$

Lôéquation (5.21) exprime le paramètre adimensionnel caractérisant le coup de bélier survenant lors de la fermeture dôun robinet-vanne.

<u>Application numérique et résultats :</u>

Nous étudions lôinfluence du nombre de phases de fermeture sur la valeur de la surpression due au régime transitoire. Pour cela, nous analysons deux cas, pour lesquels nous ferons varier le coefficient *k* traduisant lôeffet des pertes de charge.

$$k = \frac{\lambda L}{D}$$

- <u>Premier cas :</u>

On étudie le cas dôune conduite caractérisée par une célérité dôonde de 1000m/s (cas des conduites en acier) avec une vitesse dôécoulement moyenne de 2m/s et une charge statique de 50m.

Tableau 5.6 : Surpression en fonction du nombre de pas de temps de fermeture pour a =1000m/s

m	*k* = 0	*k* =100	*k* =150	*k* =200	*k* =250	*k* = 300
1	4,089	3,475	3,168	2,860	2,553	2,246
2	1,363	1,090	0,953	0,817	0,680	0,544
3	0,818	0,604	0,497	0,390	0,283	0,176
4	0,584	0,394	0,299	0,204	0,109	0,014
5	0,454	0,277	0,188	0,099	0,011	/

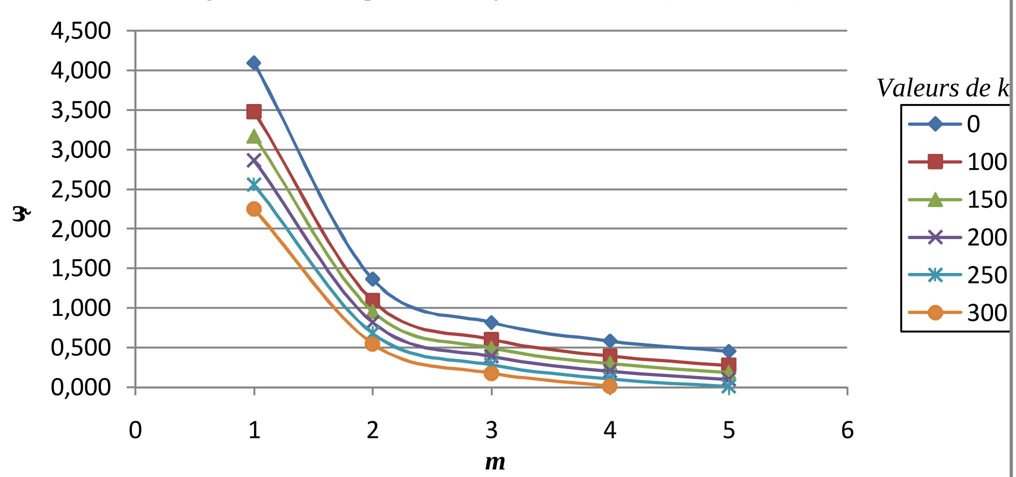


Figure 5.13: Surpression en fonction de m ; (a=1000 m/s)

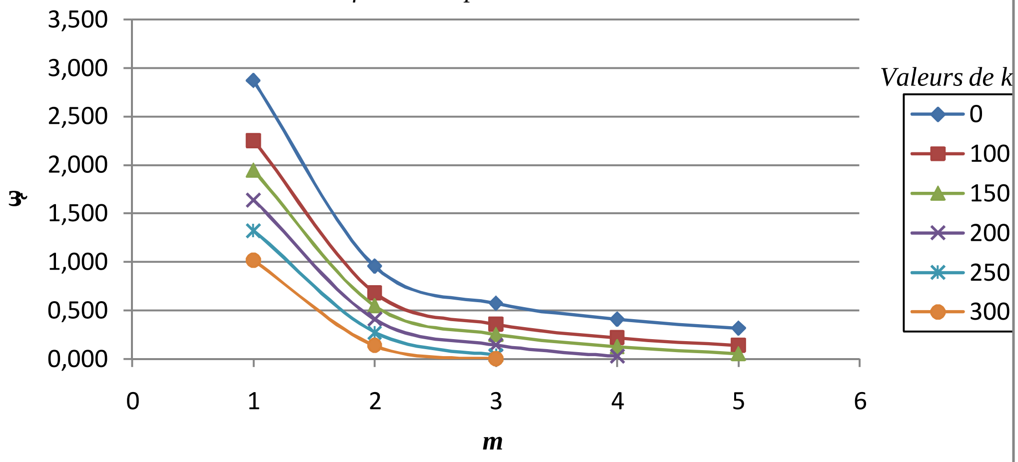
- Deuxième cas :

Cďest le cas dďune conduite caractérisée par une célérité dďonde inférieure, nous prenons le cas des conduites en P.V.C caractérisées par un célérité dďonde de 700m/s avec une vitesse dďécoulement moyenne de 2m/s et une charge statique de 50m.

Tableau 5.7 : Surpression en fonction du nombre m pour a =700m/s

m	*K* = 0	*K* = 100	*K* = 150	*K* = 200	*K* = 250	*K* = 300
1	2,866	2,252	1,945	1,637	1,32	1,01
2	0,955	0,682	0,546	0,409	0,27	0,14
3	0,573	0,359	0,252	0,145	0,04	/
4	0,409	0,219	0,124	0,029	/	/
5	0,318	0,141	0,052	/	/	/

Figure 5.14 :Surpression en fonction du nombre m de pas de temps de fermerure pour a=700 m/s



Lďanalyse de ces deux cas montre que la surpression diminue lorsque la manî uvre de fermeture dďun robinet-vanne se fait lentement. Lďétude confirme également que les pertes de charge amortissent le phénomène et plus la perte de charge est importante moins la surpression lďest. On peut aussi affirmer que la surpression augmente de manière proportionnelle à la célérité des ondes de coup de bélier. Les deux graphiques montrent également que lorsque lďinstallation engendre des pertes de charge importante, alors le nombre de phase de la manî uvre pour optimiser le coup de bélier est moindre.

5.7. Conclusion :

A travers ce chapitre nous avons déterminé le couple vitesse pression en considérant le diagramme de mouvement des perturbations entre le réservoir et le robinet-vanne. La perte de charge a été déterminée en supposant une variation parabolique de la vitesse suivant la longueur de la conduite. Les modèles mathématiques ainsi déduits montrent lďinfluence des caractéristiques de lďinstallation sur le coup de bélier imposé durant la manî uvre. Cette méthode, permettant de limiter les effets du coup de bélier sur la conduite, servira de base pour lďélaboration dďune loi de manî uvre optimale.

Chapitre -6-

EFFET DU SOL SUR LES LOIS DE MANÍ UVRE EN COUP DE BELIER OPTIMISE

6.1. Introduction :

Nous rappelons quôen pratique, les conduites enterrées, quels que soient leurs matériaux, et en sus de la célérité dôonde imprécise, sont sujettes à deux formes de coups de bélier (croissant et décroissant) qui sont loin dôêtre optimales. La célérité dôonde, pour le cas enterré, accentue lôallure de ces deux formes qui ne sont ni lôune ni lôautre bénéfique pour la bonne tenue de la conduite. Afin de garantir une longévité de la conduite et en évitant ces deux formes néfastes, lôidée dôun coup de bélier optimum déterminé dans le chapitre précédent sôimpose. La question qui se pose : quelle loi de manî uvre doit-on proposer pour ce cas de coup de bélier engendré dans une conduite enterrée ? Comme réponse à cette question, deux types de sol (sableux et argileux) sont pris comme exemple pour illustrer notre travail dans le présent chapitre.

6.2. Procédé de détermination dôune loi de manî uvre :

Le but recherché est de réduire significativement la fatigue des conduites ou leur rupture. La détermination dôune loi de manî uvre optimale nécessite la connaissance de la valeur du coup de bélier h_{Li} ainsi que des vitesses au droit de la vanne (U_{Li}) et les débits de fuite Q_k à travers le robinet-vanne considéré comme orifice. Cette loi sera donnée sous forme dôune courbe $\frac{a_k}{a_0} = f(i)$, où le rapport $\frac{a_k}{a_0}$ représente la position de lôorgane de sectionnement à la i ème phase de la manî uvre.

La variation du débit de fuite Q_k selon le degré de manî uvre (fermeture ou ouverture) doit tenir compte des paramètres hydrauliques, à savoir :

- Le coefficient de résistance ζ_k variable selon la forme de lôorgane de sectionnement, et le degré dôouverture ou de fermeture ;
- Le coefficient de vitesse φ_k ;
- La section de passage S_k ;
- La charge statique au droit de la vanne H_0 ;
- La valeur du coup de bélier h_{Li} pour la $m^{ème}$ phase ;

Ces paramètres, nous permettent de déterminer :

- Les débits correspondant à chaque vitesse U_{Li} à la $i^{ème}$ étape de manî uvre:

$$Q_{Li} = U_{Li}.S = f(i) \tag{6.1}$$

- Les débits Q_k au droit de la section de passage de lôobturateur sous lôinfluence dôune charge ($H_0 + h_{Lm}$), selon la théorie des orifices pour une phase $i = m$:

$$Q_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\varsigma_k}}.S_k\sqrt{2g(H_0 + h_{Lm})} \tag{6.2}$$

Posons $C_k = \dfrac{\varepsilon}{\sqrt{1+\varsigma_k}}$.

On obtient :

$$Q_k = C_k.S_k\sqrt{2g(H_0 + h_{Lm})} \tag{6.3}$$

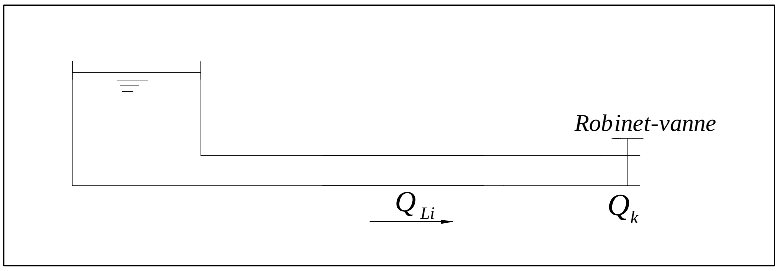


Figure 6.1 : Schéma du dispositif à étudier

Dans lôhypothèse dôun régime transitoire prépondérant, les variations de la fonction du débit Q_{Li} diffèrent de celles de la fonction du débit Q_k à travers lôobturateur du robinet-vanne. Cette différence de variation ne peut être créée que par lôallure de manî uvre du robinet-vanne. La combinaison graphique de ces deux fonctions permet de conclure une troisième courbe qui caractérise la loi de manî uvre : $\dfrac{a_k}{a_0} = f(i)$

Cette courbe représente les caractéristiques du dispositif à utiliser ou à fabriquer pour répondre aux exigences dôun coup de bélier optimum dans une conduite enterrée. Une étude comparative sera faite avec et sans effet du sol de nature différente.

6.3. Etude des lois de manî uvre sous lôeffet du sol, en coup de bélier optimum :

6.3.1. Caractéristiques du robinet-vanne :

Le cas dôun robinet-vanne, couramment rencontré en pratique, de caractéristiques données, sera étudié.

Le robinet-vanne utilisé se caractérise par une opercule circulaire, avec un coefficient de pertes de charge ς_k. Ce dernier varie selon le degré dôouverture du robinet exprimé par le rapport a_k/a_0 : c'est-à-dire celui de la hauteur de la section de dôécoulement courante à la hauteur de la section de passage de la vanne entièrement ouverte. (*Figure 6.2*)

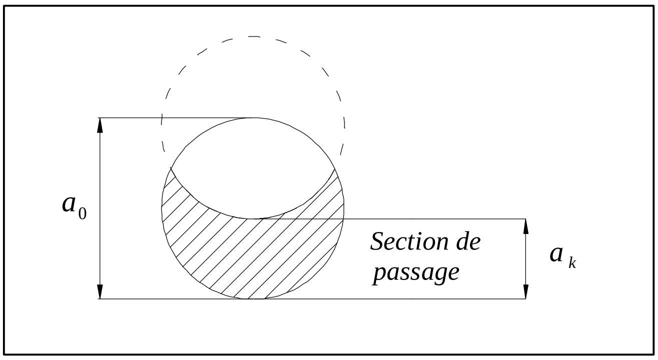


Figure 6.2 : Robinet-vanne à opercule circulaire

Tableau 6.1 : Caractéristiques du robinet-vanne circulaire

$\frac{a_k}{a_0}$	1	0,667	0,583	0,500	0,458	0,417	0,375	0,333	0,250	0,208	0,194	0,181
ζ_k	0	0,77	1,55	3,27	4,57	6,33	8,63	11,89	22,68	31,35	35,36	42,21

Partant de ces caractéristiques, on peut déterminer le rapport de la section de passage courante à la section en grande ouverture donnée par :

$$\frac{S_k}{S_0} = 1 - \frac{2}{\pi}\left(A\cos\left(\frac{a_k}{a_0}\right) - \frac{a_k}{a_0}\sqrt{1-\left(\frac{a_k}{a_0}\right)^2} \right) \tag{6.4}$$

On peut aussi déterminer le coefficient de vitesse à travers le robinet-vanne φ_k donné par :

$$\varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1+\varsigma_k}} \tag{6.5}$$

Ce qui permet finalement de donner le coefficient de débit à travers le robinet-vanne pour chaque degré dôouverture :

$$C_k = \varepsilon.\varphi_k \tag{6.6}$$

Le coefficient de contraction ε est en principe fonction du temps. Dans ce travail, nous considérons un coefficient constant égal à 0,7

Tableau 6.2 : Valeurs du coefficient de débit à travers la vanne

$\frac{a_k}{a_0}$	ζ_k	$\frac{S_k}{S_0}$	φ_k	C_k
1,000	0	1	1	0,7
0,667	0,77	0,781	0,752	0,526
0,583	1,55	0,698	0,626	0,438
0,500	3,27	0,609	0,484	0,339
0,458	4,57	0,562	0,424	0,297
0,417	6,33	0,515	0,369	0,259
0,375	8,63	0,466	0,322	0,226
0,333	11,89	0,416	0,279	0,195
0,250	22,68	0,315	0,205	0,144
0,208	31,35	0,263	0,176	0,123
0,194	35,36	0,245	0,166	0,116
0,181	41,21	0,229	0,154	0,108

6.3.2. Calcul des célérités dôonde pour les conduites choisies :

Pour illustrer lôeffet du sol sur les lois de manî uvre des robinets-vannes en coup de bélier optimum, nous étudions à titre dôexemple les cas dôune conduite en acier, PVC, et en PEHD. Les deux types de sol courants choisis sont le sol sableux et le sol argileux.

Tableau 6.3 : Caractéristiques des conduites considérées (catalogues STPM Chiali, Schmolz + Bickenbach France S.A.S) et des sols en place :

	Vitesse U (m/s)	Diamètre ext. (mm)	Epaiss.(e) des parois (mm)	Long. (m)	Rugos. abs. (mm)	Coeff.de p.d.c. (k)	Charge stat. H_0 (m)	Coeff.de Poisson	Mod.de Young MPa	Célérité d'onde (m/s)
Conduite en acier	2	100	2	250	1	96,1	50	0.3	2.10^5	a=1167,94 a_e(a)=1194,02 a_e(s)=1199,87
Conduite en PVC	2	110	2,2	250	0.001	18.37	50	0,46	3.10^3	a= 241,47. a_e(a)= 278,88 a_e(s)= 453,66
Conduite en PEHD	2	110	4,2	250	0,0015	99.58	50	0,45	$1,2.10^3$	a= 211,72 a_e(a)= 248,67 a_e(s)= 438,02
Sols	Argileux Sableux	- -	- -	- -	- -	- -	- -	0,35 0.33	2 2.10^2	- -

Avec :

$k = \frac{\lambda L}{D}$: désigne le coefficient de perte de charge ;

λ : coefficient de frottement linéaire.

- La célérité d'onde de coup de bélier dans le cas des conduites libres (sol négligé) et les conduites enterrées est donnée respectivement par les relations (6.7) et (6.8) :

$$a = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + \frac{K.D}{E_m.e}}} \tag{6.7}$$

$$a_e = \sqrt{\frac{\frac{K}{\rho}}{1 + K\frac{D_i(1-\upsilon_m^2)(1-\upsilon_s)}{(1-\upsilon_m^2)R_iE_s + E_m.e.(1-\upsilon_s)}}} \tag{6.8}$$

Avec :
K : module d'élasticité de l'eau ;
ρ : masse volumique de l'eau ;
υ_m, υ_s : coefficients de Poisson respectifs du matériau de la conduite et du sol dans lequel elle est enterrée;
E_m, E_s : modules de Young respectifs du matériau de la conduite et du sol dans lequel elle est enterrée.
a_e(a) : célérité d'onde dans une conduite enterrée dans le sol argileux
a_e(s) : célérité d'onde dans une conduite enterrée dans le sol sableux

Constatations :

Les valeurs obtenues quant aux célérités d'onde confirment l'augmentation de la vitesse de propagation des ondes lorsque les conduites sont enterrées. Cependant le degré de cette augmentation est fonction du matériau constituant la canalisation et du type de sol constituant le remblai. Pour la conduite en acier, on note une augmentation de 2,23% lorsque la conduite est enterrée dans un sol argileux et une augmentation de 2,73% lorsque la conduite se trouve sous un remblai sableux. On voit là que le pourcentage dôaugmentation de la célérité est faible et la différence entre les deux types de sols considérés négligeable pratiquement.

Pour un tuyau en PVC, la célérité augmente de 15,5% si celui-ci est surmonté dôun sol argileux. Le même tuyau en PVC enterré dans un sol sableux a vu célérité quasiment doubler, en effet le pourcentage dôaugmentation de la célérité dans ce cas est de 87,87%. On peut expliquer cet écart dans les pourcentages dôaugmentation de la célérité entre lôacier et le PVC par le fait que le PVC est plus déformable que le matériau métallique, ce qui rend les tuyaux en PVC beaucoup plus sensible aux charges des terres qui les surmontent.

La conduite en PEHD, matériau dont le module de Young est inférieur à celui du PVC se caractérise par une augmentation de la célérité dôonde de 17,45% lorsquôelle est enterrée dans un sol argileux. La même conduite enterrée dans un sol sableux voit sa célérité augmenter de 106,89%. Là encore côest la forte déformabilité du matériau qui permet lôexplication de ces pourcentages dôaugmentation spectaculaires.

Pour les trois types de matériaux considérés, les conduites sont plus influencées par le sol sableux que par le sol argileux. Ceci sôexplique par le fait quôune conduite pourra se déformer plus aisément dans un sol argileux que dans un sol sableux.

Il reste à présent à voir si ces influences, plus ou moins significatives, quôexercent les sols sur les tuyaux enterrés se répercutent sur les lois de manî uvre des robinets-vannes.

6.3.3. Détermination des vitesses au droit de la vanne :

a. Cas dôune manî uvre de fermeture :

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que la vitesse à lôextrémité aval de la conduite est donnée par lôéquation (5.13):

$$U_{Li} = U_0 - \frac{2g}{a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2}\right] - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2\right] \tag{6.9}$$

Durant un temps $m\tau$ de fermeture lôidée dôun coup de bélier optimum sôimpose pour $h_{Li} = h_{Lm}$

$$U_{Li} = U_0 - \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1} U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1} U_{0i}^2\right] \tag{6.10}$$

Et par ailleurs on a :

$$U_i^2 = \frac{U_0^2}{m^2}(m-i)^2 \tag{6.11}$$

La combinaison des expressions (6.10) et (6.11) donne :

$$\frac{k}{2a}U_0^2\left[\frac{2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2 - 0{,}5\right] + \frac{k}{2a}\frac{U_{Li}^2}{2} + U_{Li} - U_0 + \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} = 0$$

Ou :

$$\frac{k}{4a}U_{Li}^2 + U_{Li} + \frac{k}{2a}U_0^2\left[\frac{2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2 - 0{,}5\right] - U_0 + \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} = 0 \qquad (6.12)$$

Nous avons obtenu une équation du second degré dont lôinconnue est la vitesse au niveau de la vanne.

En posant :

$$\alpha_i = \frac{k}{2a}U_0^2\left[\frac{2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2 - 0{,}5\right] - U_0 + \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} \qquad (6.13)$$

On trouve :

$$U_{Li} = \frac{-1+\sqrt{1-\frac{k}{a}\alpha_i}}{\frac{k}{2a}} \qquad (6.14)$$

b. Cas dôune manî uvre dôouverture :

Nous avons établi que la vitesse au droit de la vanne est donnée par :

$$U_{Li} = U_0 - \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} - \frac{k}{2a}\left[\sum_{i=1}^{i-1}U_{Li}^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \frac{U_{L0}^2}{2} + \sum_{i=0}^{i-1}U_{0i}^2\right] \qquad (6.15)$$

En considérant la proportionnalité :

$$U_i^2 = i^2\frac{U_m^2}{m^2}$$

Et en considérant que la vitesse U_{0i} à la sortie du réservoir est dans un rapport ε avec la vitesse U_{Li} au niveau de la vanne, on trouve :

$$U_{Li} = U_0 - \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} - \frac{k}{2a}\left[\frac{U_m^2}{m^2}\sum_{i=1}^{i-1}i^2 + \frac{U_{Li}^2}{2} + \frac{U_{L0}^2}{2} + \mu^2\frac{U_m^2}{m^2}\sum_{i=0}^{i-1}i^2\right]$$

Soit :

$$U_{Li} = -\frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} - \frac{k}{4a}U_{Li}^2 - \frac{k}{2a}\frac{U_m^2}{m^2}(1+\mu^2)\sum_{i=0}^{i-1}i^2 \qquad (6.16)$$

Lôexpression (6.16) est une équation du second degré, dont lôinconnue est U_{Li} , qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{k}{4a}U_{Li}^2 + U_{Li} + \beta_i = 0$$

Avec :

$$\beta_i = \frac{2g}{a}(i-0{,}5)h_{Li} + \frac{k}{2a}\frac{U_m^2}{m^2}(1+\mu^2)\sum_{i=0}^{i-1}i^2 \qquad (6.17)$$

Ayant comme solution :

$$U_{Li} = \frac{-1+\sqrt{1-\frac{k}{a}\beta_i}}{\frac{k}{2a}} \qquad (6.18)$$

Vu que le sol, de par sa nature, a un effet significatif sur la célérité dõonde et par conséquent sur la valeur du coup de bélier, les lois de manî uvre qui en dépendent peuvent être également modifiées. Dans lõidée dõun coup de bélier optimum, nous procédons à lõétude de ces lois avec et sans effet du sol pour des conduites de différents matériaux.

6.3.4. Cas dõune fermeture :

Nous rappelons que Lors dõune fermeture, la valeur de la surpression est donnée par lõexpression :

$$\xi = \frac{W}{2m-1} - \frac{k\varphi^2}{2m-1}\left[-\frac{1}{2} + \frac{2}{m^2}\sum_{i=0}^{m-1}(m-i)^2\right] + \frac{3\varphi^2}{2m-1} \tag{6.19}$$

Et que sous lõinfluence dõune charge (H_0 + h_{Lm}), le débit de fuite varie selon le degré de fermeture du robinet-vanne [équation (6.3)] :

$$Q_k = C_k . S_k \sqrt{2g(H_0 + h_{Lm})}$$

a. Cas de la conduite en acier :

- *Conduite sans effet du sol:*

En considérant, comme exemple, un temps de fermeture $T = 5\theta$, on obtient une surpression de 18,03m. Si on augmente le temps de fermeture à $T = 7\theta$, la valeur de la surpression chute à 10,5m soit presque la moitié de celle donné par $T = 5\theta$ ($\boldsymbol{\theta}$=0,43s étant le temps dõaller et retour de lõonde de pression).

Notre but est de limiter au maximum la surpression, nous choisissons donc une fermeture se faisant en sept phases.

Les vitesses et débits au droit de la vanne durant la fermeture prennent les valeurs suivantes, où « i » désigne le nombre de pas de fermeture (*tableau 6.4*):

Tableau 6.4 : Variations de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	14,469
1	1,384	10,013
2	1,056	7,640
3	0,782	5,657
4	0,552	3,993
5	0,352	2,547
6	0,172	1,244
7	0	0,000

Sous lõinfluence de la surpression due à la fermeture, le débit de fuite Q_k varie comme suit :

Tableau 6.5 : Variations du débit de fuite

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
1,000	1	0,7	174,477
0,667	0,781	0,526	102,394
0,583	0,698	0,438	76,202
0,500	0,609	0,339	51,458
0,458	0,562	0,297	41,604
0,417	0,515	0,259	33,247
0,375	0,466	0,226	26,250
0,333	0,416	0,195	20,219
0,250	0,315	0,144	11,306
0,208	0,263	0,123	8,063
0,194	0,245	0,116	7,084
0,181	0,229	0,108	6,165
0	0	0	0

- *Conduite enterrée dans un sol argileux :*

Sous la valeur dûn coup de bélier de 10,91m. Les vitesses et les débits sont représentés dans le tableau 6.6 et 6.7:

Tableau 6.6 : Variations de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	14,469
1	1,393	10,078
2	1,066	7,712
3	0,792	5,730
4	0,560	4,095
5	0,358	2,590
6	0,175	1,266
7	0	0,000

Tableau 6.7 : Variation du débit de fuite au droit de la vanne au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(m^3/s)
1,000	1	0,7	175,067
0,667	0,781	0,526	102,741
0,583	0,698	0,438	76,460
0,500	0,609	0,339	51,632
0,458	0,562	0,297	41,744
0,417	0,515	0,259	33,359
0,375	0,466	0,226	26,339
0,333	0,416	0,195	20,288
0,250	0,315	0,144	11,344
0,208	0,263	0,123	8,090
0,194	0,245	0,116	7,108
0,181	0,229	0,108	6,185
0	0	0	0

- *Conduite enterrée dans un sol sableux :*

Lors de la fermeture, sous la valeur dûn coup de bélier de : 11,00m, les vitesses et les débits prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.8*) :

Tableau 6.8 : Variations de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

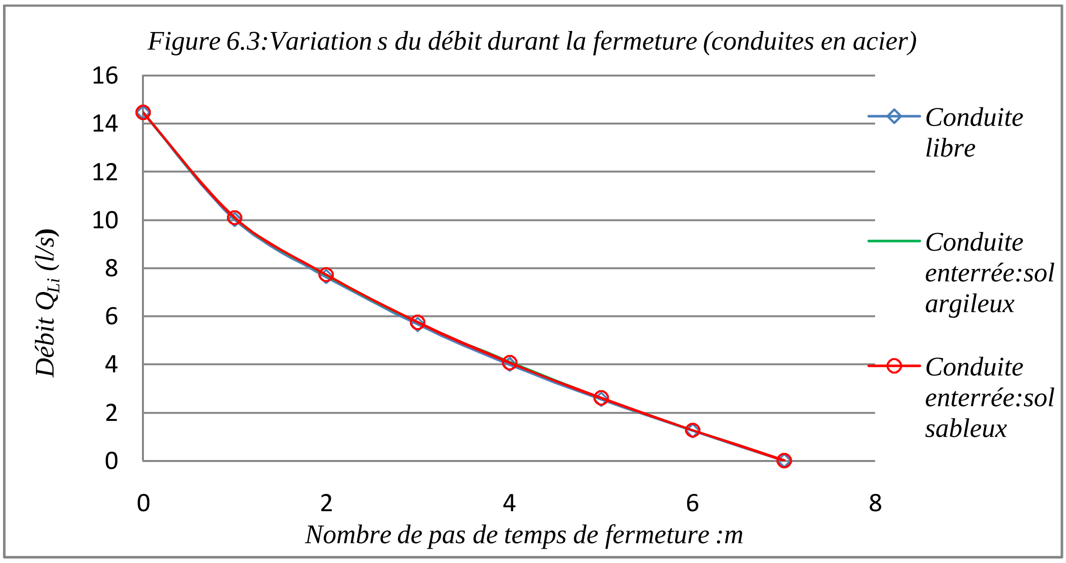
i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	14,469
1	1,395	10,092
2	1,068	7,727
3	0,794	5,744
4	0,562	4,066
5	0,359	2,597
6	0,175	1,266
7	0	0,000

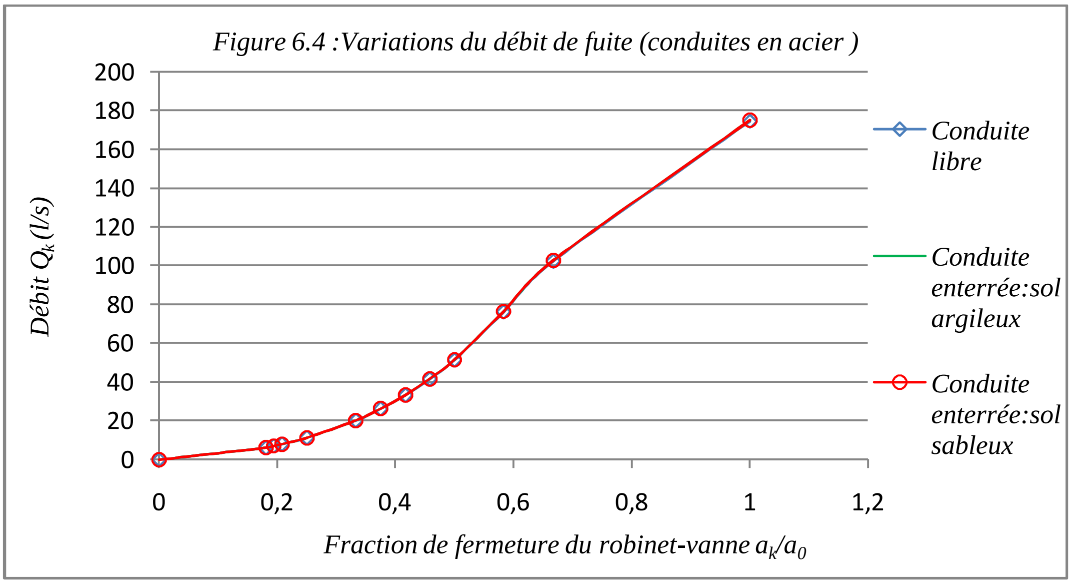
Lors de la variation de la section dôécoulement, le débit de fuite prend les valeurs suivantes (*tableau 6.9*):

Tableau 6.9 : Variation du débit de fuite durant la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
1,000	1	0,7	175,196
0,667	0,781	0,526	102,817
0,583	0,698	0,438	76,517
0,500	0,609	0,339	51,671
0,458	0,562	0,297	41,775
0,417	0,515	0,259	33,384
0,375	0,466	0,226	26,359
0,333	0,416	0,195	20,303
0,250	0,315	0,144	11,353
0,208	0,263	0,123	8,096
0,194	0,245	0,116	7,113
0,181	0,229	0,108	6,190
0	0	0	0

Finalement, nous pouvons tracer les courbes représentant les variations de débit dans la conduite lors de la fermeture du robinet-vannet ainsi que celle du débit à travers la vanne, la loi de manî uvre sera par la suite déterminée de manière graphique :

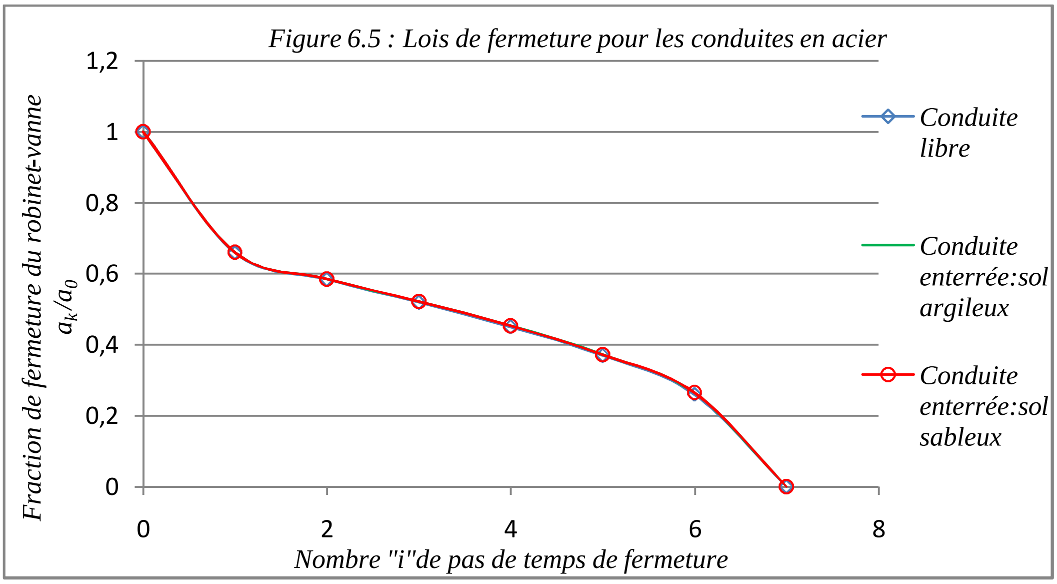




La combinaison graphique des courbes données par les *figures 6.3* et *6.4* déduit une troisième courbe qui représente la loi de manî uvre : cœst ce que montre le *tableau 6.9*.

Tableau 6.10 : Loi de manî uvre en fonction des phases « i » de fermeture

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	1	1	1
1	0,659	0,66	0,66
2	0,584	0,585	0,585
3	0,519	0,521	0,522
4	0,45	0,454	0,453
5	0,37	0,372	0,372
6	0,26	0,264	0,265
7	0	0	0



Interprétation :

L'analyse des courbes données par les *figures 6.3, 6.4* et *6.5* montre que l'effet du sol notamment le sol argileux n'est pas important. Cette confusion des courbes traduit l'effet de l'indéformabilité de la conduite en acier. Celle-ci a été rendue encore plus rigide par le remblai du sol, encore plus par le sable : c'est ce que montre le *tableau 6.3* en termes de célérité. Par ailleurs la *figure 6.5* montre que durant la premier pas (0-1) la fermeture est plus rapide et que le coup de bélier n'est pas dangereux car le débit de fuite est important. Néanmoins pour des pas supérieurs à « 1 » la pente de la courbe diminue garantissant ainsi une fermeture lente vu que le débit Q_k de fuite diminue. A partir de la 6ème phase (i=6), la pente augmente brusquement (fermeture rapide), car la surpression maximale est passée : cette allure garantie un coup de bélier optimum.

Essayons de donner une expression mathématique à cette courbe représentant la loi de fermeture dans une conduite en matériau métallique :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}015i^4 - 0{,}108i^3 + 0{,}356i^2 - 0{,}599i + 0{,}999$$

Cette expression est déduite avec un coefficient de détermination $R^2 = 0{,}999$
On voit que la loi de manœuvre dans ce cas a une forme polynomiale d'ordre 5.

b. Cas de la conduite en PVC :

- *Conduite en PVC sans effet du sol :*

La valeur du coup de bélier obtenu dans ce cas est de 3,91m. Cette faible valeur se traduit par le fait que la célérité d'onde est faible et que la conduite est très déformable vu son module de Young. La conduite en PVC absorbe une grande partie du coup de bélier. On procède de la même manière que la conduite en acier.

A la base de cette valeur obtenue, on détermine les vitesses et les débits au droit de la vanne durant la fermeture (*tableau 6.11)* :

Tableau 6.11 : Variation de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	17,508
1	1,382	12,098
2	0,973	8,517
3	0,617	5,401
4	0,293	2,565
5	0	0,000

Il en résulte une variation du débit de fuite Q_k donné par le *tableau 6.12* :

Tableau 6.12 : Variation du débit Q_k au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
1,000	1	0,7	199,287
0,667	0,781	0,526	116,955
0,583	0,698	0,438	87,038
0,500	0,609	0,339	58,776
0,458	0,562	0,297	47,520
0,417	0,515	0,259	37,974
0,375	0,466	0,226	29,983
0,333	0,416	0,195	23,095
0,250	0,315	0,144	12,914
0,208	0,263	0,123	9,210
0,194	0,245	0,116	8,091
0,181	0,229	0,108	7,041
0	0	0	0,000

- *Conduite en PVC enterrée dans un sol argileux :*

La valeur du coup de bélier obtenu dans ce cas est de 4,76m. On constate une augmentation de la valeur par rapport au premier cas.

De la même manière, on détermine les vitesses et débits durant la fermeture (*tableau 6.13*) :

Tableau 6.13 : Variation de la vitesse et du débit durant la fermeture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	17,508
1	1,433	12,544
2	1,019	8,920
3	0,653	5,716
4	0,313	2,740
5	0	0,000

Et Les valeurs du débit de fuite (*tableau 6.14*):

Tableau 6.14 : Variation du débit Q_k au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(m^3/s)
1,000	1	0,7	200,852
0,667	0,781	0,526	117,873
0,583	0,698	0,438	87,722
0,500	0,609	0,339	59,237
0,458	0,562	0,297	47,893
0,417	0,515	0,259	38,272
0,375	0,466	0,226	30,219
0,333	0,416	0,195	23,276
0,250	0,315	0,144	13,015
0,208	0,263	0,123	9,282
0,194	0,245	0,116	8,155
0,181	0,229	0,108	7,096
0	0	0	0,000

- *Conduite en PVC enterrée dans un sol sableux :*

La valeur du coup de bélier obtenue dans ce cas est de 8,72m.

Lœffet du sol sableux est plus significatif sur le coup de bélier. Durant la phase de fermeture, cette valeur engendre des valeurs des vitesses et des débits illustrés dans les *tableaux 6.15* et *6.16*

Tableau 6.15 : Variation de la vitesse du débit au cours de la fermeture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	17,508
1	1,562	13,673
2	1,138	9,962
3	0,742	6,495
4	0,363	3,178
5	0	0,000

Les valeurs du débit à travers le robinet-vanne sont :

Tableau 6. 16 : Variations du débit Q_k de fuite au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(m^3/s)
1,000	1	0,7	207,988
0,667	0,781	0,526	122,061
0,583	0,698	0,438	90,838
0,500	0,609	0,339	61,342
0,458	0,562	0,297	49,594
0,417	0,515	0,259	39,632
0,375	0,466	0,226	31,292
0,333	0,416	0,195	24,103
0,250	0,315	0,144	13,478
0,208	0,263	0,123	9,612
0,194	0,245	0,116	8,444
0,181	0,229	0,108	7,349
0	0	0	0

Figure 6.6 :Variation du débit durant la fermeture (conduites en PVC)

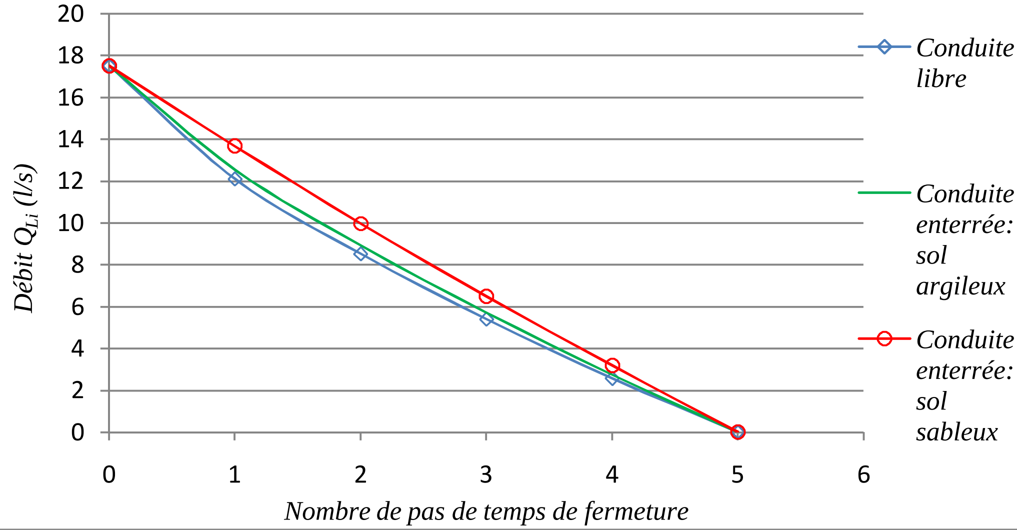
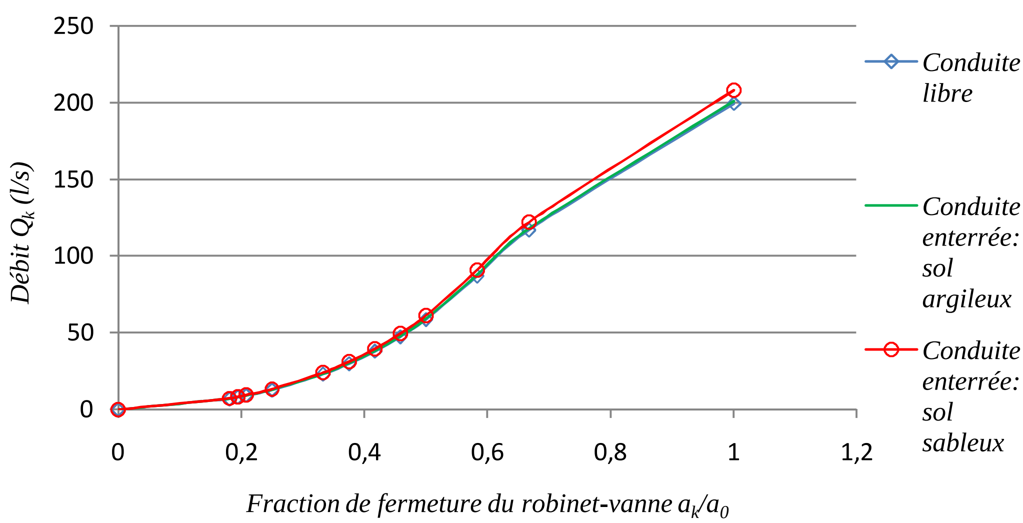


Figure 6.7 : Variation du débit de fuite Qk (conduites en PVC)



De la même manière que pour la conduite en acier, la combinaison des courbes (*6.7*) et (*6.6*) nous donne la courbe caractéristique de la loi de manî uvre appelée à assure un coup de bélier optimum (*tableau 6.17*).

Tableau 6.17 : Variation de la fraction de fermeture de la vanne en fonction de la phase de la manî uvre

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	1	1	1
1	0,680	0,691	0,714
2	0,578	0,587	0,605
3	0,483	0,493	0,512
4	0,349	0,359	0,378
5	0	0	0

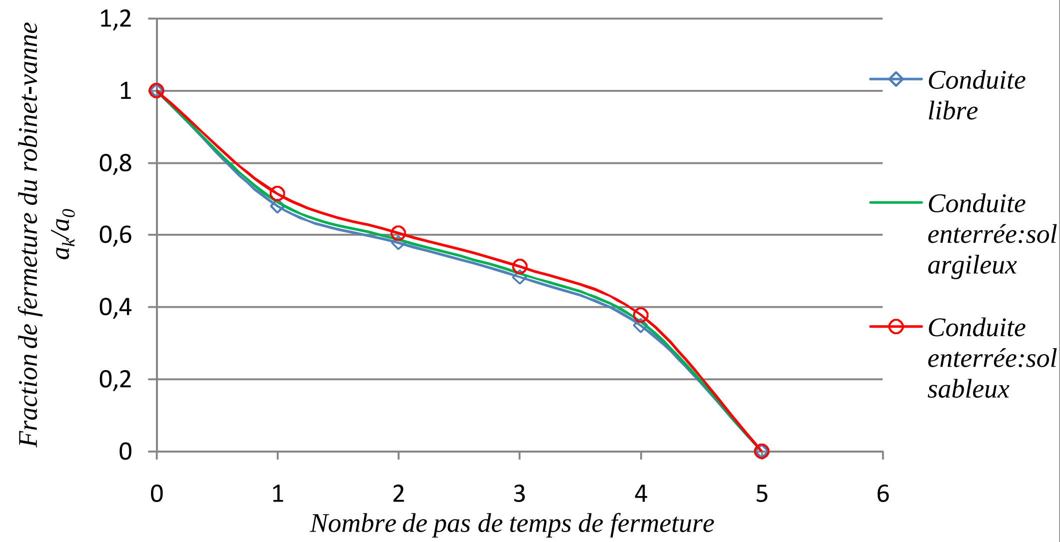


Figure 6.8 :Lois de fermeture pour les conduites en PVC

Lõidée dõobtention dõun coup de bélier optimum montre que lõallure de la courbe donnée par la *figure 6.8* est la même que celle obtenue pour la conduite en acier. Néanmoins lõeffet du sol dans ce cas est plus remarquable que pour le cas de la conduite en acier .Le sol sableux a une influence significative par rapport au sol argileux. Cela montre que le sol rend la conduite en PVC plus rigide. Cõest ce que montrent les expressions mathématiques ainsi déterminées :

- Conduite non enterrée :

$$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}031i^4 - 0{,}162i^3 + 0{,}413i^2 - 0{,}599i + 1$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol argileux :

$$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}029i^4 - 0{,}150i^3 + 0{,}383i^2 - 0{,}568i + 1$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol sableux :

$$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}025i^4 - 0{,}125i^3 + 0{,}320i^2 - 0{,}504i + 1$$

Avec $R^2 = 1$

Dans ce cas, les lois de manî uvre ont une forme dõun polynôme dõordre 6.

c. Cas de la conduite en PEHD:

- *Conduite en PEHD libre :*

La valeur du coup de bélier obtenu dans ce cas est de 3,13m. Cette valeur ne se distingue pratiquement de rien par rapport aux conduites en PVC. Cette valeur engendre des valeurs des vitesses et des débits illustrés dans les *tableaux 6.18* et *6.19*

Tableau 6.18 : Variation du débit au cours de la fermeture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	16,206
1	1,30	10,534
2	0,90	7,293
3	0,56	4,538
4	0,26	2,107
5	0	0,000

Les valeurs du débit de fuite à travers le robinet-vanne sont :

Tableau 6.19 : Variation du débit de fuite Q_k au droit de la vanne au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
1,000	1	0,7	183,136
0,667	0,781	0,526	107,476
0,583	0,698	0,438	79,985
0,500	0,609	0,339	54,012
0,458	0,562	0,297	43,669
0,417	0,515	0,259	34,897
0,375	0,466	0,226	27,553
0,333	0,416	0,195	21,223
0,250	0,315	0,144	11,867
0,208	0,263	0,123	8,463
0,194	0,245	0,116	7,435
0,181	0,229	0,108	6,470
0	0	0	0

- *Conduite en PEHD enterrée dans un sol argileux :*

La valeur du coup de bélier obtenue dans ce cas est de 3,97m. Cette valeur ne se diffère pas de trop par rapport au cas libre vu la rigidité du PEHD.

Les valeurs ainsi déduites sur Les vitesses et les débits sont comme suit :

Tableau 6.20 : Variation de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	16,206
1	1,369	11,093
2	0,961	7,787
3	0,608	4,927
4	0,287	2,326
5	0	0,000

Les valeurs du débit de fuite Q_k à travers le robinet-vanne sont :

Tableau 6.21 : Variation du débit Q_k au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(m³/s)
1,000	1	0,7	184,578
0,667	0,781	0,526	108,323
0,583	0,698	0,438	80,614
0,500	0,609	0,339	54,438
0,458	0,562	0,297	44,012
0,417	0,515	0,259	35,171
0,375	0,466	0,226	27,770
0,333	0,416	0,195	21,390
0,250	0,315	0,144	11,961
0,208	0,263	0,123	8,530
0,194	0,245	0,116	7,494
0,181	0,229	0,108	6,521
0	0	0	0,000

- *Conduite en PEHD enterrée dans un sol sableux :*

Pour ce cas de matériau, la valeur du coup de bélier obtenue est de 8,26m. Sous cette valeur Les vitesses et débits durant la fermeture sont représentées dans les *tableaux 6.22* et *6.23* :

Tableau 6.22 : Variation de la vitesse et du débit au cours de la fermeture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	2	16,206
1	1,540	12,479
2	1,118	9,059
3	0,728	5,899
4	0,355	2,877
5	0	0,000

Les valeurs du débit de fuite Q_k à travers le robinet-vanne sont :

Tableau 6.23 : Variation du débit Q_k au cours de la fermeture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(m³/s)
1,000	1	0,7	191,774
0,667	0,781	0,526	112,546
0,583	0,698	0,438	83,757
0,500	0,609	0,339	56,560
0,458	0,562	0,297	45,728
0,417	0,515	0,259	36,543
0,375	0,466	0,226	28,853
0,333	0,416	0,195	22,224
0,250	0,315	0,144	12,427
0,208	0,263	0,123	8,862
0,194	0,245	0,116	7,786
0,181	0,229	0,108	6,776
0	0	0	0

Figure 6.9:Variation du débit au cours de la fermeture (conduites en PEHD)

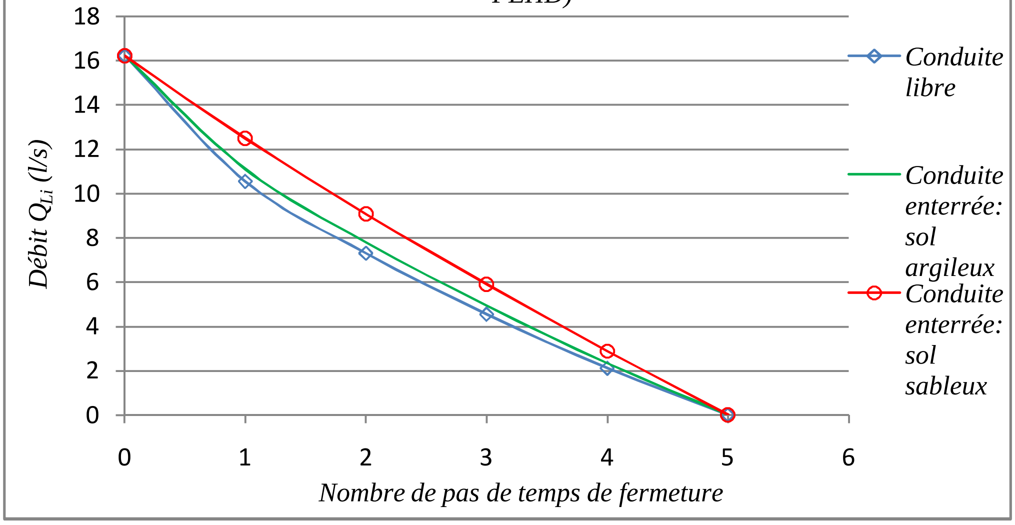
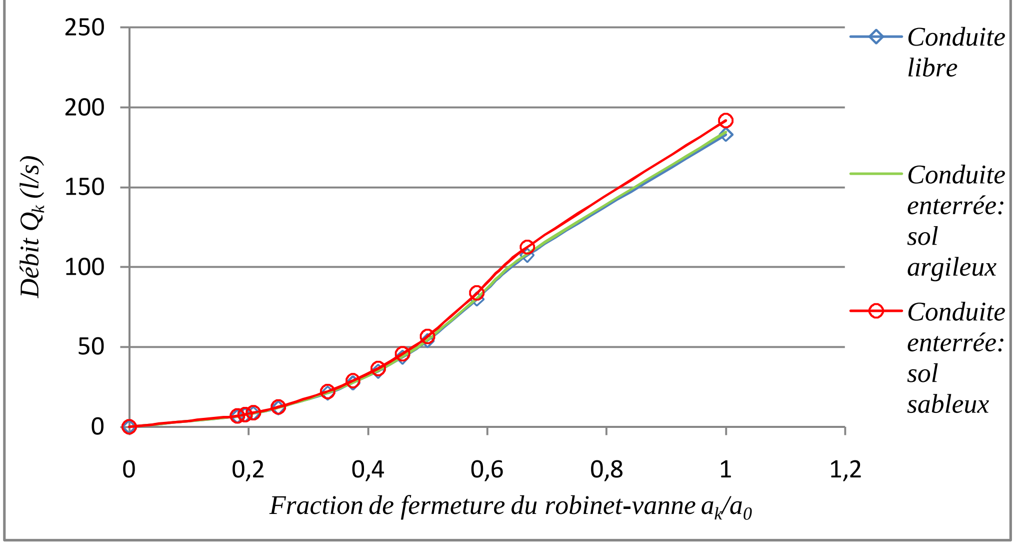


Figure 6.10:Variation du débit de fuite Q_k (conduites en PEHD)

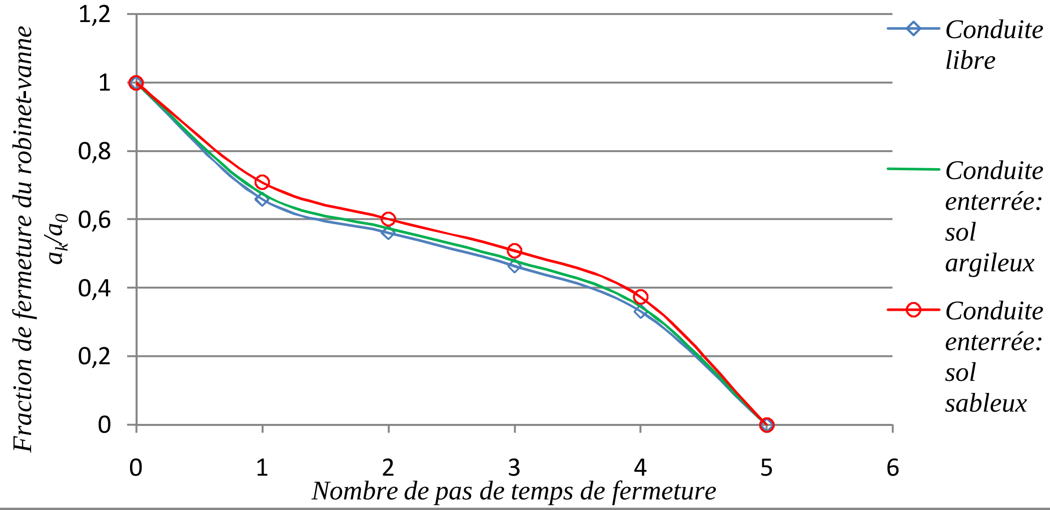


Les lois de manî uvre ainsi déduites pour les conduites en PEHD sont les suivantes :

Tableau 6.24 : Variation de la fraction de fermeture de la vanne en fonction de la phase de la manî uvre (conduites en PEHD)

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	1	1	1
1	0,660	0,676	0,709
2	0,562	0,575	0,602
3	0,465	0,480	0,509
4	0,332	0,346	0,374
5	0	0	0

Figure 6.11 : Lois de fermeture pour les conduites en PEHD



Les lois de fermeture dans les trois conduites en PEHD considérés sont bien distinctes, on voit clairement que dans une conduite enterrée la fermeture doit être plus lente notamment lorsque le sol a une tendance sableuse. On explique cette influence par la déformabilité des parois des conduites qui les rend très sensibles aux charges qui les surmontent.

Ces lois de manî uvre peuvent sœxprimer mathématiquement comme suit :

- Conduite non enterrée :

  $$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}036i^4 - 0{,}187i^3 + 0{,}472i^2 - 0{,}658i + 1$$

  Avec $R^2 = 1$
- Conduite enterrée dans un sol argileux :

  $$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}032i^4 - 0{,}166i^3 + 0{,}423i^2 - 0{,}610i + 1$$

  Avec $R^2 = 1$
- Conduite enterrée dans un sol sableux :

  $$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}002i^5 + 0{,}026i^4 - 0{,}131i^3 + 0{,}335i^2 - 0{,}519i + 1$$

  Avec $R^2 = 1$

Dans ce cas, les lois de manî uvre ont aussi une forme dœun polynôme dœordre 6.

6.3.5. Cas dœouverture:

En se basant sur les mêmes hypothèses que précédemment, nous étudions la loi dœouverture avec le même robinet-vanne placé en extrémité aval des mêmes conduites que celles prises comme exemple pour lœétude de la loi de fermeture.

Nous rappelons que lors dœune ouverture du robinet-vanne, il se produit une dépression optimale, qui est donnée par :

$$\xi = \frac{-\left[2R^2 + 4R(m-0{,}5) - W^2\right] - W\sqrt{4.(4m^2 - 4m + 2Rm - R + 1) + W^2}}{2\left[4(m-0{,}5)^2 + R^2 + 4(m-0{,}5)R\right]} \qquad (6.20)$$

Où : $$R = kű^2N \qquad (6.21)$$

Et : $$W = \frac{aU_0}{gH_0} \qquad (6.22)$$

$$N = \frac{1}{2} + \frac{1+\mu^2}{m^2}\sum_{i=1}^{m-1} i^2 \qquad (6.23)$$

a. Conduite en acier :

- *Conduite sans effet du sol :*

  Lœxpression (6.19) montre clairement que la dépression diminue lorsque « *m* » augmente. A titre dœxemple pour *m*=5, la dépression observée est de -23,12m et diminue jusquœà -19,00m pour *m*=9. Nous illustrons nos exemples pour *m*=9 pour voir comment évoluent les différents débits et vitesses sous une dépression optimale en déduisant la loi de manî uvre dœouverture y correspondante.

Au cours de cette ouverture, les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.25*) :

Tableau 6.25 : Vitesses et débits durant lœouverture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,155	1,121
2	0,453	3,277
3	0,727	5,260
4	0,969	7,010
5	1,171	8,472
6	1,327	9,600
7	1,429	10,338
8	1,470	10,635
9	2	14,469

Les débits de fuite Q_k à travers lœopercule de la vanne de caractéristiques données, prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.26*) :

Tableau 6.26 : Débits de fuites Q_k au cours de lœouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	4,413
0,194	0,245	0,116	5,071
0,208	0,263	0,123	5,772
0,250	0,315	0,144	8,093
0,333	0,416	0,195	14,473
0,375	0,466	0,226	18,790
0,417	0,515	0,259	23,798
0,458	0,562	0,297	29,781
0,500	0,609	0,339	36,835
0,583	0,698	0,438	54,547
0,667	0,781	0,526	73,296
1	1	0,7	124,894

- *Conduite enterrée dans un sol argileux :*

Sous l'effet de ce type de sol, la dépression engendrée est de : -19,22m durant laquelle les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.27*)

Tableau 6.27 : Variation des vitesses et débits au cours de l'ouverture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,153	1,107
2	0,449	3,248
3	0,720	5,209
4	0,960	6,945
5	1,162	8,407
6	1,318	9,535
7	1,422	10,288
8	1,465	10,599
9	2	14,469

Ce qui engendre comme débits de fuite les valeurs suivantes (*tableau 6.28*)

Tableau 6.28 : Variation du débit de fuite au cours de l'ouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	4,397
0,194	0,245	0,116	5,053
0,208	0,263	0,123	5,751
0,250	0,315	0,144	8,064
0,333	0,416	0,195	14,422
0,375	0,466	0,226	18,724
0,417	0,515	0,259	23,714
0,458	0,562	0,297	29,675
0,500	0,609	0,339	36,704
0,583	0,698	0,438	54,353
0,667	0,781	0,526	73,035
1	1	0,7	124,450

- *Conduite enterrée dans un sol sableux :*

Sous l'effet de ce type de sol, la dépression engendrée est de : -19,29m durant laquelle les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.29*) :

Tableau 6.29 : Variation des vitesses et débits au cours lôouverture

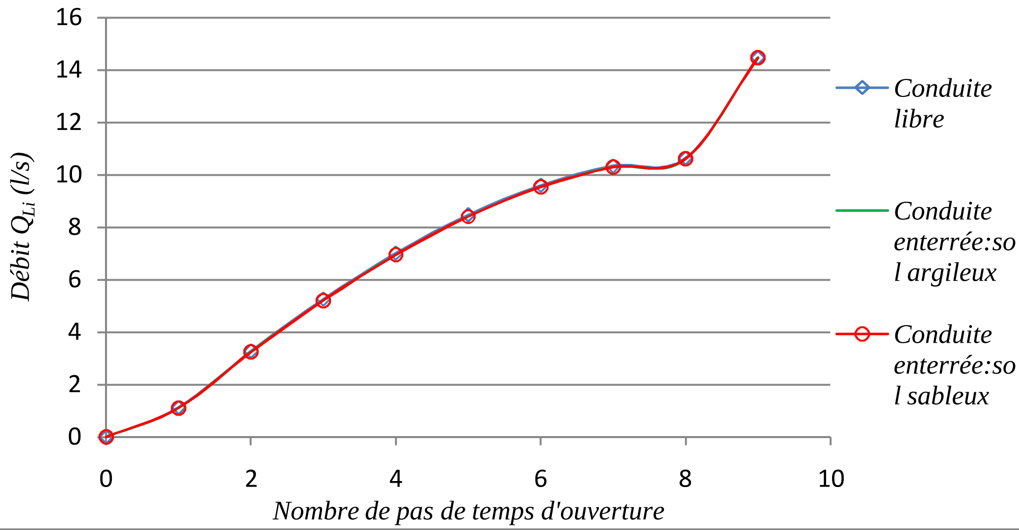
i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,153	1,107
2	0,448	3,241
3	0,719	5,202
4	0,960	6,945
5	1,162	8,407
6	1,318	9,535
7	1,422	10,288
8	1,467	10,613
9	2	14,469

Ce qui engendre comme débits de fuite les valeurs suivantes (*tableau 6.30*) :

Tableau 6.30 : Variation du débit de fuite au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	4,392
0,194	0,245	0,116	5,047
0,208	0,263	0,123	5,745
0,250	0,315	0,144	8,055
0,333	0,416	0,195	14,406
0,375	0,466	0,226	18,702
0,417	0,515	0,259	23,687
0,458	0,562	0,297	29,641
0,500	0,609	0,339	36,662
0,583	0,698	0,438	54,291
0,667	0,781	0,526	72,952
1	1	0,7	124,308

Figure 6.12 : Variation du débit au cours de l'ouverture (conduites en acier)



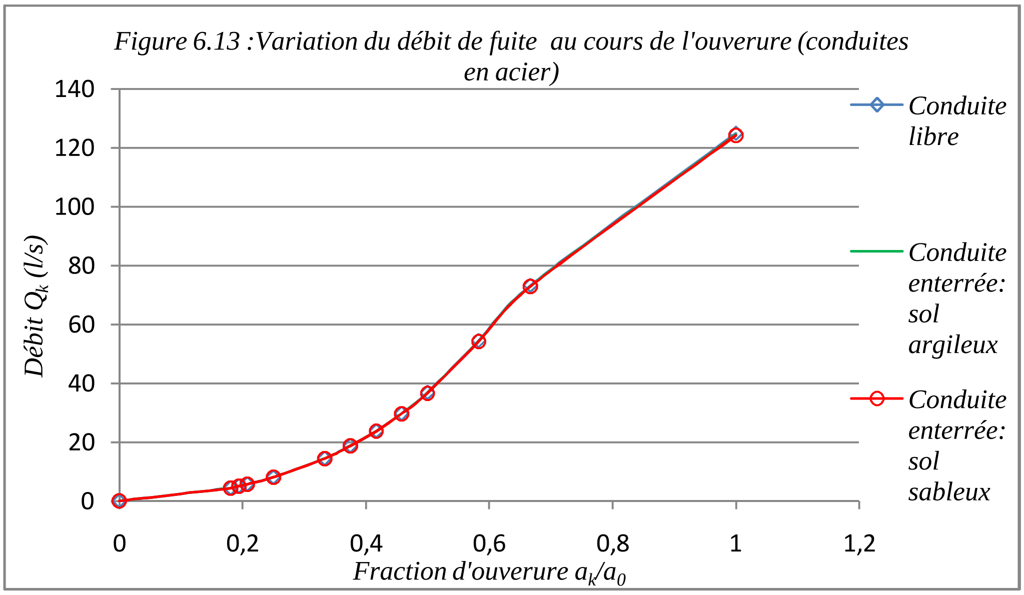
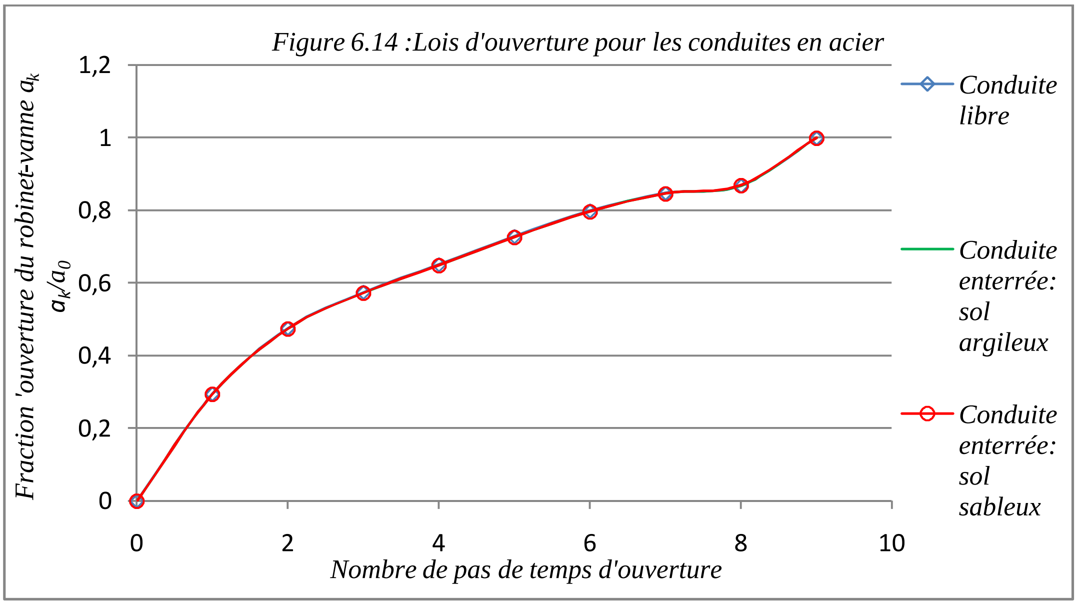


Tableau 6.31 : Loi dôouverture de la vanne en fonction du nombre de pas de temps (conduites en acier)

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	0	0	0
1	0,295	0,294	0,294
2	0,476	0,475	0,475
3	0,575	0,573	0,573
4	0,651	0,650	0,649
5	0,729	0,727	0,727
6	0,799	0,797	0,797
7	0,848	0,847	0,847
8	0,868	0,868	0,870
9	1	1	1



La combinaison graphique des courbes données par les *figures 6.12* et *6.13* permet de déduire une troisième courbe caractérisant la loi dôouverture de lôopercule appelé à garantir une dépression optimale pour une conduite en acier enterrée dans les différents types de sol. On constate que lôeffet du sol agit faiblement sur la loi de manî uvre : ceci se traduit par le fait que la célérité dôonde varie peu puisquôil sôagit dôune conduite rigide, (*tableau 6.31* et *figure 6.14*).

Lôexpression mathématiques des lois que lôon vient de tracer peut sôécrire :

$$\frac{a_k}{a_0} = -0{,}001i^5+0{,}008i^4- 0{,}021i^3 - 0{,}035i^2 +0{,}343i$$

Avec $R^2 = 1$

b. Conduite en PVC:

- *Conduite sans effet du sol :*

En optant pour un nombre de pas de temps dôouverture de 5, les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} prennent les valeurs suivantes (*tableau 6.32*) :

Tableau 6.32 : Variation des vitesses et débits au cours lôouverture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,240	2,101
2	0,687	6,014
3	1,062	9,297
4	1,341	11,739
5	2	17,508

Le robinet-vanne utilisé engendre un débit de fuite Qk durant cette ouverture ayant comme valeurs (*tableau 6.33*) :

Tableau 6.33 : Débits de fuite Q_k au cours lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	6,342
0,194	0,245	0,116	7,287
0,208	0,263	0,123	8,295
0,250	0,315	0,144	11,631
0,333	0,416	0,195	20,800
0,375	0,466	0,226	27,004
0,417	0,515	0,259	34,201
0,458	0,562	0,297	42,799
0,500	0,609	0,339	52,936
0,583	0,698	0,438	78,391
0,667	0,781	0,526	105,335
1	1	0,7	179,488

- *Conduite enterrée dans un sol argileux :*

La valeur de la dépression pour un nombre de pas dôouverture égal à 5 est de -7,00m. Les vitesses U_{Li} et débits Q_{Li} ainsi engendrés sont de (*tableau 6.34*) :

Tableau 6.34 : Vitesses et débits au cours de lôouverture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,234	2,048
2	0,672	5,883
3	1,048	9,174
4	1,340	11,730
5	2	17,508

Avec des débits de fuite Q_k de lôordre de (*tableau 6.35*) :

Tableau 6.35 : Variation du débit de fuite au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	6,288
0,194	0,245	0,116	7,226
0,208	0,263	0,123	8,225
0,250	0,315	0,144	11,533
0,333	0,416	0,195	20,626
0,375	0,466	0,226	26,778
0,417	0,515	0,259	33,915
0,458	0,562	0,297	42,440
0,500	0,609	0,339	52,493
0,583	0,698	0,438	77,734
0,667	0,781	0,526	104,452
1	1	0,7	177,983

- *Conduite enterrée dans un sol sableux :*

La valeur de la dépression dans ce cas est de -10,22m. Les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} au cours de cette dépression sont calculés dans le *tableau 6.36* suivant :

Tableau 6.36 : Vitesses et débits au cours de lôouverture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0,000
1	0,213	1,865
2	0,623	5,454
3	0,994	8,701
4	1,312	11,485
5	2	17,508

Avec des débits de fuite Q_k de lôordre de (*tableau 6.37*) :

Tableau 6.37 : Débits de fuite Q_k au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	6,048
0,194	0,245	0,116	6,950
0,208	0,263	0,123	7,911
0,250	0,315	0,144	11,093
0,333	0,416	0,195	19,838
0,375	0,466	0,226	25,756
0,417	0,515	0,259	32,620
0,458	0,562	0,297	40,820
0,500	0,609	0,339	50,489
0,583	0,698	0,438	74,767
0,667	0,781	0,526	100,465
1	1	0,7	171,190

Figure 6.15 :Variation du débit au cours de l'ouverture du robinet-vanne (conduites en PVC)

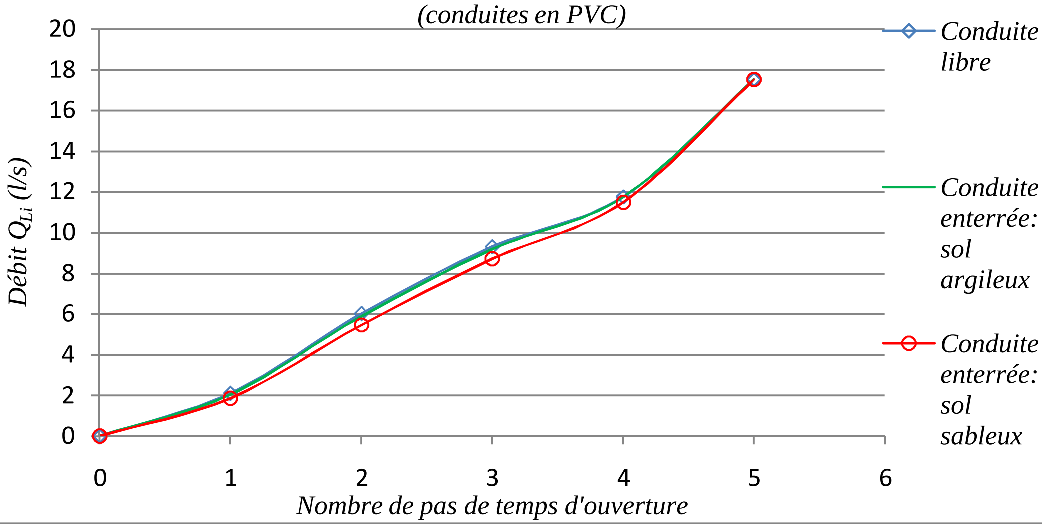
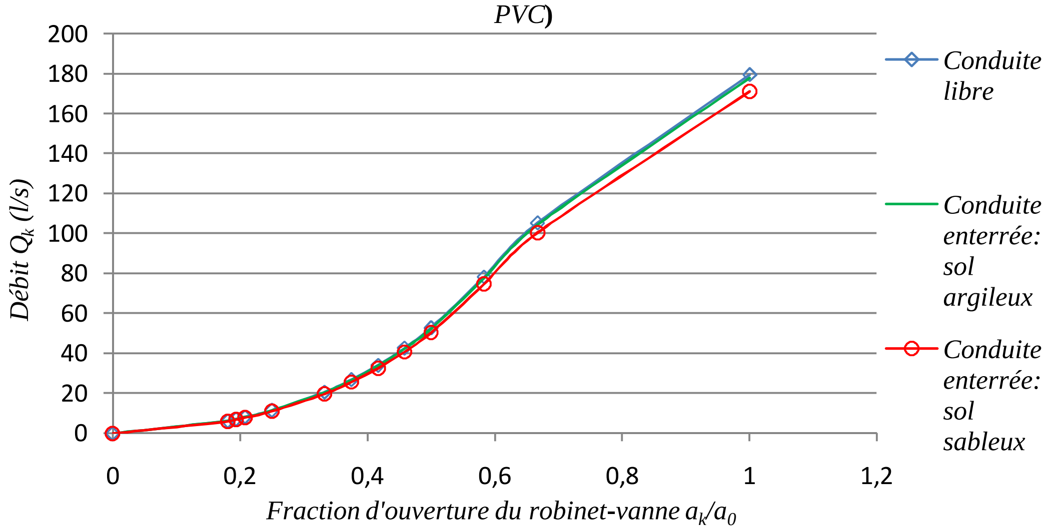


Figure 6.16 : Variation du débit Qk au cours de l'ouverture (conduites en PVC)

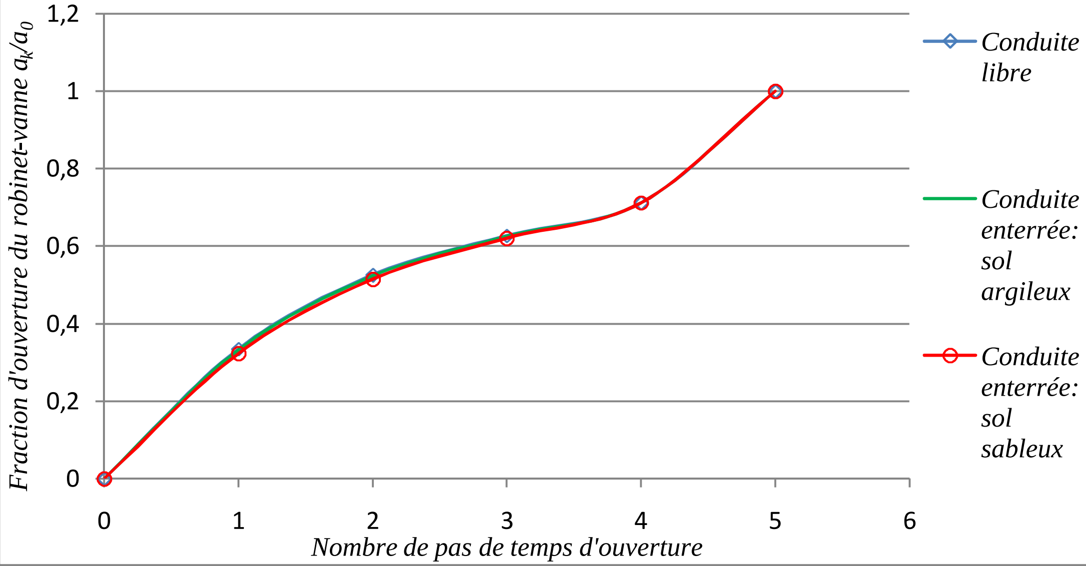


Lôouverture garantissant une dépression optimale est caractérisée par les lois suivantes (*tableau 6.38*) :

Tableau 6.38 : Loi dôouverture de la vanne en fonction du nombre de pas de temps (conduites en PVC)

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	0	0	0
1	0,335	0,332	0,323
2	0,526	0,523	0,515
3	0,627	0,625	0,621
4	0,712	0,712	0,712
5	1	1	1

Figure 6.17 : Lois d'ouverture pour les conduites en PVC



Pour une conduite en PVC, il existe une légère différence entre les lois de manî uvre parfaite dans les conduites étudiées. Il est nécessaire que lôouverture soit plus lente lorsque la conduite est enterrée.

En tentant de trouver lôexpression des lois de manî uvre représentées dans la *figure 6.17*, on trouve :

- Conduite non enterrée :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}001i^5 - 0{,}009i^4 + 0{,}040i^3 - 0{,}141i^2 + 0{,}445i$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol argileux :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}001i^5 - 0{,}009i^4 + 0{,}038i^3 - 0{,}136i^2 + 0{,}438i$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol sableux :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}001i^5 - 0{,}008i^4 + 0{,}034i^3 - 0{,}124i^2 + 0{,}42i$$

Avec $R^2 = 1$

Dans ce cas, les lois de manî uvre ont aussi une forme dôun polynôme dôordre 6.

c. Conduite en PEHD:

- *Conduite sans effet du sol :*

En adoptant un pas de temps dôouverture de 5, on obtient une valeur de la dépression de -6,56m. Les vitesses et débits au droit de la vanne durant les différentes phases de manî uvre sont calculés dans le *tableau 6.39* suivant :

Tableau 6.39 : Vitesses U_{Li} et débits Q_{Li} au cours de Lôouverture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0
1	0,286	2,318
2	0,850	6,888
3	1,252	10,145
4	1.574	12,754
5	2	16,206

Avec des débits de fuite Q_k de lôordre de (*tableau 6.40*) :

Tableau 6.40 : Débits de fuite au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	5,851
0,194	0,245	0,116	6,723
0,208	0,263	0,123	7,653
0,250	0,315	0,144	10,731
0,333	0,416	0,195	19,190
0,375	0,466	0,226	24,914
0,417	0,515	0,259	31,554
0,458	0,562	0,297	39,486
0,500	0,609	0,339	48,839
0,583	0,698	0,438	72,324
0,667	0,781	0,526	97,183
1	1	0,7	165,596

- *Conduite enterrée dans un sol argileux :*

Dans ce type de sol La valeur de la dépression engendrée est de -7,26m. Les vitesses U_{Li} et débits Q_{Li} sont calculés dans le *tableau 6.41* suivant :

Tableau 6.41 : Variation des vitesses et débits au cours de lôouverture

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0
1	0,271	2,196
2	0,777	6,296
3	1,206	9,772
4	1,536	12,447
5	2	16,206

Avec des débits de fuite Q_k de lôordre de (*tableau 6.42*) :

Tableau 6.42 : Variation du débit de fuite au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	5,803
0,194	0,245	0,116	6,669
0,208	0,263	0,123	7,591
0,250	0,315	0,144	10,644
0,333	0,416	0,195	19,035
0,375	0,466	0,226	24,713
0,417	0,515	0,259	31,299
0,458	0,562	0,297	39,167
0,500	0,609	0,339	48,444
0,583	0,698	0,438	71,739
0,667	0,781	0,526	96,396
1	1	0,7	164,256

- *Conduite enterrée dans un sol sableux :*

A titre dôexemple dans un sol sableux pour ce type de conduite La valeur de la dépression ainsi engendrée est de -10,69m pour un nombre de pas dôouverture pris égal à 5. En conséquence les vitesses U_{Li} et les débits Q_{Li} qui en résultent sont donné dans le *tableau 6.43* suivant :

Tableau 6.43 : Variation des vitesses et débits au cours de lôouverture de la vanne

i	U_{Li} (m/s)	Q_{Li} (l/s)
0	0	0
1	0,231	1,872
2	0,673	5,453
3	1,072	8,687
4	1,414	11,458
5	2	16,206

Avec des débits de fuite Q_k de lôordre de (*tableau 6.44*) :

Tableau 6.44 : Débits de fuite au cours de lôouverture

$\frac{a_k}{a_0}$	$\frac{S_k}{S_0}$	C_k	Q_k(l/s)
0	0	0	0,000
0,181	0,229	0,108	5,566
0,194	0,245	0,116	6,396
0,208	0,263	0,123	7,280
0,250	0,315	0,144	10,208
0,333	0,416	0,195	18,255
0,375	0,466	0,226	23,700
0,417	0,515	0,259	30,017
0,458	0,562	0,297	37,562
0,500	0,609	0,339	46,460
0,583	0,698	0,438	68,800
0,667	0,781	0,526	92,447
1	1	0,7	157,527

Figure 6.18 :Variation du débit au cours de l'ouverture (conduites en PEHD à parois minces)

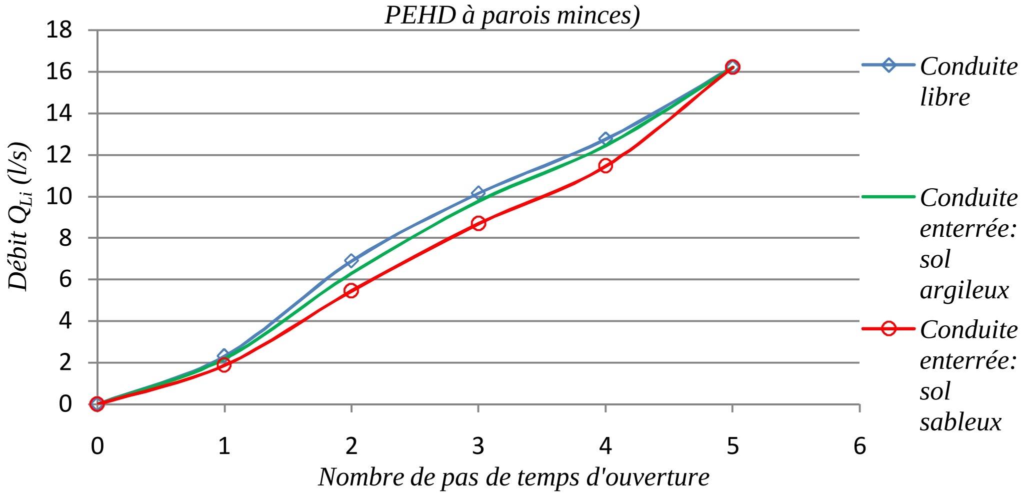
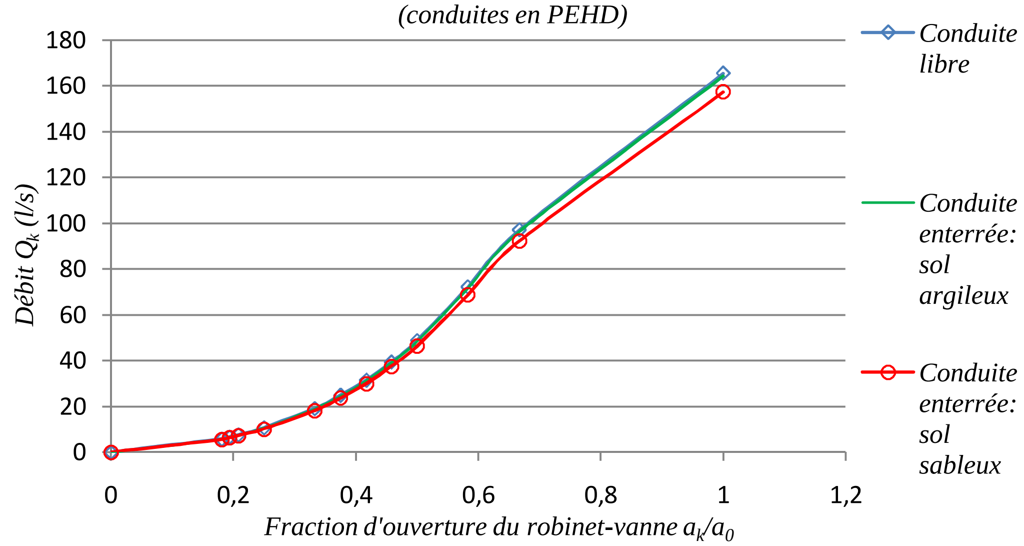


Figure 6.19 : Variation du débit de fuite Qk au cours de l'ouverture (conduites en PEHD)

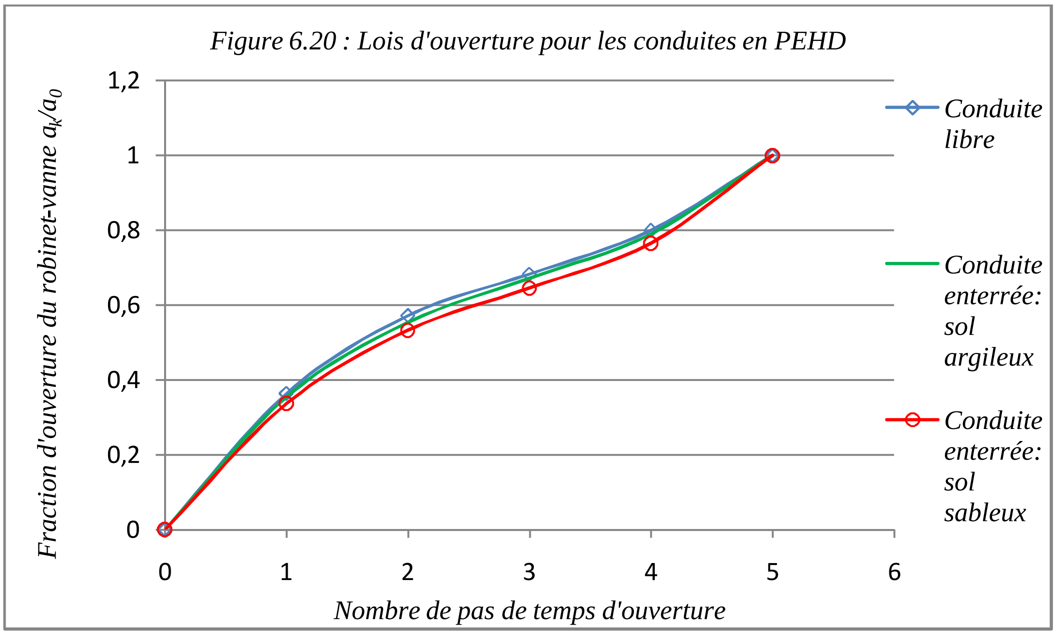


Lôouverture garantissant une dépression optimale est caractérisée par une loi donnée par le *tableau 6.45* suivant:

Tableau 6.45 : Loi dôouverture de la vanne en fonction du nombre de pas de temps (conduites en PEHD)

i	Conduite libre	Conduite enterrée: sol argileux	Conduite enterrée: sol sableux
0	0	0	0
1	0,364	0,355	0,337
2	0,572	0,554	0,533
3	0,683	0,672	0,646
4	0,800	0,790	0,766
5	1	1	1

Soit graphiquement (figure 6.20)



Cette figure illustre clairement la différence entre les lois dôouverture pour les trois conduites. Lôouverture devra être plus lente dans une conduite enterrée comparée à une conduite libre et cela dépendra de manière significative du type de sol constituant le remblai surmontant la conduite. Une conduite enterrée dans un sol sableux nécessitera une ouverture plus lente que celle se trouvant sous un sol argileux.

La détermination des expressions de ces courbes nous donne :

- Conduite non enterrée :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}007i^4 - 0{,}021i^3 - 0{,}058i^2 + 0{,}436i$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol argileux :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}012i^3 - 0{,}114i^2 + 0{,}457i$$

Avec $R^2 = 1$

- Conduite enterrée dans un sol sableux :

$$\frac{a_k}{a_0} = 0{,}002i^4 - 0{,}002i^3 - 0{,}078i^2 + 0{,}415i$$

Avec $R^2 = 1$

Remarque:

Etant donné que la détermination dûne loi de manî uvre optimale nécessite un calcul laborieux, un programme sous MATLAB (*Annexe 2*) a été développé pour permettre le calcul des débits de fuite Q_k ainsi que des débits sôécoulant à travers le robinet-vanne pendant la manî uvre Q_{Li} facilement.

6.4. Conclusion:

De ce chapitre, consacré à lôétude des lois de manî uvre en coup de bélier optimum, on peut conclure que le sol a un effet significatif sur les lois de manî uvre des robinets-vannes surtout dans le cas dûun matériau de la conduite est déformable. Cet effet est important dans les conduites en matériaux plastiques notamment le polyéthylène, qui actuellement est le matériau de conduites le plus répandu puisque le plus avantageux. Il est donc indispensable dôétudier lôeffet de lôenterrement des conduites sur les lois de manî uvre pour garantir un coup de bélier aussi optimum que possible. Et il est au moins aussi important de considérer le type de sol dans lequel la conduite sera enterrée puisquôon voit une nette différence entre un sol à tendance sableuse et un sol à tendance argileuse. La différence en question sôexplique facilement on observant les valeurs du module de Young de ces deux types de sol, et par conséquent les célérités dôonde. Les lois de manî uvres pratiquées sur des conduites enterrées dans un sol sableux doivent être plus lentes comparativement aux lois de manî uvre des conduites enterrées dans un sol argileux pour les mêmes robinets-vannes placés.

Etant prouvé que les manî uvres des robinets-vannes dans les conduites enterrées doivent être plus lentes que dans les conduites libres, il serait sans doute recommandé dôaugmenter le nombre de pas de temps de fermeture ou dôouverture lorsque les conduites sont enterrées. Ces types de lois de manî uvre ainsi obtenues peuvent être proposés au constructeur pour la conception des robinets-vannes appelées à garantir un coup de bélier optimum.

CONCLUSION GENERALE

A lôissue de ce travail, nous pouvons dire que le coup de bélier, phénomène dangereux se manifestant dans lôécoulement de fluides en charge, peut être optimisé et réduit de manière considérable. Dans ce travail nous avons présenté le coup de bélier optimum qui provoque une variation de pression, certes, mais une variation très inférieure à celle donnée par la valeur majorante et, qui peut atteindre des dizaines de bars.

Cette optimisation va nous permettre de faire une économie dans le dimensionnement mécanique des conduites, appelées à supporter la pression maximale de fonctionnement (PMF) qui représente la somme de la pression maximale de service (PMS) et celle donnée par le coup de bélier engendré.

En considérant lœffet du sol sur le coup de bélier qui est le cas pratique réel, il a été montré que lœnterrement des conduites en charge provoque une augmentation de la célérité des ondes et par conséquent la valeur du coup de bélier (surpression et dépression) puisque lôune est proportionnelle à lôautre. Il en résulte donc certainement une modification dans le dimensionnement des ouvrages anti-béliers qui va dans le sens économique.

Dans notre étude, nous avons constaté une augmentation spectaculaire dans une conduite en polyéthylène haute densité, qui est un matériau déformable, comparativement aux autres types de matériaux de conduites.

Lœffet du sol de différentes natures sur les lois de manî uvre des robinets-vannes en vue de lôobtention dôun coup de bélier optimum a fait lôobjet également de notre travail. Nous avons montré quôil est possible de déterminer une courbe caractéristique des robinets-vannes donnant le pourcentage dôouverture ou de fermeture de la vanne en fonction du temps. Ainsi, lorsque les conduites sont enterrées, la manî uvre de la vanne doit se faire plus lentement comparée au cas où les conduites sont libres. Autrement dit les lois de manî uvre sont très influencées par le type de sol constituant le remblai :

Un sol sableux a beaucoup plus dœffet quôun sol argileux, c'est-à-dire quôun robinet-vanne installé sur une conduite devra se manî uvré plus lentement si la conduite se trouve sous un remblai sableux que sous un remblai argileux.

Cette loi de manî uvre ainsi déduite pour un type de sol donné, qui nœst autre quôune courbe caractéristique semblable à celle des pompes sera proposée au constructeur pour la conception dôun robinet vanne appelé à garantir un coup de bélier optimum.

Dans ce travail, Lôétude des lois de manî uvre sôest faite par une méthode graphique jugée plus maniable vu la complication du problème. Il serait intéressant, ultérieurement dans le domaine de la recherche de proposer un raisonnement analytique pour la détermination dôune loi de manî uvre optimale en coup de bélier biphasique qui est le cas couramment rencontré en pratique dans les réseaux dœau potable notamment.

Annexe -1-

DESCRIPTION DU ROBINET-VANNE

1. Introduction :

Les systèmes de transport dœau, quelle quœn soit la vocation, se caractérisent par la présence dœaccessoires permettant lœisolement de certaines parties, leur vidange ou leur remplissage. Les accessoires quœon trouve le long dœune canalisation sont les robinets, les ventouses, les différents clapets, les organes de mesures, les protections anti-béliers et aussi les régulateurs de pression. Dans ce qui suit nous faisons une brève description des robinets-vannes.

2. Robinet-vanne :

Cœst le type de robinet le plus utilisé dans lœindustrie vu quœil possède un domaine étendu d'applications en température et en pression, lœobturateur se déplace perpendiculairement à lœaxe de lœécoulement du fluide et permet le démarrage ou lœarrêt de lœécoulement du fluide, il sœagit dœune fonction de sectionnement et il est conseillé dœéviter les positions intermédiaires car le fluide en écoulement animé dœune certaine vitesse risquerait dœéroder la vanne.

Ces équipements robustes et bien adaptés à la fonction dœisolement (passage intégral et faible perte de charge en position ouverte) sont cependant inadaptés à la fonction de réglage, aux fluides chargés *(Figure 1).*

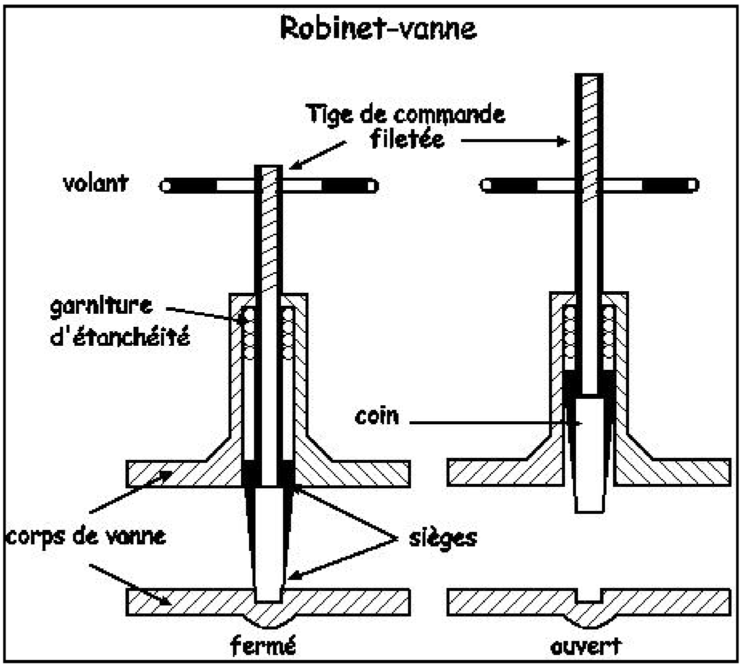


Figure 1 : Robinet- vanne

3. Eléments constitutifs dôun robinet-vanne :

Un robinet est constitué des éléments suivants :

- Une enveloppe (comportant un corps et un chapeau) qui constitue lôinterface fluide-ambiance extérieure, classiquement en acier ou fonte ;
- Un obturateur (opercule) qui constitue lôinterface fluide amont-fluide aval ;
- Un système de raccordement à la tuyauterie ;
- Un système de manî uvre de lôobturateur qui constitue lôinterface robinet-opérateur (volant, levier, actionneur, ... + tige) ;
- Un système qui assure lôétanchéité dynamique vers lôextérieur (joint, presse garnitures,...).

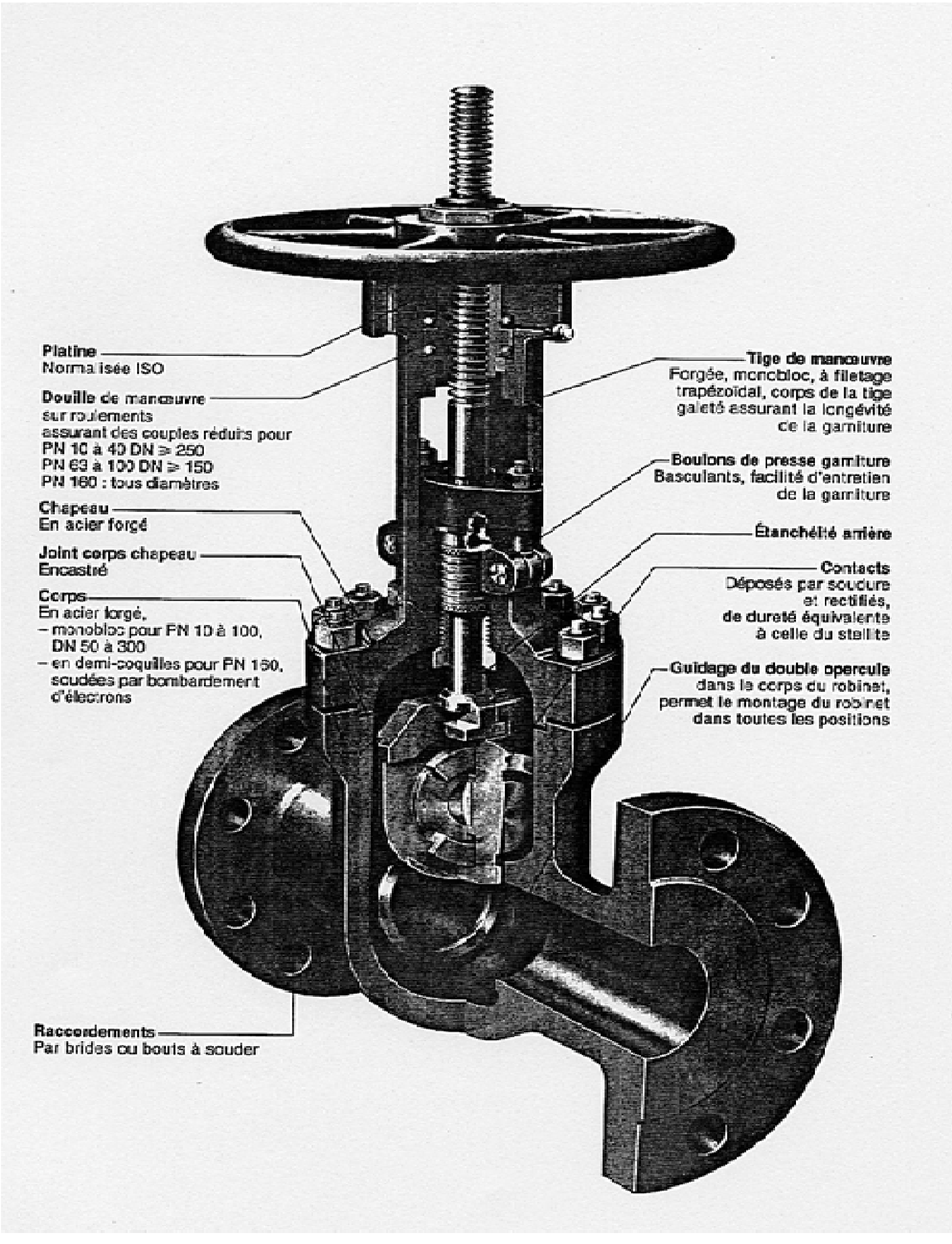


Figure 2 : éléments constitutifs dôun robinet-vanne

4. Les actionneurs :

Le dispositif de manî uvre doit toujours être adapté à son appareil de robinetterie. Les appareils de robinetterie peuvent être commandés soit manuellement, soit à l'aide d'actionneurs à énergie auxiliaire (pneumatique, électrique ou hydraulique).

Le choix du type d'actionneur est défini par les critères suivants :

- Fréquence et durée des manî uvres ;
- Accessibilité des robinets ;
- Importance de l'effort à développer ;
- Degré de centralisation des commandes ou niveau d'automatisation de l'installation ;
- Economie de personnel d'exploitation.

L'examen de ces critères montre que l'évolution va vers l'utilisation de plus en plus massive d'actionneurs à énergie auxiliaire.

4.1. Les actionneurs manuels :

La manî uvre s'effectue généralement à l'aide d'un volant. Ce volant peut être fixe, montant ou entraîner la tige de manî uvre du robinet par l'intermédiaire d'un réducteur.

4.2. Les actionneurs à énergie auxiliaire :

a. Les actionneurs électriques :

Il sôagit dôun dispositif dôentraînement du robinet qui utilise lôélectricité comme énergie motrice. Lôactionneur électrique peut fonctionner avec un moteur électrique à courant alternatif monophasé ou triphasé, ou à courant continu, et il est toujours prévu une commande manuelle de secours.

b. Les actionneurs pneumatiques et hydrauliques :

Ces actionneurs utilisent le plus souvent le principe du vérin. Pour les robinets à déplacement linéaire de l'opercule, l'adaptation des vérins peut s'effectuer directement. Pour les robinets à déplacement angulaire de l'opercule, l'actionneur comprendra, en plus du système à vérin, un dispositif pour transformer le mouvement rectiligne en mouvement circulaire à fraction de tour.

Les actionneurs pneumatiques sont souvent munis, comme les actionneurs électriques dôune commande manuelle de secours.

c. *Les actionneurs électromagnétiques :*

Un électroaimant commande la tige de manî uvre (déplacement linéaire). Ces actionneurs présentent plusieurs particularités :

- Grande rapidité de manî uvre ;
- Effort limité ;
- Simplicité ;
- Faible encombrement.

4.3. Organes de contrôle. Intelligence distribuée :

Ces dispositifs s'adaptent sur tous les actionneurs mentionnés précédemment. Ils permettent d'indiquer la position de l'obturateur (par un signal « tout ou rien » ou par un signal proportionnel), de gérer l'ouverture, la fermeture, l'arrêt ou la surveillance de l'organe de manî uvre ainsi que la mise en position intermédiaire de l'obturateur en fonction du signal d'entrée.

Des capteurs « intelligents » permettent de connaître les paramètres principaux de fonctionnement du robinet. La télésurveillance constitue un véritable outil de maintenance d'un appareil de robinetterie.

Annexe -2-

DOMMAGES LIES AU COUP DE BELIER

Figure 3 : Joints d'expansion détruits par les coups de bélier

Figure 4 : Division à cinq sorties détruite par un coup de bélier

Figure 5 : Conduite endommagée par un coup de bélier

Figure 6 : Conduite en fonte rompue suite à un coup de bélier

Figure 7 : Rupture d'équipements suite à un choc hydraulique

Références bibliographiques :

Abreu J., Cabrera E., Garcia-Serra J., Lopez P.A. « Optimal Closing of a Valve for Minimising Water Hammer » Hydraulic Machinery and Cavitation: Proceeding of the XVIII IAHR Symposium:, edited by E.Cabrera, V.Espert and F.Martinez Volume 2, 1996, pp 661-670.

Afshar M.H., Rohani M. « Water Hammer Simulation by Implicit Method of Characteristic» International Journal of Pressure Vessels and piping 85, Ed ELSEVIER, 2008, pp 851-859.

Allievi Lorenzo « Theory of Water Hammer» translated by Eugene E. HALMOS, notes I to V, typography Riccardo GARRONI, Rome 1925, pp III-XI, 1-3.

Angus Robert W. «Water Hammer in Pipes, Including those Supplied by Centrifugal Pumps: Graphical Treatment», university of Toronto, Canada 1838, pp 245.

Bahrar B., Rieutord E., Morel R. « Influence de la viscoélasticité de la paroi sur les phénomènes classiques de coup de bélier » Revue de la Houille Blanche N ° 1, Paris 1998, pp 26-32.

Bahrar B., Rieutord E., Morel R., Zeggwagh G. « Modélisation du phénomène de coup de bélier avec prise en compte du comportement réel de la conduite » Revue internationale de lœau la Houille Blanche, Paris 1998, pp 18-25.

Bennis Saad « Hydraulique et hydrologie, 2ème édition ». Université du Québec, Ecole de technologie supérieure, presse de lœuniversité du Québec 2007, pp 117-142.

Bergant A., Tijsseling A .S., Vítkovský J.P., Covas D.I.C., Simpson A .R., Lambert M.F. « Parameters Affecting Water-Hammer Wave Attenuation, Shape and Timingð Part 1: Mathematical Tools » Journal of Hydraulic Research Vol.46 N°3, International Association of Hydraulic Engineering and Research 2008, pp 373-381.

Bergant A., Simpson A.R., Tijsseling A.S. « Water Hammer with Column Separation: A Historical Review » Journal of Fluids and Structures 22, Ed. ELSEVIER, pp 135-171.

Bergant Anton, Tijsseling Arris .S. « Parameters Affecting Water Hammer Wave Attenuation, Shape and Timing », IAHR Journal of Hydraulic Research 46,2008, pp 282-291.

Boillat Jean-Louis, De Souza Paulo « Modélisation des systèmes hydrauliques à écoulements transitoires en charge » Laboratoire de Constructions Hydrauliques. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne 2004, Communication 16, pp 5 - 34.

Bourdarias C., Gerbi S. « A Kinetic Scheme for Unsteady Pressurized Flow in Closed Water Pipes » Journal of Computational and Applied Mathematics 234, Ed. ELSEVIER 2010, pp 2098-2105.

Boussinesq J. « Propagation des ondes le long dõune colonne liquide compressible se composant de filets à vitesses inégales et contenue dans un tuyau horizontal, sans tension longitudinale » Annales scientifiques de lÕE.N.S, 3^{e} série 1905, tome 22, pp 349-368.

Camichel Charles, Eydoux Denis, Gariel Maurice « Etude théorique et expérimentale des coups de bélier : essais faits à lõinstitut électrotechnique de Toulouse et à lõusine hydroélectrique de Soulom ». Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3ème série tome 8,1916, pp 1-251.

Camichel Charles, Eydoux Denis, Gariel Maurice « Etude théorique et expérimentale des coups de bélier : essais faits à lõinstitut électrotechnique de Toulouse et à lõusine hydroélectrique de Soulom ». Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3ème série tome 9, 1917, pp 1-145.

Camichel Charles « Recherches sur les conduites possédant des réservoirs dõair ». Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3ème série tome 10, 1918, pp 221-223.

Carlier M. « hydraulique générale et appliquée », édition EYROLLES, Paris 5^{e}, 1972, pp 292-317.

Caron A. « Un diagnostic du coup de bélier établi par modèle numérique »Revue de la Houille Blanche N ° 1/2, Paris 1986, pp 120-126.

Chaudhry Hanif «Applied Hydraulic Transients», British Columbia Hydro and Power Authority, Vancouver, Canada 1979, pp 1-62.

Clifton L. « Water Hammer and Governor Analysis», International Water Power and Dam Construction ISSN 0306-400X, Volume 39 N° 8, Wilmington Business Publishing, Dartford, Royaume-Uni 1987.

Eydoux Denis « Contribution à la technique de la houille blanche. Les mouvements de lõeau et les coups de bélier dans les cheminées dõéquilibre ; sur divers systèmes hydrauliques à mouvement alternatif ». Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3ème série tome 9,1917, pp 147-249.

Frey F. « Analyse des structures et milieux continus. Mécanique des structures ». Traité de génie civil de lõécole polytechnique fédérale de Lausanne 2006, pp 54-56.

Gargouri Jawhar, Jlali Abdelwaheb, Hadj-Taieb Ezzeddine, Pluvinage Guy « Evaluation des contraintes maximales dans les réseaux de conduites provoquées par le phénomène du coup de bélier », la houille blanche N°2, 2008.

Gargouri J., Hadj-Taieb E., Thirriot C. « Influence de l'élasticité de la paroi sur l'évolution des ondes de pression dans les réseaux de conduites», Revue Mécanique et Industries vol.9 n°1, Paris 2008.

Gaulthier-Villars, éditeur-imprimeur-libraire « Comptes rendus hebdomadaires des séances de lôacadémie des sciences », Paris 1957, pp 1193 et 1353.

Gaulthier-Villars et Cie, imprimeurs libraires « Comptes rendus hebdomadaires des séances de lôacadémie des sciences, tome 160 N°13 », Paris 1915, pp 383-384.

Gibson A.H. « Water Hammer in Hydraulic Pipe Lines», ARCHIBALD CONSTABLE & CO, London 1908, pp 2-50.

Gibson N.R. « Pressures in Penstocks Caused by the Gradual Closing of Turbine Gates» American society of civil engineers 1920, pp 707-725.

Giuma Badreddin, Elghariani S.K. « Transient Analysis of Fluid-Structure Interaction in Straight Pipe» A project report submitted in partial fulfillment of the requirements for the award of the degree of Master of Engineering (Mechanical), University of Malaysia 2007, pp 1-15.

Hachem F.E., Schleiss A.J. « A review of wave celerity in frictionless and axisymmetrical steel-lined pressure tunnels » Journal of Fluids and Structures Ed. ELSEVIER 2010, pp 2-18.

Hager Willi H. «Swiss Contribution to Water Hammer Theory », JOURNAL OF HYDRAULIC RESEARCH, VOL. 39, NO. 1, Zurich 2001, Switzerland, pp 3-9.

Halliwell A.R. « Velocity of a Water Hammer Wave in an Elastic Pipe » Journal of the hydraulics division, 1963, pp 1-21.

HSIAO R.C., Rivera M.P. « Optimal Control of Transient Flows due to Valve Operations », American Control Conference, Minneapolis 1987.

Ismaier A., Schlucker E. «Fluide Dyamic Interaction between Water Hammer and Centrifugal pumps » Nuclear Engineering and Design 239, 2009, pp 3151-3154.

Jacob Sophie « Le dimensionnement mécanique des tuyaux dôassainissement. Le fascicule 70 version 2003 et les cas de pose particuliers » CERIB 2006, pp 12-45.

Jaeger Charles « Théorie générale du coup de bélier. Application au calcul des conduites à caractéristiques multiples et des chambres d'équilibre » thèse de doctorat présentée à l école polytechnique fédérale, Zürich, Dunod, Paris 1933, pp 13-169.

Jouguet Emile « Auguste RATEAU », Annales des mines, 13ème série tome 2, Paris 1932.

Karney B.W., Simpson A.R. « In-line check valves for water hammer control » Journal of Hydraulic Research Vol.45 N°4, International Association of Hydraulic Engineering and Research, 2007, pp 547-554.

Khan M.H. « Chambres dœquilibre, méthodes de calcul détaillées à lœaide dœun calculatrice digitale » Thèse présentée à lœuniversité de Lausanne pour lœobtention du grade de docteur en sciences techniques, 1964, pp 1-5, 158-162.

Kochupillai J., Ganesan N., Padmanabhan C. « A New Finite Element Formulation Based on the Velocity of Flow for Water Hammer Problems » International Journal of Pressure Vessels and piping 82 Ed. ELSEVIER 2005, pp 1-14.

LE Gouriere D., Nougaro J. « Méthode graphique pour lœétude des coups dé bélier dœonde sur les conduites munies de réservoirs dœair » Note transmise par L.ESCANDE, Séance du 17 octobre 1960, pp 1-3.

Lencastre A. « Manuel dœhydraulique générale » édition EYROLLES, Paris 1979, pp 290.

Lencastre A. « hydraulique générale » édition EYROLLES pp 369-380, Paris 1999.

Madan Mohan Das, Mimi Das Saikia, « Irrigation and Water Power Engineering», New Delhi 2009, pp 399-400.

Meunier M. « Le coup de bélier et la protection des réseaux dœeau sous pression », Ecole nationale du génie rural des eaux et des forêts, Paris 1980, pp 1-86.

Moigno «Revue encyclopédique hebdomadaire des progrès des sciences et de leurs applications aux arts et à lœindustrie», 13ème tome, pp 152-154, Paris 1858.

Nonclercq P. « Hydraulique urbaine appliquée 3ème partie : Le calcul statique des collecteurs urbains » Ed. CEBEDOC, Liège 1982, pp 39-114.

Parmakian J. « Water Hammer Analysis» Dover publications INC, New York 1963, pp 1-74.

Pernes Pierre « Hydraulique unidimensionnelle partie 2 : coup de bélier et phénomène dœoscillation en masse, pompes centrifuges » CEMAGREF éditions 2004, pp 1-54.

RIEUTORD E. «Mécanique des fluides : Ecoulement non stationnaire, en conduite, de fluide compressible » INSA de Lyon 1985, pp IX1-IX4.

Rohani M., Afshar M.H. « Simulation of Transient Flow Caused by Pump Failure: Point-Implicit Method of Characteristics » Annals of Nuclear Energy 37 Ed. ELSEVIER 2010, pp 1742-1750.

Ruus E., Karney B. « Charts for water hammer in high head pump discharge lines resulting from pump failure and check valve closure » Canadian Journal of Civil Engineering ISSN 0315-1468 CODEN CJCEB8 vol. 12, n°1.National Research Council of Canada, Ottawa 1985.

Saikia Mimi Das, Sarma Arup Kumar « Simulation of Water Hammer Flows with unsteady Friction factor » Journal of Engineering and Applied Sciences Vol.1 N° 4, Asian Research Publishing Network (ARPN), 2006, pp 35-39.

Salah B. « Contribution à lœétude du régime transitoire dans une conduite forcée à écoulement gravitaire » Thèse pour lœobtention du diplôme de magister en hydraulique, Ecole nationale polytechnique, Alger 1986.

Salah B., Massouh F., Kettab A., Mbangangoye B. « Célérité de l'onde de coup de bélier dans les conduites enterrées » Revue internationale de lœeau la Houille Blanche n°3/4, Paris 2001, pp 13-16.

Salah B., Kettab A., Massouh F. « Coup de bélier dans un réseau ramifié enterré en refoulement» Larhyss Journal n° 02, 2003, pp 55-68.

Salah B., Massouh F. « Approche de détermination des erreurs temporelles lors du calcul du régime transitoire dans les réseaux dœeau sous pression », 2009, pp 130-137.

Salah B., Massouh F. « Application du modèle de Lamé à une conduite sous pression à parois simples ou revêtues et placée en tranchée » Revue internationale de lœeau la Houille Blanche n°4, Paris 2010, pp 90-95.

Suarez Acuna Jaime « Generalized Water Hammer Algorithm for Piping Systems with Unsteady Friction », thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the degree of master in science in mechanical engineering, Mayagüez campus, Puerto Rico 2005, pp 3-6.

«Symposium on Water Hammer» Arranged by the A.S.M.E committee on water hammer for presentation at the palmer house on June 30, during engineering week at the century of progress exposition. Chicago, Illinois 1933, pp 3-4.

Tian W., Su G.H., Wang G., Qiu S., Xiao Z. « Numerical simulation and optimization on valve-induced water hammer characteristics for parallel pump feedwater system » Annals of Nuclear Energy 35 Ed. ELSEVIER 2008, pp 2280-2287.

Tijsseling Arris.S., **Anderson Alexander** « A Precursor in Water Hammer Analysis ï Rediscovering Johannes von Kries » Proceedings of the Ninth International Conference on Pressure Surges, BHR Group, Chester, UK 2004, pp 1-15.

Tijsseling A.S. « Water Hammer with Fluid-Structure Interaction in Thick-Walled Pipes » Computers and Structures 85 Ed. ELSEVIER 2007, pp 844-851.

Tijsseling Arris.S., **Anderson Alexander** « Thomas YOUNG's research on Fluid Transients: 200 Years on» BHR Group, Proc. of the 10th Int. Conf. on Pressure Surges (Editor S Hunt), Edinburgh, United Kingdom 2008, pp 1-15.

Tijsseling Arris.S., Lambert Martin.F., Simpson Angus.R., Stephens Mark.L., Vitkovsky John.P., Bergant Anton (2008) « SKALAKÕs extended theory of water hammer », Journal of Sound and Vibration 310 pp 718ï 728.

« Vanne (robinets) » Institut national de lÕenvironnement industriel et des risques, France 2005, pp 1-28.

Vazquez José « Hydraulique Générale » Ecole nationale du génie de lÕeau et de lÕenvironnement de Strasbourg, 2010, pp 67-69.

Wu T., Ferng C.C. « Effect of Nonuniform Conduit Section on Water Hammer » Acta Mechanica, 1999, pp 137-149.

Wylie E.B., Streeter V.L., Suo L. « Fluid Transients in systems » Prentice Hall, New Jersey 1993, pp 215- 238.

Références sitographiques :

http://www.azprocede.fr/Cours_GC/technovannes_3.html **Nicolas Jouve** (**2008**) « Cours technologie vannes », Consulté en Mars 2011.

http://traction.armintl.com/traction#/single&proj=Docs&rec=403&brief=n « Water Hammer Damage » Publié en Mai 2010, Consulté en Avril 2012.

http://www.solutionsbyharper.com/page.asp?PageID=6275 « Prevent a Train Wreck in Your Water System! » Harper International, Inc. Consulté en Avril 2012

http://www.cyclestopvalves.com/csvtechinfo_10.html « Water Hammer, CSV versus VFD » Consulté en Avril 2012.

http://www.systhermique.com/vapeur-condensat/services/resolution-problemes/coup-de belier/ « Coup de bélier » Consulté en Avril 2012.

http://antigravity.over-blog.com/article-le-mur-de-joukovski-53911725.html « Le mur de Joukovsky » publié en Juillet 2012, Consulté en Janvier 2012.

PROGRAMME DE CALCUL SOUS MATLAB

Le programme développé comprend trois parties :

1. **Programme principal :** permet le choix du cas étudié (cas enterré ou libre, manî uvre dốouverture ou de fermeture)

```
% Variables
m=7;
k=2.07*10^9;
ro=1000;
D=0.1;
Em=200*10^9;
e=0.002;
num=0.3;
nus=0.33;
Es=2*10^6;
g=9.81;
H0=50;
u0=2;
L=250;
epsilon=0.001;
i=[0:1:m-1];
vect=[0:1:m];
Di=D-2*e;
Ri=Di/2;

% Sélectionner les cas ainsi que la vérification

cas=input('Veuillez sélectionnez le type: \n\n1:Fermeture Libre
\n\n2:Fermeture Enterrée \n\n3:Ouverture Libre \n\n4:Ouverture
Enterrée\n\n');

switch cas  % Utilisation de la fonction 'switch' pour déterminer les
cas

case (1)    % Premier cas
     a=sqrt((k/ro)/(1+((k*D)/(Em*e))));
     fermeture;  % exécution du programme 'fermeture'
case (2)
     a=sqrt((k/ro)/(1+(k*(Di*(1-(num^2))*(1-nus))/(((1-
num^2)*Ri*Es)+(Em*e*(1-nus))))));
     fermeture;
case (3)
     a=sqrt((k/ro)/(1+((k*D)/(Em*e))));
     ouverture;
case (4)
     a=sqrt((k/ro)/(1+(k*(Di*(1-(num^2))*(1-nus))/(((1-
num^2)*Ri*Es)+(Em*e*(1-nus))))));
     ouverture;
otherwise   % autre valeur
          disp('Erreur, valeur introduite incorrecte, Veuillez tapez
sur ENTREE pour re-sélectionnez :');
          input('--------------------------------------------------------
--------------------------------');
          programmeprincipal; % ré-exécution du programme suite à une
mauvaise manip par l'utilisateur
end
```

2. **Fermeture :** permet de faire les calculs pour une manî uvre de fermeture :

```
% Calculs

w=(a*u0)/(g*H0);
landa=(1.14-0.86*log(epsilon/D))^(-2);
K=(landa*L)/D;
phi=u0/sqrt(2*g*H0);
psi=(w/((2*m)-1))-((K*(phi^2))/((2*m)-1))*(-0.5+(2/(m^2))*sum((m-
i).^2))+((3*(phi^2))/((2*m)-1));
calculsum1; % programme qui calcul la somme (m-z)²
alphai=((K/(2*a))*(u0^2)*(-0.5+((2/m^2).*somme))-
u0+(((2*g)/a)*(vect-0.5)*psi*H0);
ULi=(-1+(sqrt(1-((K/a).*alphai))))/(K/(2*a));
QLi=(ULi*pi*(D^2))/4;

% Graphe QLi(i)
i=0:1:m;
figure(1);
plot(i,QLi)
title('Graphe qui représente QLi(i)', 'fontsize', 12)
xlabel('- i -')
ylabel('- QLi -')
warning('off','MATLAB:dispatcher:InexactMatch');
Grid ON;

% Calcul de Qk

% On fixe AA=ak/a0

AA=[1 0.667 0.583 0.500 0.458 0.417 0.375 0.333 0.250 0.208 0.194
0.181 0];

%Calcul de Ck
epsilon2=0.7;
S0=(pi*(D^2))/4;
rk=[0 0.77 1.55 3.27 4.57 6.33 8.63 11.89 22.68 31.35 35.36 41.21
45.22];

Ck=epsilon2./(sqrt(1+rk));

% Calcul de SS=Sk/S0

SS=1-(2/pi)*((acos(AA))-(AA.*sqrt((1-(AA))).^2));
Qk=Ck.*(SS*S0)*(sqrt(2*g*(H0+(psi*H0))));

% Graphe Qk(ak/a0)=Qk(AA)

figure(2);
plot(AA,Qk)
title('Graphe qui représente Qk(ak/a0)', 'fontsize', 12)
xlabel('- ak/a0 -')
ylabel('- Qk -')
Grid ON;
```

Calculsum1:

```
z=0; % Initialisation du compteur z
```

```
 somme(1)=(m-z)^2;  % toujours la 1ère valeur est égale à (m-z)^2
qlq soit m et z
 for z=1:1:m   % Début de la boucle de calcul
     somme(z+1)=somme(z)+((m-z)^2);  % On ajoute l'ancienne valeur
à la nouvelle
 end  % fin de boucle
```

3. Ouverture : permet de faire les calculs pour une manî uvre dôouverture :

```
% Calculs

w=(a*u0)/(g*H0);
landa=(1.14-0.86*log(epsilon/D))^(-2);
K=(landa*L)/D;
phi=u0/sqrt(2*g*H0);

mu=m/(m-0.5);
N=0.5+(((1+(mu^2))/(m^2))*(sum(vect.^2)));
R=K*(phi^2)*N;

psi=(-((2*(R^2))+((4*R)*(m-0.5))-(w^2))-(w*(sqrt(4*((4*(m^2))-
(4*m)+(2*R*m)-R+1)+(w^2))))))/(2*((4*((m-0.5)^2))+(R^2)+(4*(m-
0.5)*R)));

calculsum2;  % programme qui calcul la somme (z²)

betai=(((2*g)/a)*(vect-
0.5)*(H0*psi))+((K/(2*a))*(u0/m^2)*(1+mu^2)*(somme));

ULi=(-1+(sqrt(1-((K/a).*betai))))/(K/(2*a));

QLi=(ULi*pi*(D^2))/4;

% % Graphe QLi(i)
figure(1);
plot(vect,QLi)
title('Graphe qui représente QLi(i)', 'fontsize', 12)
xlabel('- i -')
ylabel('- QLi -')
Grid ON;

% Calcul de Qk

% On fixe AA=ak/a0

AA=[1 0.667 0.583 0.500 0.458 0.417 0.375 0.333 0.250 0.208 0.194
0.181 0];

%Calcul de Ck
epsilon2=0.7;

S0=(pi*(D^2))/4;
rk=[0 0.77 1.55 3.27 4.57 6.33 8.63 11.89 22.68 31.35 35.36 41.21
45.22];

Ck=epsilon2./(sqrt(1+rk));

% Calcul de SS=Sk/S0
```

```
SS=1-(2/pi)*(acos(AA)-(AA.*sqrt(1-((AA).^2))));
Qk=Ck.*(SS*S0)*(sqrt(2*g*(H0+(psi*H0))));

% Graphe Qk(ak/a0)=Qk(AA)

figure(2);
plot(AA,Qk)
title('Graphe qui représente Qk(ak/a0)', 'fontsize', 12)
xlabel('- ak/a0 -')
ylabel('- Qk -')
Grid ON;
```

Calculsum2:

```
 z=0; % Initialisation du compteur z
 somme(1)=(m-z)^2;  % toujours la 1ère valeur est égale à (m-z)^2
qlq soit m et z
 for z=1:1:m   % Début de la boucle de calcul
     somme(z+1)=somme(z)+((m-z)^2);  % On ajoute l'ancienne valeur
à la nouvelle
 end  % fin de boucle
```