

Higher National School of Hydraulic

The Library

Digital Repository of ENSH



المدرسة الوطنية العليا للري

المكتبة

المستودع الرقمي للمدرسة العليا للري



The title (العنوان):

**Processus côtiers, Tome 1 Hydrodynamique.**

The paper document Shelf mark (الشفرة) : P 551 MIH T1

APA Citation ( APA توثيق ):

Mihoubi, Mustapha Kamel. (2012). Processus côtiers, Tome1 Hydrodynamique [polycopie pédagogique]. ENSH.

The digital repository of the Higher National School for Hydraulics "Digital Repository of ENSH" is a platform for valuing the scientific production of the school's teachers and researchers.

Digital Repository of ENSH aims to limit scientific production, whether published or unpublished (theses, pedagogical publications, periodical articles, books...) and broadcasting it online.

Digital Repository of ENSH is built on the open DSpace software platform and is managed by the Library of the National Higher School for Hydraulics. <http://dspace.ensh.dz/jspui/>

المستودع الرقمي للمدرسة الوطنية العليا للري هو منصة خاصة بتمكين لإنتاج العلمي لأساتذة وباحثي المدرسة.

يهدف المستودع الرقمي للمدرسة إلى حصر الإنتاج العلمي سواء كان منشورا أو غير منشور (طروحات، مطبوعات، مذكرات، دوريات، كتب...) بثه على الخط.

المستودع الرقمي للمدرسة مبني على المنصة المفتوحة DSpace و يتم إدارته من طرف مديرية المكتبة للمدرسة العليا .

كل الحقوق محفوظة للمدرسة الوطنية العليا للري.

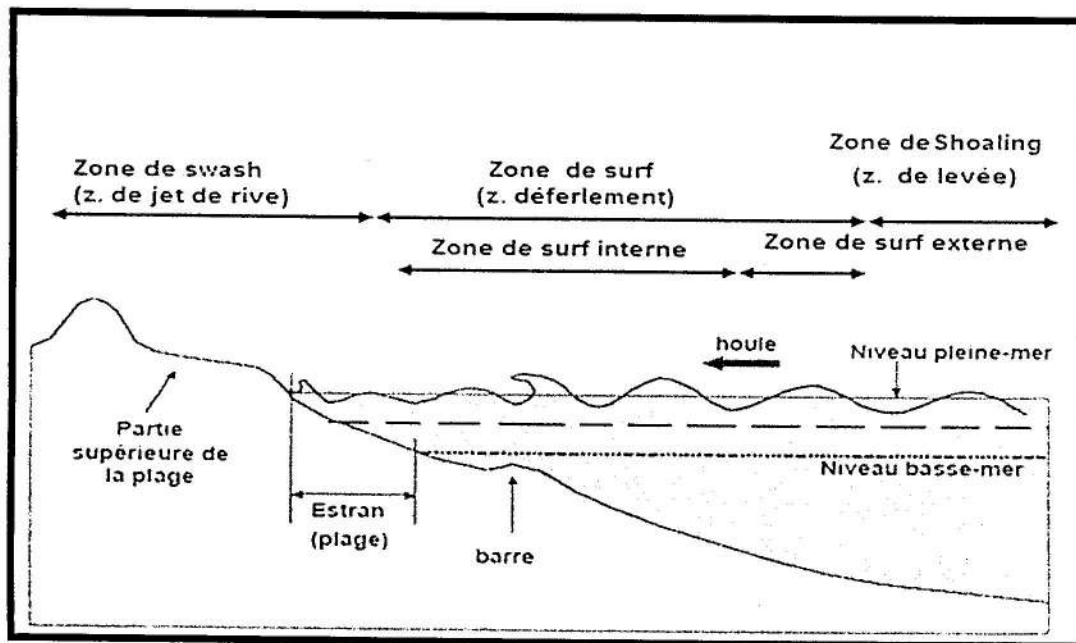
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'HYDRAULIQUE  
-ENSH-BLIDA-



# PROCESSUS CÔTIERS

TOME I  
HYDRODYNAMIQUE



M.K. MIHOUBI  
Maître de Conférences A

## ***Avant-propos***

*Ce présent manuel constitue une synthèse de références bibliographiques consacrées aux fondements régissant les processus côtiers, notamment l'hydrodynamique de la houle et ses transformations près d'un rivage.*

*Ce premier tome, permet aux étudiants de connaître les principes fondamentaux liés à l'étude des différents modèles et équations caractéristiques des houles régulières et irrégulières.*

*Nous avons jugé utile de mettre à la disposition des étudiants ce manuel afin de permettre une consolidation des connaissances et une meilleure pratique des concepts de dimensionnement des ouvrages maritimes et génie côtiers.*

***L'auteur***

# SOMMAIRE

	page
Avant propos.....	I
<b><u>Chapitre I</u> : Théorie de la houle régulière</b>	
I.1 Houles régulières.....	1
I.2 Equations caractéristiques des houles régulières.....	2
I.3. Modèles de houles linéaires.....	14
I.4. Modèles de houles non-linéaires .....	16
<b><u>Chapitre II</u> : Houles irrégulières et aléatoires</b>	
II.1 Houles multi-chromatiques .....	23
II.2- Houles irrégulières ou aléatoires .....	25
II.3- Modèles Mathématiques des spectres de houles .....	27
II.4 Analyse statistique d'un enregistrement d'un train de vagues .....	32
<b><u>Chapitre III</u> : Transformations de la houle</b>	
III.1 Description du phénomène .....	
III.2 Différents types de déferlements .....	41
III.3 Conditions du déferlement .....	43
III.4. Réfraction de la houle .....	49
III.5 Réflexion de la houle .....	50
III.6 Diffraction de la houle .....	53
	67
Références .....	68
Annexes.....	



# CHAPITRE I : THÉORIE DE LA HOULE RÉGULIÈRE

## I.1 HOULES REGULIERES

### I.1.1 Définition :

On considère, que la houle est le résultat d'un ensemble d'ondulations ou de vagues parallèles identiques qui s'accroissent avec l'augmentation de la vitesse du vent et qui se traduit par un transport d'énergie.

- La houle représente aussi, un groupement de vagues résultant d'une propagation d'ondes de surface, qui se propagent à l'interface eau-atmosphère.
- Les forces de rappel qui s'opposent à la perturbation sont essentiellement résultantes des effets de tension superficielle dans le cas de présence de faibles longueurs d'ondes.
- Contrairement les forces de pression et de gravité sont effectives pour les grandes longueurs d'ondes (ondes de gravité).
- Le mouvement de la houle est caractérisé par les paramètres suivants:

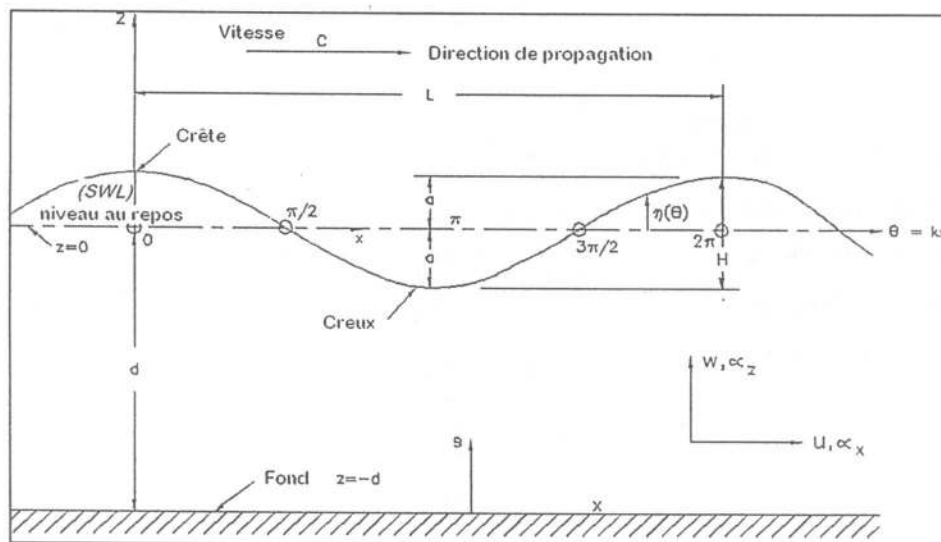


Figure I.1: Caractéristiques d'une houle régulière.

L'amplitude  $H$  : dénivellation maximale entre la crête et le creux

La longueur d'onde  $L$  : distance qui sépare deux creux ou deux crêtes successives.

La période  $T$  : intervalle de temps qui sépare les passages de deux crêtes consécutives au même point.

La profondeur  $d$  : paramètre de contrôle des processus physiques affectant les vagues.

Généralement, l'intervalle de temps qui s'écoule en deux crêtes successives, correspondant à une période varie de 0,1 à 30 secondes (Figure I.2).

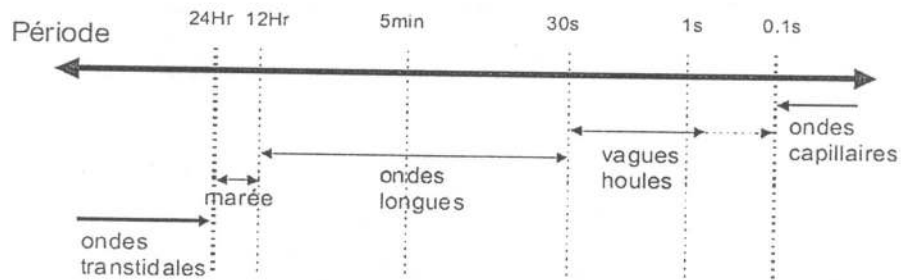


Figure I.2: Distribution approximative des ondes de la surface de l'océan

### I.1.2 Classification :

Il est très important d'expliquer la signification et l'origine des vagues. Ce sont à l'origine des ondes se produisant à la surface d'un plan d'eau. Ils peuvent être classés selon plusieurs critères partant de leur origine :

- Des vagues causées par le vent, résultant d'un forçage météorologique sont appelées **houle**.
- Des vagues causées par les mouvements de la lune, résultant d'un forçage astronomique sont appelées **marées**
- Des vagues causées des tremblements de terre sont appelées **tsunamis**.

Selon la mécanique physique qui est impliquée dans la propagation des ondes, on distingue :

- Des **ondes gravitaires** (vagues gravitiques) en présence de forces motrices due à la gravité.
- Des **ondes capillaires** en présence de forces de tension superficielle.

## I.2 EQUATIONS CARACTERISTIQUES DES HOULES REGULIERES

### I.2.1 Hypothèses de base

Le principe consiste à développer, une théorie des ondes à faible amplitude dans un référentiel plan (2D). A ce titre on doit supposer que :

1. Le fluide est homogène, incompressible, pesant et les tensions de surface sont négligeables.
2. L'écoulement est irrotationnel, c'est-à-dire que la vitesse dérive d'un potentiel  $\Phi = f(x,z,t)$ . Cette condition permet d'écrire l'hypothèse d'incompressibilité satisfaisant l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (I.1)$$

$x, z$  : sont respectivement les coordonnées horizontale et verticale

$\Phi$  : Potentiel des vitesses (*potentiel velocity*)

3. Le fond est stationnaire, imperméable et horizontale.

4. La pression à la surface est constante tout le long de l'interface air- eau de mer.
5. L'amplitude et la cambrure sont faibles comparativement à la longueur d'onde et à la profondeur d'eau constante. Puisque les vitesses de particule sont proportionnelles à la hauteur de vague.
6. La vague (houle) parcourt une distance  $L$  durant une période  $T$  à une vitesse  $c$  égale :

$$c = \frac{L}{T} \quad (1.2)$$

### 1.2.2 Conditions aux limites

Au fond, il n'existe pas d'écoulement perpendiculaire au fond où le champ des vitesses s'exprime par :

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \text{ pour } z = -d \quad (1.3)$$

A la surface, la condition cinématique s'exprime par:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \text{ pour } z = \eta \quad (1.4)$$

En application de l'équation de Bernoulli pour un écoulement irrotationnel donne :

$$\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

$p=0$  pour  $z=\eta$  ; la condition au limite cinématique, s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}(u^2 + w^2) + gz + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \text{ pour } z = \eta \quad (1.6)$$

Sachant que la pression est égale à zéro à la surface  $p=0$  à  $z=\eta$  et tenant compte de la condition donnée par l'équation de la condition cinématique:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad \text{et} \quad g\eta + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \Big|_z \quad (1.7)$$

En employant l'ensemble des équations dans l'équation de Laplace (1.1), on obtient le potentiel de vitesses pour une houle de faible amplitude (Ippen, 1966; Sorensen 1978; Dean et Dalrymple 1984):

$$\Phi = \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (1.8)$$

avec ;

$$k=2\pi/L \text{ et } \omega=2\pi/T \quad (1.9)$$

Equation du profil de la surface libre (élévation du plan d'eau) :

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (1.10)$$

L'équation de Laplace satisfait à l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \text{ pour } z = 0 \quad (1.11)$$

La solution de l'équation différentielle est du type :

$$\Phi(z, t) = \Phi'(t) \cdot \frac{\text{ch}(kz + kd)}{\text{ch}(kd)} \quad (1.11)$$

En remplaçant le terme potentiel  $\Phi$  par l'équation (1.11), nous obtenons une équation d'onde de la forme :

$$\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial t^2} + (gk) \text{th}(kd) \Phi' = 0 \quad (1.12)$$

Avec une relation de dispersion entre la pulsation  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  :

$$\omega^2 = gk \text{th}(kd) \quad (1.13)$$

La condition dynamique permet d'obtenir l'évolution du nombre d'onde en fonction de la profondeur, c'est-à-dire la relation de dispersion suivante :

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \text{th}\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \quad (1.14)$$

Tenant compte de la relation de la vitesse en fonction de la période d'oscillation (1.2), permet d'écrire :

$$c = \frac{gT}{2\pi} \text{th}\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (1.15)$$

Les valeurs  $\frac{2\pi}{L}$  et  $\frac{2\pi}{T}$  représente respectivement le nombre d'onde  $k$  (*Wave number*) et la fréquence angulaire  $\omega$  (*Angular frequency*), permettant d'écrire alors :

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \text{th}\left(\frac{2\pi d}{L}\right) = \frac{g \cdot T}{\omega} \text{th}(kd) \quad (1.16)$$

Une formulation approximative et corrective a été présentée par Eckart (1952) apportant ainsi plus de précision au calcul de la longueur d'onde :

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \sqrt{\text{th}\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \frac{d}{g}\right)} \quad (1.17)$$

### 1.2.3 Vitesse et accélération des vagues

On peut établir les composantes de vitesse en fonction des paramètres définis graphiquement précédemment à partir de la dérivée du potentiel de vitesse (Eq. 1.8) et ce suivant la direction horizontale et verticale (figure 1.1) :

$$u = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cdot \cos\theta \quad (1.18)$$

$$w = \frac{H}{2} \frac{gT}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cdot \sin\theta \quad (1.19)$$

Les composantes de vitesse décrivent le mouvement sur une distance  $(z+d)$  à partir du fond, les vitesses sont périodique à la fois en variable temporelle ( $t$ ) et variable spatiale ( $x$ ). La valeur de la l'angle de phase  $\theta = 2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T}\right)$ .

Le maximum positif de la composante horizontale est atteint quand la phase  $\theta = 0, 2\pi, \dots$  etc, et le maximum négatif de la composante horizontale est atteint quand la phase  $\theta = \pi, 3\pi, \dots$  etc.

Pour la composante verticale, le maximum positif est atteint quand la phase  $\theta = \pi/2, 5\pi/2, \dots$  etc, et le maximum négatif de la composante verticale est atteint quand  $\theta = 3\pi/2, 7\pi/2, \dots$  etc.

L'accélération des oscillations d'ondes peut être définie à partir de la dérivée des équations de composantes de vitesses :

$$\alpha_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{g\pi H}{L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cdot \sin\theta \quad (1.20)$$

$$\alpha_z = \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{g\pi H}{L} \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cdot \cos\theta \quad (1.21)$$

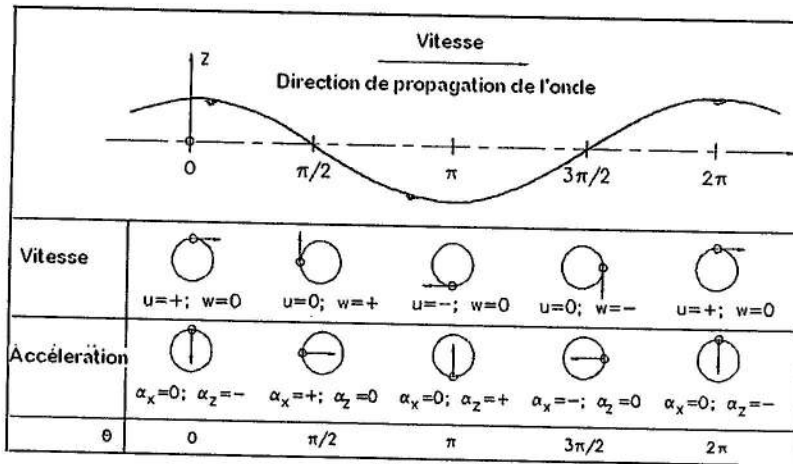


Figure 1.3: Description de la variation de la vitesse et de l'accélération pour différentes phases de houle.

### 1.2.4 Déplacement des particules d'eau

Pour de faibles amplitudes des vagues (houle), le déplacement des particules d'eau peut être défini comme étant l'intégrale des équations de composantes de vitesses (1.18) et (1.19) :

- Déplacement horizontal :

$$\xi = -\frac{HgT^2}{4\pi L} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \sin \theta \tag{1.22}$$

- Déplacement vertical

$$\zeta = +\frac{HgT^2}{4\pi L} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \cos \theta \tag{1.23}$$

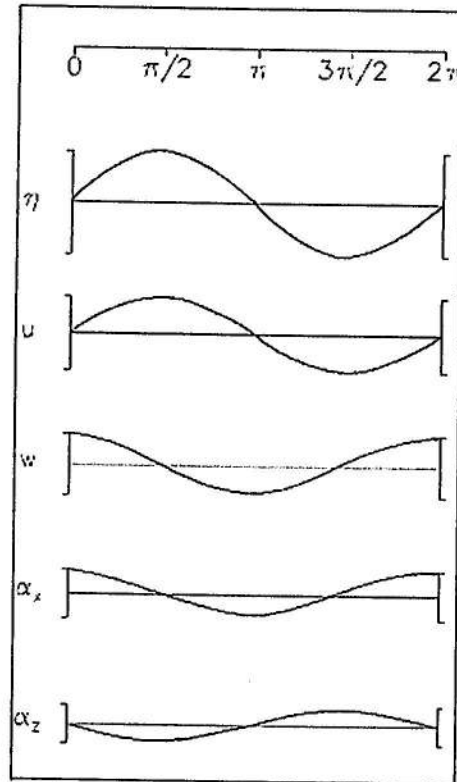


Figure 1.4: Profil d'oscillation de la surface du plan d'eau, composantes de vitesse et d'accélération

En position moyenne des déplacements nous pouvons procéder à simplification suivante :

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{2\pi \cdot g}{L} \operatorname{th}\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad (1.24)$$

Ainsi ;

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \sin \theta \quad (1.25)$$

$$\zeta = +\frac{H}{2} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \cos \theta \quad (1.26)$$

Par transformation d'écriture des équations précédentes (1.23) et (1.24) sous la forme :



$$\sin^2 \theta = \left[ \frac{\xi}{a} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}{\cosh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)} \right]^2 \quad (1.27)$$

$$\cos^2 \theta = \left[ \frac{\zeta}{a} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)} \right]^2 \quad (1.28)$$

La somme des deux équations (1.25) et (1.26) , permet d'écrire :

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\zeta^2}{B^2} = 1 \quad (1.29)$$

avec

$$A = \frac{H}{2} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \text{ et } B = \frac{H}{2} \frac{\sinh\left(\frac{2\pi(z+d)}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \quad (1.30)$$

A et B représentent respectivement le grand axe (horizontale) et petit axe (vertical) de l'ellipse.

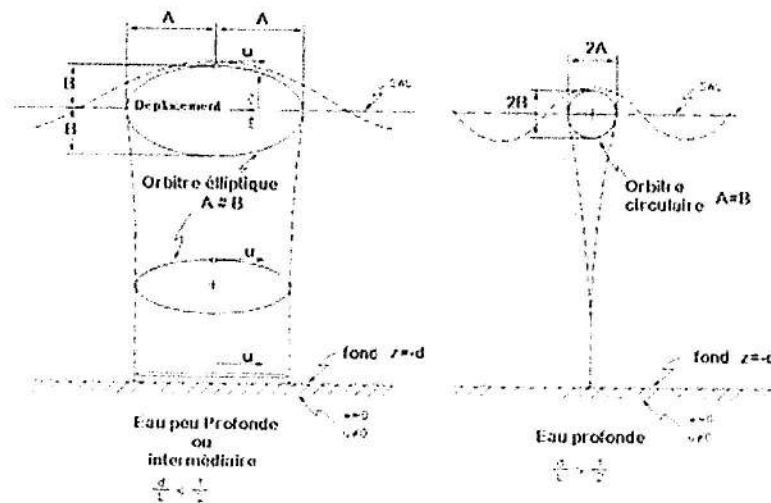


Figure 1.5: Description du déplacement de particule en fonction de la profondeur d'eau.

### I.2.5 Pression à la surface

La pression totale étant la somme des composantes dynamique et statique de pression :

$$p' = \frac{\rho g \cosh\left[\frac{2\pi(z+d)}{L}\right]}{2 \cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \cos\theta - \rho g z + p_a \quad (I.31)$$

où :

$p'$  : pression totale (pression absolue)

$p_a$  : pression atmosphérique

$\rho$  : densité de l'eau salée 1,025 kg/m<sup>3</sup> et eau douce 1,000 kg/m<sup>3</sup>

L'équation (I.29) peut s'écrire autrement si on, sait que :

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) = \frac{H}{2} \cos\theta \quad (I.32)$$

$$p = \rho g \eta \frac{\cosh\left[\frac{2\pi(z+d)}{L}\right]}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} - \rho g z \quad (I.33)$$

Le ratio  $\frac{\cosh\left[\frac{2\pi(z+d)}{L}\right]}{\cosh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}$  est dénommé  $K_z$ . La pression est égale alors :

$$p = \rho g (\eta K_z - z) \quad (I.34)$$

### I.2.6 Energie

L'énergie mécanique totale par unité de surface, intégrée sur la verticale et moyennée sur une période d'oscillation est égale à la somme de l'énergie potentielle et cinétique :

$$E = E_p + E_c = \left\langle \int_{-d}^{\eta} \rho g z \cdot dz \right\rangle + \left\langle \int_{-d}^{\eta} \frac{1}{2} (\langle |u|^2 + w^2 \rangle) \right\rangle = \frac{1}{8} \rho \cdot g \cdot H^2 \quad (I.35)$$

### I.2.7 Vitesse de groupe

Dans le cas d'oscillation sinusoïdale se propagent dans le même sens d'amplitude et de périodes différentes. L'équation du profil de surface résultante est égale à :

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L_1} - \frac{2\pi t}{T_1}\right) + \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L_2} - \frac{2\pi t}{T_2}\right) \quad (1.36)$$

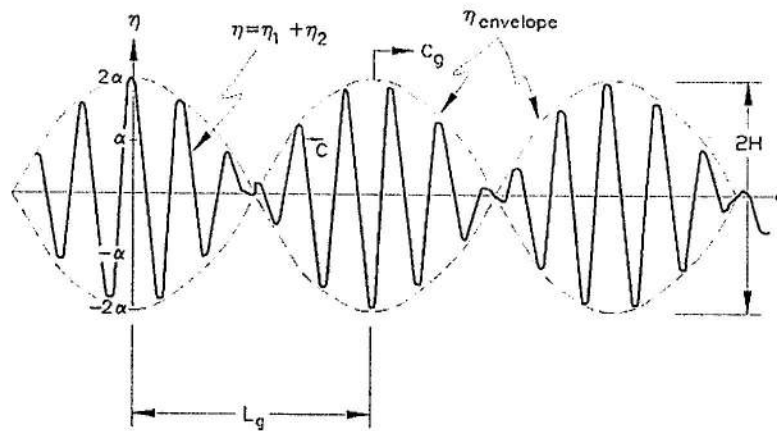


Figure 1.6: Courbe résultante de deux ondes de période d'oscillation différentes

La courbe enveloppe est d'équation :

$$\eta_v = \pm H \cos\left[\pi\left(\frac{L_2 - L_1}{L_2 L_1}\right)x - \pi\left(\frac{T_2 - T_1}{T_2 T_1}\right)t\right] \quad (1.37)$$

Pour des oscillations dont les longueurs d'ondes et périodes sont très proches, la vitesse de groupe peut être assimilée à :

$$c_g = \frac{1}{2} \frac{L}{T} \left[ 1 + \frac{\frac{4\pi d}{L}}{\sinh\left(\frac{4\pi d}{L}\right)} \right] = n.c \quad (1.38)$$

$c_g$  : étant la vitesse de groupe

$c$  : étant la vitesse de phase

Le graphe de la figure 1.7 exprime la variation des rapports de vitesses de groupe et vitesses de phase en eau profonde  $c_g / c_o$  et  $c / c_o$  en fonction de la profondeur relative en eau profonde  $d / L_o$ . Les deux courbes se confondent pour de petites valeurs de profondeur et  $c_g$  atteint un maximum avant d'atteindre asymptotiquement vers la valeur  $c / 2$

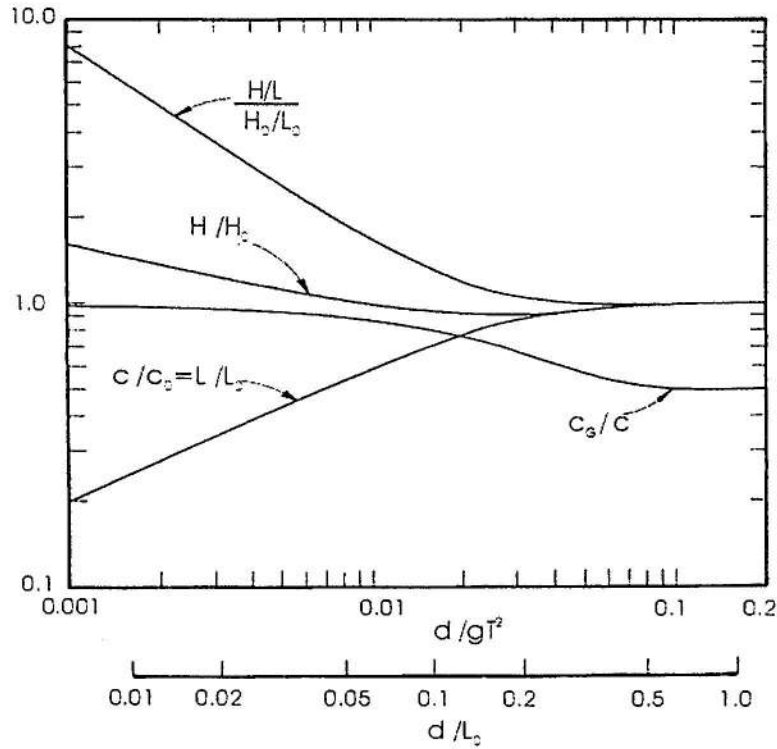


Figure I.7: Variation des vitesses de groupe et la vitesse de phase en eaux profondes, selon la théorie linéaire, d'après Saparkaya et Issacson , 1981

I.2.8- Discussions

Eaux peu profondes (*shallow water waves*) ou bien domaine des ondes longues :

$$\sinh(kd) \approx th(kd) \approx kd ; \cosh(kd) \approx 1 \text{ pour } kd < (\pi/10) \Rightarrow \frac{d}{L} < \frac{1}{20}$$

$$c^2 = gd \Rightarrow c = c_g = \sqrt{g \cdot d} \tag{I.39}$$

Les axes des trajectoires des particules s'écrivent comme suit :

$$\text{Grand axe : } A = \frac{H}{2} \frac{L}{2\pi} \quad \text{et} \quad \text{petit axe : } B = \frac{H}{2} \left( 1 + \frac{z}{d} \right) \tag{I.40}$$

□ Eaux intermédiaires (*intermediate water waves*)  $\Rightarrow \frac{1}{20} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$

□ Eaux profondes (*Deep water waves*) ou bien domaine des ondes courtes :

$$\sinh(kd) \approx \cosh(kd) \approx (1/2) kd ; th(kd) \approx 1 \text{ pour } kd > \pi \Rightarrow \frac{d}{L} > \frac{1}{2}$$

$$c^2 = c_0^2 = \frac{g L_0}{2\pi} \Rightarrow c_0 = \sqrt{\frac{g L_0}{2\pi}} = \frac{L_0}{T} \quad (1.41)$$

De l'équation (1.14) permet d'écrire aussi :

$$c_0 = \frac{g \cdot T}{2 \cdot \pi} = \frac{9,8 \cdot T}{2 \cdot \pi} = 1,56 \cdot T \quad (1.42)$$

$$c_g = \frac{1}{2} c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g L}{2\pi}} \quad (1.43)$$

La longueur correspond alors à l'expression suivante :

$$L_0 = \frac{g T^2}{2\pi} = 1,56 \cdot T^2 \quad (1.44)$$

Les axes des trajectoires des particules s'écrivent comme suit :

$$A = B = \frac{H}{2} e^{\left(\frac{2\pi z}{L}\right)} \quad (1.45)$$

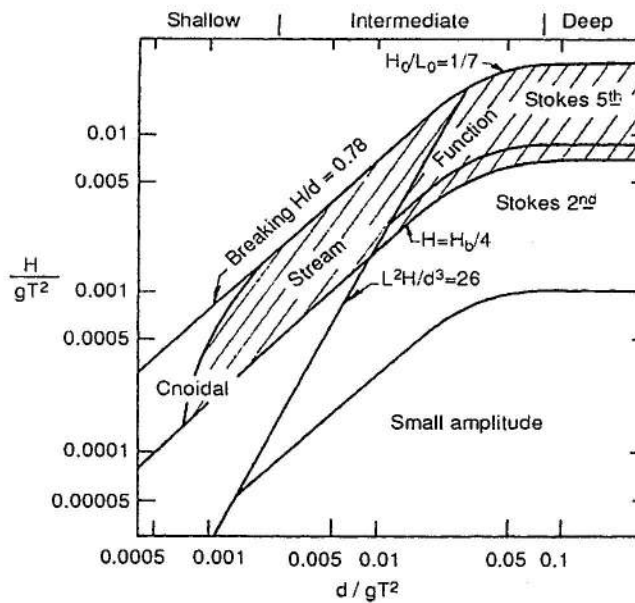


Figure 1.8: Domaines d'application des houles régulières recommandés par LeMéhauté (1969).

En 1953, Ursell introduit un paramètre adimensionnel comme étant le rapport entre le paramètre la longueur relative ( $L/d$ ) et la hauteur relative des ondes ( $H/d$ ).

$$U_R = \left(\frac{L}{d}\right)^2 \frac{H}{d} = \frac{L^2 \cdot H}{d^3} \quad (I.46)$$

**I.3. MODELES DE HOULES LINEAIRES:****I.3.1 Houle d'Airy**

En 1845, le physicien Airy éte à l'origine d'établir un modèle simple de la houle, a partir d'une approche basée sur la linéarisation des termes de l'équation de mouvement, c'est-à-dire  $(u^2+w^2) \rightarrow 0$ ; quand  $H \ll L$  et  $H \ll d$  (notions de houles infinitésimales). Cette houle est appelée houle de Stokes (1847) du premier ordre. Autrement dit, les houles sont dites linéaires de faible amplitude sont caractérisées par un nombre d'Ursell  $U_R \ll 100$ .

Tableau n°1 : Récapitulatif des différents paramètres selon la théorie linéaire d'Airy (1845)

Hauteur relative	Eau peu profonde	Eau intermédiaire	Eau profonde
Paramètres	$\frac{d}{L} < \frac{1}{20}$	$\frac{1}{20} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	$\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
Profil	idem >	$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) = \frac{H}{2} \cos \theta$	<idem
Vitesse	$c = \frac{L}{T} = \sqrt{g \cdot d}$	$c = \frac{L}{T} = \frac{g \cdot T}{2\pi} \operatorname{th} \left( \frac{2\pi d}{L} \right)$	$c = c_o = \frac{L}{T} = \frac{g \cdot T}{2\pi}$
Longueur d'onde	$L = T \sqrt{g \cdot d}$	$L = \frac{g T^2}{2\pi} \operatorname{th} \left( \frac{2\pi d}{L} \right)$	$L = L_o = \frac{g T^2}{2\pi} = c_o \cdot T$
Vitesse de groupe	$c_g = c_o = \sqrt{g \cdot d}$	$c_g = n c_o = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)} \right]$	$c_g = \frac{1}{2} c_o = \frac{g T}{4\pi}$
Vitesse de particule			
Horizontale	$u = \frac{H}{2} \cdot \sqrt{\frac{g}{d}} \cos \theta$	$u = \frac{H g T}{2 L} \cdot \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$u = \frac{\pi H}{T} \cdot e^{\frac{z\pi}{L}} \cos \theta$
Verticale	$w = \frac{H\pi}{T} \cdot \left( 1 + \frac{z}{d} \right) \sin \theta$	$w = \frac{H g T}{2 L} \cdot \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$w = \frac{\pi H}{T} \cdot e^{\frac{z\pi}{L}} \sin \theta$
Accélération de particule			
Horizontale	$\alpha_x = \frac{H\pi}{T} \cdot \sqrt{\frac{g}{d}} \sin \theta$	$\alpha_x = \frac{g\pi H}{L} \cdot \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$\alpha_x = 2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 \cdot e^{\frac{z\pi}{L}} \sin \theta$
Verticale	$\alpha_z = -2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 \left( 1 + \frac{z}{d} \right)$	$\alpha_z = -\frac{g\pi H}{L} \cdot \frac{\sinh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)}$	$\alpha_z = -2H \left( \frac{\pi}{T} \right)^2 \cdot e^{\frac{z\pi}{L}} \cos \theta$
Pression	$p = \rho g(\eta - z)$	$p = \rho g \eta \cdot \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} - \rho g z$	$p = \rho g \eta e^{\frac{z\pi}{L}} - \rho g z$



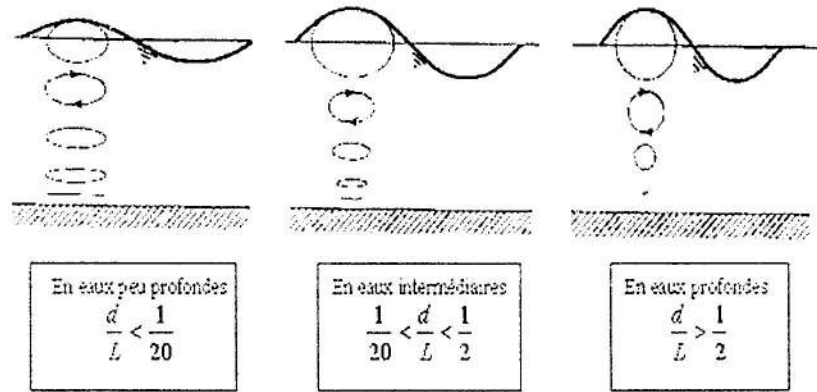


Figure 1.9 : Trajectoire des particules de la houle selon le modèle d'Airy

Tableau n°2 : Classification des ondes de surface

Classification	Paramètres		
	d/L	kd	th(kd)
Eaux profondes	de 1/2 à ∞	de π à ∞	≈ 1
Eaux intermédiaires		de π/10 à π	Th(kd)
Eaux peu profondes	de 0 à 1/20	de 0 à π/10	≈ kd

### I.3.2- Houle de Gerstner (houle trochoïdale)

En 1802, Gerstner a défini le profil de la houle comme étant trochoïdal, c'est-à-dire que l'onde progressive suit une courbe assimilable à celle décrit un point qui se déplace sur un disque roulant sur une droite.

Milne-Thompson(1968), a donné une représentation fidèle de la houle rotationnelle de Gerstner en profondeur infinie.

Les déplacements de la particule suivant un système Lagrangien est:

- ✓ Déplacement horizontal

$$\xi = x_0 + \frac{1}{k} \exp(kz_0) \sin(kx_0 - \omega t) \quad (1.47)$$

- ✓ Déplacement vertical

$$\zeta = x_0 - \frac{1}{k} \exp(kz_0) \cos(kx_0 - \omega t) \quad (1.48)$$

- ✓ Pression le long de la surface trochoïdale:

$$p = \rho g(z_s - z_0) + \frac{1}{2} \rho c^2 [\exp(2kz_0) - \exp(2kz_s)] \quad (1.49)$$

## I.4. MODELES DE HOULES NON-LINEAIRES

### I.4.1 Houle de Stokes

Stokes (1847), est à l'origine du développement d'une théorie qui tient compte des termes non linéaires. On supposant que l'écoulement est irrotationnel et plan. Il se base sur la méthode des perturbations, c'est-à-dire développer les variables en série de puissance dépendante d'un paramètre  $\varepsilon < 1$  :

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \dots + \varepsilon^n \Phi_n + \dots \quad (1.50)$$

et

$$\eta = \varepsilon \eta_1 + \varepsilon^2 \eta_2 + \varepsilon^3 \eta_3 + \dots + \varepsilon^n \eta_n + \dots \quad (1.51)$$

Stokes propose que le terme  $\varepsilon = H/L$  appelé paramètre de perturbation :

$$\Phi = \frac{H}{L} \Phi_1 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \Phi_2 + \left(\frac{H}{L}\right)^3 \Phi_3 + \dots + \left(\frac{H}{L}\right)^n \Phi_n + \dots \quad (1.52)$$

$$\eta = \frac{H}{L} \eta_1 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \eta_2 + \left(\frac{H}{L}\right)^3 \eta_3 + \dots + \left(\frac{H}{L}\right)^n \eta_n + \dots \quad (1.53)$$

La convergence de la série repose sur le choix du paramètre de perturbation, par conséquent :  $\varepsilon < 1$ . A ce sujet, Stokes propose la cambrure de l'onde  $\gamma$  comme paramètre de perturbation.

En introduisant les expressions de  $\Phi$  et  $\eta$ , développés en fonction de  $\varepsilon$ , dans les équations; Ceci permet d'obtenir la solution globale, somme de toutes les solutions, chacune correspond à une perturbation d'ordre donné.

### II.4.2 Houle de Stokes du Second ordre

Ce type de vagues est selon le développement suivant :

$$\Phi = \frac{H}{L} \Phi_1 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \Phi_2 \quad (1.54)$$

A partir de cette procédure, nous pouvons résoudre les équations pour différents ordres de perturbations. Pour un développement en séries du second ordre, le potentiel peut s'écrire comme suit :

$$\Phi_2(x,z,t) = \frac{H}{2} \frac{g}{\omega} \frac{\text{ch}[k(z+d)]}{\text{ch}(kd)} \cos(kx - \omega t) + \left(\frac{H}{2}\right)^2 \frac{gk}{\omega} \frac{3\text{ch}[2k(z+d)]}{8\text{sh}^3(kd)\text{ch}(kd)} \cos[2(kx - \omega t)] \quad (1.55)$$

$$\eta_2(x,t) = k \left(\frac{H}{2}\right)^2 \frac{3 - [\text{th}(kd)]^2}{4.[\text{th}(kd)]^3} \cos[2(kx - \omega t)] + K' \quad (1.56)$$

avec :

$$K' = k \left( \frac{H}{2} \right)^2 \frac{[\text{th}(kd)]^2 - 1}{4 \cdot [\text{th}(kd)]} \tag{I.57}$$

La vitesse de phase est égale :

$$c = gk \text{th}(kd) \left[ 1 + (ka)^2 \frac{5 + 2 \cdot \text{ch}(2kd) + \text{ch}^2(2kd)}{8 \text{sh}^4(kd)} \right] \tag{I.58}$$

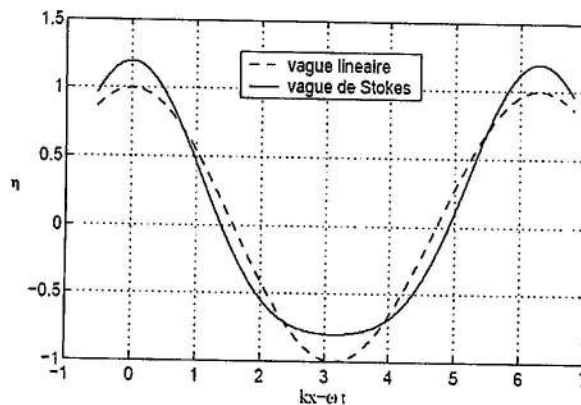


Figure I.10: Profils comparés d'une vague linéaire d'Airy et d'une vague de Stokes

- On peut remarquer qu'au fur et à mesure que l'on se rapproche du rivage, on passe de l'onde (houle) infinitésimale d'Airy aux solutions non linéaires de Stokes
- Pour des profondeurs réduites d'autres types d'ondes se manifestent (ondes cnoïdales) qui ne sont pas décrites par le modèle de Stokes. Ce dernier, à partir du 4<sup>ème</sup> ordre d'approximation, perd son sens physique et nous assistons au phénomène de déferlement.
- L'ensemble des modèles représentent un harmonique, c'est dire que c'est des houles régulières monochromatiques (figure I.11).

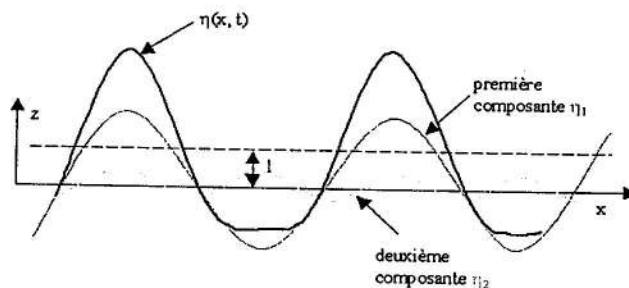


Figure I.11: Profil de l'onde résultante.

### II.4.3 Onde Cnoïdale

Korteweg and de Vries (1895) ont développé le modèle d'onde cnoïdale valable pour de petites amplitudes en eau peu profondes entraînant de effets de non linéarités et de dispersion (figure I.11). Ce modèle de houle est valable pour  $d/L < 1/8$  et  $U_R > 20$ . L'ordonnée de la surface du plan d'eau est donnée par :

$$y_s = y_t + H \operatorname{cn}^2 \left[ 2K(k) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), k \right] \quad (I.59)$$

avec ,

$y_t$  : distance du fond au creux d'onde égale au tirant  $y_t=d$ .

$H$  : distance du creux à la crête de la vague (amplitude),

$\operatorname{cn}$  : fonction cosinus elliptique,

$K(k)$  : intégrale elliptique de première espèce

$k$  : module des intégrales elliptiques

La longueur d'onde est égale :

La distance entre le fond et le creux d'onde est exprimée par :

$$\frac{y_c}{d} = \frac{y_c}{d} - \frac{H}{d} = \frac{16d^2}{3L^2} K(k) [K(k) - E(k)] + 1 - \frac{H}{d} \quad (I.60)$$

$y_c$  : distance du fond à la crête d'onde,

$E(k)$  : intégrale elliptique de seconde espèce

La longueur d'onde est exprimée par la relation suivante :

$$L = \sqrt{\frac{16.d^3}{3.H}} k.K(k) \quad (I.61)$$

La période des oscillations est exprimée par (figure I.14):

$$T \sqrt{\frac{g}{d}} = \sqrt{\frac{16y_t}{3H}} \frac{d}{y_t} \left[ \frac{k.K(k)}{1 + \frac{H}{y_t.k^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)} \right)} \right] \quad (I.62)$$

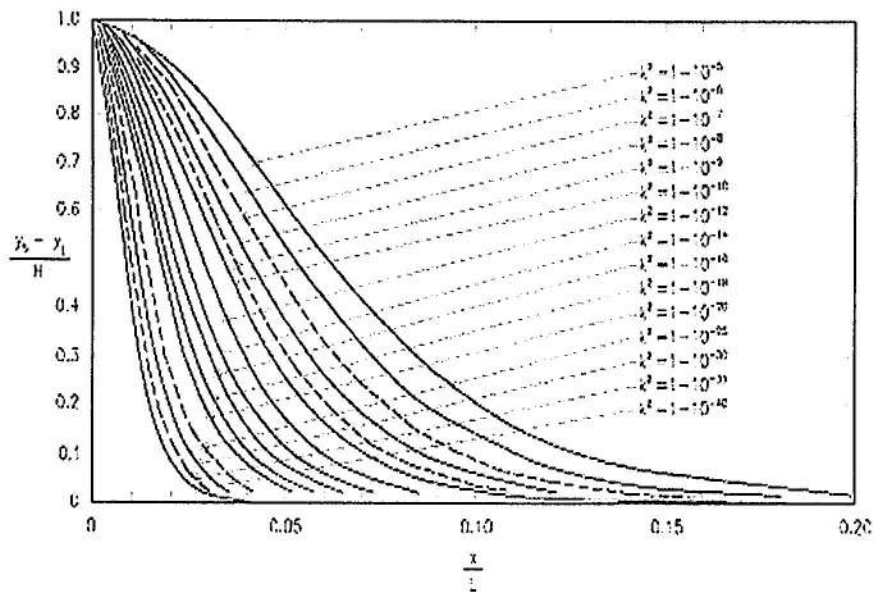


Figure I.12: Profil de surface normalisé de l'onde, d'après Wiegel 1960.

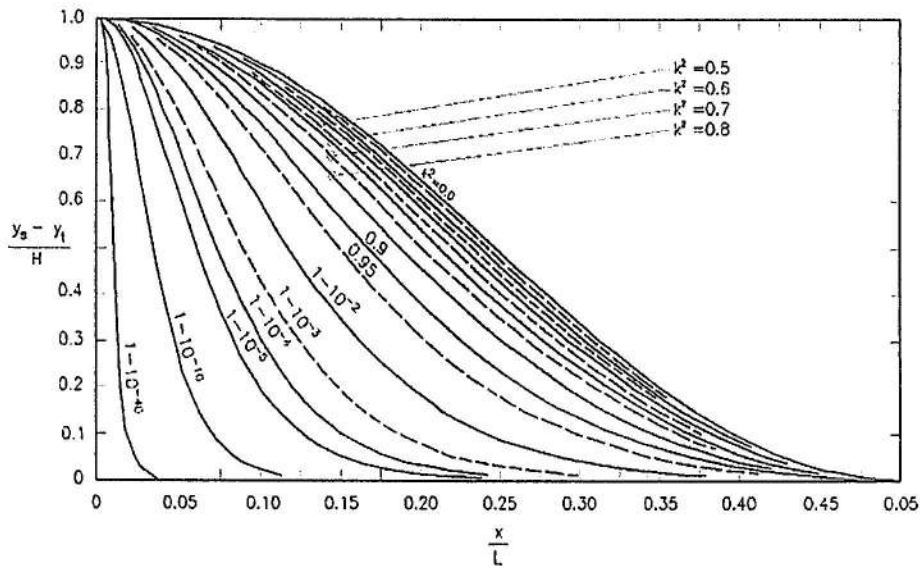


Figure I.13: Profil de surface normalisé de l'onde pour des grandes valeurs de  $k^2$ , d'après Wiegel 1960.

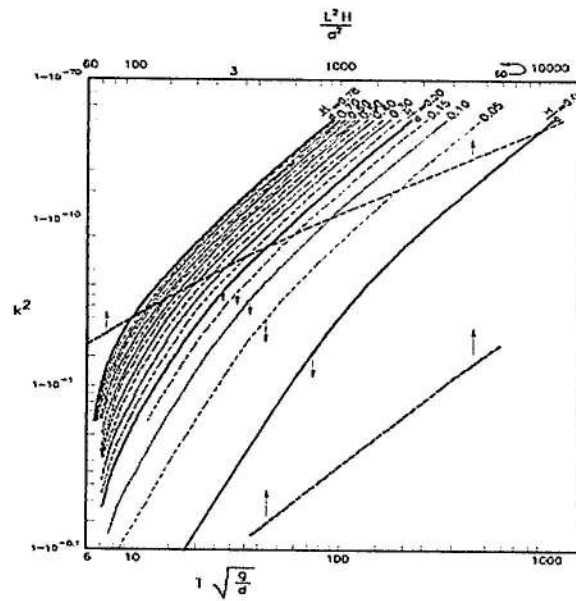


Figure 1.14: Variation du module  $k^2$  en fonction  $\frac{L^2.H}{d^3}$  et  $T.\sqrt{\frac{g}{d}}$ , d'après Wiegel 1960.

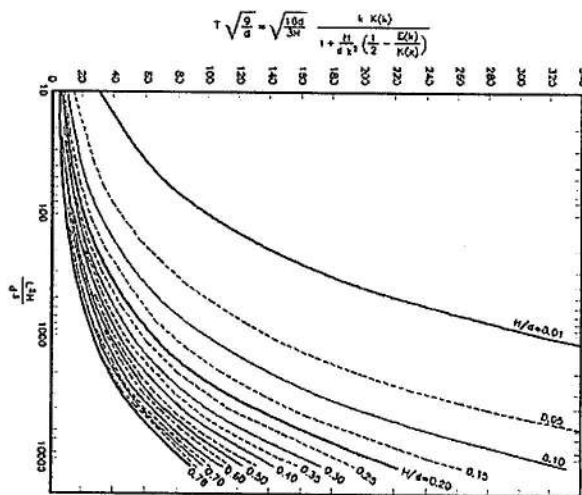


Figure 1.15: Relation entre le rapport adimensionnel  $\frac{L^2.H}{d^3}$  en fonction

$T.\sqrt{\frac{g}{d}}$  et hauteur relative  $\frac{H}{d}$ , d'après Wiegel 1960.

### II.4.3 Onde solitaire :

Décrit pour la première fois par l'Écossais John Scott Russell en 1834 et modélisé par Boussinesq en 1872, des ondes qui se propagent sur de grandes distances et longueur d'ondes, se déplacent pratiquement sans effet notable en eaux profondes.

La solution du modèle mathématique fut présentée par Korteweg et de Vries (Kdv) en 1895, solution d'équation en dérivée partielles non linéaires, cas valable pour des vagues qui se propagent en faible profondeur.

Considérant le fluide est incompressible et non visqueux pour un écoulement irrotationnel pour une vitesse  $c = \sqrt{g(H+d)}$  et à partir des équations d'Euler on obtient :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2d} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{d^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial X^3} = 0 \tag{1.63}$$

$X = x-ct$  et  $t = T$  ;  $\eta$  : étant la surface du plan d'eau .

L'équation peut s'écrire alors :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \eta}{\partial T} + \frac{3}{2d} \eta \frac{\partial \eta}{\partial X} + \frac{d^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial X^3} = 0 \tag{1.64}$$

On obtient alors l'équation de Kdv en posant des variables adimensionnées suivante :

$$\begin{cases} \phi = \frac{\eta}{d} \\ \xi = \frac{X}{X_0} \\ \tau = \frac{T}{T_0} \end{cases} \tag{1.65}$$

On cherche alors les solutions localisées spatialement se propageant à vitesse  $v$  constante. On pose donc  $z = \xi - v\tau$  pour obtenir l'équation ci-après :

$$-v \frac{\partial \phi}{\partial z} + 6\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} = 0 \tag{1.66}$$

En intégrant par rapport à  $z$  ( on considérant que la constante d'intégration est nulle ) on obtient la solution localisée spatialement :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + 3\phi^2 - v\phi = 0 \tag{1.67}$$

En intégrant une seconde fois par rapport à  $z$  :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \phi^2}{\partial z} + \phi^3 - \frac{1}{2} v\phi^2 = 0 \tag{1.68}$$

En procédant au changement de variables suivants :

$$\phi = \frac{1}{2} v \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{v}{4}} z \tag{1.69}$$



sech (x) : étant la fonction inverse du cosinus hyperbolique  $\frac{1}{\text{ch}(x)}$  pour intégrer  $dz \cdot \frac{d\phi}{\sqrt{v\phi^2 - 2\phi^3}}$

L'équation du profil de la surface du plan d'eau est égale à :

$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3}{4}} \frac{H}{d^3} (x - ct) \right] \tag{1.70}$$

Les composantes de vitesses sont exprimées par :

$$u = cN \frac{1 + \cos(My/d) \cdot \cosh(Mx/d)}{[\cos(My/d) \cdot \cosh(Mx/d)]^2} \tag{1.71}$$

$$v = cN \frac{1 + \sin(My/d) \cdot \sinh(Mx/d)}{[\cos(My/d) \cdot \cosh(Mx/d)]^2} \tag{1.72}$$

M et N étant des fonctions exprimées en fonction de la hauteur relative (figure I.16)

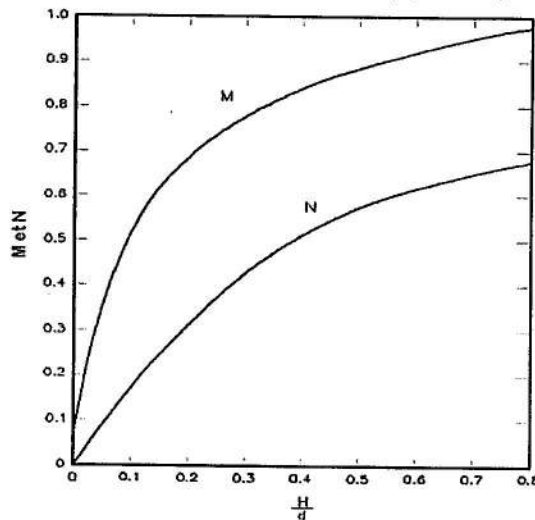


Figure I.16: Fonction M et N des composantes de vitesses des ondes solitaires en fonction  $\frac{H}{d}$

Tableau n°3 : Classification et principales caractéristiques des ondes de surface (C.Ancey)

Houle (onde)	Linéaire	Stokes	Cnoïdale	Solitaire	Mascaret
Pramètre Ursell $U_R$	$U_R \rightarrow 0$	$U_R < 10$	$U_R > 25$	$U_R \sim 1$	$U_R \gg 1$
Périodicité	Périodique	Périodique	Périodique	Période infinie	Période infinie
Creux	creux et crête identique	creux plat crête pointue	creux plat crête pointue	Pas de creux	Pas de creux
Transport de masse	nul	faible	faible	fort	fort
Cambrure H/L	$H/L \leq 1/150$	$1/20 < H/L < 1/2$	$H/L \leq 1/10$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$

**CHAPITRE II :****HOULES IRRÉGULIÈRES ET ALÉATOIRES****II.1 HOULES MULTI-CHROMATIQUES****II.1.1. Phénomène de réflexion de la houle (cas d'un canal de laboratoire)**

Une structure ou paroi plane verticale réfléchit une onde qui dépend des caractéristiques de ce dernier. Dans ce cas la houle est caractérisée par un coefficient de réflexion  $K_r$ , ou le pouvoir réfléchissant qui se traduit par le rapport des amplitudes des houles réfléchies sur houles incidentes.

$$K_r = \frac{H_r}{H_i} \quad (II.1)$$

L'équation résultante du profil de la surface libre est donnée par l'équation (I.24):

$$\eta = \frac{1}{2} H [\cos(kx - \omega t) + K_r \cos(kx + \omega t)] \quad (II.2)$$

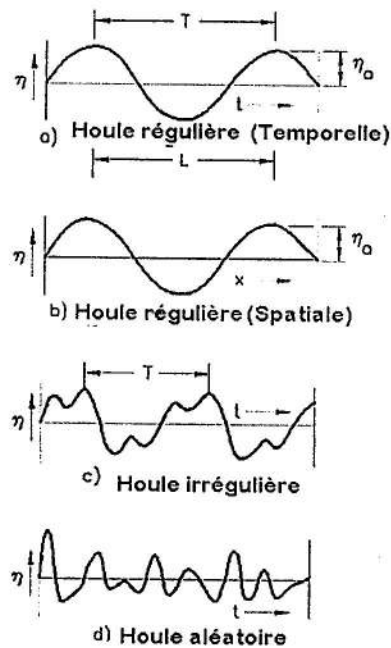


Figure II.1: Description des différents types de houles

II.1.2. Analyse vague par vague

Il s'agit d'utiliser la méthode du 'zero-up crossing' ou 'zero-crossing methode' qui consiste en un découpage du signal de surface libre en différentes vagues, distinguées par un passage de la surface libre par le niveau au repos par front montant (valeurs croissantes).

La période de référence est la période de pic (méthode spectrale).

La hauteur de la vague est définie par la différence crête à creux

$$H_i = \eta_{\max,i} - \eta_{\min,i} \tag{II.3}$$

La période moyenne :

$$T_{\text{moy}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i \tag{II.4}$$

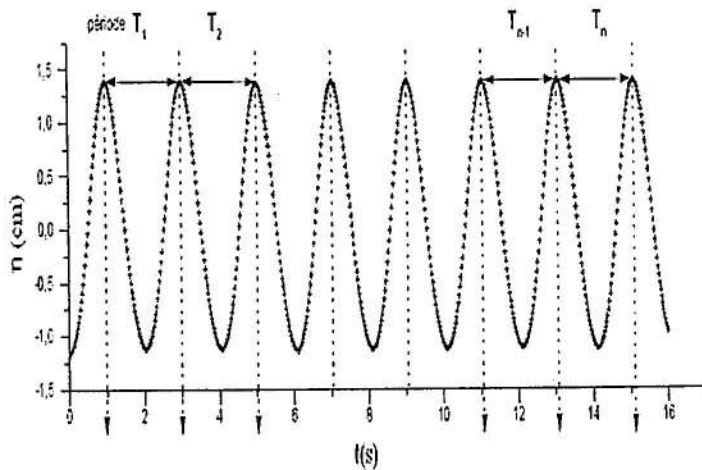


Figure II.2: Présentation du principe de découpage de la surface libre en n périodes

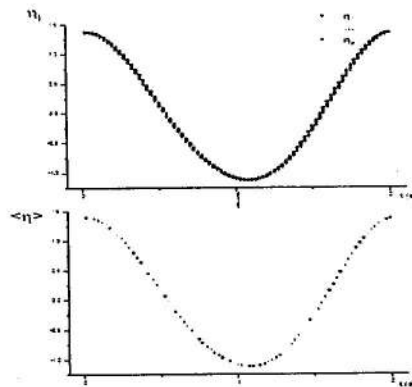


Figure II.3 : Analyse de la surface libre en "vagues moyennes"

**II.1.3. Eléments d'analyse statistique**

Il s'agit de calculer les paramètres statistiques sur l'ensemble des N données des N mesures du signal de la surface libre correspondant à  $\eta_k$  de l'enregistrement :

- Elévation moyenne du profil de la surface libre

$$\eta_{moy} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \eta_k \tag{II.5}$$

- Ecart-type (*root-mean-square*)

$$\sigma_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2} \tag{II.6}$$

- Hauteur quadratique moyenne (*Height quadratic*)

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i^2} \tag{II.7}$$

- Valeur moyenne en crête (*Average crest*)

$$\eta_{max} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_{max,i} \tag{II.8}$$

**II.2- HOULES IRREGULIERES OU ALEATOIRES**

Généralement dans la nature, les vagues sont générées par le vent dans les océans et les mers. Des vagues générées sur un espace marin sont appelées houle. La houle réelle est représentée en variable discrètes de Fourier (figure 7) :

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N (a_n \cos \omega t + b_n \sin \omega t) \tag{II.9}$$

avec ;

$$a_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} \eta(t) \cos n\omega t \, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} \eta(t) \sin n\omega t \, dt \tag{II.10}$$

En généralisant l'expression de  $\eta(t)$

$$\eta(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos(\omega t) + b(\omega) \sin(\omega t)] \, d\omega \tag{II.11}$$

L'énergie par unité de surface durant un temps infini est déterminée par l'intégrale :

$$E = \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [\eta(t)]^2 dt = \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega \right] dt \quad (II.12)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] d\omega = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega \quad (II.13)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] d\omega = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega \quad (II.14)$$

Formule de Parseval (Convergence en moyenne quadratique):

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\eta(t)]^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega \quad (II.15)$$

Le terme  $[\eta(t)]^2$  représente la variance de  $\eta(t)$ , pour une période de référence  $T_p$

$$\overline{[\eta(t)]^2} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} [\eta(t)]^2 dt \quad (II.16)$$

L'énergie par unité de surface :

$$E = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)]^2 / T_p d\omega \quad (II.17)$$

La densité spectrale est définie par :

$$S(\omega) = \frac{[A(\omega)]^2}{\pi T_p} \quad (II.18)$$

Sachant que :  $\omega = 2\pi f$  qui varie de  $\Delta f$  à  $f_N$ , l'intervalle de temps la fréquence discrète :  $f_N = 1/(2 \Delta t)$ .

Pour une rapidité dans les calculs on procède à une transformation de Fourier rapide (*Fourier Fast Transform 'FFT'*).

$$S(\omega) = \frac{1}{T_p} \left[ \sum_{n=1}^N \eta(n\Delta t) e^{i2\pi f(n\Delta t)} \Delta t \right]^2 \quad (II.19)$$

## II.3- MODELES MATHEMATIQUES DES SPECTRES DE HOULES

### II.3. 1 Modèle de Pierson-Moskowitz (PM)

Il existe plusieurs modèles basés sur la détermination de la hauteur significative, période, et le facteur forme du spectre. Parmi les modèles les plus simples est celui de Pierson-Moskowitz (1964). Ce modèle a été obtenu à l'application de la théorie des similitudes aux problèmes de détermination du spectre de houle :

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left[-\beta \left(\frac{\omega U_w}{g}\right)^{-4}\right] = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left[-\beta \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-4}\right] \quad (II.20)$$

$$\omega_0 = \frac{g}{U_w} : \text{ pulsation de référence}$$

$U_w$  : vitesse moyenne du vent sur le Fetch

$\alpha$  : constante adimensionnelle égale à  $8,1 \cdot 10^{-3}$

$\beta$  : constante adimensionnelle égale à 0,74

Le spectre de pic d'énergie est égal :

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left[-1,25 \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{-4}\right] \quad (II.21)$$

En considérant la densité spectrale  $S(\omega)$  comme une fonction continue de la fréquence, on peut dire que la variance de l'élévation de la surface du plan d'eau de moment zéro  $m_0$  est:

$$\sigma^2 = m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \frac{1}{4\beta} \frac{\alpha g^2}{\omega_0} \quad (II.22)$$

Les moments d'ordre  $k$  sont définis par :

$$m_k = \int_0^{\infty} \omega^k S(\omega) d\omega \quad (II.23)$$

La variance peut être exprimée par la fréquence de pic :

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\alpha}{5}} \frac{g}{\omega_0^2} \quad (II.24)$$

d'où

$$\alpha = \frac{5\sigma^2 \omega_0}{g^2} \quad (II.25)$$

Le pic de fréquence peut être exprimé en fonction de la hauteur significative  $H_s$  :

$$\omega_0^2 = \frac{0,161}{H_s} g \quad (II.26)$$

où

$$H_s = 4\sigma \quad (II.27)$$

### II.3.2 Modèle Bretschneider

Il est basé sur la distribution de la loi Rayleigh, Bretschneider en 1959 puis en 1969 a développé un model spectral de la houle réelle :

$$S(\omega) = 0,1687H_s^2 \frac{\omega^4}{\omega^5} e^{-0,675(\omega_s/\omega)^4} \quad (II.28)$$

avec

$$\omega_s = 2\pi/T_s$$

$T_s$  : période significative est égale  $T_s = 0.946 T_0$  ( $T_0$ : période de pic).

Avec le développement d'une formulation empirique

$$\frac{gH_s}{U_w^2} = 0,282 \quad \text{et} \quad \frac{gT_s}{U_w^2} = 6,776 \quad (II.29)$$

### II.3.3 Modèle ISSC (Bretschneider modifié)

Le congrès international de structure naval, (International Ship Structures Congress (1964) a suggéré la formulation modifiée du spectre Bretshneider :

$$S(\omega) = 0,1107H_s^2 \frac{\bar{\omega}^4}{\omega^5} e^{-0,4427(\omega_s/\omega)^4} \quad (II.30)$$

avec

$$\bar{\omega} = 1,296\omega_0 \quad (I.31)$$

$\bar{\omega}$  : fréquence caractéristique

$\omega_0$  : fréquence de pic

### II.3.4 Modèle ITTC spectral

En 1972, la conférence internationale de remorquage des bateaux tankers (*International Towing Tank Conference*) a proposé une modification du modèle PM notamment sur le calcul de fréquence de franchissement  $\omega_z$ :

$$\omega_z = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (I.32)$$

Le spectre de la houle est égal



$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp\left[-\frac{4\alpha g^2 \omega^{-4}}{H_s^2}\right] \quad (1.33)$$

Avec

$$\alpha = \frac{0,0081}{k^4} \quad (1.34)$$

où

$$k = \frac{\sqrt{g/\sigma}}{3,54\omega_z} \quad (1.35)$$

La fréquence de franchissement est égale :

$$\omega_z^2 = \frac{g}{3,13H_s} \quad (1.36)$$

Le pic de fréquence :

$$\omega_o = 0,710 \omega_z \quad (1.37)$$

Autrement dit :

$$\omega_o^4 = \frac{16 \alpha g^2}{5H_s^2} \quad (1.38)$$

**II.3.5. Modèle de Sverdrup et Munk (méthode semi-empirique)**

Ce modèle a pour but de prédire l'état crée par les vents locaux, Severdrup et Munk (1947) ont développé ce modèle pour préparer les débarquements des Alliés durant la seconde guerre mondiale

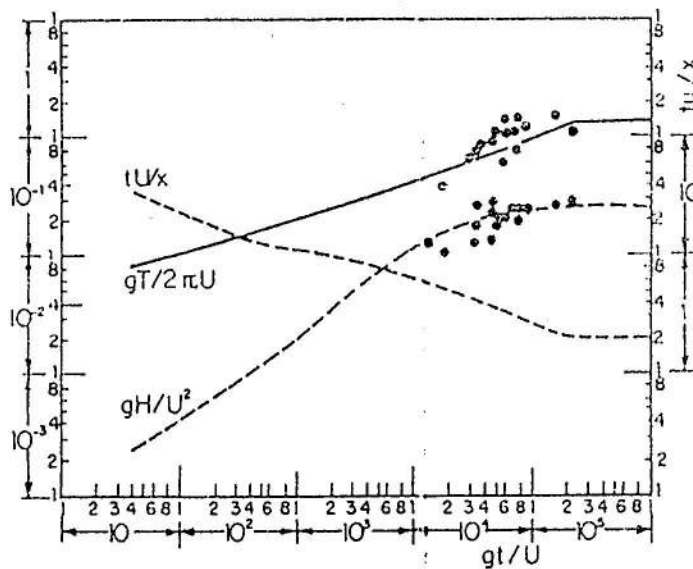
Il faut savoir que l'état de la mer deux paramètres, la hauteur significative  $H_s$ , et la période  $T$  apparente. Les oscillations dépendent aussi de la vitesse du vent  $W$ (supposé constante en force et direction), de son fetch  $X$ , et sa durée  $t$ . A partir d'une analyse dimensionnelle on obtient les nombres adimensionnels suivants :

$\frac{gH}{W^2}$  : hauteur adimensionnelle

$\frac{gT}{2\pi W}$  : période adimensionnelle (rapport de la vitesse de phase d'une onde de gravité de période  $T$ , à la vitesse du vent).

$\frac{gX}{W^2}$  : longueur du fetch adimensionnelle.

$\frac{Wt}{X}$  : durée adimensionnelle.



**Figure II.4 :** Hauteurs et périodes adimensionnelles en fonction du fetch adimensionnel (Modèle Sverdrup-Munk)

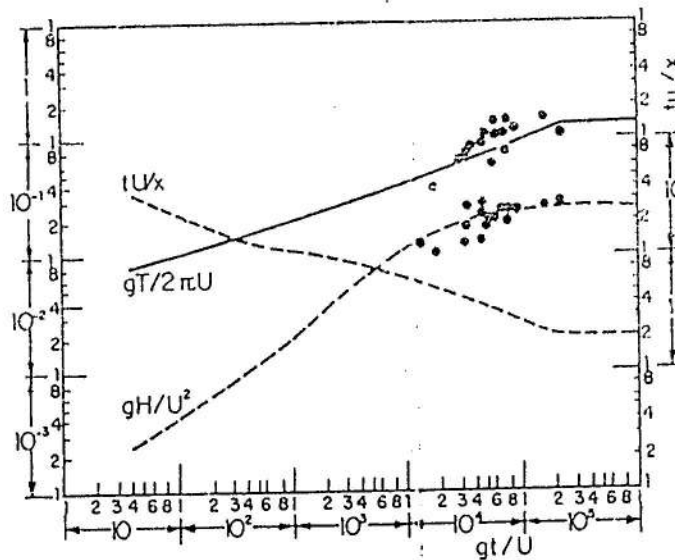


Figure II.5 : Hauteurs et périodes adimensionnelles  
en fonction de la durée adimensionnelles (Modèle Sverdrup-Munk)

### II.3.6. Modèle de JONSWAP

Il a été proposé dans le cadre d'étude du projet « Joint North Sea Ways Project » en 1969 puis développé par Hasselman et al. (1973)

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp[-1,25(\omega/\omega_0)^{-4}] \gamma \exp[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\tau^2\omega_0^2}] \quad (II.39)$$

$\gamma$ : paramètre de pic;

$\tau$ : paramètre de forme pour ( $\tau_a$  pour  $\omega \leq \omega_0$  et  $\tau_b$  pour  $\omega > \omega_0$ ).

En considérant, un vent dominant de vitesse  $U_w$  et de longueur de fetch  $X$ .

Nous aurons alors :  $\gamma = 3,30$ ,  $1 < \gamma < 7$  ;

$\tau_a = 0,07$  et  $\tau_b = 0,09$  (valeurs fixes).

$$\alpha = 0,076(X_0)^{-0,22} ; \alpha = 0,0081 \text{ (si } X \text{ est inconnue)} \quad (II.40)$$

Le Fetch correspond à la distance sur la quelle le vent souffle pour engendrer les vagues (figure 8). Le vent souffle sur une grande distance plus la vague sera d'autant plus grande.

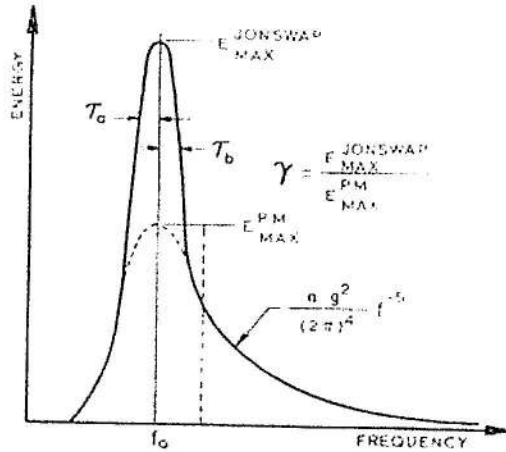


Figure II.6 : Comparaison entre spectre de JONSWAP et Pierson-Moskowitz (PM)

Tableau II.1 : Relation entre différents modèles de spectre à deux paramètres

Model	A	$\omega$	$\tilde{\omega} / \omega_0$	$\tilde{\omega} / \bar{\omega}$	$\tilde{\omega} / \omega_z$
Pierson-Moskowitz (PM)	5/4	$\omega_0$	1.0	0.772	0.710
Bretschneider	0,675	$\omega_5$	1.167	0.90	0.829
ISSC	0,4427	$\omega$	1.296	1.0	0.921
ITTC	5/4	$\omega_0$	1.0	0.772	0.710

## II.4 ANALYSE STATISTIQUE D'UN ENREGISTREMENT D'UN TRAIN DE VAGUES

### II.4.1 Passage par des points singuliers

Avant le développement de l'analyse spectrale, les enregistrements des houles réelles étaient traités par des méthodes statistiques. Cartwright et Longuet-Higgins(1956), considérant la houle réelle comme la superposition d'un ensemble d'oscillations diverses se propageant dans la même direction, ont fourni des premiers résultats théoriques d'ordre statistique intéressants.

Ainsi, ils ont mis en avant les relations existant entre les différents moments d'ordre 0,2 et 4 du spectre et les fréquences de passage par des points singuliers de l'enregistrement telles que la fréquence de passage par le niveau moyen  $N_0$ , ou par un maximum local  $N_{max}$ , permettant ainsi une estimation aisée des moments par une simple étude statistique.

La distribution des cotes des maximums locaux en fonction du paramètre indicateur de la forme caractéristique du spectre de houle "  $\epsilon$  ", appelé largeur du spectre.

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} = \sqrt{1 - \left( \frac{N_0}{2N_{max}} \right)^2} \tag{II.41}$$

Pour des valeurs proche de zéro correspondant à des spectres étroits et une distribution des maximums de type loi de Rayleigh alors que pour des valeurs proches de l'unité, le spectre est à large bande et la distribution des maximums correspondante suit la loi de Gauss.

## II.3.2 Valeurs caractéristiques de la houle

Dans le cas d'un spectre de houle infiniment étroit ( $\epsilon=0$ ), la répartition des hauteurs de lames suit la loi de Rayleigh suivante :

$$P(H) = \frac{H}{4m_0} e^{-\left(\frac{H^2}{8m_0}\right)} \quad (II.42)$$

En domaine génie côtier on définit la hauteur écart type  $H_{rms}$  (root-mean-square) :

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i^2} \quad (II.43)$$

Des hauteurs caractéristiques peuvent être définies à partir de la loi de distribution des hauteurs suivant la loi précitée :

- La hauteur significative  $H_s$  ou  $H_{1/3}$  définie comme la moyenne du tiers supérieur des plus hautes lames de valeur :

$$H_{1/3} = H_s = 4,00 \sqrt{m_0} = 1,595 H_{moy} = 1,416 H_{rms} \quad (II.44)$$

- La hauteur moyenne du dixième des plus hautes vagues  $H_{1/10}$  :

$$H_{1/10} = 5,091 \sqrt{m_0} = 1,27 H_s = 1,80 H_{rms} \quad (II.45)$$

- La hauteur moyenne du centième des plus hautes vagues  $H_{1/100}$  :

$$H_{1/100} = 6,672 \sqrt{m_0} = 1,67 H_s = 2,36 H_{rms} \quad (II.46)$$

- La hauteur moyenne des lames

$$H_{moy} = 2,507 \sqrt{m_0} \quad (II.47)$$

$H_{moy}$  : hauteur moyenne des creux de vagues

- Hauteur maximale (pour un enregistrement d'un cycle de 1000 vagues)

$$H_{max} = 1,86 H_{1/3} \quad (II.48)$$

En 1952 Longuet-Higgins a donné une relation pour la hauteur de la plus grande vague correspondant à un enregistrement de N vagues :

$$\frac{H_{max}}{H_{rms}} = \left[ \sqrt{\log N} + \frac{0,2886}{\sqrt{\log N}} - \frac{0,247}{(\log N)^{3/2}} \right] \quad (II.49)$$

Tableau II.2 : Récapitulatif des valeurs caractéristiques des houles.

Hauteur Caractéristique H	$\frac{H}{H_{rms}}$	$\frac{H}{\sqrt{m_0}}$	$\frac{H}{H_s}$
Ecart-type de la surface libre $\sigma_{\eta} = \sqrt{m_0}$	0.354	1.0	0.250
Valeur 'r.m.s.' de H $H_{rms}$	1.0	2.828	0.706
Mode (creux le plus probable) $\mu(H)=H_c$	0.707	2.0	0.499
Hauteur médiane $H(P=1/2)$	0.833	2.355	0.588
Moyenne des creux $\bar{H}$	0.886	2.507	0.626
Hauteur significative $H_s=H_{1/3}$	1.416	4.0	1.0
Moyenne du dixième des plus hautes vagues $H_{1/10}$	1.8	5.091	1.271
Moyenne du centième des plus hautes vagues $H_{1/100}$	2.359	6.672	1.666

Pour un train de N vagues (N>500 vagues), la hauteur de la plus grande vagues est donnée par :

$$\frac{H_{max}}{H_{moy}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[ \sqrt{2 \ln N} + \frac{C}{\sqrt{2 \ln N}} \right] \quad (II.50)$$

C : coefficient d'Euler C= 0,57722

Cette relation permet de calculer  $H_{moy}$  à partir de la mesure de la plus grandes des hauteurs d'un train de N vagues, Puis de calculer  $H_s$  :

Tableau II.3 : Calcul de la hauteur significative en fonction des enregistrements de vagues

N	10	20	50	100	500	1000
$H_s/H_{max}$	0,83	0,75	0,67	0,62	0,54	0,52

II.4.2 Prédiction de la houle

Pour la détermination de la houle de projet pour la construction d'ouvrage côtier, il existe deux méthodes complémentaires basé sur :

- a) Exploitation de données météorologiques : prédiction à partir des mesures du vent.

Dans ce cas, il existe des formules empiriques et abaqes qui permettent d'estimer la hauteur des vagues :

Formule d'Iribarren :

$$H = 1,24 \sqrt{\sqrt{F}} \tag{II.51}$$

F : longueur du Ftech en (km)

Formule Sverdrup-Munk et Bretschneider :

$$H = 0,283 \frac{W^2}{g} \text{th} \left[ 0,0125 \left( \frac{g \cdot F}{W^2} \right)^{0,42} \right] \tag{II.52}$$

Bretschneider a établi des abaqes permettant le calcul l'ordre de grandeur de la hauteur de la houle et la période correspondante, connaissant la longueur du Fetch, la vitesse du vent et la durée d'action.

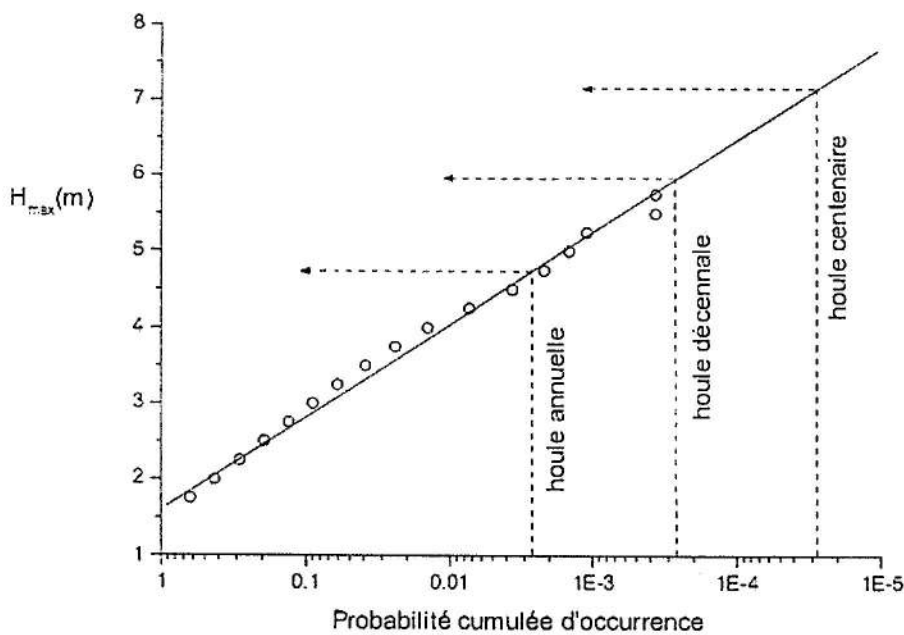


Figure II.7 Estimation des houles extrêmes par extrapolation

II.4.2 Prédiction de la houle

Pour la détermination de la houle de projet pour la construction d'ouvrage côtier, il existe deux méthodes complémentaires basé sur :

- a) Exploitation de données météorologiques : prédiction à partir des mesures du vent.

Dans ce cas, il existe des formules empiriques et abaqués qui permettent d'estimer la hauteur des vagues :

Formule d'Irribarren :

$$H = 1,24 \sqrt{\sqrt{F}} \tag{II.51}$$

F : longueur du Fetch en (km)

Formule Sverdrup-Munk et Bretschneider :

$$H = 0,283 \frac{W^2}{g} \operatorname{th} \left[ 0,0125 \left( \frac{g \cdot F}{W^2} \right)^{0,42} \right] \tag{II.52}$$

Bretschneider a établi des abaqués permettant le calcul l'ordre de grandeur de la hauteur de la houle et la période correspondante, connaissant la longueur du Fetch, la vitesse du vent et la durée d'action.

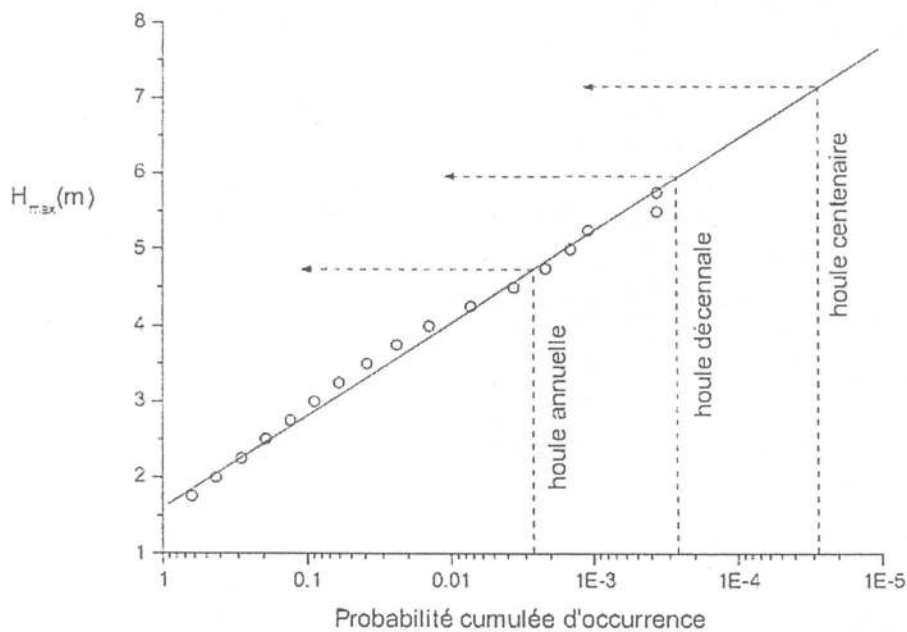


Figure II.7 Estimation des houles extrêmes par extrapolation



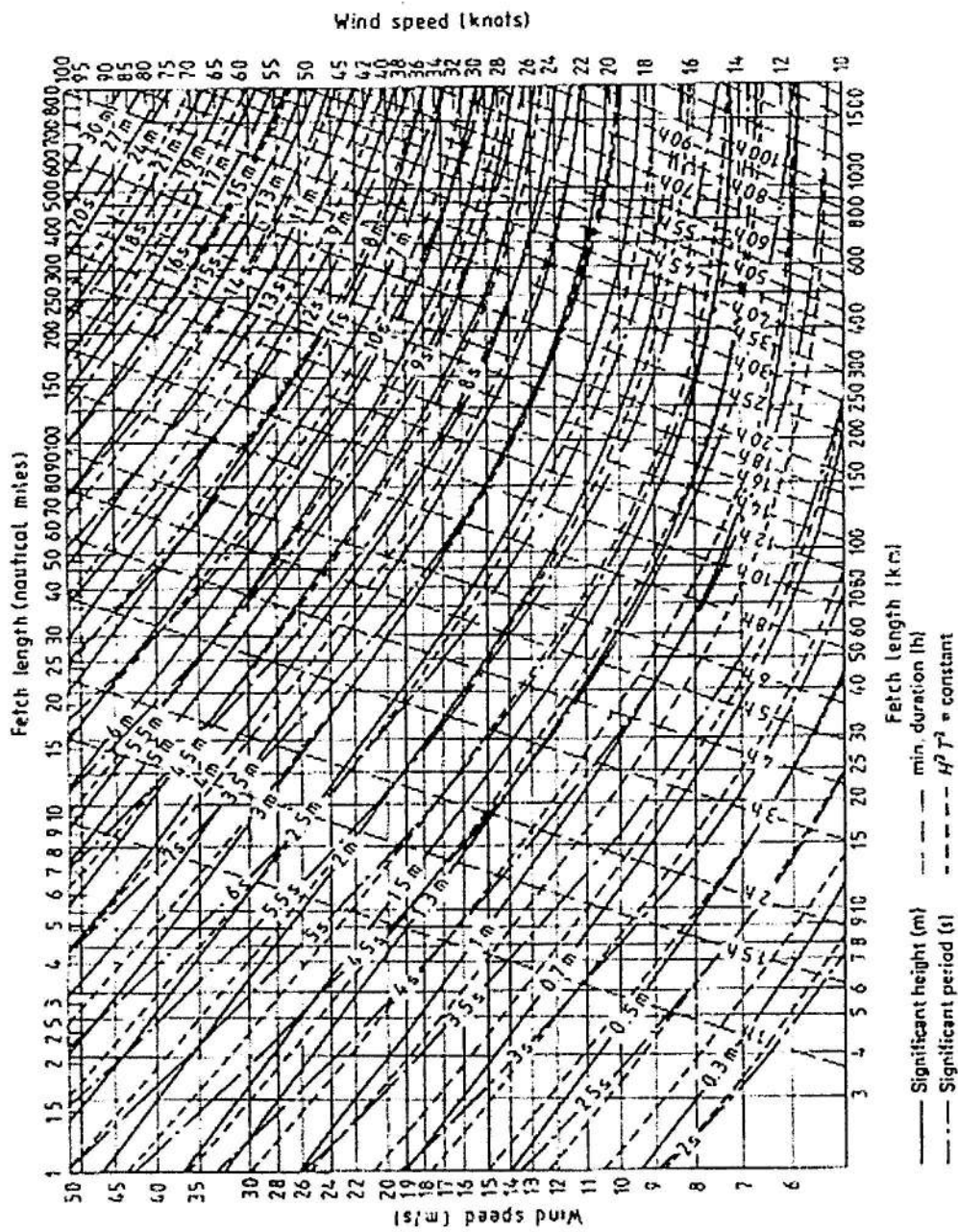


Figure II.8 : Prédiction de la hauteur  $H_s$  pour un Fetch inférieur à 1500km  
(1 mille nautique=1.852km – 1 nœud (1Kt)=0.514m/s)

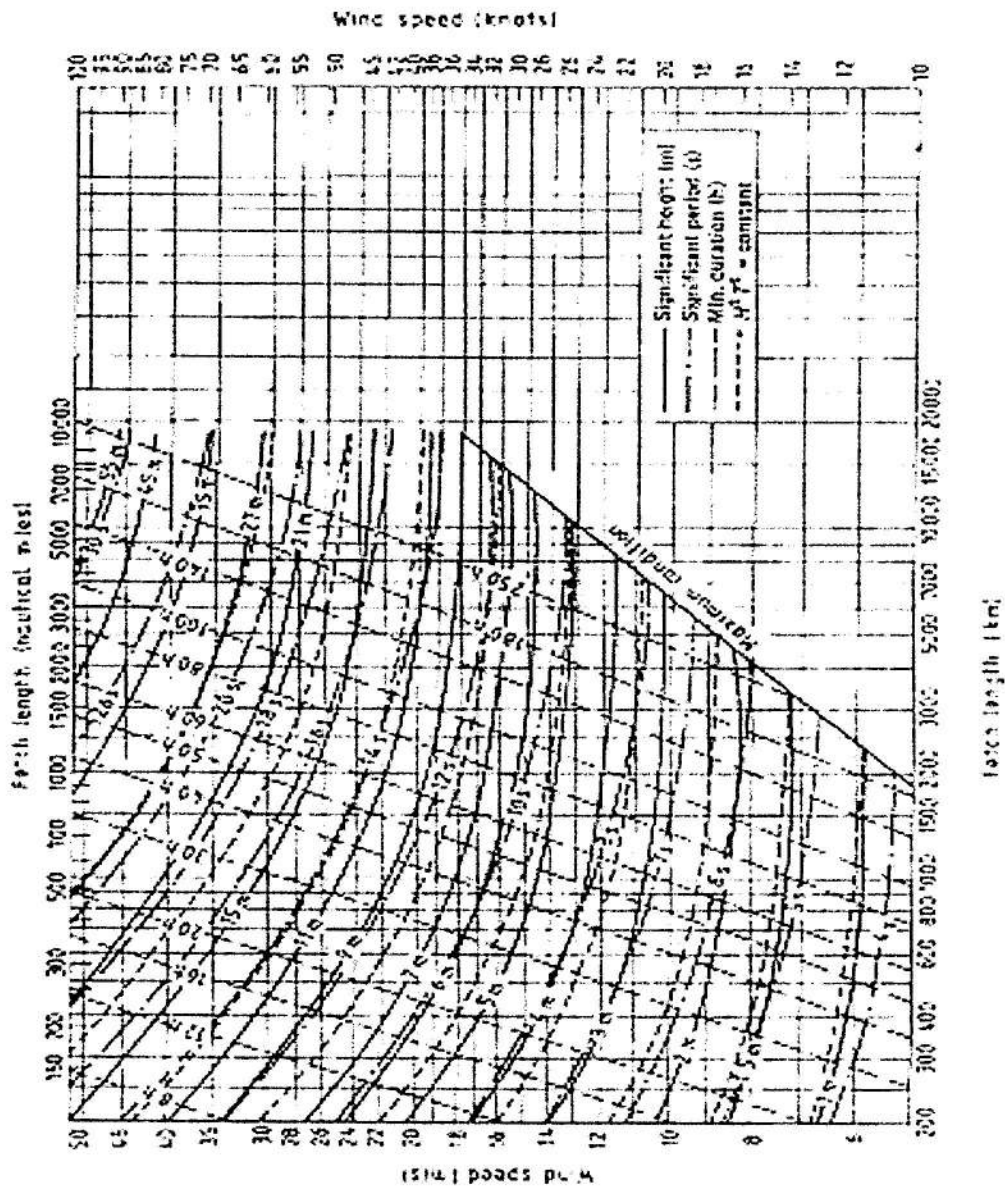


Figure II.9 : Prédiction de la hauteur  $H_s$  pour un Fetch  $200 \leq F \leq 20000$  Km  
(1 mille nautique=1.852km - 1 nœud (1Kt)=0.514m/s)

b) Exploitation de données provenant d'un enregistrement de houle.

A partir d'un spectre de houle, on suppose que l'enregistrement est continu de la surface libre :

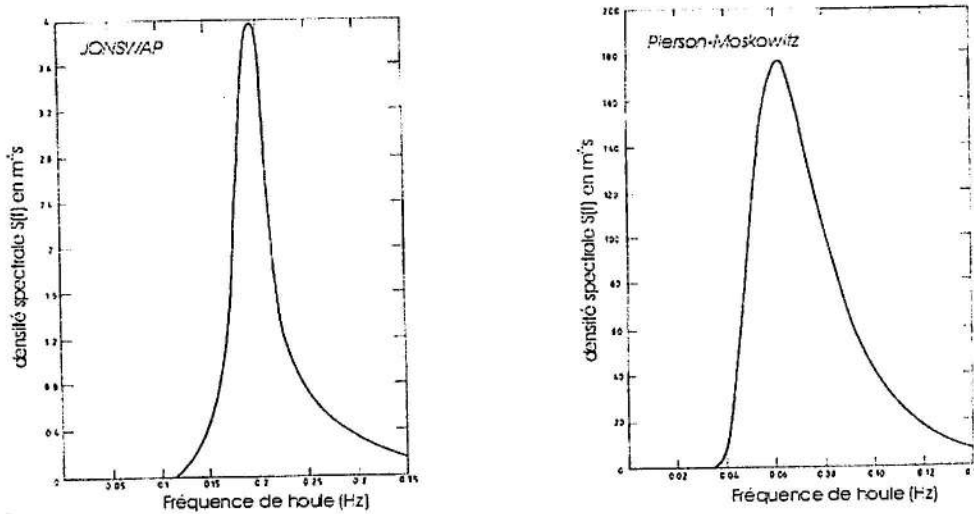


Figure 11.10 : Exemple d'un enregistrement de houle

La hauteur significative est égale :  $H_s = H_{1/3} = 4 \cdot (\text{aire sous la courbe})^{1/2}$  (II.53)

Pour des prévisions à longs termes, c'est-à-dire pour un grand nombre de mesures en un point donné et sur une long période, de l'ordre de quelques années d'observation. Dans un diagramme semi logarithmique, les points des hauteurs maximales  $H_{max}$  s'alignent de façon linéaire en fonction de la probabilité d'occurrence  $Q$  égale  $1-P$ , telle que on peut dire:

$$H_{max} = -\alpha \log(Q) \quad (II.54)$$

où

La probabilité d'occurrence d'une houle est égale :

$$Q = \frac{1}{365 \cdot n} \quad (II.55)$$

soit  $1/(365 \times 10) = 2.7 \cdot 10^{-4}$  pour une houle décennale.

#### II.4.3 Houle en bassin bidimensionnel et Tridimensionnel

Nous présentons dans ce paragraphe les deux modes harmoniques fondamentaux et premiers d'oscillation pour le cas de bassins ouverts et fermés rectangulaires bidimensionnels idéalisés. Pour le bassin (canal à houle) fermé l'onde stationnaire aurait des longueurs égales à 0.5, 1.0, and 1.5 fois la longueur du bassin.

Pour le bassin ouvert les longueurs d'onde stationnaire seraient 0.25, 0.75 et 1.25 fois la longueur de bassin. En eau peu profonde et les périodes de résonance sont donnés par :

$$T_n = \frac{2\Gamma}{(k+1)\sqrt{g.d}} \quad (\text{bassin fermé}) \quad (II.56)$$

$$T_n = \frac{4\Gamma}{(2k+1)\sqrt{g.d}} \quad (\text{bassin ouvert}) \quad (II.57)$$

Où

k : une fonction du mode exprimant le mode d'oscillation et k= 0, 1, 2, ...etc. Pour le fondamental, le premier et le second harmonique.

Γ : longueur du bassin comme représenté (figure II.11)

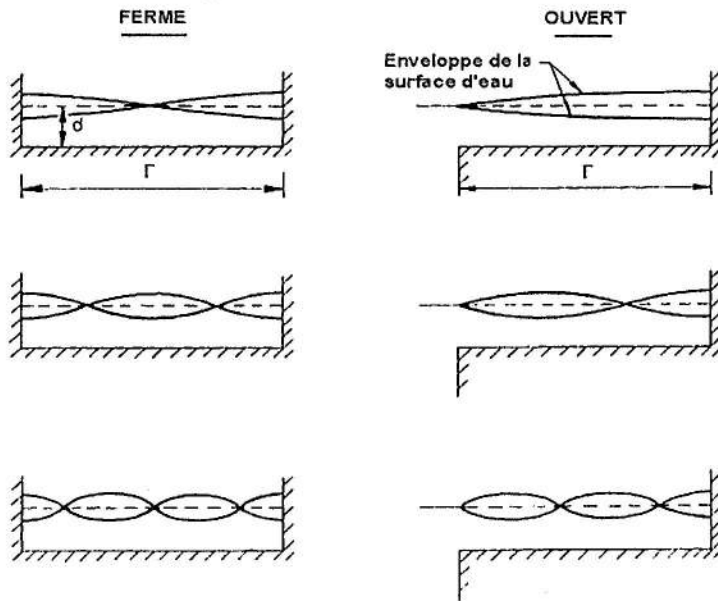


Figure II.11 : Profils de surface d'eau et enveloppe pour oscillante à deux dimensions dans un bassin idéale

La vitesse au point nodal est exprimée par la relation :

$$u_{\max} = \frac{H.L}{2d.T} = \frac{H.C}{2d} = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (II.58)$$

La vitesse moyenne d'une particule d'eau :

$$u_{\text{avg}} = u_{\max} \left( \frac{2}{\pi} \right) = \frac{H.L}{\pi.d.T} \quad (II.59)$$

Ainsi, l'excursion des particules horizontale au point nodal X pendant une demi-période (T/2) devient égale :

$$X = u_{\text{avg}} \left( \frac{T}{2} \right) = \frac{H.L}{2\pi.d} = \frac{H.T}{2.\pi} \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (II.60)$$

Pour un bassin tridimensionnel, les équations d'ondes longues peuvent être appliquées pour développer des expressions analytiques pour les périodes et les modes d'oscillation de l'eau de surface et ce pour les différents modes de résonance :

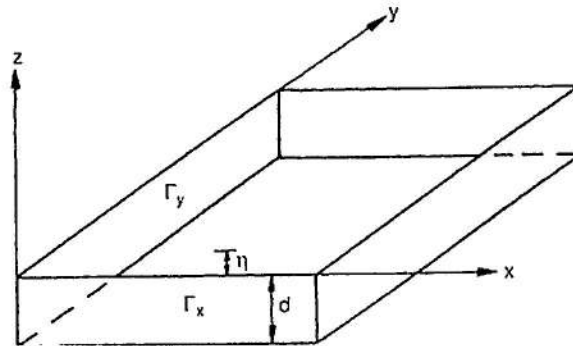


Figure II.12 : Esquisse et définition pour un bassin rectangulaire

Pour un bassin rectangulaire (cuve à houle)

Pour le bassin rectangulaire de profondeur  $d$  et de dimension horizontale égal  $\Gamma_x$  et  $\Gamma_y$ , les nombres d'onde appropriés et de fréquence angulaire permet d'écrire la période de résonance comme suit :

$$T_{MN} = \frac{1}{\Gamma_{NM}} \left[ \left( \frac{N}{\Gamma_x} \right)^2 + \left( \frac{M}{\Gamma_y} \right)^2 \right] \quad (\text{II.61})$$

Le profil de la surface du plan d'eau :

$$\eta = H \cos\left(\frac{2\pi Nx}{\Gamma_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi My}{\Gamma_y}\right) \cos\left(\frac{2\pi t}{\Gamma_{NM}}\right) \quad (\text{II.62})$$

## CHAPITRE III : TRANSFORMATIONS DE LA HOULE

### III.1 DESCRIPTION DU PHENOMENE

Les phénomènes non linéaires de la houle se traduisent généralement en zone du littoral par une déformation du profil à l'approche de la zone de déferlement et de surf.

Svendsen et *al.* (1978) ont apporté une description plus détaillée de la zone de déferlement, en subdivisant cette zone essentiellement en trois parties (figure 11) :

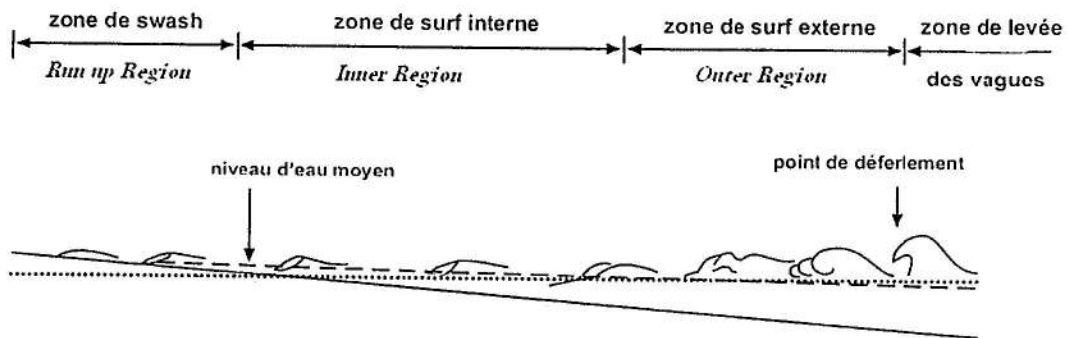


Figure III.1: Description de la zone de transformation de la houle

- Zone de surf et de déferlement externe (*Outer Region*) : c'est la zone de transition, caractérisée par une modification très rapide de la forme des vagues, une diminution de la hauteur accompagnée d'une forte perte d'énergie avec une formation d'un rouleau de déferlement.

- Zone de surf et de déferlement interne (*Inner Region*) : caractérisée par un profil des vagues et un rouleau de déferlement qui sont stables, donnant l'impression que l'on est en présence d'un train d'ondes de mascarets (*Periodic bores*) se propageant jusqu'à l'apparition du jet de rive.

- Zone de *swash* (*Run-up region*) : zone de terminaison d'une succession de processus énergétiques affectant le milieu côtier ayant un rôle prépondérant dans le transport des sédiments.

Une fois que la houle a atteint la zone de surf, la houle va progressivement évoluer en un profil de dents de scie. On peut dire, autrement que le déferlement se produit quand la cambrure atteint une valeur limite, la houle entre dans une phase d'instabilité et déferle.

### III.2 DIFFERENTS TYPES DE DEFERLEMENTS

Selon la littérature (Galvin, 1968; Komar, 1976; Larras, 1976), on distingue généralement quatre types de déferlement (figure III.2) :

◆ Le déferlement glissant ou à déversement (*Spilling breaker*): il se caractérise par la formation d'écume et de turbulence au sommet de la houle avec des bulles d'air qui glissent sur le front aval, recouvrant celui-ci et ayant un profil dissymétrique. L'énergie est dissipée graduellement à l'approche de la plage.

◆ Le déferlement plongeant (*Plunging breaker*): il est caractérisé par une grande volute d'eau dissymétrique très visible avec une face antérieure concave lisse presque verticale que la crête finit par surplomber avant de retomber brutalement en nappe déversante en formant un grand tourbillon. L'évolution d'un déferlement plongeant et son impact sur les ouvrages.

◆ Le déferlement à effondrement (*Collapsing breaker*): il est caractérisé par une instabilité à la base de la houle avec un sommet à tendance à ne pas se déferler. Il représente un type intermédiaire entre le déferlement plongeant et le déferlement frontal.

◆ Le déferlement frontal (*Surging breaker*): il se caractérise par la propagation de lames de forme dissymétrique de plus en plus bombé dans les hauts et se résout en masse d'eau fortement tourbillonnante à mi-hauteur.

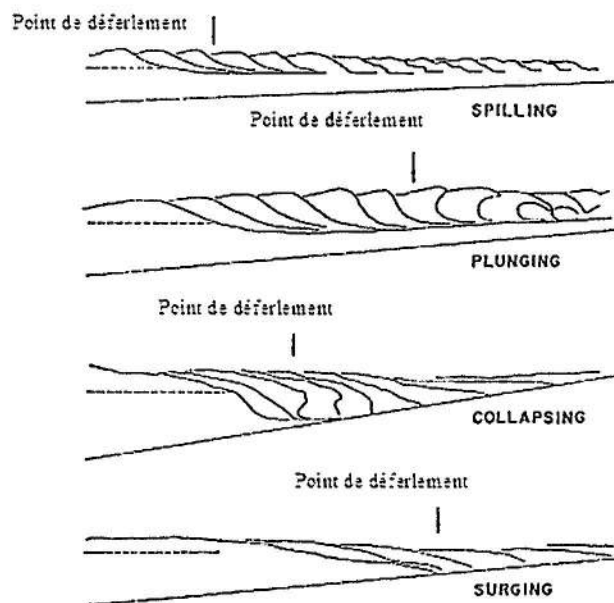


Figure III.2 : Profil des différents types de déferlement : glissant, plongeant, à effondrement et frontal.

### III.3 CONDITIONS DU DEFERLEMENT

Il existe de nombreux critères de déferlement basés sur la valeur de la cambrure de la houle ( $H/L$ ) ou sur le rapport de la hauteur de la houle par rapport à la profondeur au point de déferlement ( $H_b/d_b$ ).

- Critère de MICHEL (1893):

Pour des houles monochromatiques en eau profonde, il propose la relation :

$$\gamma_o = \frac{H_o}{L_o} \leq \frac{1}{7} \approx 0,142 \quad (III.1)$$

Ceci veut dire, qu'en présence d'un déferlement la hauteur de la vague est égale au septième de la longueur d'onde de la vague.

- Critère de MICHE (1944):

Il considère que la cambrure maximale de la houle ne dépend que de la profondeur relative et donne une formulation générale :

$$\gamma_{\max} = \left( \frac{H_b}{L_b} \right)_{\max} = \frac{1}{7} \operatorname{th} \left( 2\pi \frac{d_b}{L_b} \right) \quad (III.2)$$

Pour des eaux peu profondes il est légitime d'écrire la relation :

$$\left( \frac{H_b}{L_b} \right)_{\max} = \frac{1}{7} \left( 2\pi \frac{d_b}{L_b} \right) \Rightarrow \left( \frac{H}{d} \right)_b = 0,905 \quad (III.3)$$

En 1984, l'U.S. Army Coastal Engineering Research Center a proposé un abaque de calcul de la hauteur de déferlement en eau profonde à partir suivants trois classes de déferlement (figure III.3) : Frontal (*surging*), plongeant (*plunging*) et glissant (*spilling*) en négligeant l'effet du vent. De la même manière un abaque est proposé pour le calcul en eau peu profonde.

Dans le premier cas de calcul on considère que :

$$H'_o = K_r \cdot H \quad (III.4)$$

$K_r$ : coefficient de réfraction



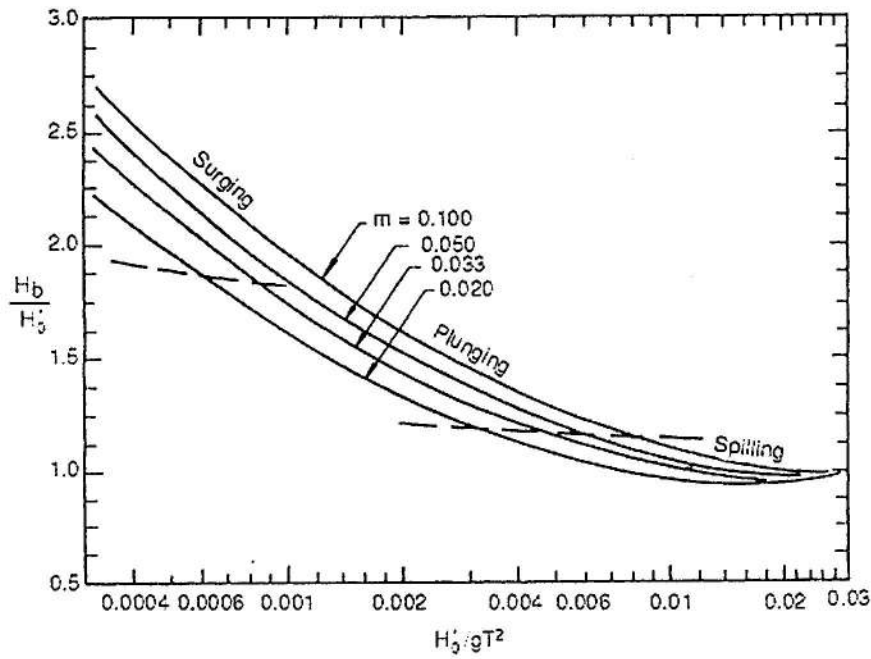


Figure III.3 : Hauteur adimensionnel de déferlement en fonction de la pente du fond en eau profonde

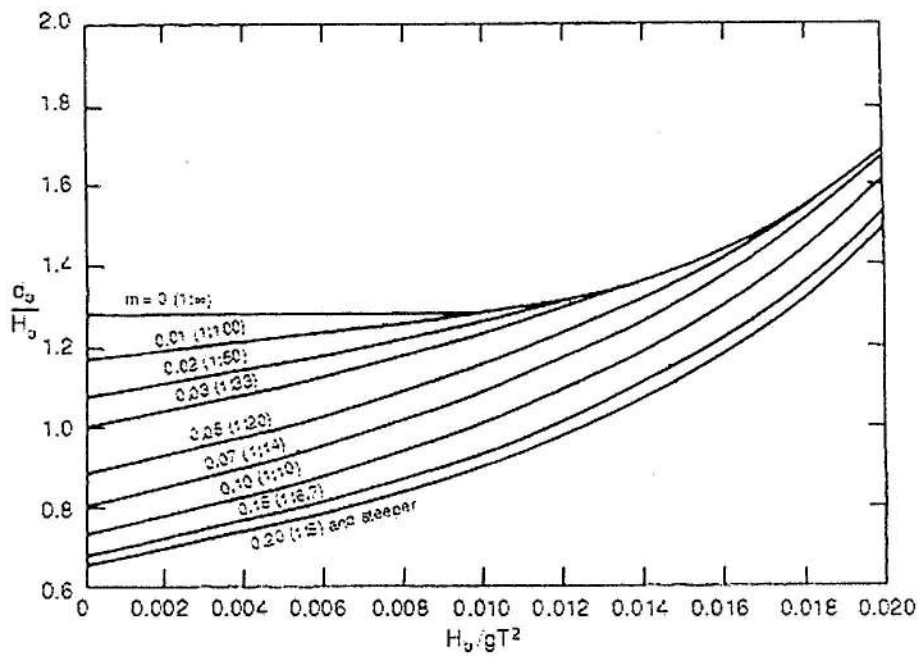


Figure III.4 : Hauteur adimensionnel de déferlement en fonction de la pente du fond en eau peu profonde

La distance de déferlement (*breaker plunge distance*)  $X_p$  et ce suivant la nature du fond de la plage :

Pour des plages planes : 
$$\frac{X_p}{H_b} = 3,95 \left( \frac{\sqrt{H_o/L_o}}{m} \right)^{0,95} \quad (III.5)$$

Pour des plages à pente : 
$$\frac{X_p}{H_b} = 0,63 \left( \frac{\sqrt{H_o/L_o}}{m} \right) + 1,81 \quad (III.6)$$

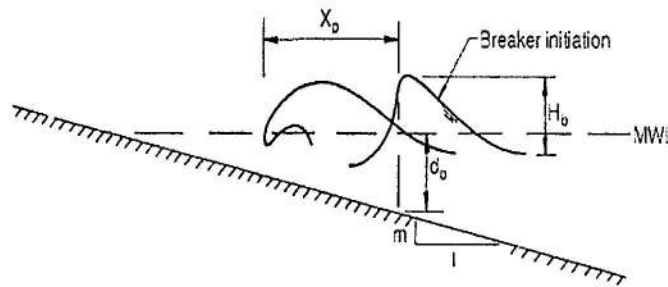


Figure III.5 : Schéma de la distance de déferlement

### III.3.1 Hauteur du Run up

Le Run-up est l'aboutissement d'une transformation du reste de l'énergie d'une vague absorbée au niveau de la zone de surf par la vague déferlante en énergie potentielle au niveau de la partie pentue de la plage. Il est souvent défini comme étant la hauteur maximale par la ligne de rivage au dessus du niveau statique de la mer. Il est défini comme étant l'amplitude maximale de la vague du jet de rive.

A partir de mesures *in situ*, Kroon et Masselink (2002) donnent une nouvelle formulation pour le Run-up :

$$R_{u (max)} = 0,36 T \sqrt{gH_o} \tan \beta \quad (III.7)$$

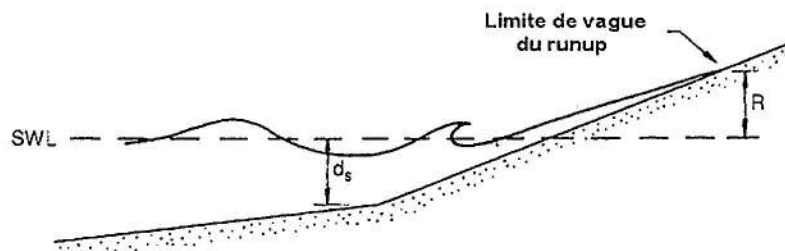


Figure III.6 : Schéma de la formation de la hauteur du Run-up

Dans leurs travaux, Ostendorf et Madsen (1979), ont proposé des formulations de la cambrure maximale faisant intervenir la profondeur relative et la pente de la plage, qui s'écrivent comme suit :

$$\text{Si } \text{tg}\beta < 0,1 \quad : \quad \gamma_{\max} = \frac{H_b}{L_b} = 0,14 \text{ th} \left[ (0,8 + 5 \tan(\beta)) 2\pi \frac{d_b}{L_b} \right] \quad (\text{III.8})$$

$$\text{Si } \text{tg}\beta > 0,1 \quad : \quad \gamma_{\max} = \frac{H_b}{L_b} = 0,14 \text{ th} \left[ 2,6\pi \frac{d_b}{L_b} \right] \quad (\text{III.9})$$

Suite à de nombreux travaux expérimentaux au laboratoire, Sunamura (1983) a proposé un critère empirique valable pour les profondeurs intermédiaires.

$$\gamma_{\max} = \frac{H_b}{L_b} = 1,09 (\tan(\beta))^{0,19} \left( \frac{d_b}{L_o} \right)^{-0,1} \quad (\text{III.10})$$

Plusieurs travaux ont montré que les types de déferlement sont fonction de la pente de la plage et de la cambrure des vagues en eau profonde et peu profonde. Iribarren et Nogales (1949) et Battjes (1974), ont défini un paramètre adimensionnel, appelé souvent dans la littérature du domaine génie côtier le nombre d'Iribarren.

Ce paramètre permet de prévoir les types de déferlement ainsi que l'état dynamique d'une plage.

$$\xi_b = \frac{\tan(\beta)}{\sqrt{\frac{H_b}{L_o}}} \quad (\text{III.11})$$

tgβ: pente de la plage

- $\xi_b > 3,3$        $\Rightarrow$  déferlement à effondrement frontal,
- $0,5 < \xi_b < 3,3$        $\Rightarrow$  déferlement plongeant,
- $\xi_b < 0,5$        $\Rightarrow$  déferlement glissant (déversant).



Figure III.7 : Déferlement plongeant en canal à houle au laboratoire, (source LNH).

Pour une vague solitaire propageant sur une pente linéaire l'indice de déferlement selon Mc Cowan (1894) est égal à :

$$l_b = \frac{H_b}{d_b} \cong 0,78 \quad (\text{III.12})$$

Sunamura (1983), Kaminsky et Kraus (1993), proposent d'utiliser le nombre d'Iribarren pour les conditions au large dans le but d'une détermination de l'indice de déferlement, communément dénommé *surf similarity parameter*.

$$l_b = 1,14 \cdot \xi_o^{0,21} \quad (\text{III.13})$$

où :

$$\xi_o = \frac{\tan \beta}{\sqrt{\frac{H_o}{L_o}}} \quad (\text{III.14})$$

Wright et Short (1984) ont utilisé le paramètre adimensionnel appelé le *surf scaling parameter*, défini par Carrier et Greenspan (1958) afin de déterminer les conditions du déferlement en zone de surf :

$$\varepsilon_b = \frac{2\pi^2 H_b}{gT^2 \tan^2(\beta)} = \sqrt{\frac{\pi}{\xi_b}} \quad (\text{III.15})$$

- $\varepsilon_b < 2,50$   $\Rightarrow$  Déferlement frontal
- $2,50 \leq \varepsilon_b \leq 33,0$   $\Rightarrow$  Déferlement plongeant
- $\varepsilon_b > 33,0$   $\Rightarrow$  Déferlement glissant à déversement.

Ce paramètre qui indique le domaine des évolutions morphologiques entre l'état des plages qualifiées de dissipatives à faible pente et réfléchives à forte pente .

Tableau III.1: Etat morphodynamique des plages selon *surf scaling parameter*

Surf Similarity Parameter	Etat morphodynamique	Observations
$\varepsilon_b < 2,5$	Plage réfléchive	Swash dominé par les vagues de bores incidentes
$30 < \varepsilon_b < 100$	Plage dissipative	Swash dominé par les vagues de longues ondes

On remarque à travers ces deux paramètres que l'effet dissipatif a une implication importante dans la caractérisation et la dynamique sédimentaire de la zone de swash (jet de rive). Dans ce contexte, Dean (1973), a caractérisé l'effet de la houle et des sédiments sur une plage par le nombre adimensionnel de vitesse de chute des particules communément appelé *Dimensionless Fall Velocity*, défini par :

$$\Omega = \frac{H_b}{W_s \cdot T} \quad (\text{III.16})$$

avec ;

$$W_s = 273 D_{50}^{1,1} \quad (\text{III.17})$$

Une valeur de  $\Omega = 1$  représente la limite entre une plage réfléchive et intermédiaire et quand  $\Omega$  est égale à 6, c'est la transition intermédiaire à plage dissipative.

Gourlay (1968), Wright et Short (1984) ont étudié la gamme de ce paramètre par rapport à différentes mesures *in situ*.

- plage très réfléchive le nombre Dean ( $\Omega < 2$ )
- plage très dissipative ( $\Omega > 5$ )
- Plage intermédiaire pour ( $2 < \Omega < 5$ ).

### III.4. REFRACTION DE LA HOULE

Lorsque, en eau la houle attaque obliquement le fond (la bathymétrie), crête sont affectées par les faibles profondeurs, elles avancent moins vite et ne deviennent plus parallèles aux isobathes. Cette modification constitue en elle-même la réfraction.

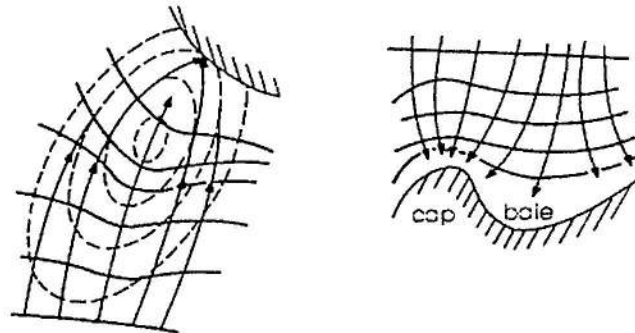


Figure III. 8 : Réfraction de la houle

Les changements de direction de propagation seront mieux matérialisés par le tracé des trajectoires normales aux lignes des crêtes, les orthogonales se courbent aussi. Le changement de direction est établi par le critère Snell-Descartes :

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0} = \frac{c}{c_0} = \text{Cst} \quad (\text{III.18})$$

$\varphi$ : angle entre les lignes de crêtes à profondeur donnée,

$\varphi_0$ : angle entre les lignes de crêtes en eau profonde,

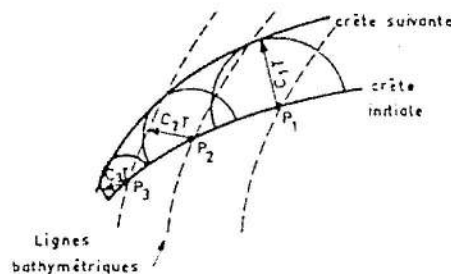
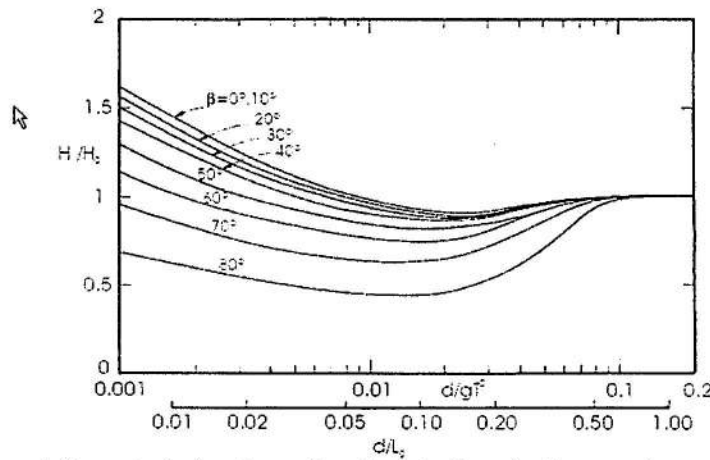


Figure III. 9 : Tracé des plans de vagues selon le principe Huyghens



Réfraction oblique de la houle en fonction de l'angle d'approche en eaux profondes

$$\frac{H}{H_0} = K_r K_s$$

avec  $K_r$  le coefficient de réfraction

Figure III.10 : Calcul des paramètres de la houle en réfraction oblique

### III.5 REFLEXION DE LA HOULE

La houle sujette à la réflexion, à la rencontre d'un obstacle, les vagues sont réfléchies avec une énergie qui d'autant plus grande dans une direction opposée à leur direction incidente, appelé clapotis. La réflexion est surtout liée à l'angle formé par l'obstacle réfléchissant et l'horizontale, elle est d'autant plus importante pour des angles voisins de la verticale.

La houle est souvent caractérisée par le coefficient de réflexion "r", ou le pouvoir réfléchissant qui se traduit par le rapport des amplitudes des houles réfléchies sur incidentes.

La réflexion est totale lorsque le coefficient de réflexion diffère peu de l'unité  $\cong(0,8-0,9)$ .

- L'équation du profil

$$\eta = H \cos 2\pi \frac{x}{L} \cos 2\pi \frac{t}{T} \tag{III.19}$$

- La Pression moyenne sur le fond est :

$$P_m = \frac{1}{L} \int_0^L P(x - dt) dx = \rho g \left( d - \frac{\pi H^2}{L} \text{th} 2\pi \frac{d}{L} \cos 4\pi \frac{t}{T} \right) \tag{III.20}$$

- La période pour une houle sinusoïdale :

$$T = \left( \frac{2\pi L}{g} \coth \frac{2\pi}{L} \right)^{1/2} \tag{III.21}$$

- La vitesse du fond est égale :

$$u_r = \frac{2 \pi H}{T \operatorname{sh} 2\pi \left(\frac{d}{L}\right)} \sin 2\pi \frac{t}{T} \sin 2\pi \frac{x_0}{L} \quad (III.22)$$

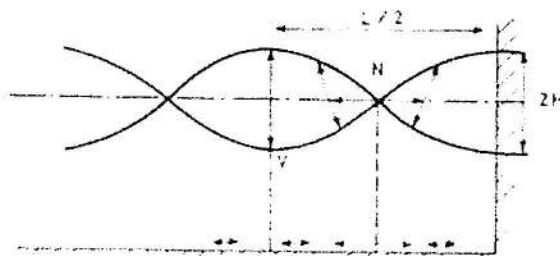


Figure III.11 : Description d'une onde incidente et réfléchie

Dans le cas d'une paroi inclinée, la réflexion est partielle. Lorsque la cambrure est forte de l'énergie est détruite par déferlement. La cambrure maximale d'une houle non déferlante se propageant sur un plan incliné  $\alpha$  est égale :

$$\gamma_{\max} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \frac{\sin^2 \alpha}{\pi} = 0,254 \sqrt{\alpha} \sin^2 \alpha \quad (III.23)$$

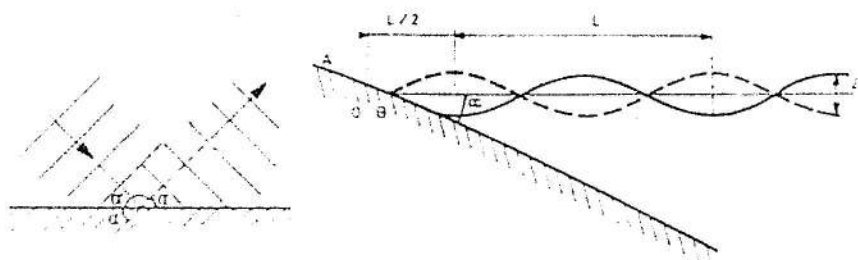


Figure III.12 : Description d'une réflexion sur un plan incliné



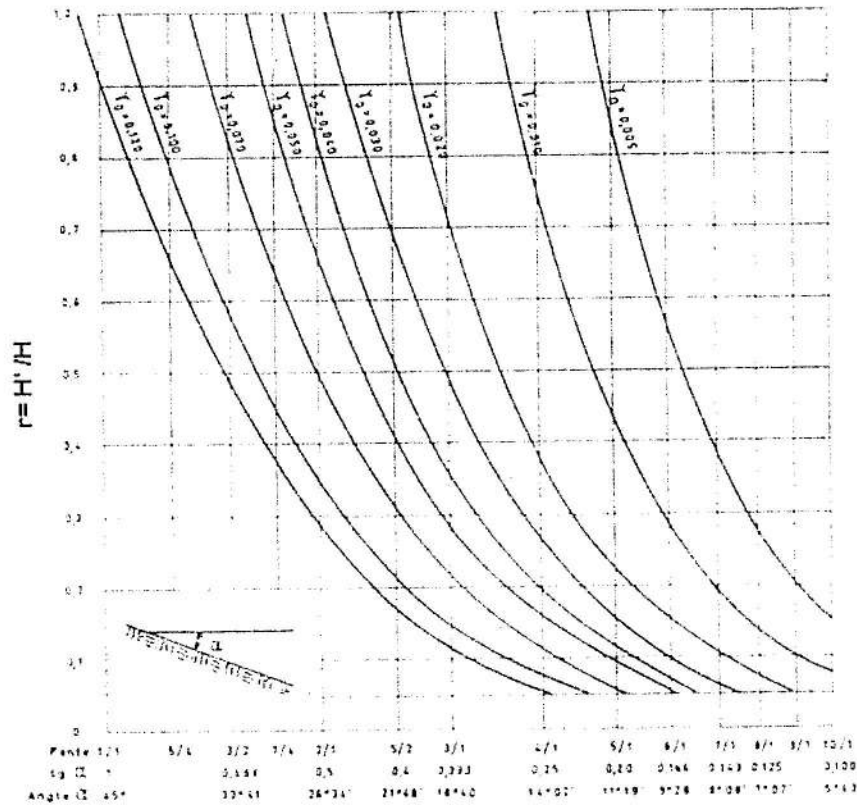


Figure III.13 : Coefficient de réflexion dans le cas d'une paroi inclinée en fonction de la cambrure au large.

Le coefficient de réflexion dépend aussi de la nature de la face (revêtement) du talus :

$$r = \frac{k}{\gamma_0} \frac{2\alpha \sin^2 \alpha}{\pi} \quad (III.24)$$

Tableau III.2 : Valeurs du coefficient de réflexion en fonction de la nature du revêtement du talus

Type de revêtement	Coefficient de réflexion r
Lisse en béton	0,9-1,0
En maçonnerie	0,7- 0,8
Enrochement en prière	0,6-0,7
Massifs en blocs d'enrochement	0,5

### III.6 DIFFRACTION DE LA HOULE

Tout, comme dans le cas d'une ondulation lumineuse, la houle peut se diffracter. La diffraction de la houle est l'ensemble des phénomènes dans lesquels l'énergie de la houle ne se propage plus toute entière le long des orthogonales aux crêtes et passe latéralement pour partie de ces lignes à l'autre.

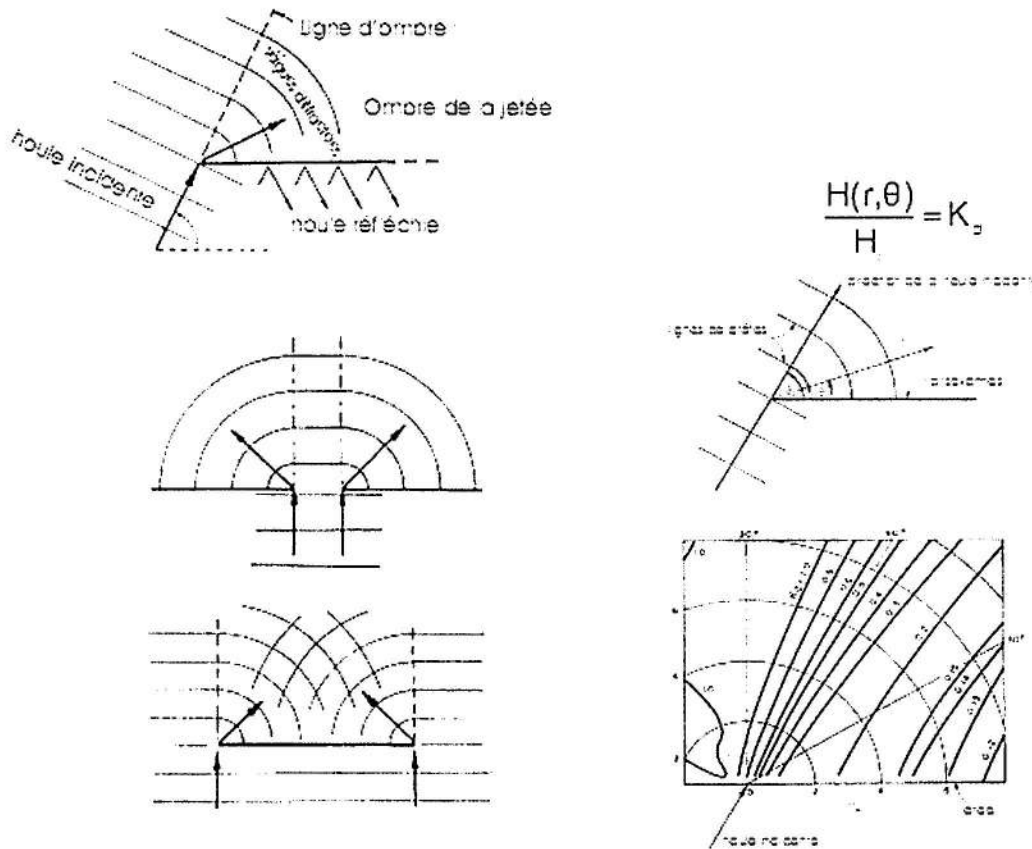


Figure III.14 : Différentes situation de diffraction de la houle

#### Méthodes de calcul des plans de diffraction

Outre les méthodes numériques, il existe d'autres méthodes approchées moins onéreuses pour le calcul un plan de diffraction :

- a) Méthode de Larras

Le calcul de la diffraction derrière une jetée semi-indéfinie. Chaque point est référencé coordonnées polaire  $r, L$  (figure III.7)

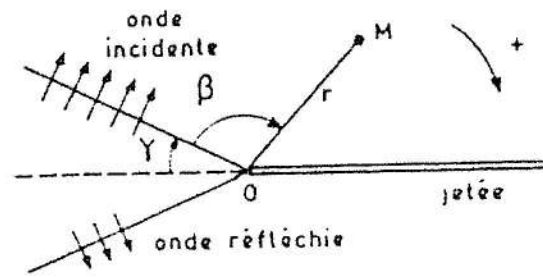


Figure III.15 : Référentiel de calcul de la diffraction

$r$  : OM distance au mousoir

$\beta$  : angle de OM avec la crête de houle au musoir, compté dans le sens direct.

$\gamma$  : angle entre la direction de la crête de l'onde incidente et la prolongement de la jetée compté dans le sens directe.

On suppose que l'agitation est la résultante de deux ondes exprimée par les paramètres  $u_i$  et  $u_r$  :

Cas d'une onde incidente :

$$u_i = 2\sqrt{\pi \frac{r}{L}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right) \dots \dots \dots (III.25)$$

Cas d'une onde réfléchié:

$$u_r = 2\sqrt{\pi \frac{r}{L}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} - \gamma\right) \dots \dots \dots (III.26)$$

La hauteur relative d'agitation

$$H = \sqrt{H_i^2 + \alpha H_r^2 + 2\alpha H_i H_r \cos \phi} \quad (III.28)$$

$$\phi = 4\pi \frac{r}{L} \sin \gamma \cos(\beta + \gamma) \quad (III.29)$$

$\alpha$  : coefficient de réflexion de la jetée.

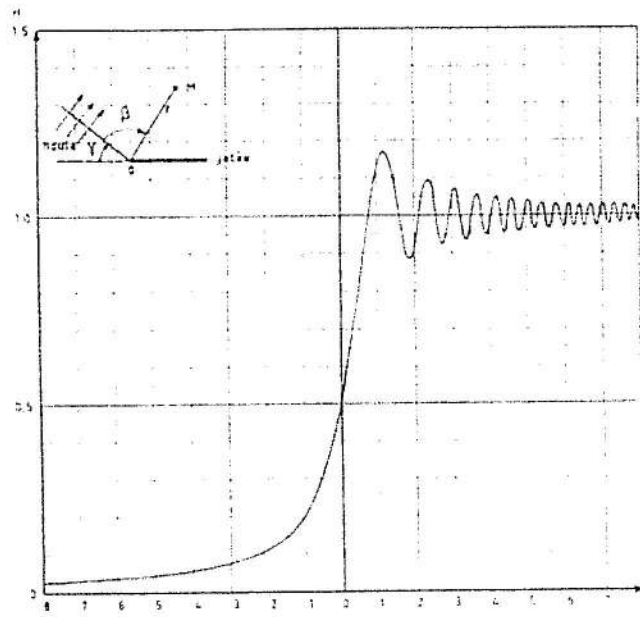


Figure III.16 : Hauteur d'agitation en fonction du paramètre  $u_i$

**CHAPITRE IV****TRANSPORT SÉDIMENTAIRE EN MILIEU  
CÔTIER ET ESTUARIEN****INTRODUCTION**

Les sédiments résultent de processus d'altération des formations continentales superficielles et de l'activité biologique in situ, etc. L'altération constitue l'ensemble des mécanismes qui libèrent les particules des roches et soustraient les éléments dissous à la surface terrestre, avant qu'interviennent les processus d'érosion, puis de transport et de dépôt.

Le spectre granulométrique est très étendu, depuis les fines poussières jusqu'aux gigantesques blocs, et les sédiments ont des formes très variées : ils sont curviformes, allongés, aplatis ou en feuillets mais rarement sphériques.

**IV.3- CLASSIFICATION DES SEDIMENTS****IV.3.1- Classification de Wentworth et Echelle  $\phi$** 

Les sédiments marins ont des provenances différentes : le sable de mer provient de l'érosion des roches continentales par les fleuves et les glaciers, les galets et les boues viennent de l'érosion des côtes et la destruction des bancs de coquillages est responsable des fractions coquillées des sables.

Ainsi, le sable de mer est composé de silice et de minéraux lourds, ainsi que de fragments coquillés calcaires. Les sédiments sont classés en fonction de leur taille. Le tracé de la courbe granulométrique et la courbe de fréquence granulométrique permet ainsi de déterminer un certain type de matériau. Dans on peut trouver la classification des sédiments selon l'échelle de Wentworth (1922), pour laquelle chaque classe principale correspond à un diamètre du double ou de la moitié de la classe voisine, la classe de base correspondant à 1 mm. En raison de la classification Wentworth dépend d'une puissance de deux, Krumbein (1936) a introduit l'échelle phi comme de mesure alternative de la taille des particules :

$$\phi = -\log_2 \frac{(d)}{(d_0)} = -\log_2 (d) = -\frac{\log_{10} d}{\log_{10} 2} \quad (\text{III.30})$$

d'où

$\phi$  : Echelle phi de Krumbein

d : diamètre de la particule en (mm)

$d_0$  : diamètre de la particule de référence de diamètre égal à 1 mm (MC-Manus ,1963)

Tableau IV.1 : Classification des sédiments selon Wentworth

Noms de particules		Taille en (mm)	
Français	Anglais		
Blocs	<i>Boulders</i>	≥256	Sédiments grossiers
Gros cailloux	<i>Cobbles</i>	64-256	
Graviers	<i>Gravels</i>	32-64	
Petit cailloux	<i>Pebbles</i>	4-32	
Granulats	<i>Granules</i>	2-4	
Sable très grossier	<i>Very coarse sand</i>	1-2	
Sable grossier	<i>Coarse sand</i>	0,5-1	
Sable Moyen	<i>Meduim sand</i>	0,25-0,5	
Sable fin	<i>Fine sand</i>	0,125-0,25	
Sable très fin	<i>Very fine sand</i>	0,0625-0,125	
Silt grossier	<i>Coarse silt</i>	0,0312-0,0625	Sédiments fins
Silt moyen	<i>Meduim silt</i>	0,0156-0,0312	
Silt fin	<i>Fine silt</i>	0,0078-0,0156	
Silt très fin	<i>Very fine silt</i>	0,00390625-0,0078	
Argile	<i>Clay</i>	0,0001-0,00390625	
Colloïde	<i>Colloid</i>	<0,0001	

Dans de nombreux cas, la distribution du sable a tendance à obéir à une loi de distribution de type log-normale probabilité. La fonction de densité de probabilité log-normale est donnée par la fonction  $f(\phi)$  égale :

$$f(\phi) = \frac{1}{\sigma_{\phi} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\phi-\mu)^2}{2\sigma_{\phi}^2}} \quad (\text{IV.1})$$

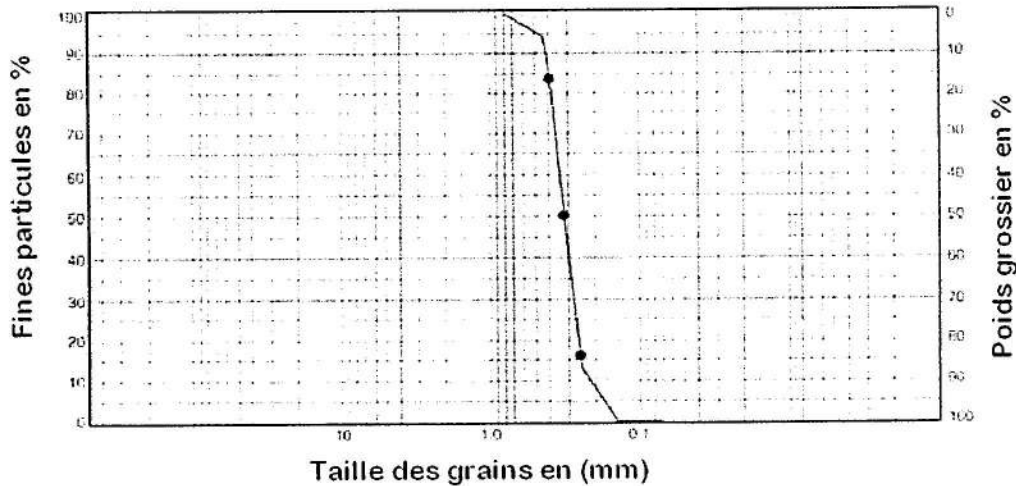


Figure IV.1 : Exemple de distribution de taille cumulée d'un échantillon de sédiments (sableux).

#### IV.3.2- Paramètres statistiques

La distribution granulométrique de sédiments renferme une quantité considérable d'informations concernant l'échantillon de sable, mais cette distribution est principalement utilisée pour la compréhension d'un processus sédimentaire.

Folk et Ward (1957), ont examiné des échantillons de sable dominés par de grandes et petites tailles, ont proposé les mesures suivantes obtenues graphiquement pour le cas d'une distribution bimodale.

▪ Médiane (*Median*) :  $\phi_{50}$  (IV.2)

▪ Moyenne (*Mean*) :  $M_{d\phi} = \frac{\phi_{16} + \phi_{50} + \phi_{84}}{3}$  (IV.3)

▪ Ecart-type (*Standard deviation*) :  $\sigma_{\phi} = \frac{\phi_{84} - \phi_{16}}{4} + \frac{\phi_{95} - \phi_5}{6.6}$  (IV.5)

▪ Indice d'asymétrie (*Skewness*) :  $Sk_1 = \frac{\phi_{16} + \phi_{84} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{84} - \phi_{16})} + \frac{\phi_5 + \phi_{95} - 2\phi_{50}}{2(\phi_{95} - \phi_5)}$  (IV.6)

▪ Indice d'aplatissement (*Kurtosis*) :  $K_G = \frac{\phi_{95} - \phi_5}{2,44(\phi_{75} - \phi_{25})}$  (IV.7)

## IV.3.3- Classification AFNOR

Tableau IV.2 : Classification selon la norme française AFNOR

Sédiment	Type	Classe (mm)
Cailloux	Gros	63-100
	Moyen	40-63
	Petit	25-40
Gravillons	Gros	16-25
	Moyen	10-16
	Petit	5-10
Sables	Gros	1,25-5
	Moyen	0,315-1,25
	Petit	0,08-0,315

Indice de classement (Sorting) :

$$S_o = \sqrt{\frac{d_{75}}{d_{25}}} \quad (IV.8)$$

Si

So &lt; 2,5 ⇒ sable bien classé

So = 3 ⇒ sable normalement classé

So &gt; 4,5 ⇒ sable mal classé.

Indice d'asymétrie (Swekness) :

$$S_k = \frac{d_{25} \cdot d_{50}}{d_{50}^2} \quad (IV.9)$$

$S_k = 1$  la courbe granulométrique suit une loi normale, toutes les fractions sont bien classées

$S_k > 1$  le classement de la fraction fine est supérieur à celui de la fraction sableuse.

$S_k < 1$  le classement de la fraction grossière est supérieur à celui de la fraction fine.

Les particules de sédiments de faible taille ( $D < 0,08$  mm) comprennent des matériaux très fins poly-dispersés contenant un pourcentage élevé de précipité et de colloïde et de traces plus ou moins importantes de matières organiques. En milieu estuarien et côtier les sédiments ont des tailles inférieures à quelques millimètres. On y retrouve les sables, les silts, les argiles et les colloïdes.

- Les sables sont constitués de petites particules provenant de la désagrégation d'autres roches, dont la dimension est comprise entre 0,063 et 2 mm. Ils sont classés selon leur granulométrie. Ils sont souvent, du fait de l'érosion, le produit de la décomposition du granit et des roches carbonatées ainsi que des organismes à squelette calcaire ou siliceux.
- Les silts sont des particules très fines, de diamètre compris entre 4-63  $\mu\text{m}$ , obtenues par l'effritement mécanique des roches sur le fond, et plus particulièrement sous l'action des courants pour les silts d'origine fluviale. Ce sont des particules suffisamment fines pour être transportées sur de longues distances par les courants.
- Les argiles sont composées, par des aluminosilicates hydratés, qui présentent une structure feuilletée ou fibreuse qui explique leur plasticité. On les classe en trois familles :

a) la kaolinite se trouve dans les roches argileuses (kaolin) ou dans les roches magmatiques, résultat de l'altération des feldspaths et des granites.

b) la montmorillonite, également connue sous l'appellation de terre de sommière ;

c) l'illite, qui est la plus répandue.



▪ Les colloïdes sont des éléments d'origine minérale ou organique de diamètre inférieur à 0,1 micron. Ils jouent un rôle important dans les processus de cohésion et de floculation.

Les sédiments fins sont caractérisés par une taille arbitraire inférieure à 62,5  $\mu\text{m}$ , ce sont les sables très ns, les silts, les argiles et les colloïdes. Ils sont facilement transportables et sont à l'origine de l'envasement des estuaires et des zones côtières adjacentes.

Le comportement des sédiments ne dépend pas uniquement de leur granulométrie, mais aussi de leur composition et notamment de leur teneur en argile et en matières organiques. C'est ainsi qu'on différencie les sédiments non-cohésifs des sédiments cohésifs.

Les particules constitutives des sédiments non-cohésifs sont indépendantes les unes des autres et conservent leur individualité dans leur déplacement, elles n'ont pas tendance à s'agglomérer. Elles constituent les sables.

Les sédiments cohésifs résultent principalement de la présence d'argiles et/ou de matières organiques. Les grains tendent à se lier entre eux et à former des agrégats ou floccs, la taille effective des floccs change continuellement sous l'effet des propriétés physicochimiques du milieu (c'est-à-dire la salinité) et de l'énergie turbulente de l'écoulement. Leur densité varie en fonction de leur teneur en matières organiques, en eau interstitielle ou encore selon leur composition minéralogique. Constituant ainsi les vases.

#### IV.3.4- Viscosité moléculaire et cinématique

Près du fond, la vitesse orbitale des oscillations de la houle est égale:

$$w = \frac{H\omega}{2\text{sh}\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \quad (\text{IV.2})$$

Le coefficient de frottement est considéré comme étant constant durant une période de la houle. Il est déterminé à partir de l'expression de Swart (1974), basé sur le modèle implicite de Jonsson (1966) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_w = \exp \left[ 5,2 \left( \frac{k_s}{\hat{a}} \right)^{0,194} - 5,98 \right] & ; \text{ Pour } \frac{k_s}{\hat{a}} < 0,63 \\ f_w = 0,8 & ; \text{ Pour } \frac{k_s}{\hat{a}} \geq 0,63 \end{array} \right. \quad (\text{IV.3})$$

La hauteur des aspérités du lit dépendant du diamètre des sédiments ; d'après Ribberink (1998) est égale :

$$k_s = \max \left\{ 3D_{90}, D_{50} \left[ 1 + 6 \left( \langle |\Theta| \rangle - 1 \right) \right] \right\}^2 \quad (\text{IV.4})$$

A partir des expériences réalisées en canal à houle ont montré que la couche limite dans la houle présente des dissymétries entre les phases de crête et de creux.

A cet effet, plusieurs chercheurs s'accordent à une estimation du taux adimensionné de charriage par demi-cycle de vagues, c'est-à-dire une demi-période.

Le transport sédimentaire net charrié étant la différence entre le passage successif d'une crête à un creux (Madsen et Grant 1976; Soulsby et al.1993) :

$$\text{Madsen et Grant (1976) :} \quad \Phi_{1/2} = 12,5 \frac{W_s}{\sqrt{(s-1)gD_{50}}} \Theta_w^3 \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Soulsby et al. (1993) :} \quad \Phi_{1/2} = 5,1(\Theta_w - \Theta_w^{cr})^{3/2} \quad (\text{IV.6})$$

Bailard et Inman, (1981) et Ribberink, (1998) s'appuient sur le principe qui consiste à lier le transport des sédiments à la contrainte de cisaillement instantanée ce qui engendre une détermination instantanée du transport par charriage suivant une intégration pour une période de houle incidente :

$$\text{Bailard and Inman (1981) :} \quad \Phi_t = \frac{\epsilon_b f_w}{(s-1)^2 g^2 t g \phi D_{50}} u_w^3(t) \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{Ribberink (1998) :} \quad \Phi_t = 11 \left( |\Theta_w(t)| - \Theta_w^{cr} \right)^{1,65} \frac{\Theta_w(t)}{|\Theta_w(t)|} \quad (\text{IV.8})$$

$u_w(t)$  : vitesse orbitale instantanée de la houle près du fond

Pour  $|\Theta_w(t)| \geq \Theta_{cr}$ , Ribberink (1998) propose une formulation plus générale pour le taux de transport par charriage sous la forme :

$$\Phi(t) = m(|\Theta_w(t) - \Theta_{cr}|)^n \cdot \frac{\Theta_w(t)}{|\Theta_w(t)|} \quad (IV.9)$$

$m, n$  : coefficients déterminés expérimentalement.

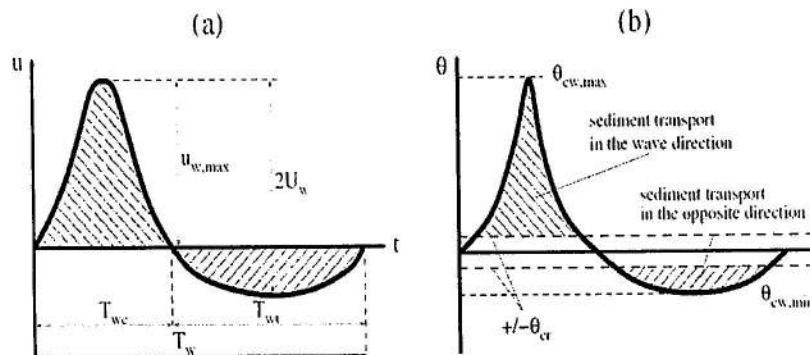
En générale, en présence de mouvement généré par des houles on peut estimer le taux de transport par rapport à la moyenne temporelle, on peut écrire l'équation (2.77) sous forme générale moyennée :

$$\langle \Phi(t) \rangle = m \left\langle (|\Theta_w(t) - \Theta_{cr}|)^n \cdot \frac{\Theta_w(t)}{|\Theta_w(t)|} \right\rangle \quad (IV.10)$$

En concordance avec l'approche de Dibajnia et Watanabe (1992), qui consiste à partir d'un profil simplifié de calcul des vitesses au fond d'examiner l'effet asymétrique de la houle sur transport des sédiments.

Madsen (1991) et Ribberink (1998) ont proposé le modèle de calcul instantané du transport sédimentaire en fonction de la contrainte de cisaillement instantanée de façon analogue aux houles symétriques. Dans ce cas, l'estimation du transport en question sera effectuée pour chaque demi-période en prenant en considération une valeur caractéristique sur la vitesse et la contrainte de cisaillement pour un coefficient de frottement constant.

A partir des hypothèses précitées, Camenen et Larson (2005) ont présenté une nouvelle formulation pour estimer le paramètre instantané de Shields par demi-période (demi-cycle) d'une houle incidente qui se propage entre le large et le rivage (figure IV.2)



**Figure IV.2 :** Evolution du profil du paramètre de Shields

(a) Profil typique des vitesses ; (b) Evolution du paramètre de Shields suivant une période

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_{w,sh}(t) = \frac{1}{T_{wc}} \int_0^{T_{wc}} \Theta(t) dt \Rightarrow \text{Pour le large} \\ \Theta_{w,offsh}(t) = \frac{1}{T_{wt}} \int_0^{T_{wt}} \Theta(t) dt \Rightarrow \text{Pour le rivage} \end{array} \right. \quad (IV.10)$$

ou :

$$\Theta_w(t) = \frac{\frac{1}{2} f_w |U_w(t)| \cdot U_w(t)}{(s-1)gD_{50}} \quad (IV.11)$$

### IV.3.1- Cohésion des sédiments

Une distinction importante est celle qui existe entre matériaux cohésifs et non-cohésifs. La cohésion des matériaux est liée à la présence de minéraux argileux. Une faible quantité d'argile - 5 à 10% en masse - suffit à donner de la cohésion à un matériau.

Les grains de matériaux cohésifs tendent à former des agrégats, du fait de l'attraction électrostatique et de la tension superficielle de l'eau. Ces forces sont très importantes et impliqueront un mouvement tout à fait différent sous l'effet des vagues et des courants, selon que le matériau est cohésif ou non. En effet les grains des matériaux non cohésifs peuvent, eux, se déplacer indépendamment. C'est le cas des sables contenant du quartz et des carbonates.

### IV.3.2-Sédiments non cohésifs

Les sédiments non cohésifs contiennent des particules de grosse taille, non soumis à des forces d'interaction leur permettant le mouvement indépendamment les uns des autres. Ils incluent les sables et limons (figure 17).

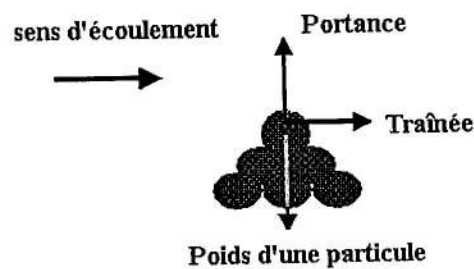


Figure IV ?? : Bilan des forces agissantes sur particule de sédiment

Les grains de sédiments dans un écoulement sont soumis à leur poids :

$$P = \frac{\pi}{6} (\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot D^3 \quad (\text{III.31})$$

où

D : Diamètre de la particule ;

$\rho_w, \rho_s$  : poids volumique de l'eau et des sédiments.

La force de traînée :

$$F = \frac{1}{2} \rho_w \cdot C_x \cdot \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) V^2 \quad (\text{III.32})$$

V : vitesse de chute (*setting velocity*).

$C_x$  : Coefficient de Traînée

Les premières théories développées concernant le critère du début d'entraînement des particules date depuis le siècle dernier (Casey, 1935 ; Shields 1936). Elles sont fondées sur le principe de la condition de mise en mouvement d'un grain solide (non cohésive) qui est régie par l'action des différentes forces appliquées sur le grain solide.

Shields (1936), considère que l'entraînement du grain est fonction du rapport des forces tangentielles et normales appliquées au grain. Il introduit un paramètre adimensionnel  $\Theta$  permettant d'établir le critère du seuil d'entraînement des particules granulaires uniformes, sous l'effet d'un écoulement permanent égal :

$$\Theta = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho)gD} = \frac{u_*^2}{\rho'gD} = \text{const.} \frac{F}{P} \quad (\text{III.33})$$

Les travaux expérimentaux réalisés en laboratoire par Yalin, (1977) ; Bonnefille, (1979) et Julien (1994), ont permis d'établir des relations semi empiriques entre le paramètre critique de Shields  $\Theta_{cr}$  et les paramètres adimensionnels caractérisant la particule solide et son régime d'écoulement .

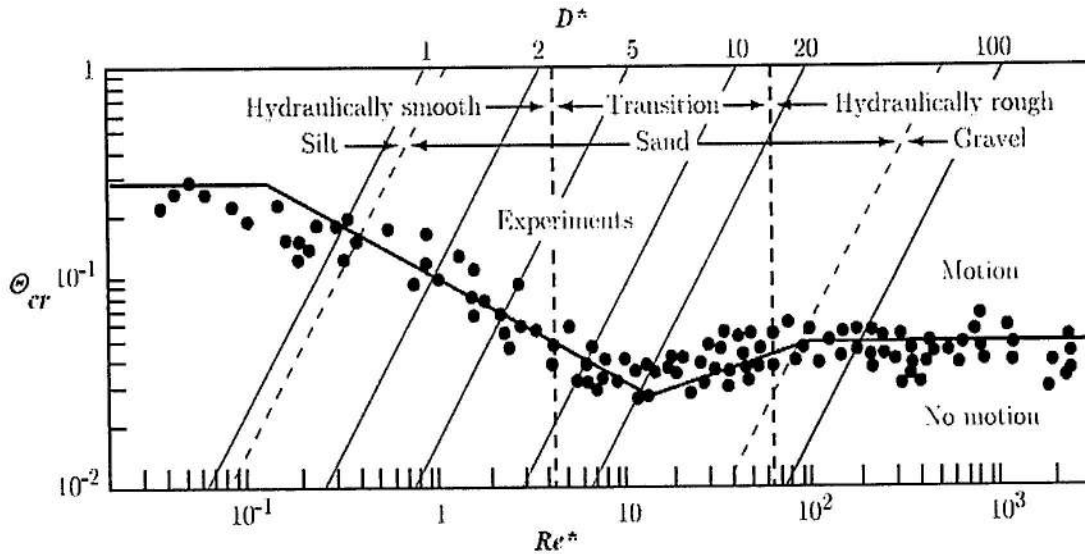


Figure 18 : Courbe de Shields critique en fonction du diamètre  
sédimentologique, Julien (1994)

#### IV.3.3-Sédiments cohésifs

Les sédiments cohésifs sont formés de flocons d'argiles liés entre eux par des forces électrostatiques. Dans ce cas les mêmes forces s'appliquent, mais elles ne s'appliquent pas aux particules séparées.

En effet, en milieu aqueux contenant des sels dissous, ces particules se rassemblent en flocons de 0.5 à 1.5 mm, de vitesses de chute 10 à 100 000 fois plus grande que celle des particules individuelles. Ce phénomène est appelé floculation, et il est d'autant plus important que la concentration en particules, la salinité et la température sont élevées.

Mais lorsque la concentration devient trop forte, les grains se gênent dans leur chute et la vitesse de chute diminue.

Il existe des formules empiriques pour déterminer ces vitesses. Les vitesses de chute sont également plus élevées en écoulement turbulent qu'en eau calme.

Une fois déposés, les sédiments subissent un tassement, i.e. ils perdent leur eau interstitielle ainsi que celle liée par les forces électrostatiques. Ce tassement se fait en plusieurs phases : il y a d'abord une suspension floculée très mobile ( $c > 100 \text{g/l}$ ), puis perte de l'eau interstitielle ( $c > 200 \text{g/l}$ ), enfin a lieu un réarrangement des particules avec évacuation difficile de l'eau.

Le tassement est un phénomène lent plusieurs mois pour que la concentration soit doublée, et fonction de la concentration de l'eau.

ANNEXE -I-

Rappels sur la théorie de Stokes

Modèle de houle linéaire (houle du premier ordre de Stokes)

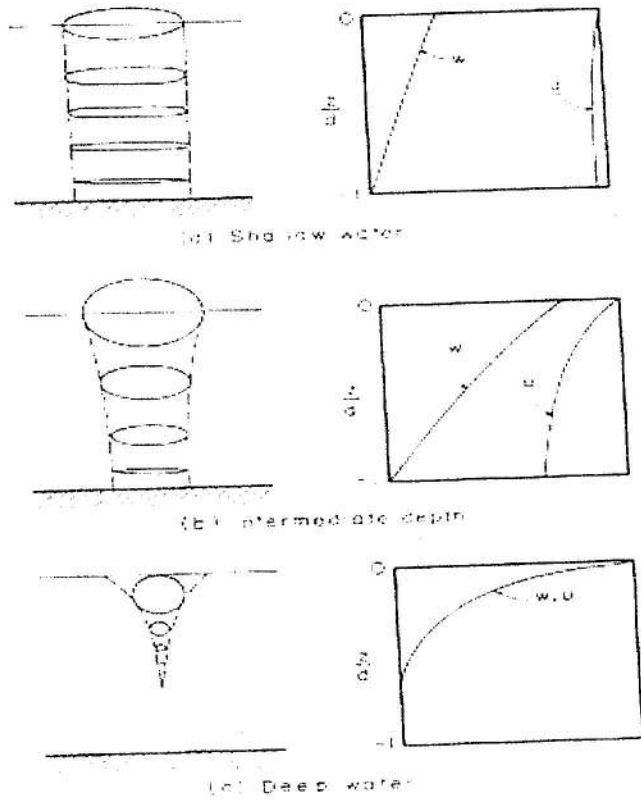
	<i>Eau peu profonde</i>	<i>Eau profonde</i>
<i>Domaine de validité :</i>	$kd \ll \frac{\pi}{10}$ $\frac{d}{L} < \frac{1}{20}$	$kd > \pi$ $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
<i>Potentiel de vitesse <math>\phi</math> :</i>	$\frac{gH}{2\omega} \sin(kx - \omega t)$	$\frac{gH}{2\omega} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
<i>Relation de dispersion <math>c^2</math></i>	$\frac{\omega^2}{k^2} = g d$	$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{g}{k}$
<i>Longueur d'onde <math>L</math> :</i>	$T \sqrt{gd}$	$\frac{gT^2}{2\pi}$
<i>Élévation de la surface du plan d'eau <math>\eta</math> :</i>	$\frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$	$\frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$
<i>Vitesse horizontale <math>u</math> :</i>	$\frac{\pi H}{T(kd)} \cos(kx - \omega t)$	$\frac{\pi H}{T} e^{kz} \cos(xt - \omega t)$
<i>Vitesse verticale <math>w</math> :</i>	$\frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin(kx - \omega t)$	$\frac{\pi H}{T} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
<i>Accélération horizontale <math>\frac{\partial u}{\partial t}</math> :</i>	$\frac{2\pi^2 H}{T^2(kd)} \sin(kx - \omega t)$	$\frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
<i>Accélération verticale <math>\frac{\partial w}{\partial t}</math> :</i>	$-\frac{2\pi^2 H}{T^2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \cos(kx - \omega t)$	$-\frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$
<i>Pression <math>p</math></i>	$-\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H \cos(kx - \omega t)$	$-\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H e^{kz} \cos(kx - \omega t)$
<i>Densité d'énergie <math>E</math></i>	$\frac{1}{8} \rho g H^2$	$\frac{1}{8} \rho g H^2$
<i>Flux d'énergie <math>P</math></i>	$E_c$	$\frac{1}{2} E_c$
<i>Contraintes de radiation :</i>		
$S_{xx}$	$\frac{3}{2} E$	$\frac{1}{2} E$
$S_{xy} = S_{yx}$	0	0
$S_{yy}$	$\frac{1}{2} E$	0

**Rappels sur la théorie de Stokes**  
**Modèle de houle non linéaire (houle second ordre de Stokes)**

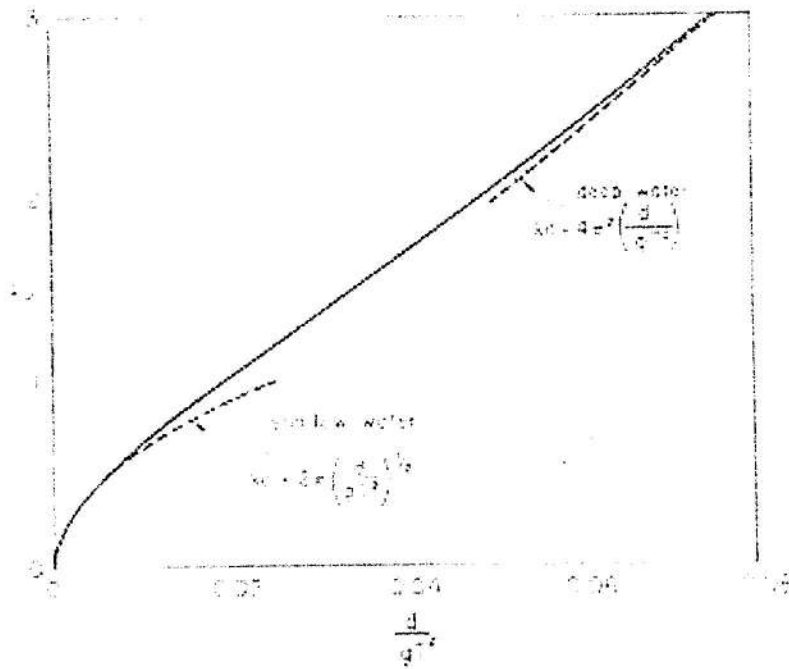
<i>Paramètre</i>	<i>Modèle d'équation</i>
<i>Potentiel de vitesse <math>\phi</math> :</i>	$\frac{\pi H}{kT} \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) + \frac{3}{8} \frac{\pi H}{kT} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \sin 2(kx - \omega t)$
<i>Relation de dispersion <math>c^2</math></i>	$\frac{g}{k} \tanh(kd)$
<i>Élévation de la surface du plan d'eau <math>\eta</math> :</i>	$\frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{H}{8} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{1}{\sinh^2(kd)} \left[ 1 - \frac{3 \cosh(2k(z+d))}{2 \sinh^2(kd)} \right] \sin 2(kx - \omega t)$
<i>Vitesse horizontale <math>u</math> :</i>	$\frac{\pi H}{T(kd)} \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \frac{\pi H}{T} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \cos 2(kx - \omega t)$
<i>Vitesse verticale <math>w</math> :</i>	$\frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \frac{\pi H}{T} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{\sinh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \sin 2(kx - \omega t)$
<i>Accélération horizontale <math>\frac{\partial u}{\partial t}</math> :</i>	$\frac{2\pi^2 H}{T^2(kd)} \sin(kx - \omega t) + \frac{3\pi^2 H}{T^2} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \sin 2(kx - \omega t)$
<i>Accélération verticale <math>\frac{\partial w}{\partial t}</math> :</i>	$-\frac{2\pi^2 H}{T^2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \cos(kx - \omega t) - \frac{3\pi^2 H}{T^2} \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{\sinh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \cos 2(kx - \omega t)$
<i>Pression <math>p</math></i>	$-\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{4} \rho g H \left(\frac{\pi H}{L}\right) \frac{1}{\sinh(2kd)} \left[ \frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^2(kd)} \right] \cos 2(kx - \omega t)$
<i>Densité d'énergie <math>E</math></i>	$\frac{1}{8} \rho g H^2 + O([\epsilon^4])$
<i>Flux d'énergie <math>P</math></i>	$\frac{1}{16} \rho g H^2 c \left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right) + O([\epsilon]^4)$



ANNEXE -III-



Description des orbites et la variation des composantes de vitesse.



Variation de  $kd$  en fonction du rapport  $d/gT^2$  pour des houles de faibles amplitudes